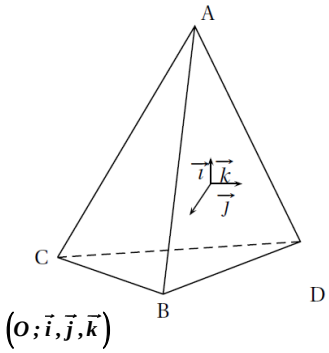
BAC 1438

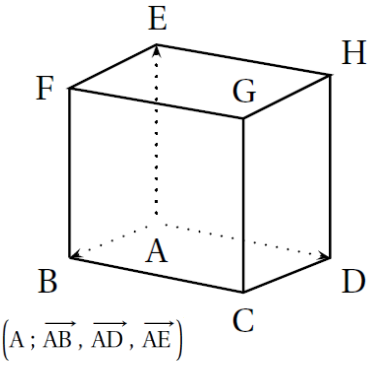
سلسلة الأمل علم و عمل



$(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

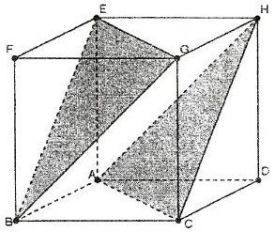
تمارين

الهندسة

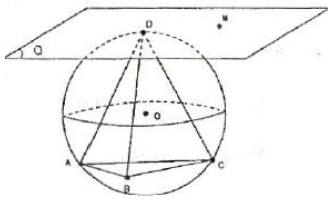


$(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

الفضائية



الواردة



في

البكالوريا

الطالب(ة): .....

التمرين 01: ب ع ر 2016

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لتكن النقط $A(1;1;4)$، $B(0;3;1)$ و $C\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$ والمستوي (P) الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له والمستقيم (Δ) الذي $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=4-3t\end{cases}$، $t\in IR$ تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة، حدّدها مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1	المستوي (P) يحوي	(Δ)	(AB)	(AC)
2	المستويان (P) و (ABC)	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
3	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة	A	B	C
4	المستقيمان (Δ) و (AC)	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي
5	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2-9CM^2=0$ هي	مستو	سطح كرة	مجموعة خالية

التمرين 02: ب ع ر 2016

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط

$A(3;-2;2)$، $B(6;1;5)$، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;1;1)$.

1. بيّن أنّ ABC مثلث قائم في A.
2. اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل A والعمودي على (AB).
3. ليكن (P') المستوي حيث: $x-z-1=0$ معادلة له.
   أ. هل المستويان (P) و (P') متعامدان؟ برّر إجابتك.
   ب. بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي يشمل A و $\vec{u}(1,-2,1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P').
4. لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.
   أ. بيّن أنّ H هي المسقط العمودي للنقطة D على (Δ).
   ب. احسب المسافة بين D و (Δ).
5. أ. بيّن أنّ النقطة $E(0,4,-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ).
   ب. احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

التمرين 03: ع 2016 (الموضوع المسربب)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتيهما على الترتيب :

$2x+y-z+1=0$ و $x-2y+z-2=0$.

1. بيّن أنّ المستويين (P) و (P') متقاطعين.
2. عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقّق: $d(M,(P))=d(M,(P'))$ حيث $d(M,(P))$ المسافة بين النقطة M والمستوي (P)، $d(M,(P'))$ المسافة بين النقطة M و (P').
3. تحقّق أنّ $A(1;2;0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ).

4. H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين (P) و (P') على الترتيب.
أ. جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH').
ب. استنتج احداثيات كل من النقطتين H و H'.
5. عيّن إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثمّ احسب مساحة المثلث AHH'.

التمرين 04: ع 2016 (الموضوع المسربب)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(5;-1;-2)$ و $B(3;12;-7)$.

(Δ) المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي : $k \in IR$ ، $\begin{cases} x = 1+3k \\ y = 1+2k \\ z = 4k \end{cases}$.

1. أ. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-2,1,1)$ شعاع توجيه له.
ب. بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') متعامدان، ثمّ تحقّق أنّ النقطة $C(1;1;0)$ نقطة تقاطعهما.
2. (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ').
أ. بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2,11,-7)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جد معادلة ديكارتية له.
ب. بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على للمستوي (P).
3. α و β عددان حقيقيان و (P') مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء المعرفة بـ : $\begin{cases} x = 3-\beta \\ y = 12+12\alpha+9\beta \\ z = -7-6\alpha-11\beta \end{cases}$.
أ. أثبت أنّ المجموعة (P') هي مستوٍ ثمّ تحقّق أنّ $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة ديكارتية له.
ب. عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي (P') مع المستقيمين (Δ) و (Δ') على الترتيب.
ج. احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$.

