الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

مديرية التربية لولاية سوق أهراس — ثانوية: أبـو مـهـاجـر ديـنـار

امتحان الفترة الأولى — التاريخ : 2024/03/04

الشعبة: 3 علوم تجريبية — إعداد: الأستاذ بن جاب الله

إختبار في مادة الرياضيات — المدة 2 ساعـــة

التمرين الأول 7.5 نقطة.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على ما يلي :

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية التالية : $y''=8e^{2x+1}$ و الذي يحقق: $y(0)=2e+1445$ و $y(1)=2e^3+3469$

هي الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2e^{2x+1}+2024x^2+1445$.

2) القيمة المتوسطة للدالة : $x\mapsto(x+1)e^{2x}$ على المجال : $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ هي: $\frac{2e-1}{2}$.

3) إذا كان z حلا في $\mathbb{C}$ للمعادلة : $2z+i\bar{z}-i-2=0$ فان : $z\bar{z}=2$.

4) العدد المركب $(1-i)^{2024}$ حقيقي.

5) A ، C و G ثلاث نقط من المستوي المركب $(O;\vec{u}.\vec{v})$ لواحقها على الترتيب: $z_A=3i$ ، $z_C=3$ و $z_G=-1+i$.

لاحقة النقطة B حتى تكون النقطة G مرجح للجملة المثقلة : $\{(A;2),(B;3),(C;-2)\}$. تحقق : $z_B{}^2=2$.

التمرين الثاني 6.5 نقاط:

I. يحتوي صندوق U على " 4 كريات حمراء مرقمة بـ : 0, 1 , 2 , 2 " و " 3 كريات سوداء مرقمة بـ :0, 1 , 1 "و "كريتين بيضاويتين مرقمتين بـ 2 , 2" . جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس.نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الصندوق . نعتبر الحوادث التالية :

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " B "كرية واحدة فقط حمراء تحمل رقما زوجيا " .

C "كرية واحدة على الأقل بيضاء " .

1) بين أن : $P(A)=\frac{5}{18}$ و أن : $P(B)=P(C)$.

2) أحسب $P(C\cap B)$ ثم استنتج كل من $P(C\cup B)$ و $P_B(C)$. هل الحادثتين C و B مستقلتين ؟ .

www.ency-education.com

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .

1) برر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0;1;2;4\}$ ثم عرف قانون الاحتمال واحسب أمله الرياضياتي $E(x)$

2) استنتج $E(1445X+2024)$.

التمرين الثالث6 نقاط:

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_{n+1}=(u_n+2)e^{-1}-2 \\ u_0=0 \end{cases}$.

I. احسب : u_1 ، u_2 و u_3 .

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2+u_n>0$.

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

II. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=(u_n+2)e^{2n}$.

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها e يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

2. أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3. احسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$.

4. نضع: $P_n=(u_0+2)\times(u_1+2)e\times....\times(u_n+2)e^n$

أ) بين أن: $P_n=2^{n+1}$.

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون : $P_n=2024+12v_0$.

www.ency-education.com

وزارة التربية الوطنية.	إختبار	مديرية التربية لولاية قسنطينة.
ثانوية الصادق مخلوف عين اسمارة.	الفصل الثاني	المستوى : 3 علوم تجريبية.
الاثنين 04 مارس 2024.	في مادة الرياضيات.	المدة : ساعتان.

تمرين 01 (5 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 3 + (x+1)^2 e^{-x}$ ،وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 نعتبر G الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x) = (-x-1)e^{-x}$.

- تحقق أن الدالة G دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

2 نضع : $I = \int_0^1 xe^{-x}dx$ و $J = \int_0^1 x^2 e^{-x}dx$.

(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $J = 2I - e^{-1}$.

(ب) أحسب قيمة I ، ثم إستنتج قيمة J.

3 (أ) بالاستعانة بنتائج السؤال (2-ب)، أحسب العدد الحقيقي A حيث : $A = \int_0^1 (x+1)^2 e^{-x}dx$.

(ب) فسر النتيجة هندسيا.

تمرين 02 (7 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = -\frac{5}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 1$.

1 (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \leq -\frac{3}{2}$.

(ب) أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

(ج) أحسب نهاية المتتالية (U_n).

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$.

لتكن (V_n) المتتالية المعرفة بـ : $V_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $V_{n+1} = V_n + U_n + \frac{3}{2}$.

1 بين أن المتتالية (V_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

2 (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$

(ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = -\frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$.

(ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ ، ثم إستنتج أن المتتاليتين (U_n) و (V_n) متجاورتان.

3 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$\ln\left(\frac{2}{3}V_0 + 1\right) + \ln\left(\frac{2}{3}V_1 + 1\right) + \ldots + \ln\left(\frac{2}{3}V_n + 1\right) = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]\ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

إقلب الصفحة .

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

تمرين 03 (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}(\ln x)^2$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 (أ) أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2 (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=1+\frac{(x-1)\ln x}{x}$.

(ب) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $]0;+\infty[$ فان : $(x-1)\ln x\geq 0$، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4 نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=f(x)-x+1$، وجدول تغيراتها يعطى كما يلي :

x	0		$+\infty$
$g(x)$	$\|\|$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

(أ) أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ من أجل $x>0$.

(ب) إستنتج أن النقطة $A(1;0)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f).

(ج) بين أن المعادلة $g(x)=1$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α حيث : $3,3<\alpha<3,4$.

5 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ يقطع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α.

6 أنشئ كلا من (T)، (Δ) و المنحنى (C_f).

7 نسمي A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e$.

(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، بين أن : $\int_1^e x\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$.

(ب) بين أن الدالة : $x\mapsto x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$ هي دالة أصلية للدالة : $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$.

(ج) إستنتج أن : $A=\frac{e^2-2e+5}{4}$ u.a.

بالتوفيق للجميع .

www.ency-education.com

الجـــمهورية الجـــزائرية الديمقراطية الشـــعبيـــة

وزارة التربية الوطنية
ثانوية الشهيد –بوعزة يحي–سيدي لعجال
المستوى:3علوم تجربية

مديرية التربية لولاية الجلفة
إمتحان بكالوريا تجريبي
مـــــــــــــــــارس 2024

اختبار في مادة الرياضيات
المدة: 2 سا

التمرين الأول (06):

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $U_0=1$ و ومن أجل كل عدد طبيعي n , $U_{n+1}=\frac{1}{3}U_n+\frac{4}{3}$

أ/ أحسب : U_1 , U_2.

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n<2$.

ج/ بين أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما و استنتج تقاربها

2/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ب: $V_n=U_n-2$.

أ/ بين أن المتتالية (V_n) , متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب/ أكتب عبارة V_n بدلالة n , ثم إستنتج عبارة U_n بدلالة n.

ج/ بين أن المتتالية (U_n) متقاربة

التمرين الثاني (06 نقاط):

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـــ: 1, 0, 1− وأربع كريات سوداء مرقمة بـــ: 1 , 0, 0, 1− .
لا نميز بينها عند اللمس . نسحب عشوائيا وفي أن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

I/ نعتبر الأحداث التالية :

A :"الحصول على كرية بيضاء على الأقل ".

B :"الحصول على اللونين الأبيض و الأسود

C : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون ",

D :" مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0 ".

1/ أحسب إحتمال الأحداث : A , B و C . D

II/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق.

1/ عين قيم المتغير العشوائي X .

2/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X , ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

www.ency-education.com

التمرين الثالث (08 نقاط):

f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x+1-\frac{1}{e^x+1}$.

نسمى (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ مع $OI=OJ=1cm$

1/ أحسب نهايتي الدالة f عند حدود مجال تعريفها

2/ بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3/ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1<\alpha<0$

4/ ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y=x+1$

أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$, ثم فسر النتجة بيانيا .

ب/ عين وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).

5/ أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f).

6/ بين أن الدالة H حيث $H(x)=\ln(1+e^{-x})$ دالة أصلية للدالة h حيث $h(x)=-\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ على $\mathbb{R}$

7/ أحسب بدلالة α , S_α مساحة الحيز المحصور بين (C_f) والمستقيمات (D) و $x=\alpha$ و $x=0$

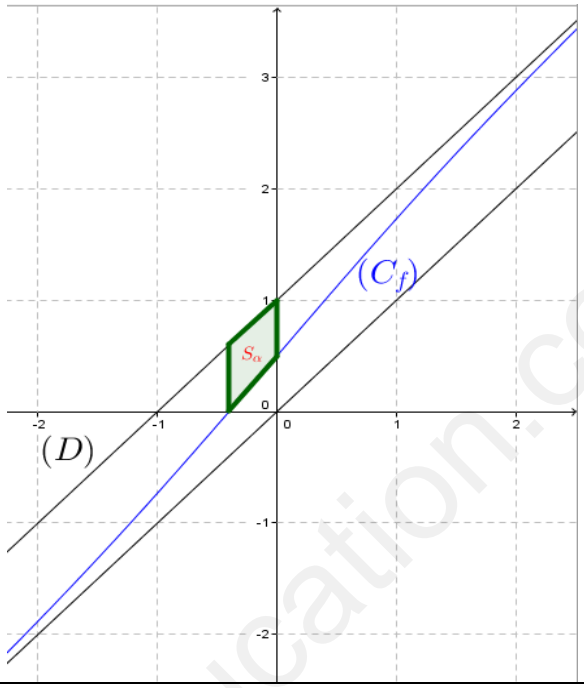
********** لكل مجتهد نصيب **********

********** الدماغ الذي لايفكر يصدأ **********

www.ency-education.com

التنقيط	التمرين الأول (6 نقاط):
0.25×2	**حساب الحدود:** $u_1=\frac{5}{3}$ و $u_2=\frac{17}{9}$
0.75+0.25	**البرهان:** $n=0$ ومنه $u_0<2$ ومن الفرض نجد $\frac{1}{3}u_n+\frac{4}{3}<2\times\frac{1}{3}+\frac{4}{3}$ أي $U_{n+1}<2$
0.75 0.25	**إتجاه التغير:** $U_{n+1}-U_n=\frac{2}{3}(-U_n+2)>0$ و (U_n) محدودة من الاعلى ومتزايدة فهي متقاربة
0.5+0.5+0.75	**الهندسية :** $V_{n+1}=\frac{1}{3}V_n$ ومنه $V_0=-1$ ومنه $q=\frac{1}{3}$
0.5×2	**الحد العام :** $V_n=-\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ومنه $U_n=2-\left(\frac{1}{3}\right)^n$
0.25+0.5	**التقارب:** $\lim U_n=\lim\left[2-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]=2$ اي المتتالية متقاربة نحو 2
التنقيط	**التمرين الثاني (6 نقاط):**
2	**الإحتمال:** $P(A)=\frac{C_3^1\times C_4^2+C_3^2\times C_4^1+C_3^3}{C_7^3}=\frac{18+12+1}{35}=\frac{31}{35}=1-P(\bar{A})=1-\frac{C_4^3}{C_7^3}$ و $P(B)=\frac{C_3^1\times C_4^2+C_4^1\times C_3^2}{C_7^3}=\frac{18+12}{35}=\frac{30}{35}$ $P(C)=\frac{C_3^3+C_4^3}{C_7^3}=\frac{1+4}{35}=\frac{5}{35}$ و $P(D)=\frac{C_3^3+C_2^1\times C_2^1\times C_3^1}{C_7^3}=\frac{13}{35}$
0.25×4	**قيم المتغير العشوائي :** $X=\{0;1;2;3\}$
0.5×4	**قانون الاحتمال :** X: 0 | 1 | 2 | 3 $P(X=i)$: $\frac{1}{35}$ | $\frac{12}{35}$ | $\frac{18}{35}$ | $\frac{4}{35}$
1	**الأمل الرياضياتي:** $E(X)=\frac{60}{35}\simeq 1.71$
التنقيط	**التمرين الثالث (08 نقاط):**
0.5+0.5	**النهايات:** $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x+1-\frac{1}{0+1}\right)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1-0)=+\infty$ **لأن :** $\lim_{x\to-\infty}e^x=0$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x+1}=0$
0.5 0.5	**المشتق :** $f'(x)=1+\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$ و $f'(x)>0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$. اذن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$
0.5+0.5	**المعادلة :** بما أن الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و $f(-1)\simeq -0.73$ و $f(0)\simeq 0.5$ اذن $f(-1)\times f(0)<0$ وعليه .ح م ق م فان للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد α حيث: $-1<\alpha<0$

www.ency-education.com

جدول التغيرات : x | $-\infty$ | $+\infty$ $f'(x)$ | $+$ $f(x)$ | $-\infty$ ↗ $+\infty$	01
النهاية و التفسير : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{e^x+1}=0$ اذن المستقيم (D) مقارب مائل لـــ (C_f) بجوار $+\infty$	0.5+0.5
الوضعية : $f(x)-y=-\frac{1}{e^x+1}<0$ مهما كان $x\in\mathbb{R}$ وعليه (C_f) تحت المستقيم (D) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$	0.5
الإنشاء:  	**0.5** **0.5**
الدالة الأصلية : H دالة قابلة للإشتقاق و $H'(x)=h(x)$	**0.5**
المساحة : وحدة المساحة هي : $OI\times OJ=1cm^2$ و $\int_\alpha^0\|f(x)-y\|dx=\int_\alpha^0\frac{1}{e^x+1}dx=\int_\alpha^0\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}dx=[-H(x)]_\alpha^0=H(\alpha)-H(0)=\ln(1+e^{-\alpha})-\ln 2$ وعليه: $S_\alpha=\left(\ln(1+e^{-\alpha})-\ln 2\right)cm^2$	0.25 0.5 0.25

تصحيح مختصر للإختبار

مقدم لكم من طرف الأستاذ سهيل ابن تيمية لاتنسونا من خالص دعائكم

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية تيارت — ثانوية:الشهيدة جبار عائشة -تيارت-

المستوى : الثالثة علوم تجريبية — السنة الدراسية: 2023 / 2024

اختبار الفصل الثاني في مادّة الرياضيات — المدة :03 ساو 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > 0$.

2) أ/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$.

ب/استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) هل هي متقاربة ؟ -برر- .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ثم اكتب عبارة (v_n) بدلالة n

ب- استنتج عبارة (u_n) بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{3}{u_0} + \frac{3}{u_1} + \frac{3}{u_2} + ... + \frac{3}{u_n}$

احسب بدلالة n المجموع S_n .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

صندوق به 7 كرات متماثلة ولانفرق بينها باللمس منها 3 مرقمة بـ:0 ، 0 ، 0 وكرتان مرقمتان بـ: 1 ، 1

وكرتان مرقمتان بـ: 2 ، 2 نسحب من الصندوق 3 كرات على التوالي وبارجاع الكرة المسحوبة الى الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

الحدث A : الكرات الثلاث تحمل نفس الرقم ، الحدث B : الكرات الثلاث تحمل ارقاما مختلفة مثنى مثنى

الحدث C : الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم

الحدث D : الحصول على ثلاث كرات مجموع أرقامها هو 2 .

2) احسب $p(A \cap C)$ ثم استنتج $p(A \cup C)$.

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 0 .

3) عين قيم المتغير العشوائي Xوعرف قانون احتماله .

4) احسب الامل الرياضي $E(X)$.

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقاط) أجب بصح أو خطأ مع التبرير:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2+5x+1)-x=-\infty$

2) لتكن المتتالية الهندسية المعرفة بـ $v_n=\frac{1}{2}(3)^n$ من أجل كل عدد طبيعي n فإن :

$$S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\ldots+\frac{1}{v_n}=\frac{4}{3}-\frac{4}{3^n}$$

3) $\int_0^{\pi} x.\cos(x)dx=2$

4) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_n=\int_{\ln 2}^{n}\frac{e^x}{e^x+2}dx$ ومنه قيمة الحد الثالث هي $u_2=\ln\left(\frac{e^n+2}{4}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I نعتبر دالة g معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=x^2-\ln x^2$.

1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

3) استنتج أنه من أجل كل حقيقي غير معدوم يكون : $g(x)>0$

II نعتبر دالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{2}{x}+x+\frac{\ln x^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ - فسر النتائج بيانيا -.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

4) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل (Δ) المنصف الأول كمقارب مائل له .

ب / ادرس الوضع النسبي بينهما .

6) من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ و $-x\in\mathbb{R}^*$ بين أن : $f(x)+f(-x)=0$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا .

7) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث $0,3<\alpha<0,4$

-استنتج أنها تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصر له .

8) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم (Δ)

9) أنشئ كلا من (Δ) ، (T_1) ، (T_2) والمنحنى (C_f) .

10) عين القيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $\ln(x^2)=mx-2$ ثلاثة حلول .

III احسب بوحدة المساحة S مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=e$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول : (5نقاط)

المتتالية (u_n) معرفة بحدها الاول $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n}u_n$.

1) احسب الحدود u_2 و u_3 .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n > 0$.

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة .

4) المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $v_n = \frac{u_n}{n}$.

أ)بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1 .

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \frac{n}{2^n}$.

5) أ) احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x - x\ln 2$.

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

6) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{1}{u_1} + \frac{2}{u_2} + ... + \frac{n}{u_n}$.

التمرين الثاني: (4نقاط)

يحتوي صندوق على 11 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس ،منها اربع كريات بيضاء مرقمة: 1، 1،1 ، 3 ، وخمس كريات حمراء مرقمة 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 وكريتين سوداوين مرقمة 3 و 3 .

نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق .

1) نعتبر الحوادث: A " سحب 3 كريات من نفس اللون " B "سحب 3 كريات من نفس الرقم"

C "سحب على الأقل كرية بيضاء "

أ) احسب $P(A)$ و $P(C)$ و $P(B)$.

ب) بين $P(A \cap B) = \frac{1}{33}$ ثم استنتج $P(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الفردية المسحوبة .

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $E(x)$ أمله الرياضي

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد صحيح عينه مع التبرير:

1) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x + 2 + \frac{3}{e^x + 3}$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ معادلته :

أ) $y = x + 2$ ب) $y = x + 3$ ج) $y = x + \frac{6}{3}$

2) حل المعادلة ذات المجهول a في $\mathbb{R}$ حيث $\int_0^{\ln 2} e^{2x+a}dx = \ln 2$ هو :

أ) $a = \ln\left(\frac{\ln 4}{3}\right)$ ب) $a = \ln\left(\frac{\ln 2}{e-1}\right)$ ج) $a = \frac{e^2}{2}$

ency-education.com/exams

3) A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث $P(A)=0,4$ ، $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A\cup B})=0,35$

قيمة الاحتمال $P(A\cap B)$ هي :

أ) $0,1$ ب) $0,25$ ج) المعطيات غير كافية للجواب

4) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n=1+6\left(\frac{2\alpha-1}{5}\right)^n$ ، قيم α حتى تكون (u_n) متقاربة هي :

أ) $-2<\alpha<3$ ب) $0<\alpha<3$ ج) $-2<\alpha<0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=e^{-2x}-4x-2$.

1) بين أن الدالة g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

2) أ/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,16<\alpha<-0,15$.

ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=x+3-2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) أ / بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=e^{2x}g(x)$.

ب / استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ / احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ب / ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

4) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مماسا (T) موازي لـ (Δ) يطلب تعيين معادلته .

5) أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\simeq 3.1$ و $f(0,5)\simeq 0$)

6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2xe^{2x}+m-3=0$ حلين متمايزين .

7) λ عدد حقيقي سالب تماما

أ/ باستعمال المكاملة بالتجزئة جد بدلالة λ العدد : $\int_{\lambda}^{0}2xe^{2x}dx$.

ب/ استنتج بوحدة المساحة وبدلالة λ المساحة S مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=\lambda$.

ج/ ثم احسب: $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}S$.

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الموضوع I:

* التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n+5} \end{cases}$$

1) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $u_n > 0$ ... $P(n)$.

- $P(0)$ نبرهن صحة $P(0)$:

لدينا: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومنه $u_0 > 0$ (0,25)

ومنه $P(0)$ صحيحة.

- من أجل n من $\mathbb{N}$ نفرض صحة $P(n)$ أي: $u_n > 0$

ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي: $u_{n+1} > 0$

لدينا: $u_n > 0$ ومنه: $2u_n > 0$

و $2u_n + 5 > 0$ (0,75)

ومنه: $\frac{2u_n}{2u_n+5} > 0$

أي: $u_{n+1} > 0$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > 0$

2) أ- إثبات أن: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

لدينا: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{2u_n}{2u_n+5}}{u_n}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{2u_n+5}$ (0,5)

لدينا: $u_n > 0$

ومنه: $2u_n + 5 > 5$

ومنه، $\frac{1}{2u_n+5} < \frac{1}{5}$

$\frac{2}{2u_n+5} < \frac{2}{5} < 1$

ومنه: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

ب) بما أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ومنه: $u_{n+1} < u_n$ (0,5)

نستنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

ومنه: بما أنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة

3) أ- نبرهن أن (v_n) متتالية هندسية (0,5)

لدينا:

$$v_{n+1} = \frac{4u_{n+1}}{2u_{n+1}+3}$$

$$= \frac{\frac{8u_n}{2u_n+5}}{\frac{4u_n}{2u_n+5} + 3}$$

$$= \frac{8u_n}{2u_n+5} \times \frac{2u_n+5}{10u_n+15} \quad (0,5)$$

$$= \frac{8u_n}{10u_n+15} = \frac{2(4u_n)}{5(2u_n+3)}$$

$v_{n+1} = \frac{2}{5} \cdot v_n$

ومنه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{2}{5}$

ب- عبارة (v_n) بدلالة n:

$v_n = v_0 \cdot q^n$; $v_0 = \frac{4(\frac{3}{2})}{2(\frac{3}{2})+3}$

$v_0 = 1$

$v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$ (0,25)

"01" صفحة

www.ency-education.com

ب) إستنتاج عبارة (u_n) بدلالة n:

لدينا: $v_n = \frac{2u_n}{2u_n+3}$

ومنه: $v_n(2u_n+3) = 2u_n$

ومنه: $2v_n - u_n + 3v_n - 2u_n = 0$

ومنه: $2u_n(v_n-1) = -3v_n$

$u_n = \frac{-3v_n}{2(v_n-1)}$

$u_n = \frac{-3\left(\frac{2}{5}\right)^n}{2\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n - 1\right)}$ 0,5

$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{-3\left(\frac{2}{5}\right)^n}{2\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n - 2\right)}$ 0,25

$= \boxed{0}$

لأن: $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ وذلك لأن: $-1 < \frac{2}{5} < 1$

④ حساب المجموع S_n:

$S_n = \frac{3}{u_0} + \frac{3}{u_1} + \frac{3}{u_2} + \cdots + \frac{3}{u_n}$

لدينا:

$\frac{1}{u_n} = \frac{2v_n - 2}{-3v_n}$

ومنه: $\frac{3}{u_n} = \frac{-2v_n+2}{v_n}$

$\frac{3}{u_n} = -2 + \frac{2}{\left(\frac{2}{5}\right)^n}$

$\boxed{\frac{3}{u_n} = -2 + 2\left(\frac{5}{2}\right)^n}$

$S_n = -2 + 2\left(\frac{5}{2}\right)^0 + (-2) + 2\left(\frac{5}{2}\right)^1 + \cdots + -2 + 2\left(\frac{5}{2}\right)^n$

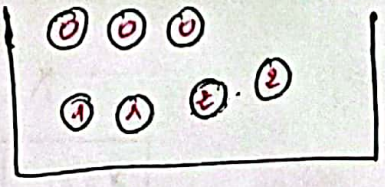
$S_n = \underbrace{(-2-2-2-\cdots-2)}_{\text{عدد الحدود } (n+1)} + 2\left(\left(\frac{5}{2}\right)^0 + \left(\frac{5}{2}\right)^1 + \cdots + \left(\frac{5}{2}\right)^n\right)$

- مجموع حدود متتالية هندسية

$\boxed{S_n = -2(n+1) + 2\left(\frac{1-\left(\frac{5}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{5}{2}}\right)}$ 0,5

www.ency-education.com

التمرين "02"



نسحب كرات على التوالي وبارجاع الكرة المسحوبة إلى الصندوق.

- لدينا:

$Card\,\Omega = 7^3 = 343$

① حساب إحتمال الحوادث:

الحدث A: سحب ثلاث تحمل نفس الرقم.

$Card\,A = \underbrace{3^3}_{\text{ثلاثة أرقام تحمل الرقم "0"}} + \underbrace{2^3}_{\text{أو ثلاثة تحمل الرقم "1"}} + \underbrace{2^3}_{\text{ثلاثة تحمل الرقم "2"}}$

$= 43$

$P(A) = \frac{43}{343}$ 0,5

ومنه:

الحدث B: الكرات الثلاث تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى

$Card\,B = \left(\underbrace{3^1}_{\text{كرة بها الرقم "0"}} \times \underbrace{2^1}_{\text{كرة بها الرقم "1"}} \times \underbrace{2^1}_{\text{كرة بها الرقم "2"}}\right) \times 6$

$Card\,B = 72$

لاحظ أن الترتيب مهم.

$\alpha = \frac{(1+1+1)!}{1! \times 1! \times 1!} = 6$

$P(B) = \frac{72}{343}$ 0,5

$P(A \cap B) = \frac{3^3}{343} = \frac{27}{343}$ 0,5

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap C)$

$= \frac{43}{343} + \frac{261}{343} - \frac{27}{343} = \frac{277}{343}$ 0,5

الحدث C:

الحصول على ثلاث كرات حمراء أرقامها معدوم يعني الحصول على كرة تحمل الرقم "0" واحدة على الأقل

$Card\,C = (3^1 \times 4^2) \times 3 + (3^2 \times 4^1) \times 3 + (3^3 \times 4^0) \cdot 1$

$= 261$

$P(C) = \frac{261}{343}$ 0,5

الحدث D: الحصول على ثلاث كرات مجموع أرقامها هو: 2

معناه: كرة بها الرقم "2" وكرتان بهما الرقم "0" أو كرتان بهما الرقم "1" وكرة بها الرقم "0"

$Card\,D = (2^1 \times 3^2) \times 3 + (2^2 \times 3^1) \times 3$

$Card\,D = 54 + 36 = 90$

$P(D) = \frac{90}{343}$ 0,5

② المتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات التي تحمل الرقم: 0

$X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$ 0,25

$P(X=0) = \frac{3^0 \times 4^3}{343} = \frac{64}{343}$

$P(X=1) = \frac{(3^1 \times 4^2) \cdot 3}{343} = \frac{144}{343}$

$P(X=2) = \frac{(3^2 \times 4^1) \times 3}{343} = \frac{108}{343}$

$P(X=3) = \frac{3^3 \times 4^0}{343} = \frac{27}{343}$

www.ency-education.com

قانون الاحتمال المتغير العشوائي X :

$X=x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{64}{343}$	$\frac{144}{343}$	$\frac{108}{343}$	$\frac{27}{343}$

④ حساب الأمل الرياضي :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4} x_i P_i = \frac{441}{343} = \frac{9}{7}$$

0,25

$$S_n = 2\left[\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{3}\right)}\right]$$

$$S_n = 2\left[\frac{1-3^{-n-1}}{\frac{2}{3}}\right]$$

$$S_n = 2\times\frac{3}{2}\left(1-3^{-n-1}\right)$$

$$\boxed{S_n = 3-3^{-n}}$$

A

خطأ ← ②

③ حساب I حيث: $I=\int_0^{\pi} x\cdot\cos x\,dx$

نستخدم التكامل بالتجزئة.