التمرين 05: ع 2016

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;0;2)$ و $\vec{u}(2,1,-1)$ شعاع توجيه له وليكن (Δ') المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\lambda \in IR$ ، $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 4+\lambda \\ z = 2+\lambda \end{cases}$.

1. أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).
ب. بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.
2. أ. بيّن أنّ النقطة $B(-1;3;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ').
ب. تحقّق أنّ المستقيم (AB) عمودي على كل من المستقيمين (Δ) و (Δ').
جـ. استنتج المسافة بين (Δ) و (Δ').
3. لتكن N نقطة إحداثياتها $(-2+t,2+t,t)$ حيث $t \in IR$ ولتكن h الدالة المعرفة على IR بـ: $h(t) = AN^2$.
أ. بيّن أنّ النقطة N تنتمي إلى المستقيم (Δ')، ثمّ اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t.
ب. استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن، ثمّ قارن بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB.

التمرين 06: ع 2016

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2;1;-3)$، $B(0;-1;2)$، $C(-3;-1;-1)$.

1. أ. بيّن أنَ النقط A، B و C تعيّن مستويا.

ب. بيّن أنّ المعادلة: $2x-7y-2z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويعامد المستقيم (BC).

3. أ. جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

ب. بيّن أنّ المستقيم (D) عمود في المثلث ABC.

4. ليكن (Δ) المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC.

أ. بيّن أنّ الجملة: $k\in IR$، $\begin{cases}x=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\\ y=k\\ z=-2-4k\end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).

ب. بيّن أنّ المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة G يطلب تعيين إحداثياتها.

جـ. بيّن أنّ المثلث ABC متساوي الساقين.

د. ماذا تمثّل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟

5. عيّن طبيعة وعناصر المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3$.

التمرين 07: ر 2016

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$، $B(2;-1;1)$، $C(-1;0;1)$ و $D\left(\frac{1}{2};2;-\frac{1}{2}\right)$، $E(0;1;1)$، $H\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4};-\frac{1}{2}\right)$ والمستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases}x=1+\alpha+\beta\\ y=2-\alpha\\ z=-1+2\alpha-\beta\end{cases}$، α و β وسيطان حقيقيان.

1. أ. بيّن أنَ النقط A، B و C تعيّن مستويا.

ب. بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2,11,-7)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) متقاطعان.

ب. نسمي (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (ABC) و (P).

. تحقق أنّ النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأنّ $\vec{u}(-3,1,0)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ).

جـ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

د. بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ) ثمّ استنتج المسافة بين A والمستقيم (Δ).

3. G هي مرجح الجملة المثقلة: $\{(A,2);(B,-3);(C,2)\}$.

نسمي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{GM}=11$.

أ. عيّن إحداثيات النقطة G.

ب. اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (Γ) ثمّ بيّن أنّها سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ. حدد الوضعية النسبية للمستوي (ABC) والمجموعة (Γ).

التمرين 08: ر 2016

1. الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;0;3)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(0;0;2)$ و $D(3;4;1)$.

أ. عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون الشعاع $\vec{n}(2,\alpha,\beta)$ ناظمي للمستوي (ABC).

ب. جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. $z=2-x$ و $y=2z-2x-4$ معادلتان ديكارتيان للمستويين (P) و (Q) على الترتيب.

أ. بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

ب. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (Q) و (P).

جـ. احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ).

3. (S) سطح الكرة التي مركزها D ومماس للمستوي (Q).

أ. اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

ب. جد الطبيعة والعناصر المميزة لتقاطع (P) و (S).

4. λ عدد حقيقي، G_λ نقطة من الفضاء حيث: $2\overrightarrow{G_\lambda A}-\overrightarrow{G_\lambda B}+e^{\lambda}\overrightarrow{G_\lambda C}=\vec{0}$.

أ. عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $(1+e)\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\right\|$.

ب. H مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1)\}$. اكتب $\overrightarrow{CG_\lambda}$ بدلالة $\overrightarrow{CH}$.

جـ. عيّن مجموعة النقط G_λ لمّا يتغير λ في المجموعة IR.