نعلم أن:

$$\int u(x)\cdot v'(x)\,dx = [u(x)\,v(x)] - \int u'(x)\cdot v(x)\,dx$$

نوضع:

$$\begin{cases} u(x)=x & \Rightarrow u'(x)=1 \\ v'(x)=\cos x & \Rightarrow v(x)=\sin x \end{cases}$$

$$I=[x\sin x]_0^{\pi} - \int_0^{\pi}\sin x\,dx$$

$$= [x\sin x]_0^{\pi} - [-\cos x]_0^{\pi}$$

صفحة 04

ت 03:

$$\lim_{x\to+\infty} \ln(x^2+5x+1)-x$$

①

$$= \lim_{x\to+\infty} \ln(x^2+5x+1) - \ln e^x$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x^2+5x+1}{e^x}\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left[\frac{x^2}{e^x}+\frac{5x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right]$$

$\to 0$ $\to 0$ $\to 0$

$$= -\infty$$

1

صح ← ④

---

② حساب المجموع S_n : $U_n=\left(\frac{1}{2}\right)\cdot 3^n$

$$S_n = \frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\cdots+\frac{1}{U_n}$$

لدينا:

$$\frac{1}{U_n} = \frac{1}{\frac{1}{2}\cdot 3^n}$$

$$= 2\cdot 3^{-n} = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

ومنه S_n هو عبارة عن مجموع حدود متتالية هندسية ذات أساس $q=\frac{1}{3}$ وحدها الأول 2 :

www.ency-education.com

$$= \lim_{x\to+\infty} x^2\left(1 - \frac{\ln x^2}{x^2}\right) = +\infty$$ (0,5)

$$\lim_{x\to-\infty} x^2\left(1 - \frac{2\ln(x^2)}{x^2}\right) = +\infty$$

② دراسة إتجاه تغير الدالة g :

الإشتقاق في $]0;+\infty[$ ولدينا:

$$g'(x) = 2x - \frac{2}{x}$$

$$g'(x) = \frac{2x^2-2}{x} = \frac{2(x^2-1)}{x}$$

$$g'(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x}$$ (0,75)

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$2(x+1)(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$+\infty$	$+\infty$ ↘	$+\infty$	↗

$1-0$ $\quad$ $1-0$

③ من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ نلاحظ أن $g(x)\geq 1$

ومنه نستنتج من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$

فإن $g(x)>0$ (0,25)

II

$$f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$$

① حساب النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2}{x} + x + \frac{2\ln(x)}{x} = +\infty$$ (0,5)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2}{x} + x - \frac{2\ln(-x)}{-x} = +\infty$$

و لدينا: "$\lim_{t\to+\infty} \frac{\ln(t)}{t} = 0$" نتيجة معرفة

$$I = \left[x\sin x + \cos x\right]_0^{\pi}$$

$$= (\pi\sin\pi + \cos\pi) - (0\sin 0 + \cos(0))$$

$$= -1 - 1 = \boxed{-2}$$ (1,5)

خطأ ← ③

$$u_n = \int_{\ln(2)}^{n} \frac{e^x}{e^x+2}\,dx$$ ④

$$u_2 = \int_{\ln(2)}^{2} \frac{e^x}{e^x+2}\,dx$$

$$u_2 = \left[\ln(e^x+2)\right]_{\ln(2)}^{2}$$

$$u_2 = \left(\ln(e^2+2)\right) - \left(\ln(e^{\ln(2)}+2)\right)$$

$$u_2 = \ln(e^2+2) - \ln(2+2)$$

$$u_2 = \ln\left(\frac{e^2+2}{4}\right)$$ (1,5)

خطأ ← ④

* التمرين الرابع :

$$g(x) = x^2 - \ln(x^2)$$ I

① حساب النهايات:

$$\lim_{x\to0} x^2 - \underbrace{\ln(x^2)}_{-\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to0} x^2 - \underbrace{\ln(x^2)}_{-\infty} = +\infty$$ (1,25)

$$\lim_{x\to+\infty} x^2 - \ln(x^2) = +\infty - \infty$$ (FI)

ency-education.com/exams

② حساب النهايات عند 0:

$\lim_{x\to 0} \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$ ($\frac{2}{0^+}$, $\ln(x^2)\to -\infty$)

$= +\infty - \infty$ (F.I)

$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left[2 + x^2 + \ln(x^2)\right] = -\infty$

$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left[2 + x^2 + \ln(x^2)\right] = +\infty$

معادلة مستقيم مقارب موازي لـ (C_f): $x = 0$

③ حساب $f'(x)$:

f قابلة و لدينا:

$f'(x) = -\frac{2}{x^2} + 1 + \frac{\frac{2}{x}x - \ln(x^2)}{x^2}$

$= \frac{-2 + x^2 + 2 - \ln(x^2)}{x^2}$

$= \frac{x^2 - \ln(x^2)}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$.

④ اتجاه تغير الدالة f:

لدينا: $x^2 > 0$ و $g(x) > 0$

و منه $f'(x) > 0$ أي الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$.

- جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$		
$f(x)$	$-\infty$	↗ $+\infty$	$-\infty$	↗ $+\infty$	

⑤ لدينا:

$\lim_{x\to+\infty} [f(x) - x] = \lim_{x\to+\infty} \left[\frac{2}{x} + \frac{\ln(x^2)}{x}\right]$

$= \lim_{x\to+\infty} \left[\frac{2}{x} + 2\frac{\ln(x)}{x}\right] = 0$

و لدينا:

$\lim_{x\to-\infty} [f(x) - x] = \lim_{x\to-\infty} \left[\frac{2}{x} + \frac{\ln(x^2)}{x}\right]$

$= \lim_{x\to-\infty} \left[\frac{2}{x} - 2\frac{\ln(-x)}{-x}\right] = 0$

و منه المستقيم $(\Delta): y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$

ب) دراسة الوضع النسبي:

ندرس إشارة الفرق:

$f(x) - x = \frac{2}{x} + \frac{\ln(x^2)}{x}$

$= \frac{2 + \ln(x^2)}{x}$

- إشارة $2 + \ln(x^2)$:

لدينا: $2 + \ln(x^2) \geq 0$

و منه: $\ln(x^2) \geq -2$

$x^2 \geq e^{-2}$

$|x| \geq \sqrt{e^{-2}}$

$|x| \geq e^{-1}$

و منه $x \in [e^{-1}; +\infty[$ أي $x \geq e^{-1}$

أو $x \in]-\infty; -e^{-1}]$ أي $x \leq -e^{-1}$

- وضعية (C_f) و (Δ):

x	$-\infty$		$-e^{-1}$		0		e^{-1}		$+\infty$
$2+\ln(x^2)$	$+$		0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$		
$f(x)-x$	$-$		0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) يقع تحت (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)		

⑥ لنبين أن: $f(x) + f(-x) = 0$

لدينا: $f(x) + f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$

و منه $+ \frac{2}{-x} - x + \frac{\ln((-x)^2)}{-x}$

$= \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x} - \frac{2}{x} - x - \frac{\ln(x^2)}{x}$

$= 0$

بما أن: $f(x) + f(-x) = 0$

فإن $f(-x) = -f(x)$

نتيجة: الدالة f دالة فردية، المنحنى البياني (C_f) متناظر بالنسبة للمبدأ O.

www.ency-education.com

(7) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$

لدينا الدالة f مستمرة ومتزايدة على المجال $]0,3;0,4[$

و (ب) $f(0,3) \simeq$

$f(0,4) \simeq$

أن $f(0,3) \times f(0,4) < 0$

من (أ) و(ب)، وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α وحيدا في المجال $]0,3;0,4[$

يحقق $f(\alpha)=0$

- استنتاج الحل الآخر β.

بما أن f دالة فردية

فإن $f(-x)=-f(x)$

ومنه: $-f(\alpha)=f(-\alpha)=0$

إذا $\beta=-\alpha$

الحل الآخر: $-0,4 < \beta < -0,3$

(8) تبين أنه يوجد مماسين (T_1) و (T_2) موازيين لـ (Δ): $y=x$

لتكن f' دالة مشتقة الدالة f

$f'(x)=1$ معناه:

$\frac{g(x)}{x^2}=1$

$g(x)=x^2$

$x^2 - \ln(x^2) = x^2$

$-\ln(x^2)=0$

$\ln(x^2)=0$

$x^2=e^0$

$|x|=\sqrt{e^0}=\sqrt{1}=1$

$x=1$ أو $-x=1$

$x=-1$ إذن

إذا كان المماسان الموازيان لـ (Δ) لـ (T_1) و (T_2) عند النقطتين ذات الفاصلتين $x=-1$ و $x=1$

معادلة المماس:

(T_1) يقبل النقطة $A_1(1;3)$

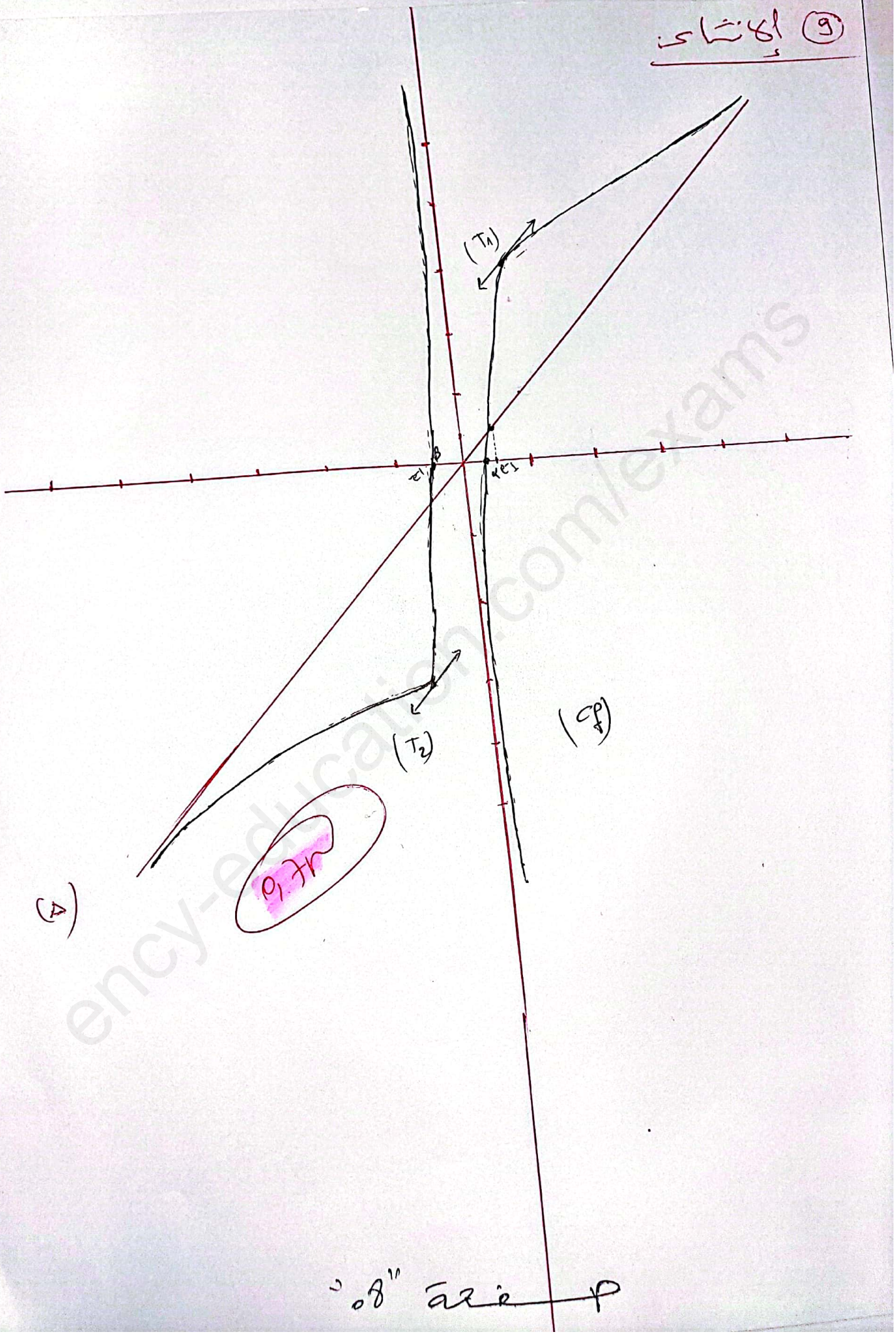
(T_2) // النقطة $A_2(-1;-3)$

معادلة "of"

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

⑨ الإنشاء



ency-education.com/exams

$$S = \int_1^e f(x) - x \, dx$$

$$= \int_1^e \frac{2}{x} + \frac{\ln(x^2)}{x} \, dx$$

$\ln(x^2) = 2\ln(x)$; ومن أجل $x > 0$

$$S = \int_1^e \frac{2}{x} + \frac{2\ln(x)}{x} \, dx$$

ومنه

$$S = \left[2\ln(x) + 2\left(\frac{1}{2}(\ln(x))^2\right) \right]_1^e dx$$

$$S = \left[2\ln(x) + (\ln(x))^2 \right]_1^e$$

$$= \left(2\ln(e) + (\ln(e))^2\right) - \left(2\ln(1) + (\ln(1))^2\right)$$

0,25

$$S = 2 \times (1) + 1$$

$$S = 3 \quad u.a$$

أو ب cm^2

$$S = (3) \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

0,25

$$S = 3 \times 2 \times 2 = \boxed{12 \cdot cm^2}$$

(10) تعيين قيم m حتى تقبل المعادلة : $\ln(x^2) = mx - 2$ حلول:

لدينا $\ln(x^2) = mx - 2$ من أجل $x \neq 0$

$$\frac{\ln(x^2)}{x} = m - \frac{2}{x}$$

ومنه

$$\frac{2}{x} + \frac{\ln(x^2)}{x} = m$$

ومنه: $\frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x} = x + m$

ومنه: $\boxed{f(x) = x + m}$ ... (*)

مناقشة بيانية: نرسم المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ ونحرك المستقيم (T_m) الموازي لـ (Δ) والذي معادلته $y = x + m$ فنجد أن المعادلة (*) تقبل ثلاث حلول إذا وفقط إذا كان:

0,25 $m \in]-2;0[\cup]0;2[$

(11) حساب مساحة الحيز المحدد بـ $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$

ency-education.com

www.ency-education.com

التمرين الأول : (5نقاط)

1) حساب الحدود 0.5

$u_2 = \frac{1+1}{2\times 1}u_1 = \frac{1}{2}$ •

$u_3 = \frac{2+1}{2\times 2}u_2 = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ •

2)

البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n > 0$: 1

(*) من أجل $n = 1$ لدينا $u_1 = \frac{1}{2} > 0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n = 1$.

(**) نفرض أن $u_n > 0$ من أجل عدد طبيعي غير معدوم n ونبرهن أن $u_{n+1} > 0$.

لدينا $u_n > 0$ و $\frac{n+1}{2n} > 0$ ومنه $\frac{n+1}{2n}u_n > 0$ ومنه $u_{n+1} > 0$.

من (*) و (**) نستنتج حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع أنه

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n > 0$.

3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) 1

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$، ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{n+1}{n+n} \leqslant 1$.

وبما أن $u_n > 0$ نستنتج $u_{n+1} \leqslant u_n$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل ب 0 فهي متقاربة .

4) أ) تبيان أن (v_n) متتالية هندسية : 1

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ ، ومنه : $v_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{\frac{n+1}{2n}u_n}{n+1} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{n}u_n = \frac{1}{2}v_n$

ومنه المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_1 = u_1 = \frac{1}{2}$.

ب) عبارة الحد العام لمتتالية هندسية من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$:

$v_n = v_1\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^n}$ وبما أن $v_n = \frac{u_n}{n}$ فإن $u_n = \frac{n}{2^n}$.

5) أ) حساب النهاية : 0.25

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x - x\ln 2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\frac{\ln x}{x} - \ln 2\right) = -\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x} = 0$

ب) استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. لدينا $u_n = \left(\frac{n}{2^n}\right) = \frac{e^{\ln n}}{e^{n\ln 2}} = e^{\ln n - n\ln 2}$

0.25 وبما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln n - n\ln 2 = -\infty$

، وباستعمال نهاية مركب دالتين نجد : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

6) حساب المجموع S_n : 1

$S_n = \frac{1}{u_1} + \frac{2}{u_2} + \ldots + \frac{n}{u_n}$

ولدينا $v_n = \frac{u_n}{n}$ ومنه $\frac{n}{u_n} = \frac{1}{v_n}$

ومنه $S_n = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \ldots + \frac{1}{v_n}$

ونعلم أن $\frac{1}{v_n} = \frac{1}{\frac{1}{2^n}} = 2^n$ بالتعويض نجد

$S_n = 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n$

S_n هو مجموع متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول 1

$S_n = 1\left(\frac{2^n - 1}{2-1}\right) = 2^n - 1$

التمرين الثاني: (4نقاط)

1) سحب 3 كريات من نفس اللون "BBB ، RRR " 0.5

$P(A) = \frac{C_4^3 + C_5^3}{C_{11}^3} = \frac{4+10}{84} = \frac{14}{165}$

B سحب 3 كريات من نفس الرقم "111،222،333 " 0.5

$P(B) = \frac{C_4^3 + C_4^3 + C_3^3}{C_{11}^3} = \frac{4+4+1}{165} = \frac{9}{165} = \frac{3}{55}$.

C سحب على الأقل كرية بيضاء ، 0.5

الحادثة العكسية $\overline{C}$ هي عدم سحب اي كرية بيضاء:

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{C_7^3}{C_{11}^3} = \frac{165-35}{165} = \frac{130}{165} = \frac{26}{33}$.

0.5 $P(A\cap B) = \frac{C_3^3 + C_4^3}{C_{11}^3} = \frac{5}{165} = \frac{1}{33}$

0.5 $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$= \frac{14}{165} + \frac{9}{165} - \frac{5}{165} = \frac{18}{165} = \frac{6}{55}$

0.25 $P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{165}}{\frac{9}{165}} = \frac{5}{9}$

ency-education.com/exams

0.25

ج) لدينا

$$P(A)\times P(B)=\frac{14}{165}\times\frac{3}{55}$$

$$=\frac{42}{9075}=\frac{14}{3025}\neq P(A\cap B)$$

ومنه الحادثتان A و B ليستا مستقلتان

---

3) تعيين قيم المتغير العشوائي X . $X=\{0;1;2;3\}$

0.25

0 سحب 3كرات تحمل أرقاما زوجية

1 سحب كرة تحمل رقم فردي و وكرتين تحملان رقمين زوجيين

2 سحب كرتين تحملان رقمين فرديين و كرة تحمل رقم زوجي

3 سحب 3 كرات تحمل أرقاما فردية

0.5

$$P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_{11}^3}=\frac{4}{165}$$

$$P(X=1)=\frac{C_7^1C_4^2}{C_{11}^3}=\frac{42}{165}$$

$$P(X=2)=\frac{C_7^2C_4^1}{C_{11}^3}=\frac{84}{165}$$

$$P(X=3)=\frac{C_7^3}{C_{11}^3}=\frac{35}{165}$$

0.25

X_i	0	1	2	3
$p(X=X_i)$	$\frac{4}{165}$	$\frac{42}{165}$	$\frac{84}{165}$	$\frac{35}{165}$

حساب الأمل الرياضي :

$$E(x)=0\frac{4}{165}+1\frac{42}{165}+2\frac{84}{165}+3\frac{35}{165}=\frac{315}{165}.$$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

1) الاجابة ب) $y=x+3$

1

التبرير : لدينا $f(x)=x+2+\frac{3}{e^x+3}$

وبما أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{e^x+3}=\frac{3}{0+3}=1$ فإن

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)-(x+2)-1=0$$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-(x+3)=0$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y=x+3$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$

1

2) الجواب ب) 0.25

لدينا $P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=0.35$

ومنه $P(A\cup B)=1-0.35=0.65$

ومنه $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$=0.4+0.5-0.65=0.25$

1

3) الاجابة أ) $\ln\left(\frac{\ln4}{3}\right)$

التبرير : $\int_0^{\ln2}e^{2x+a}dx=\ln2$

ومنه $\left[\frac{1}{2}e^{2x+a}\right]_0^{\ln2}=\ln2$

ومنه $\left(\frac{1}{2}e^{2\ln2+a}\right)-\left(\frac{1}{2}e^{2(0)+a}\right)=\ln2$

$$\left(\frac{1}{2}e^{\ln4+a}\right)-\left(\frac{1}{2}e^{a}\right)=\ln2$$

$$e^{\ln4}e^{a}-e^{a}=2\ln2$$

$$e^{a}(4-1)=\ln(2^2)$$

$$e^{a}=\frac{\ln4}{3}$$

$$a=\ln\left(\frac{\ln4}{3}\right)$$

1

4) الاجابة أ) $-2<\alpha<3$

التبرير :المتتالية (U_n) متقاربة معناه

$-1<\frac{2\alpha-1}{5}<1$ ومنه $-5<2\alpha-1<5$

ومنه $\frac{-4}{2}<\alpha<\frac{6}{2}$ ومنه $-2<\alpha<3$

0.5

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=e^{-2x}-4x-2$.

1) المشتقة من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$g'(x)=-2e^{-2x}-4<0$ ومنه g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

0.5

2) الدالة g مستمرة و متناقصة تماما و $g(-0.16)=$ و $g(-0.15)=+0.$ ومنه $g(-0.15).g(-0.16)<0$

فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة والرتابة المعادلة

$g(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α حيث $-0.16<\alpha<-0.15$

---

www.ency-education.com

اقلب الورقة

3) اشارة $g(x)$:

0.5

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

الجزء الثاني :

0.25

1) $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x + 3 - 2xe^{2x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} e^{2x}\left(\frac{x+3}{e^{2x}} - 2x\right)$$

بما أن $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+3}{e^{2x}} = 0 \end{cases}$ فان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

0.25

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ومنه $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x + 3 = -\infty \end{cases}$

0.5

2) أ) المشتقة: من أجل كل عدد حقيقي x فإن :

$$f'(x) = 1 - (2e^{2x}) + (2x(2e^{2x})) = 1 - (2e^{2x}) - (4xe^{2x})$$

$$= e^{-2x}e^{2x} - (2e^{2x}) - (4xe^{2x}) = e^{2x}(e^{-2x} - 2 - 4x)$$

$$= e^{2x}g(x)$$

0.25

ب) اشارة المشتقة من اشارة $g(x)$ لأن $e^{2x} > 0$ ومنه

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

0.5

جدول التغيرات .

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

0.5

3) أ)

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x) - x] = \lim_{x\to-\infty}[x + 3 - 2xe^{2x} - x]$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left[3 - \underbrace{2xe^{2x}}_{0}\right] = 3$$

استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ)

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - x] = 3$ ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (x+3)] = 0$

ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$

مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$.

0.5

ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) :

$f(x) - y = f(x) - x - 3 = -2x\ e^{2x}$

اشارة الفرق من إشارة $-2x$ ومنه :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) - y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)		(Δ)فوق(C_f)	(Δ)يقطع(C_f)	(Δ)تحت(C_f)	

4) تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازي ل(Δ)

أي لهما نفس معامل التوجيه : لتكن x_0 فاصلة نقطة التماس ومنه

$f'(x_0) = 1$ ومنه $1 - (2 + 4x_0)e^{2x_0} = 1$

ومنه $-(2 + 4x_0)e^{2x_0} = 0$ بما أن $e^{2x_0} \neq 0$ فان

$-2 - 4x_0 = 0$ ومنه $x_0 = -\frac{1}{2}$.

معادلة المماس عند $x_0 = -\frac{1}{2}$ هي :

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

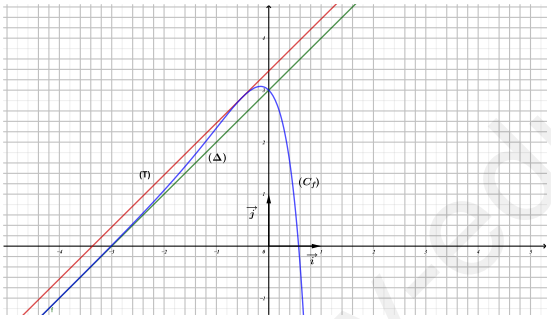
0.5

$$y = 1(x + \frac{1}{2}) + f(\frac{-1}{2})$$

$$y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 3 + e^{-1}$$

$$y = x + 3 + e^{-1}$$

5) الانشاء



1

6) قيم m

$$2xe^{2x} + m - 3 = 0$$

$$2xe^{2x} - 3 = -m$$

$$x - 2xe^{2x} + 3 = m + x$$

$$f(x) = x + m$$

المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه المستقيمات التي معادلتها

$y = x + m$ (موازية للمستقيمين (Δ) و (T))

تقطع المنحنى (C_f) في نقطتين مختلفتين ومنه :

$1 < m < 3 + e^{-1}$.

0.25

ency-education.com/eyams

0.5

7) λ عدد حقيقي سالب تماما

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد بدلالة λ العدد : $\int_{\lambda}^{0} 2xe^{2x}dx$.

بفرض $\begin{cases} u(x) = 2x & u'(x) = 2 \\ v'(x) = e^{2x} & v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$

$$\int_{\lambda}^{0} 2xe^{2x}dx = \left[\frac{2x}{2}e^{2x}\right]_{\lambda}^{0} - \int_{\lambda}^{0}\left(\frac{2}{2}e^{2x}\right)dx$$

$$= \left[0 - \lambda e^{2\lambda}\right] - \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_{\lambda}^{0}$$

$$= -\lambda e^{2\lambda} - \left(\frac{1}{2}e^{2(0)} - \frac{1}{2}e^{2\lambda}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \lambda\right)e^{2\lambda} - \frac{1}{2}$$

ب) مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين $x = 0$ و $x = \lambda$.

0.25

$$S = \int_{\lambda}^{0} (f(x) - y)\,dx$$

$$= \int_{\lambda}^{0} \left((x - 2xe^{2x} + 3) - (x + 3)\right)dx$$

$$= \int_{\lambda}^{0} (-2xe^{2x})dx$$

$$= -\left((-\lambda)e^{2\lambda} + \frac{1}{2}e^{2\lambda} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \lambda\ e^{2\lambda} - \frac{1}{2}e^{2\lambda} + \frac{1}{2}\ \text{U.a}$$

جـ)حساب النهاية

$$\lim_{\lambda \to -\infty} S = \lim_{\lambda \to -\infty} \lambda\ e^{2\lambda} - \frac{1}{2}e^{2\lambda} + \frac{1}{2}$$

بما أن $\lambda < 0$ فان $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} \lambda\ e^{2\lambda} = 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{2}e^{2\lambda} = 0 \end{cases}$ ومنه $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} S = \frac{1}{2}$.

0.25

ency-education.com/evans

التمرين الأول : (5نقاط)

1) حساب الحدود 0.5

$u_2 = \frac{1+1}{2\times 1}u_1 = \frac{1}{2}$ •

$u_3 = \frac{2+1}{2\times 2}u_2 = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ •

2)

البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n > 0$: 1

(*) من أجل $n = 1$ لدينا $u_1 = \frac{1}{2} > 0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n = 1$.

(**) نفرض أن $u_n > 0$ من أجل عدد طبيعي غير معدوم n ونبرهن أن $u_{n+1} > 0$.

لدينا $u_n > 0$ و $\frac{n+1}{2n} > 0$ ومنه $\frac{n+1}{2n}u_n > 0$ ومنه $u_{n+1} > 0$.

من (*) و (**) نستنتج حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع أنه

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n > 0$.

3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) 1

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$، ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{n+1}{n+n} \leqslant 1$.

وبما أن $u_n > 0$ نستنتج $u_{n+1} \leqslant u_n$ ومنه المتتالية (u_n)

متناقصة تماما.

بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل ب 0 فهي متقاربة .

4) أ) تبيان أن (v_n) متتالية هندسية : 1

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ ، ومنه : $v_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{\frac{n+1}{2n}u_n}{n+1} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{n}u_n = \frac{1}{2}v_n$

ومنه المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_1 = u_1 = \frac{1}{2}$.

ب) عبارة الحد العام لمتتالية هندسية من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$:

$v_n = v_1\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^n}$ وبما أن $v_n = \frac{u_n}{n}$ فإن $u_n = \frac{n}{2^n}$.

5) أ) حساب النهاية : 0.25

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x - x\ln 2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\frac{\ln x}{x} - \ln 2\right) = -\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x} = 0$

ب) استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. لدينا $u_n = \left(\frac{n}{2^n}\right) = \frac{e^{\ln n}}{e^{n\ln 2}} = e^{\ln n - n\ln 2}$

وبما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln n - n\ln 2 = -\infty$ 0.25

، وباستعمال نهاية مركب دالتين نجد : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

6) حساب المجموع S_n : 1

$S_n = \frac{1}{u_1} + \frac{2}{u_2} + \ldots + \frac{n}{u_n}$

ولدينا $v_n = \frac{u_n}{n}$ ومنه $\frac{n}{u_n} = \frac{1}{v_n}$

ومنه $S_n = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \ldots + \frac{1}{v_n}$

ونعلم أن $\frac{1}{v_n} = \frac{1}{\frac{1}{2^n}} = 2^n$ بالتعويض نجد

$S_n = 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n$

S_n هو مجموع متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول 1

$S_n = 1\left(\frac{2^n - 1}{2-1}\right) = 2^n - 1$

التمرين الثاني: (4نقاط)

1) سحب 3 كريات من نفس اللون "BBB ، RRR " 0.5

$P(A) = \frac{C_4^3 + C_5^3}{C_{11}^3} = \frac{4+10}{84} = \frac{14}{165}$

B سحب 3 كريات من نفس الرقم "111،222،333 " 0.5

$P(B) = \frac{C_4^3 + C_4^3 + C_3^3}{C_{11}^3} = \frac{4+4+1}{165} = \frac{9}{165} = \frac{3}{55}$.

C سحب على الأقل كرية بيضاء ، 0.5

الحادثة العكسية $\overline{C}$ هي عدم سحب اي كرية بيضاء:

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{C_7^3}{C_{11}^3} = \frac{165-35}{165} = \frac{130}{165} = \frac{26}{33}$.