د. جد قيمة λ التي تكون من أجلها G_λ منتصف القطعة $[CH]$.

التمرين 09: ع 2015

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2;1;0)$ ، $B(1;2;2)$ ، $C(3;3;1)$ و $D(1;1;4)$.

1. تحقق أنَ النقط A ، B و C تعيَن مستويا وأنَ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له.

2. بيَن أنَ المثلث ABC متقايس الأضلاع، ثمَ تحقق أنَ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة.

3. عيَن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل النقطة D.

4. النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

أ. عيَن إحداثيات النقطة E ثمَ أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC).

ب. عيَن مركزي سطحي الكرتين الذين يمسان (ABC) في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$.

5. احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين 10: ع 2015

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2;4;1)$ ، $B(0;4;-3)$ ، $C(3;1;-3)$ و $D(1;0;-2)$ ، أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية :

1. النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2. $2x+2y-z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3. النقطة $E(3;2;-1)$ هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

4. المستقيمان (AB) و (CD) من نفس المستوي.

5. $t\in IR$ ، $\begin{cases}x=2t-1\\y=t-1\\z=-t-1\end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (CD).

6. يوجد عددان حقيقيان α و β حيث النقطة $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\{(A;\alpha),(B;\beta)\}$.

التمرين 11: ب ر 2015

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;2;2)$، $B(2;0;2)$، $C(-2;3;7)$ والمستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان.

1. أ. بيّن أنّ النقط A، B و C تعيّن مستويا.

ب. تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ. عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثمّ بيّن أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

ب. بيّن أنّ تقاطع (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي $t\in IR$، $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-4-7t \\ z=-t \end{cases}$.

3. أ. عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$.

ب. احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

4. لتكن (P') مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)\vec{u}=0$ ($\vec{u}$ هو شعاع توجيه (Δ)).

أ. بيّن أنّ المجموعة (P') هي مستوٍ يطلب تعيين عناصره المميزة، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له.

ب. بيّن أنّ المستويات الثلاثة (P)، (ABC) و (P') تتقاطع في نقطة واحدة E، ثمّ عيّن إحداثيات E.

جـ. احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

التمرين 12: ر 2015

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(2;0;0)$، $B(-1;-5;-1)$.

(Δ_1) المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-1;2;-1)$ شعاع توجيه له.

(Δ_2) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي: $t\in IR$، $\begin{cases} x=-3-3t \\ y=2+2t \\ z=7+3t \end{cases}$.

(d) المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{v}(2;5;3)$ شعاع توجيه له.

1. بيّن أنّ المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان في نقطة C يطلب تعيينها.

2. بيّن أنّ المستقيمان (Δ_1) و (d) ليسا من نفس المستوي.

3. أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

ب. استنتج أنّ $4x+3y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P).

جـ. تحقق أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P).

4. أ. بيّن أنّه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (d) وتوجد نقطة وحيدة D من المستقيم (Δ_2) حيث تكون النقط A، I و D في استقامية يطلب تعيين إحداثيات النقطتين I و D.

ب. بيّن أنّ النقطة I هي منتصف القطعة $[AD]$.

5. النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(I;2)\}$ والنقطة G المسقط العمودي للنقطة K على المستوي (P).

أ. بيّن أنّ النقطة G هي مرجح النقط A، C و D المرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

ب. استنتج إحداثيات النقطة G.

التمرين 13: ر 2015

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;5;4)$ ، $B(10;4;3)$ ، $C(4;3;5)$ و $D(0;4;5)$.

1. أ. بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب. بيّن أنّ النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي.

جـ. استنتج أنّ النقطة D هي مرجح النقط A ، B و C المرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

د. عيّن إحداثيات النقطة E نظيرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة D .

هـ. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المحوري للقطعة $[AE]$.

2. عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MD}-3\overrightarrow{MA}\right\|$.

3. أ. تحقق أنّ النقطة $F(1;8;10)$ تنتمي إلى المستوي (P) .

ب. المستقيم (FD) يقطع (Γ) في النقطتين G و H .

حدّد طبيعة الرباعي $AGEH$ ثمّ احسب مساحته.

4. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D ويعامد المستوي (AEH) .

أ. تحقق أنّ $\overrightarrow{AC}$ ناظمي للمستوي (AEH) .