$P(A\cap B) = \frac{C_3^3 + C_4^3}{C_{11}^3} = \frac{5}{165} = \frac{1}{33}$ 0.5

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ 0.5

$= \frac{14}{165} + \frac{9}{165} - \frac{5}{165} = \frac{18}{165} = \frac{6}{55}$

$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{165}}{\frac{9}{165}} = \frac{5}{9}$ 0.25

ency-education.com/exams

MATH Djellouli Djelloul
www.ency-education.com

اقلب الورقة

0.25

ج) لدينا

$$P(A)\times P(B)=\frac{14}{165}\times\frac{3}{55}$$

$$=\frac{42}{9075}=\frac{14}{3025}\neq P(A\cap B)$$

ومنه الحادثتان A و B ليستا مستقلتان

---

3) تعيين قيم المتغير العشوائي X . $X=\{0;1;2;3\}$

0.25

0 سحب 3كرات تحمل أرقاما زوجية

1 سحب كرة تحمل رقم فردي و وكرتين تحملان رقمين زوجيين

2 سحب كرتين تحملان رقمين فرديين و كرة تحمل رقم زوجي

3 سحب 3 كرات تحمل أرقاما فردية

0.5

$$P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_{11}^3}=\frac{4}{165}$$

$$P(X=1)=\frac{C_7^1C_4^2}{C_{11}^3}=\frac{42}{165}$$

$$P(X=2)=\frac{C_7^2C_4^1}{C_{11}^3}=\frac{84}{165}$$

$$P(X=3)=\frac{C_7^3}{C_{11}^3}=\frac{35}{165}$$

0.25

X_i	0	1	2	3
$p(X=X_i)$	$\frac{4}{165}$	$\frac{42}{165}$	$\frac{84}{165}$	$\frac{35}{165}$

حساب الأمل الرياضي :

$$E(x)=0\frac{4}{165}+1\frac{42}{165}+2\frac{84}{165}+3\frac{35}{165}=\frac{315}{165}=\frac{21}{11}.$$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

1) الاجابة ب) $y=x+3$

1

التبرير : لدينا $f(x)=x+2+\frac{3}{e^x+3}$

وبما أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{e^x+3}=\frac{3}{0+3}=1$ فإن

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)-(x+2)-1=0$$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-(x+3)=0$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y=x+3$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$

---

2) الجواب ب) 0.25

1

لدينا $P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=0.35$

ومنه $P(A\cup B)=1-0.35=0.65$

ومنه $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$=0.4+0.5-0.65=0.25$

---

3) الاجابة أ) $\ln\left(\frac{\ln4}{3}\right)$

1

التبرير : $\int_0^{\ln2}e^{2x+a}dx=\ln2$

ومنه $\left[\frac{1}{2}e^{2x+a}\right]_0^{\ln2}=\ln2$

ومنه $\left(\frac{1}{2}e^{2\ln2+a}\right)-\left(\frac{1}{2}e^{2(0)+a}\right)=\ln2$

$\left(\frac{1}{2}e^{\ln4+a}\right)-\left(\frac{1}{2}e^{a}\right)=\ln2$

$e^{\ln4}e^{a}-e^{a}=2\ln2$

$e^{a}(4-1)=\ln(2^2)$

$e^{a}=\frac{\ln4}{3}$

$a=\ln\left(\frac{\ln4}{3}\right)$

---

4) الاجابة أ) $-2<\alpha<3$

1

التبرير :المتتالية (U_n) متقاربة معناه

$-1<\frac{2\alpha-1}{5}<1$ ومنه $-5<2\alpha-1<5$

ومنه $\frac{-4}{2}<\alpha<\frac{6}{2}$ ومنه $-2<\alpha<3$

التمرين الرابع: (7 0 نقاط)

0.5

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=e^{-2x}-4x-2$.

1) المشتقة من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$g'(x)=-2e^{-2x}-4<0$ ومنه g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

0.5

2) الدالة g مستمرة و متناقصة تماما و $g(-0.16)=0.02$

و $g(-0.15)=-0.05$ ومنه $g(-0.15).g(-0.16)<0$

فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة والرتابة المعادلة

$g(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α حيث $-0.16<\alpha<-0.15$

MATH Djellouli Djelloul

www.ency-education.com

ency-education.com/exams

3) اشارة $g(x)$:

0.5

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

الجزء الثاني :

0.25

1) $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x + 3 - 2xe^{2x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} e^{2x}\left(\frac{x+3}{e^{2x}} - 2x\right)$$

بما أن $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+3}{e^{2x}} = 0 \end{cases}$ فان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

0.25

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ومنه $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x + 3 = -\infty \end{cases}$

0.5

2) أ) المشتقة: من أجل كل عدد حقيقي x فإن :

$$f'(x) = 1 - (2e^{2x}) + (2x(2e^{2x})) = 1 - (2e^{2x}) - (4xe^{2x})$$

$$= e^{-2x}e^{2x} - (2e^{2x}) - (4xe^{2x}) = e^{2x}(e^{-2x} - 2 - 4x)$$

$$= e^{2x}g(x)$$

0.25

ب) اشارة المشتقة من اشارة $g(x)$ لأن $e^{2x} > 0$ ومنه

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

0.5

جدول التغيرات .

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

0.5

3) أ)

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x) - x] = \lim_{x\to-\infty}[x + 3 - 2xe^{2x} - x]$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left[3 - \underbrace{2xe^{2x}}_{0}\right] = 3$$

استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ)

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - x] = 3$ ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (x+3)] = 0$

ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$

مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$.

0.5

ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) :

$f(x) - y = f(x) - x - 3 = -2x\ e^{2x}$

اشارة الفرق من إشارة $-2x$ ومنه :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) - y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)		(Δ)فوق(C_f)	(Δ)يقطع(C_f)	(Δ)تحت(C_f)	

4) تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازي ل(Δ)

أي لهما نفس معامل التوجيه : لتكن x_0 فاصلة نقطة التماس ومنه

$f'(x_0) = 1$ ومنه $1 - (2 + 4x_0)e^{2x_0} = 1$

ومنه $-(2 + 4x_0)e^{2x_0} = 0$ بما أن $e^{2x_0} \neq 0$ فان

$-2 - 4x_0 = 0$ ومنه $x_0 = -\frac{1}{2}$.

معادلة المماس عند $x_0 = -\frac{1}{2}$ هي :

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

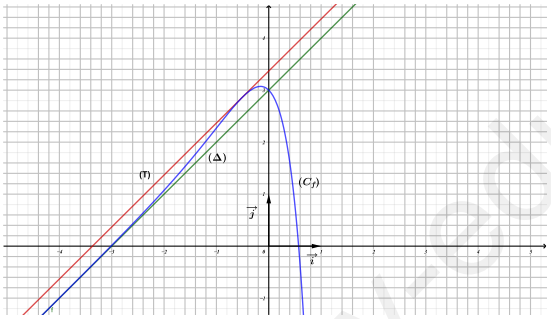
0.5

$$y = 1(x + \frac{1}{2}) + f(\frac{-1}{2})$$

$$y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 3 + e^{-1}$$

$$y = x + 3 + e^{-1}$$

5) الانشاء



1

6) قيم m

$$2xe^{2x} + m - 3 = 0$$

$$2xe^{2x} - 3 = -m$$

$$x - 2xe^{2x} + 3 = m + x$$

$$f(x) = x + m$$

المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه المستقيمات التي معادلتها

$y = x + m$ (موازية للمستقيمين (Δ) و (T))

تقطع المنحنى (C_f) في نقطتين مختلفتين ومنه :

$1 < m < 3 + e^{-1}$.

0.25

ency-education.com/eyams

facebook
pdf

0.5

7) λ عدد حقيقي سالب تماما

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد بدلالة λ العدد : $\int_{\lambda}^{0} 2xe^{2x}dx$.

بفرض $\begin{cases} u(x)=2x & u'(x)=2 \\ v'(x)=e^{2x} & v(x)=\frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$

$$\int_{\lambda}^{0} 2xe^{2x}dx = \left[\frac{2x}{2}e^{2x}\right]_{\lambda}^{0} - \int_{\lambda}^{0}\left(\frac{2}{2}e^{2x}\right)dx$$
$$= \left[0-\lambda e^{2\lambda}\right] - \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_{\lambda}^{0}$$
$$= -\lambda e^{2\lambda} - \left(\frac{1}{2}e^{2(0)} - \frac{1}{2}e^{2\lambda}\right)$$
$$= \left(\frac{1}{2}-\lambda\right)e^{2\lambda} - \frac{1}{2}$$

ب) مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين $x=0$ و $x=\lambda$.

0.25

$$S = \int_{\lambda}^{0} (f(x)-y)\,dx$$
$$= \int_{\lambda}^{0} \left((x-2xe^{2x}+3)-(x+3)\right)dx$$
$$= \int_{\lambda}^{0} (-2xe^{2x})\,dx$$
$$= -\left((-\lambda)e^{2\lambda} + \frac{1}{2}e^{2\lambda} - \frac{1}{2}\right)$$
$$= \lambda\ e^{2\lambda} - \frac{1}{2}e^{2\lambda} + \frac{1}{2}\ \text{U.a}$$

جـ)حساب النهاية

$$\lim_{\lambda\to-\infty} S = \lim_{\lambda\to-\infty} \lambda\ e^{2\lambda} - \frac{1}{2}e^{2\lambda} + \frac{1}{2}$$

بما أن $\lambda < 0$ فان $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} \lambda\ e^{2\lambda} = 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{2}e^{2\lambda} = 0 \end{cases}$ ومنه $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S = \frac{1}{2}$

0.25

MATH
Djellouli Djelloul

السنة الثالثة علوم تجريبية المدة : 02 ساعة	اختبار الفصل الثاني في الرياضيات	ثانوية مليكة قايد 2024++2023

التمرين الأول (3 ن):

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2e^{\frac{1}{2}x+1}-x-2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

2) ادرس إشارة $f(x)-(-x-2)$ على $\mathbb{R}$ و فسر النتيجة

3) احسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) الممثل للدالة و المستقيمات التي معادلاتها:

$y=-x-2$ ، $x=-2$ و $x=\alpha$ حيث $\alpha<-2$

4) أحسب $\lim\limits_{\alpha\to-\infty} A(\alpha)$

التمرين الثاني (6 ن):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1) الحد العاد للمتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$ هو :

$$u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$$

2) X متغير عشوائي قانون احتماله معرف بالجدول التالي

x_i	-2	β	2	5
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	α	$\frac{7}{15}$

قيمتا كل من α و β حتى يكون $E(193X+1444)=2023$ هما : $\alpha=\frac{1}{3}$ و $\beta=5$

3) في $\mathbb{R}$ الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $y''=e^{-2x}$ الذي يحقق : $y'(0)=1$ و $y(0)=\frac{1}{4}$ هو الدالة f

حيث : $f(x)=\frac{1}{4}e^{-2x}+\frac{1}{2}x$

4) فريق عمل يتكون من 4 نساء و 7 رجال . نريد تشكيل لجنة عمل تضم رئيسا و نائبا له و أمينا

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تضم اللجنة رجلين و امرأة و يكون الرئيس رجلا يساوي 336

التمرين الثالث (4,5 ن):

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء مرقمة : 1 ، 1 ، 2 ، 2 و ثلاث كرات صفراء مرقمة : 1 ، 2 ، 3 و كرتين خضراوين مرقمتين : 2 ، 2 .

1) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع . أحسب احتمال كلا من الأحداث التالية :

www.ency-education.com

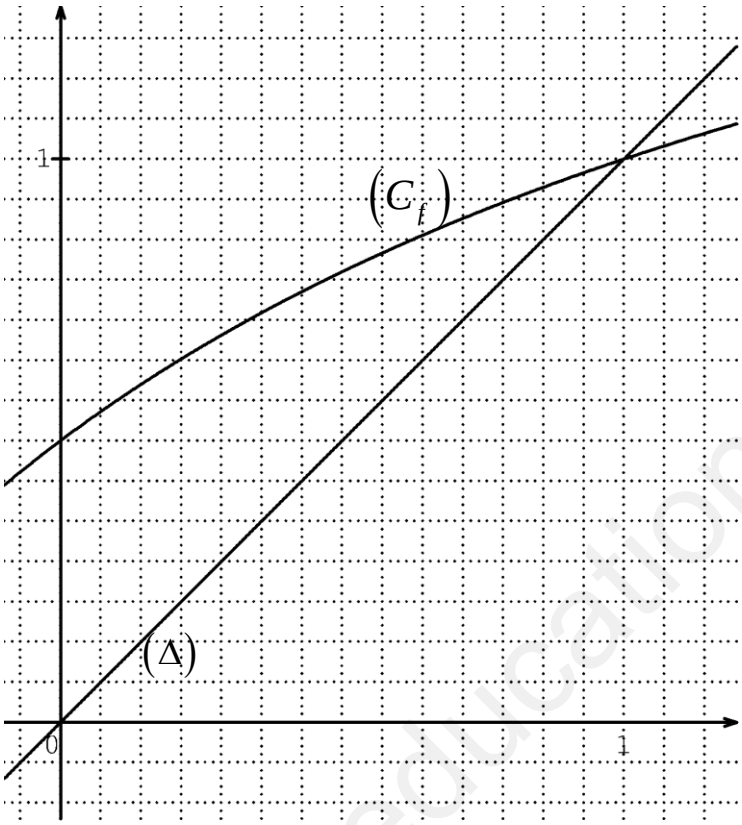
A : الحصول على الألوان الثلاثة
B : الحصول على الأكثر على لونين
C : الحصول على ثلاث كرات تحمل أعدادا مجموعها يساوي 4

2) نعيد الكرات كلها إلى الصندوق و نسحب ثلاث كرات في آن واحد

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات أكبر الأرقام المحصل عليها

أ) برر أن قيم X هي $\{1;2;3\}$
ب) عرف قانون احتمال X و احسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع(6,5 ن) :



f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$
(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الشكل المقابل)

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

2) (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=0$
و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة إجابتك ثم مثل الحدود $u_0;u_1;u_2;u_3$ على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها
ج) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$
د) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة . ماذا تستنتج ؟

3) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) بالعبارة : $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ، ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n
ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{1-u_0}+\dfrac{1}{1-u_1}+.....+\dfrac{1}{1-u_n}$

www.ency-education.com

تصحيح الاختبار الثاني في الرياضيات 3 ع ت

التمرين 1 (03 ن) $V=0,5$

$f(x)=2e^{\frac12 x+1}-x-2$ ، $D_f=]-\infty,+\infty[$

① $\lim_{x\to-\infty} f(x)-(-x-2)=0$ ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$ مقارب مائل عند $-\infty$

② $f(x)-(-x-2)=2e^{\frac12x+1}$ ، $2e^{\frac12x+1}>0$ ومنه (C_f) فوق (Δ) في IR

③ $A(\alpha)=\int_\alpha^{-2} f(x)-(-x-2)\,dx$

$=\int_\alpha^{-2} 2e^{\frac12x+1}\,dx$

$=4\left[e^{\frac12x+1}\right]_\alpha^{-2}=4-4e^{\frac12\alpha+1}$ u.a

④ $\lim_{\alpha\to-\infty}A(\alpha)=4$

التمرين 2 (06 ن) $4\times(0,5+1)$

① صحيح لأنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$

$u_{n+1}-\frac12u_n=\left(-3\left(\frac12\right)^{n+1}+6\right)-\left(-3\left(\frac12\right)^{n+1}+3\right)$

$=3$

② خطأ لأن

$\frac{2}{15}+\frac{1}{15}+\alpha+\frac{7}{15}=1$ ومنه $\alpha=\frac13$

لدينا $E(X)=\frac{\beta+4\cdot 1}{15}$

يعني $E(193X+1444)=2023$

$193E(X)+1444=2023$

منه $193\beta=772$ ، $\beta=4$

③ خطأ لأن $y''=e^{-2x}$ معناه $y'=-\frac12e^{-2x}+c_1$ و $y'(0)=1$ ومنه $c_1=\frac32$

$y=\frac14e^{-2x}+\frac32x+c_2$ و $y(0)=\frac14$ ومنه $c_2=0$

$f(x)=\frac14e^{-2x}+\frac32x$

(أو حساب المشتقة)

④ صحيح لأن اللجنة تكون:

رجل، امرأة، رجل أو

رجل، رجل، امرأة أو

امرأة، رجل، رجل

$2\times A_7^2\times A_4^1=336$

التمرين 3 (04 ن) $V=0,5$

4 حمراء ← 2, 2, 1, 1

3 صفراء ← 3, 2, 1

2 خضراء ← 2, 2

① سحب 3 كرات على التوالي دون إرجاع

عدد الحالات الممكنة $A_9^3=504$

حساب احتمال

A: الحصول على ثلاث ألوان مختلفة

$P(A)=\frac{A_4^1\times A_3^1\times A_2^1\times 6}{504}=\frac27$

B: الحصول على الأكثر لونين

$\bar B$: الحصول على الألوان الثلاثة

$\bar B=A$

$P(B)=1-P(A)=\frac57$

C: ثلاث كرات تحمل أرقاما جداؤها 4

$1+1+2=4$

$P(C)=\frac{A_5^1\times A_3^2\times 3}{504}=\frac{5}{28}$

② سحب 3 كرات في آن واحد

$C_9^3=84$ عدد الحالات الممكنة

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر رقم المحصل عليه

① $X=1 \leftarrow 1,1,1$

$X=2 \leftarrow 2,1,1$ أو $2,2,1$ أو $2,2,2$

$X=3 \leftarrow 3$ وكرتين من الكرات الأخرى

ومنه $X\in\{1,2,3\}$

③

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	1/84	55/84	7/21

$P(X=1)=\frac{C_3^3}{84}=\frac1{84}$

$P(X=2)=\frac{C_3^3+C_5^2\times C_3^1+C_5^1\times C_3^2}{84}=\frac{55}{84}$

$P(X=3)=\frac{C_1^1\times C_8^2}{84}=\frac{28}{84}=\frac7{21}$

$E(X)=\sum_{i=1}^{3}p_ix_i=\frac{195}{84}$

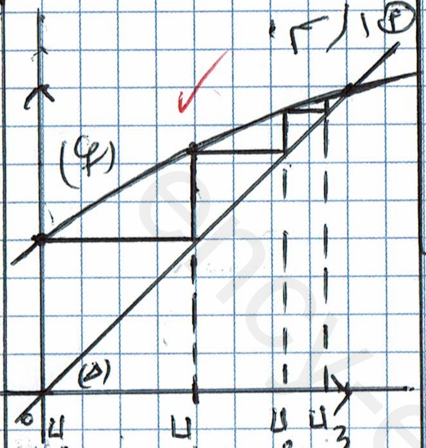
التمرين 4 (06,5 ن) $0,5=V$

$D_f=[0,+\infty[$ ، $f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$

① $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$ ، $f'(x)>0$ ومنه f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

② $u_0=0$ ، $u_{n+1}=f(u_n)=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$

1) Γ



ب) نخمن أن (u_n) متزايدة وتتقارب نحو 1

② من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n\le1$

من أجل $n=0$: $0\le u_0=0\le1$ ، $P(0)$ محققة

نفرض صحة $P(n)$: $0\le u_n\le1$ ونبرهن صحة $P(n+1)$: $0\le u_{n+1}\le1$

لدينا $0\le u_n\le1$ و f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

$f(0)\le f(u_n)\le f(1)$ أي $\frac12\le u_{n+1}\le1$ ، $0\le\frac12$

إذن من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n\le1$

③ من أجل كل n من $\mathbb{N}$

$u_{n+1}-u_n=\frac{(1-u_n)(1+u_n)}{u_n+2}$

لدينا $0\le u_n\le1$ منه $0\le 1-u_n\le1$

$1\le 1+u_n\le2$ ، $2\le u_n+2\le3$

$u_{n+1}-u_n\ge0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة

④ المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة

③ $V_n=\frac{1+u_n}{1-u_n}$

① من أجل كل n من $\mathbb{N}$

$V_{n+1}=\frac{1+u_{n+1}}{1-u_{n+1}}=\frac{3(1+u_n)}{1-u_n}=3V_n$

(V_n) هندسية أساسها $q=3$ ، $V_0=1$

$V_n=V_0q^n=1\times3^n=3^n$

② $V_n=\frac{1+u_n}{1-u_n}$ منه $u_n=\frac{V_n-1}{V_n+1}$

$u_n=\frac{3^n-1}{3^n+1}$

$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{3^n\left(1-\frac1{3^n}\right)}{3^n\left(1+\frac1{3^n}\right)}=1$

2) $S_n=\frac1{1-u_0}+\frac1{1-u_1}+\dots+\frac1{1-u_n}$

$V_n=\frac{1+u_n}{1-u_n}=-1+\frac2{1-u_n}$

$V_n+1=\frac2{1-u_n}$

$\frac1{1-u_n}=\frac12(V_n+1)$

$S_n=\frac12(V_0+1)+\frac12(V_1+1)+\dots+\frac12(V_n+1)$

$=\frac12\left[(V_0+V_1+\dots+V_n)+(1+1+\dots+1)\right]$

$=\frac12\left[1\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right)+n+1\right]$

$S_n=\frac{3^{n+1}+2n+1}{4}$

www.ency-education.com

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثةُ علوم تجريبيةُ المدةُ: 3 ساعات

التمرين الأول : (٤ نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 3 وكريتان خضراوان تحملان الرقمين 0 ، 1 (الكريات لانفرق بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .

1. أحسب احتمالات الأحداث التالية :

A: " الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني الجزائري " .

C: " الحصول على الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها 4 "

D: " الحصول على كرية حمراء على الأقل من بين الكريات الثلاث المسحوبة "

2. بين أن : $P(A \cap C) = \frac{1}{12}$

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة .

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثاني : (٥ نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{3 + 3^n . u_n}$

1. أحسب u_1 و u_2

2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

3. أدرس رتابة المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

4. نعرّف على $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (v_n) كما يلي : $v_n = exp\left(\frac{1}{3^n . u_n}\right)$

(ا) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

(ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{1}{(n+3)3^{n-1}}$

(ج) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

5. نضع من أجل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 . \ln(v_0) + u_1 . \ln(v_1) + \cdots + u_n . \ln(v_n)$

– بين أنه من أجل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (٣ نقاط)

نعتبر التكاملات التالية : $I=\int_1^e \frac{1}{x(x+1)}dx$ $\quad J=\int_1^e \frac{\ln x}{(x+1)^2}dx$ $\quad K=\int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x(x+1)^2}dx$

1. أوجد العددان الحقيقيان a و b حيث : $\frac{1}{x(x+1)}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x+1}$ ، ثم استنتج قيمة I .
2. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $J=I-\frac{1}{e+1}$ ، ثم استنتج قيمة J.
3. بيّن أن : $K+2J=\frac{1}{2}$ ثم استنتج قيمة K .

التمرين الرابع : (٨ نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=-2+(2x-1)e^{2x}$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.7<\alpha<0.8$.
3. استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=-2x+1+(x-1)e^{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .
2. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل $(\triangle)$ يطلب تعيين معادلة له .

   (ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.
4. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) في نقطة يطلب تعيينهما ، ثم أكتب معادلة له
6. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
7. أرسم كلا من : (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) .
8. m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=-2x+m$
9. (ا) بالمكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_0^{\alpha}(x-1)e^{2x}dx=\frac{1}{4}\left[(2\alpha-3)e^{2\alpha}+3\right]$ (α المعرّف سابقا) .

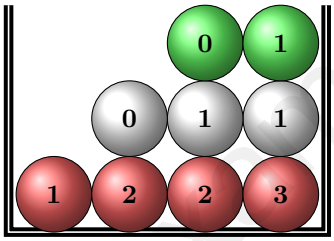
   (ب) $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين ذوا المعادلتين $x=0$ و $x=\alpha$

   - بيّن أن : $A(\alpha)=\frac{9-10\alpha}{2\alpha-1}\,cm^2$

www.ency-education.com

التصحيح المفصل لاختبار الثلاثي الثاني

حل التمرين 01



U

عدد الحالات الممكنة للسحب هو : $C_9^3 = 84$

1) حساب إحتمال الأحداث : A ، C و D

$A : BVR \Rightarrow P(A) = \dfrac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{84} = \dfrac{2}{7}$

C : 112 أو 013 أو 022

$$P(C) = \frac{C_4^2 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^2 + C_2^1 \times C_4^1 \times C_1^1}{84} = \frac{11}{42}$$

$$P(D) = 1 - \frac{C_5^3}{84} = \frac{37}{42}$$

2) تبيان أن : $P(A \cap C) = \dfrac{1}{12}$

$A \cap C : B_0R_3V_1, V_0R_3B_1; B_1R_2V_1$

$$P(A \cap C) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{84} + \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{84} = \frac{1}{12}$$

3) قانون احتمال المتغير العشوائي X

قيم المتغير العشوائي : $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

$X = x_i$	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{14}{84}$	$\frac{21}{84}$	$\frac{22}{84}$	$\frac{14}{84}$	$\frac{8}{84}$	$\frac{1}{84}$

الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X : $E(X) = \dfrac{11}{3}$

حل التمرين 02

المتتالية العددية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$U_0 = 1$ و $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{3 + 3^n.U_n}$

1) حساب U_1 و U_2

$U_1 = \dfrac{1}{4}$ و $U_2 = \dfrac{1}{15}$

2) تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > 0$

لدينا $U_0 = 1 > 0$ وهي محققة .

نفرض أنّه من أجل عدد طبيعي n : $U_n > 0$ ونبرهن أن $U_{n+1} > 0$.

لدينا فرضا : $U_n > 0$ و $3 + 3^n.U_n > 0$ ومنه $U_{n+1} > 0$

اذن حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

3) دراسة رتابة المتتالية (U_n)

لدينا : $U_{n+1} - U_n = \dfrac{-U_n(2 + 3^nU_n)}{3 + 3^n.U_n} < 0$

ومنه المتتالية (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

الاستنتاج :

بما أن (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة .

4) المتتالية العددية (V_n) كما يلي : $V_n = exp\left(\dfrac{1}{3^n.U_n}\right)$

(ا) تبيان أن (V_n) متتالية هندسية

$$V_{n+1} = exp\left(\frac{1}{3^{n+1}.U_{n+1}}\right) = exp\left(\frac{3 + 3^n.U_n}{3^{n+1}.U_n}\right)$$

ومنه : $V_{n+1} = exp\left(\dfrac{1}{3^n.U_n} + \dfrac{1}{3}\right) = e^{\frac{1}{3}}.V_n$

ومنه (V_n) هندسية أساسها $e^{\frac{1}{3}}$ وحدها الأول $V_0 = e$

(ب) كتابة V_n بدلالة n : $V_n = e^{\frac{1}{3}n+1}$

استنتاج أن : $U_n = \dfrac{1}{(n+3)3^{n-1}}$

لدينا : $V_n = exp\left(\dfrac{1}{3^n.U_n}\right)$ معناه :

$\ln V_n = \dfrac{1}{3^n.U_n}$ أي أنّ : $U_n = \dfrac{1}{3^n \ln V_n}$

أي أنّ : $U_n = \dfrac{1}{(n+3)3^{n-1}}$

(ج) حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{(n+3)3^{n-1}} = 0$$

www.ency-education.com

5 تبيان أنه من أجل عدد طبيعي n :

$$S_n = \frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$$

لدينا :

$$S_n = U_0.\ln(V_0) + U_1.\ln(V_1) + \cdots + U_n.\ln(V_n)$$

و $U_n.\ln V_n = \frac{1}{3^n} = \left(\frac{1}{3}\right)^n$

$$S_n = \left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^n = \left(\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}\right)$$

أي أنّ : $S_n = \frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

حل التمرين 03

نعتبر التكاملات التالية : $I = \int_1^e \frac{1}{x(x+1)}dx$

$J = \int_1^e \frac{\ln x}{(x+1)^2}dx$ و $K = \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x(x+1)^2}dx$

1 إيجاد العددين الحقيقيين a و b حيث :

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

لدينا : $\frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} = \frac{(a+b)x+a}{x(x+1)}$

بالمطابقة نجد : $a = 1$ و $b = -1$

استنتاج قيمة I .

$$I = \int_1^e \frac{1}{x(x+1)}dx = \int_1^e \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}dx$$

$$= \left[\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)\right]_1^e = \ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$$

2 بالمكاملة بالتجزئة تبيان أن : $J = I - \frac{1}{e+1}$

نضع : $u'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad u(x) = \ln x$

$v'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ $\quad v(x) = \frac{-1}{x+1}$

ومنه :

$$J = \int_1^e \frac{\ln x}{(x+1)^2}dx = \left[\frac{-\ln(x)}{x+1}\right]_1^e + \int_1^e \frac{1}{x(x+1)}dx$$

أي أن : $J = I - \frac{1}{e+1}$

ومنه : $J = \ln\left(\frac{2e}{e+1}\right) - \frac{1}{e+1}$.

3 تبيان أن : $K + 2J = \frac{1}{2}$

$$K + 2J = \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x(x+1)^2}dx + 2\int_1^e \frac{\ln x}{(x+1)^2}dx$$

$$= \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x + 2x\ln x}{x(x+1)^2}dx = \int_1^e \frac{(x+1)^2\ln x}{x(x+1)^2}dx$$

$$= \int_1^e \frac{\ln x}{x}dx = \left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^e = \frac{1}{2}$$

أي أنّ : $K = \frac{1}{2} - 2J$

حل التمرين 04

I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = -2 + (2x-1)e^{2x}$

1 دراسة اتجاه تغير الدالة g

$$g'(x) = (2 + 2(2x-1))e^{2x} = 4xe^{2x}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

وعليه : g متناقصة على $]-\infty;0]$ ومتزايدة على $[0;+\infty[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	-2 ↘	-3	↗ $+\infty$

2 تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ فهي كذلك على المجال $[0.7;0.8]$ ولدينا : $g(0.7) = -0.37$ و $g(0.8) = 0.97$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7 < \alpha < 0.8$

3 استنتاج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

www.ency-education.com

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=-2x+1+(x-1)e^{2x}$

1 حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(-2x+1+(x-1)e^{2x}\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x\left(-2+\frac{1}{x}+(1-\frac{1}{x})e^{2x}\right)=+\infty$$

2 تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ)

لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{2x}=0$ ومنه نستنتج أن المستقيم الذي معادلته $y=-2x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

3 دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

ندرس إشارة الفرق $f(x)-(-2x+1)$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$f(x)-(-2x+1)=(x-1)e^{2x}$

$(x-1)e^{2x}=0$ معناه : $x-1=0$ معناه : $x=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;-1)$		(C_f) فوق (Δ)

4 التحقق أن : $f'(x)=g(x)$. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$f'(x)=-2+(1+2(x-1))e^{2x}=g(x)$

5 دراسة اتجاه تغير الدالة f

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

و منه الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

6 تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ)

نحل المعادلة : $f'(x)=-2$

$f'(x)=-2$ معناه $(2x-1)e^{2x}=0$ معناه $x=\frac{1}{2}$

اذن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$ معادلته : $(T): y=-2x+1-\frac{1}{2}e$

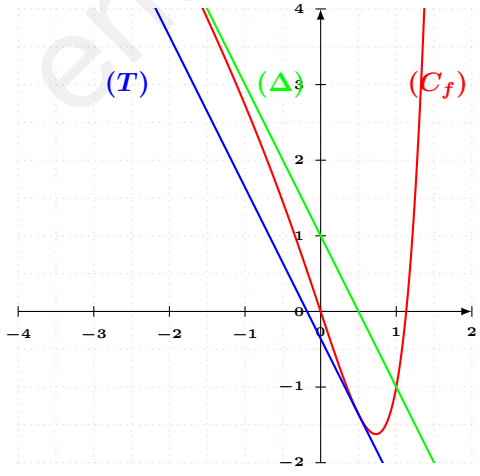
7 تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف

لدينا : $f''(x)=g'(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

وبالتالي المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف عند النقطة O .

8 رسم كلا من : (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) .



www.ency-education.com

9 ✍ مناقشة عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=-2x+m$

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-2x+m$.

لما $m\in\left]-\infty;1-\frac{1}{2}e\right[$ لاتوجد حلول .

لما $m=1-\frac{1}{2}e$ للمعادلة حل وحيد موجب .

لما $m\in\left]1-\frac{1}{2}e;0\right[$ للمعادلة حلين موجبين

لما $m=0$ للمعادلة حلين أحدهما معدوم والاخر موجب

لما $m\in\left]0;1\right[$ للمعادلة حلين مختلفين في الاشارة

لما $m\in\left[1;+\infty\right[$ للمعادلة حل وحيد موجب

10 تبيان أن : $\int_0^{\alpha}(x-1)e^{2x}dx=\frac{1}{4}\left[(2\alpha-3)e^{2\alpha}+3\right]$

نضع : $u'(x)=1$ $\quad u(x)=x-1$

$v'(x)=e^{2x}$ $\quad v(x)=\frac{1}{2}e^{2x}$

$$\int_0^{\alpha}(x-1)e^{2x}dx=\left[2(x-1)e^{2x}\right]_0^{\alpha}-\frac{1}{2}\int_0^{\alpha}e^{2x}dx$$

$$=\frac{1}{4}\left[(2x-3)e^{2x}\right]_0^{\alpha}=\frac{1}{4}\left[(2\alpha-3)e^{2\alpha}+3\right]$$

✍ تبيان أن : $A(\alpha)=\frac{9-10\alpha}{2\alpha-1}\ cm^2$

$$A(\alpha)=\int_0^{\alpha}y-f(x)dx=-\int_0^{\alpha}(x-1)e^{2x}dx$$

ومنه حسب ماسبق :

$$A(\alpha)=-\frac{1}{4}\left[(2\alpha-3)e^{2\alpha}+3\right]U.a\cdots(1)$$

وكذلك مماسبق : $g(\alpha)=0$ معناه $-2+(2\alpha-1)e^{2\alpha}=0$

أي أن : $e^{2\alpha}=\frac{2}{2\alpha-1}$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد :

$$A(\alpha)=-\frac{1}{4}\left[(2\alpha-3)\frac{2}{2\alpha-1}+3\right]=\frac{-1}{4}\left[\frac{10\alpha-9}{2\alpha-1}\right]U.a$$

أي أنّ : $A(\alpha)=\frac{9-10\alpha}{2\alpha-1}\ cm^2$

النجاح المتميز هو أن تسمع نداء الروح، ثم تستجيب للخطة الفريدة التي يرسمها لك قلبك وتمشي على خطوات هُداه لتصل إلى قمة النجاح.

بالتوفيق والنجاح في امتحان شهادة بكالوريا - 2024 -

prof de math
guetari mourad
el attaf
mourad44guet@gmail.com

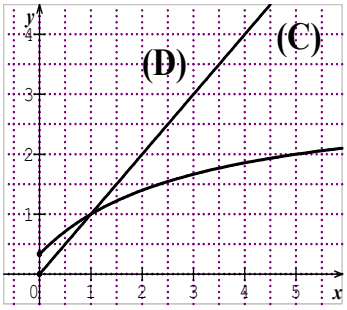
www.ency-education.com

اختبار الثاني في مادة الرياضيات — الرياضيات

تمرين 01 : (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب المتعامد والمتجانس .

و ليكن (D) المستقيم ذا المعادلة $y=x$



1) بين أن f دالة متزيدة تماما عل المجال $]0;+\infty[$.

2) (u_n) متتالية معرفة ب $u_0=5$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+1}{u_n+3}$.

أ) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 و u_3 (دون حساب الحدود) .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

3) أ) برهن بالتراجع أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $1<u_n\leq 5$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=\dfrac{u_n+1}{u_n-1}$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عبر بدلالة n عن v_n و u_n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_1(v_1-1)+u_2(v_2-1)+.....+u_n(v_n-1)$.

تمرين 02 : (10 نقاط)

I - 1/ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي : $g(x)=(x+2)e^{x-1}-1$

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,20<\alpha<0,21$

ج) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)=0$.

2/ لتكن الدالة العددية f المعرفة على R ب : $f(x)=x^2e^{x-1}-\dfrac{x^2}{2}$

أ) أحسب المشتقة f' للدلة f ثم أكتبها بدلالة $g(x)$

ب) استنتج تغيرات الدالة f .

II - نرمز ب (C) الى المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة $4cm$.

1/ عين نقط تقاطع (C) مع محور الفواصل ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة لمحور الفواصل .

ency-education.com/exams

2/ أثبت $f(\alpha)=\frac{-\alpha^3}{2(\alpha+2)}$ ثم استنتج حصر ل $f(\alpha)$.

أن :

3/ أنشىء (C) .

4/ أثبت ان الدلة F المعرفة ب : $F(x)=(x^2-2x+2)e^{x-1}-\frac{x^3}{6}$ هي دالة أصلية للدالة f على R .

5/ احسب ب cm^2 المساحة للحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) و محور الفواصل و محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=1-\ln 2$.

تمرين 03 : (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 09 كريات منها 4 بيضاء ، 3 سوداء و كرتين حمراوين لا نفرق بينهما عند اللمس نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق

1/ ا) ما احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون ؟

ب) ما احتمال الحصول على ثلاث كريات من الألوان الثلاث؟

ج) استنتج احتمال الحصول على 3 كريات من لونين ؟

2/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات بعدد الألوان المحصل عليها

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

ency-education.com

التمرين الأول (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z : $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2. في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = -\overline{z_A}$ و $z_C = -2\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$.

أ . أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي .

ب. استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها .

3. أ . تحقق أنّ : $z_C - z_B = -i\sqrt{3}(z_A - z_B)$

ب . استنتج نوع المثلث ABC.

4. أكتب على الشكل الجبري ثمّ المثلثي العدد المركب $\frac{z_A}{1+i}$ ، ثمّ استنتج القيمتين المضبوطتين للعددين $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

5. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{1+i}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

التمرين الثاني (04 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على كرتين مرقمة بـ : 1 و 2.

و يحتوي كيس U_2 على ثلاث كرات سوداء و سبع كرات بيضاء .

نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_1 ، إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرة واحدة من U_2 و إذا ظهر الرقم 2 نسحب كرتين على التوالي بدون إرجاع من U_2 .

نعتبر الحادثتين A : " سحب كرتين بيضاوين " ، B : " سحب كرتين مختلفتي اللون "

1. أ . أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة .

ب . بيّن أنّ : $P(A) = P(B) = \frac{7}{30}$.

2. α عدد طبيعي غير معدوم . نعتبر اللعبة التالية : إذا سحبنا كرة بيضاء نربح 3 نقط و إذا سحبنا كرة سوداء نخسر 2α .

ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع النقط المتحصل عليها .

أ . برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي : $\{3\ ;\ -2\alpha\ ;6\ ;\ -4\alpha\ ;3-2\alpha\}$.

ب . عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

جـ . بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو $E(X) = \frac{63-18\alpha}{20}$ ، استنتج قيمة α حتى تكون اللعبة مربحة

د . استنتج في هذه الحالة قيمة $E(2024X - 1445)$.

التمرين الثالث (04 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ : $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n$.

1. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$ و $W_n = 5^n U_n$.

أ . برهن أنّ (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثمّ أعط عبارة V_n بدلالة n .

ب . برهن أنّ (W_n) متتالية حسابية أساسها 5 ثمّ أعط عبارة W_n بدلالة n .

2. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + 5U_1 + 5^2U_2 + 5^3U_3 + \cdots + 5^nU_n$

و الجداء : $P_n = \left(V_1 - \frac{V_1}{2}\right)\left(V_2 - \frac{V_2}{3}\right)\left(V_3 - \frac{V_3}{4}\right)\ldots\left(V_n - \frac{V_n}{n+1}\right)$

3. أ . بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < U_{n+1} \leq \frac{2}{5}U_n$.

ب .استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < U_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $lim_{n\to+\infty} U_n$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

[1]. لتكن g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = -2x^2 + 2 - lnx$.

أ . أدرس تغيرات الدالة g .

ب . استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ (لاحظ أنّ $g(1) = 0$)

[2]. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{-1+lnx}{x} - 2x + 2e$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ حيث $\|\vec{\imath}\| = 2cm$.

1. أدرس تغيرات الدالة f ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. أثبت أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $y = -2x + 2e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثمّ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

3. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,4\,;0,5[$ ثمّ أرسم (d) و (C_f) .

4. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\frac{-1+lnx}{x} = m - 2e$.

5. أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (d) و المستقيمين $x = 1$ و $x = e$.

www.ency-education.com

التمرين الأول (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z : $(z+1)(z^2-4z+7)=0$.

2. في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :

$z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$.

أ . أكتب العدد المركب (z_B-z_A) على الشكل المثلثي .

ب. استنتج قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

3. أ . أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل المثلثي .

ب . استنتج نوع المثلث ABC.

جـ . استنتج مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

4. عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يمسح $\mathbb{R}^*$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على 10 كرات منها 5 بيضاء و 3 سوداء و 2 خضراء .

و يحتوي كيس U_2 على 7 كرات منها 4 حمراء و 3 كرات خضراء (الكرات لا نفرق بينها باللمس) ثمّ نقوم بثلاث تجارب :

1] التجربة الأولى : نسحب عشوائيا و في آن واحد 4 كرات من الصندوق U_1 .

و نعتبر الحادثتين : " من بين الكرات الأربعة توجد كرة واحدة خضراء فقط "

B : " من بين الكرات الأربعة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "

أ . بيّن أنّ $(A)=\frac{8}{15}$ و $P(B)=\frac{19}{70}$.

ب . n عدد طبيعي غير معدوم ، نفرض أنّ سحب كرة بيضاء يعطي ربح n نقطة و ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المتحصل عليها .

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X .

- جد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $E(X)=4048$.

2] التجربة الثانية : نضع كل كرات الكيسين U_1 و U_2 في كيس ثالث U_3 ثمّ نسحب 4 كرات في آن واحد .

ما هو احتمال أن تحمل الكرات الأربعة ألوان علم فلسطين ؟

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

3] التجربة الثالثة : نسحب عشوائيا على التوالي و بدون إرجاع ثلاث كرات من U_3 .

لتكن الحادثة C : " الكرات الثلاثة تحمل ألوان العلم الوطني " . أحسب $P(C)$.

التمرين الثالث (04 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ : $U_1 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$.

1. أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n \leq 3$.

ب . أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثمّ استنتج أنها متقاربة.

جـ . أحسب $lim_{n\to+\infty} U_n$.

2. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = n(3 - U_n)$.

أ . بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول V_1 .

ب . أكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n .

جـ . أحسب بدلالة n : $S_n = \frac{V_1}{3-U_1} + \frac{V_2}{3-U_2} + \frac{V_3}{3-U_3} + \cdots + \frac{V_n}{3-U_n}$ و $T_n = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \cdots + nU_n$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

[1] g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ (حساب النهايات غير مطلوب)

2. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدًا α حيث $-0.16 < \alpha < -0.15$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

[2] . لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (d).

3 . أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 3{,}07$) .

4 . أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (d) يطلب تعيين معادلة له .

5. أ. باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب : $\int_{-2}^{0} 2xe^{2x}dx$.

ب . أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (d) و المستقيمين $x = -2$ و $x = 0$.

www.ency-education.com

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04,5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 4$
   ب) ادرس اتجاه تغير (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة .
   ت) عين نهاية المتتالية (u_n)
2. المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_{n+1} - u_n = e^{v_n}$
   أ) بين أن (v_n) متتاليه حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول .
3. أ) أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 4 - \frac{1}{4^{n-1}}$
   ب) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$
4. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S_n' حيث : $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + e^{v_2} + ... + e^{v_n}$
   $S_n' = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات سوداء مرقمة بـ $(-1, 1, 0, 0, 0)$ و أربع كريات بيضاء مرقمة بـ $(-1, 1, 1, 1)$ و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ$(-1, 1, 0)$ كل الكريات متماثلة لا نميز بينها باللمس

نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث الأتية
   A "سحب ثلاث كريات من نفس اللون "
   B " سحب ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "
   C " سحب ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى"
2) بين أن $P(A \cap C) = \frac{1}{55}$ ثم استنتج $P(A \cup C)$
3) علما أن الكريات المسحوبة مختلفة الأرقام مثنى مثنى ماحتمال أن تكون من نفس اللون .
4) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بجداء الأرقام المسجلة على الكريات الثلاث المسحوبة.
   أ) عين قيم المتغير العشوائي X
   ب) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X
   ت) احسب امله الرياضياتي $E(X)$
   ث) احسب $P(X^2 = 1)$

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط** . عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل :

1. (u_n) و (v_n) المتتاليتين المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=1$ و $u_{n+1}=u_n-5$ و $v_n=2^{u_n}$:

أ) (v_n) متتالية حسابية ب) (v_n) متتالية هندسية ج) (v_n) متتالية لا هندسية و لا حسابية

2. نسحب عشوائيا ثلاث كريات بالتتابع دون ارجاع من كيس به سبع كريات حمراء و ثلاث كريات بيضاء و كرة سوداء

- احتمال سحب كريتين حمراوتين على الأكثر هو

أ) $\frac{91}{165}$ ب) $\frac{7}{55}$ ج) $\frac{26}{33}$

3. القيمة المتوسطة لدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x+1)\ln x$ على المجال $[e;e^2]$ هي :

أ) $m=\frac{e^4-e^2}{2(e^2-e)}$ ب) $m=\frac{2e^3+e}{2(e^2-e)}$ ج) $m=\frac{3e^3+e}{2(e-1)}$

4. حلول المعادلة التفاضلية $x^2y'=2x^2e^{2x}+1$ على المجال $]0;+\infty[$ هي :

أ) $f(x)=e^{2x}+\frac{1}{x}+c$ ب) $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-\ln x+c$ ج) $f(x)=e^{2x}-\frac{1}{x}+c$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x-e+e\ln x$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,54<\alpha<1,55$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(\frac{x-e}{x}\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .
2. أ . أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب . استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3. (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$ ، فسر النتيجة هندسيا .

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (Γ)

4. عين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$.
5. أرسم (Γ) و (C_f) ناخذ $f(\alpha)\simeq-0,3$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x\ln x-\frac{e}{2}(\ln x)^2-x$

1. بين أن الدالة h هي دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$
2. أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين $x=1$ و $x=e$

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ولاية تيبازة. دورة: 2024

إمتحان البكالوريا تجريبي الشعبة: رياضيات

إختبار في مادة الرياضيات. المدة: 4 ساعات

التمرين الاول:

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير بدقة:

1. المتتالية (v_n) هندسية حدودها موجبة تماما، حيث: $v_0 \times v_2 = 576$ و $v_0 + v_1 = 30$.

$$v_{n+1} - v_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

2. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = log^2(x) + 2\log(x) - 3$. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ هي:

$$S = [10^{-3};10]$$

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $-y' + ln(2^y) - 2 = 0$ هو الدالة g بحيث: $g(0) = 2024 + \frac{2}{ln2}$ المعرفة بـ: $g(x) = 2023e^{2x} + \frac{2}{ln2}$

التمرين الثاني:

نعتبر المعادلة (E): $25x - 49y = 5$ حيث x و y عددان صحيحان نسبيان

1- أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا في $\mathbb{Z}^2$

ب) تحقق أن الثنائية $(10;5)$ حل خاص للمعادلة (E)، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ هذه المعادلة

2- أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن: $5x \equiv 1[7]$ و $y \equiv 0[5]$

ب) بين أن: $5x \equiv 1[7]$ يكافئ $x \equiv 3[7]$

3- نعتبر العددين $a = 7n + 3$ و $b = 5n$ حيث n عدد طبيعي

عين القيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$، ثم استنتج قيم n حتى يكون: $PGCD(a;b) = 15$

4- نعتبر $A = \overline{\beta\alpha30}^4$ و $B = \overline{\alpha00\beta}^3$، عين العددين الطبيعيين α و β حتى تكون الثنائية $(A;B)$ حلا للمعادلة (E).

إعداد الأستاذ إملحاين
ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث :

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=(\ln 2)u_n+\ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$

أ- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) متتالية ثابتة .

2) من أجل: $\alpha=3$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2<u_n\leq 3$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=(\ln 2-1)(u_n-2)$.

جـ) استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و برّر تقاربها .

د) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

3) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=2u_n-4$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\ln 2$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=(\ln 2)^n+2$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ مرة أخرى .

4) تحقق أن : $\frac{(\ln 4)^n}{u_n-2}=2^n$ ثم أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{u_0-2}+\frac{\ln 4}{u_1-2}+\frac{(\ln 4)^2}{u_2-2}+\ldots+\frac{(\ln 4)^n}{u_n-2}$.

التمرين الرابع:

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=a+(b-x)e^x$ حيث a و b عددان حقيقيان
نسمي (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
و المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة A ذات الفاصلة 1 يوازي حامل محور الفواصل

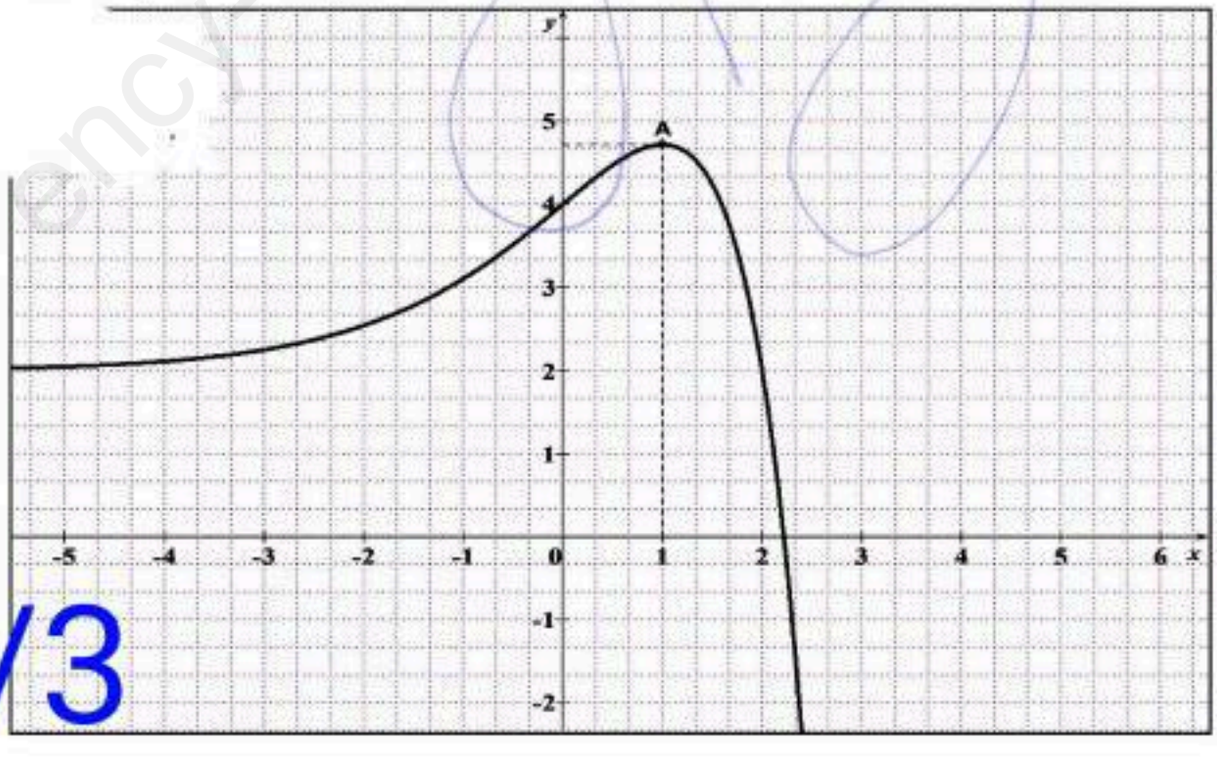
1-أ)-بقراءة بيانية (الوثيقة المرفقة) عين : $g(0)$; $g'(1)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

ب)- جد عبارة $g'(x)$ ثم استنتج قيمة كل من العددين الحقيقيين a و b

n عدد طبيعي غير معدوم

نسمي: $g'=g^{(1)}$; $g''=g^{(2)}$; $g'''=g^{(3)}$ .....و $g^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة g

2)-برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان: $g^{(n)}=(-n+2-x)e^x$



2- أ)- بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.21 \prec \alpha \prec 2.22$

ب)- بقراءة بيانية حـــدد اشارة $g(x)$ ثـــم استنتج اشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة العـــددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=\dfrac{x^2}{1+e^{-x}}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعـــامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ)- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثـــم بين ان : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ فسر النتيجة بيانيا

ب)-أثبت أنه مـــن أجل عـــدد حقيقي x مـــن $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{xg(-x)}{\left(1+e^{-x}\right)^2}$

2)- استنتج اتجـــاه تغير الدالـــة f ثم شكل جـــدول تغيراتها

3)-بين ان $f(-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$ ثم عين حصرا للعـــدد $f(-\alpha)$

لتكن h الدالـــة المعرفـــة على $\mathbb{R}$ بـــ : $h(x)=x^2$ و (C_h) تمثيلها البياني

4- أ)- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]$ فسر النتيجة بيانيا ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المنحنى (C_h)

ب)- انشىء المنحنى (C_f) ناخـــذ $f(-\alpha)\approx 0.48$

5)- حـــدد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلـــة $x+(m-2)e^{-x}=2$ حلين موجبين

بالتوفيق للجميع

www.ency-education.com

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: $(07,5pts)$

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\dfrac{e}{n(n+1)}$

ج. أحسب u_1 و u_2

ح. ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم تحقق من ذلك حسابيا.

2. أ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن: $u_n=\dfrac{e}{n}-\dfrac{e}{n+1}$.

ب. عيّن عبارة S_n بدلالة n حيث: $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_n$ ، ثم أحسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

7) نضع من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ومن أجل كل عدد طبيعي $n\succ 1$: $v_n=\int_1^n \dfrac{e}{x(x+1)}dx$

ج. بيّن أنه من أجل كل $n\succ 1$: $v_n=e\ln\left(\dfrac{2n}{n+1}\right)$

ح. أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_2+v_3+v_4+\cdots+v_n$

التمرين الثاني: $(07,5pts)$

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير.

1. المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n=\int_0^{\ln\sqrt{n}} e^{2x}dx$ هي متتالية:

أ/ حسابية ب/ هندسية ج/ ليست حسابية وليست هندسية

2. القيمة المتوسطة m للدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ هي:

أ/ $m=\dfrac{1}{2(e-1)}$ ب/ $m=\dfrac{1}{e-1}$ ج/ $m=\dfrac{2}{e-1}$

3. جمعية خيرية مكونة من 7 رجال و5 نساء، يراد تشكيل لجنة تضم رئيس ونائب رئيس وأمين مال.

احتمال تكوين لجنة تضم على الأقل رجلا وعلى الأقل امرأة يساوي:

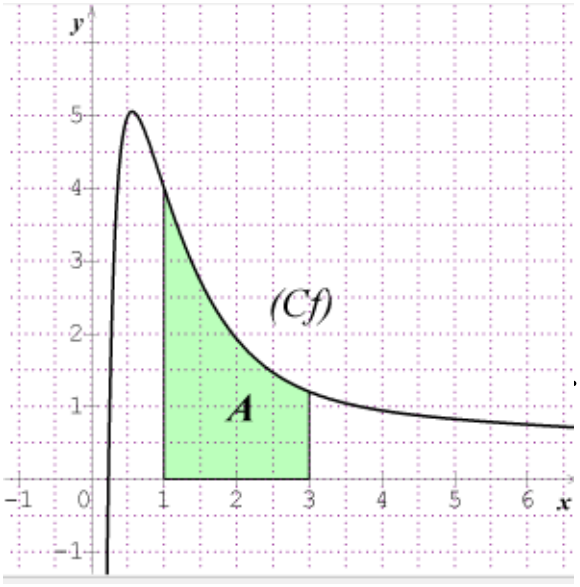
أ/ $\dfrac{37}{44}$ ب/ $\dfrac{21}{22}$ ج/ $\dfrac{35}{44}$

www.ency-education.com

التمرين الثالث: $(05\,pts)$

f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(-x+4)e^{-x+1}+\dfrac{1+2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. كما هو موضح في الشكل المقابل.



وحدة الطول هي: $(1cm)$

2. باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أن: $\int_1^3 (-x+4)e^{-x+1}dx=2$

3. أحسب A مساحة الجزء الملون في الشكل.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: $(07,5pts)$

4) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\dfrac{e}{n(n+1)}$

ت. أحسب u_1 و u_2

ث. ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم تحقق من ذلك حسابيا.

5) أ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن: $u_n=\dfrac{e}{n}-\dfrac{e}{n+1}$.

ب. عيّن عبارة S_n بدلالة n حيث: $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_n$ ، ثم أحسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

6) نضع من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ومن أجل كل عدد طبيعي $n\succ 1$: $v_n=\int_1^n \dfrac{e}{x(x+1)}dx$

ت. بيّن أنه من أجل كل $n\succ 1$: $v_n=e\ln\left(\dfrac{2n}{n+1}\right)$

ث. أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_2+v_3+v_4+\cdots+v_n$

التمرين الثاني: $(07,5pts)$

يحتوي كيس U_1 كريتين بيضاوين وثلاث كرات حمراء ويحتوي كيس U_2 على كريتين بيضاوين وكريتين حمراوين لا نميز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الكيس U_1 وكرية واحدة من الكيس U_2.

نعتبر الحدثين A و B حيث: A :" الحصول على ثلاث كرات حمراء" .

B " الكريات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "

1. أحسب كلا من: $P(A)$ و $P(B)$

2. نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب للكريات بالكيفية السابقة،عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ) حدد $\Omega(X)$ مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب) عيّن قانون احتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي والانحراف المعياري .

3. في هذا السؤال نختار كيسا ونسحب منه كرية واحدة ، بيّن أن احتمال أن يكون لونها أحمر هو $P(R)=\dfrac{11}{20}$.

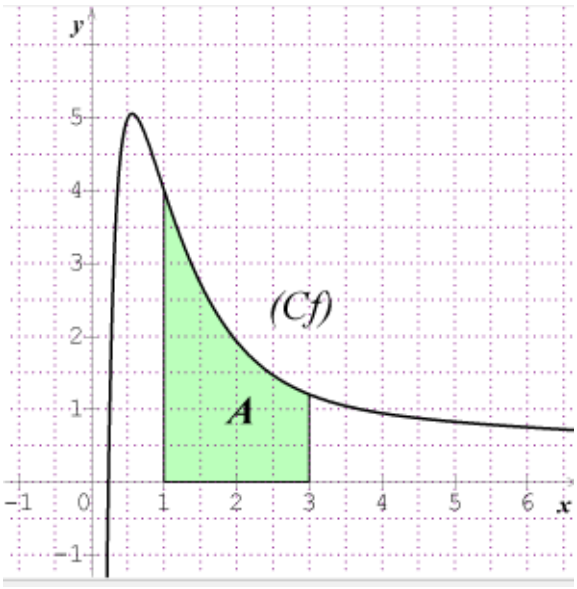
4. تم اختيار أحد الكيسين بطريقة عشوائية وسحبت منه كرية واحدة فكان لونها أحمر.

- ما احتمال أن تكون قد سحبت من الكيس U_1 ؟ (في السؤالين 3) و 4) يمكنك استعمال شجرة الاحتمالات)

www.ency-education.com

التمرين الثالث: $(05\,pts)$

f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(-x+4)e^{-x+1}+\dfrac{1+2\ln x}{x}$.



(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. كما هو موضح في الشكل المقابل.

وحدة الطول هي: $(1cm)$

3. باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أن: $\int_1^3(-x+4)e^{-x+1}dx=2$

4. أحسب A مساحة الجزء الملون في الشكل.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com