ب. تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ، النقطة $N(3t;4-2t;5+t)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

جـ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ، حجم المجسم $NAGEH$ هو $v(t)$ حيث $v(t)=2|t|\sqrt{14}uv$ (uv وحدة حجوم).

د. عيّن إحداثيات كل من النقطتين N_1 و N_2 من (Δ) اللّتين يكون من أجليهما $v(t)=2\sqrt{3}uv$.

التمرين 14: ع ت 2015 تـــــونس

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(1;-1;2)$ ، $C(0;1;1)$ و $D(1;1;4)$.

1. أ. بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستو نرمز له بـ (P) .

ب. برّر أنّ (P) ذو المعادلة $x+y+z-2=0$.

جـ. تحققّ أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (P) .

2. لتكن (Γ) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و H منتصف القطعة $[AB]$.

أ. بيّن أنّ المثلث ABC قائم في C .

ب. استنتج أنّ H مركز الدائرة (Γ) .

3. ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستوي (P) والذي يشمل النقطة H .

بيّن أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) يعطى بـ: $\begin{cases}x=1+\alpha\\y=\alpha\\z=1+\alpha\end{cases}$ ، $\alpha\in IR$.

4. لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) .

أ. بيّن أنّ $MA=MB=MC$.

ب. بيّن أنّه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (Δ) بحيث $IA=ID$ ، يطلب تعيين إحداثياها.

جـ. استنتج أنّ النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس سطح الكرة (S) ، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين 15: ر 2014

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;1;3)$ و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له. (Δ') المستقيم المعرف بجملة المعادلتين: $\begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$

1. جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ').
2. بيّن أنّ (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.
3. (P) المستوي الذي يشمل (Δ') ويوازي (Δ). بيّن أنّ معادلة المستوي (P) هي: $2x+y+2z-3=0$.
4. $M(1+t;1+2t;3-2t)$ نقطة كيفية من المستقيم (Δ)، حيث $t \in IR$. احسب d المسافة بين M والمستوي (P).
5. أ. عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)، ثمّ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ'') الذي يشمل الذي يشمل النقطة A' ويوازي (Δ).

   ب. بيّن أنّ (Δ') و (Δ'') يتقاطعان في النقطة $B(1;3;-1)$.
6. f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي: $f(t)=BM^2$.

   أ. بيّن أنّ $f(t)=9t^2-24t+20$.

   ب. بيّن أنّ f تقبل قيمة حدية صغرى $f(t_0)$ يطلب تعيين t_0 و $f(t_0)$.

   جـ. تحقق أنّ $d=\sqrt{f(t_0)}$.

التمرين 16: ع هـ 2014

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$.

1. أ. برهن أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

   ب. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC).

   جـ. تحقق أنّ $x+y-z-2=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
2. نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين بمعادلتيهما كما يلي: $(P): x-y-2z+5=0$ و $(Q): 3x+2y-z+10=0$.

   برهن أنّ (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي $t \in IR$، $\begin{cases} x=t-3 \\ y=-t \\ z=t+1 \end{cases}$.
3. عيّن تقاطع المستويات (ABC)، (P) و (Q).
4. لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M,(P))$ المسافة بين M والمستوي (P) و $d(M,(Q))$ المسافة بين M والمستوي (Q)، عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث: $\sqrt{6}\times d(M,(P))=\sqrt{14}\times d(M,(Q))$.

التمرين 17: هـ ر 2014

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

A، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(0;-1;1)$، $B(1;3;2)$ و $C(-1;3;4)$.

1. أ. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$، ثمّ استنتج قيمة مدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية $\widehat{BAC}$.

   ب. بيّن أنّ النقط A، B و C تعيّن مستويا.
2. أ. بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC).

   ب. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
3. ليكن (S) سطح الكرة الذي معادلته: $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$

   نسمي Ω و R مركز ونصف قطر (S) احسب R وعيّن احداثيات Ω.
4. أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P_1) و (P_2) مماسي سطح الكرة (S) والموازيين للمستوي (ABC).

التمرين 18: ع ت 2014 تـــــونس

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$.

1. بيّن أنّ (S) هي سطح الكرة الذي مركزه $I(1;-1;0)$ ونصف قطرها $\sqrt{3}$.
2. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0;0;3)$ و $\vec{u}(1;-1;0)$ شعاع توجيه له.
   أ. جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).
   ب. بيّن أنّ تقاطع كل من المستقيم (Δ) وسطح الكرة (S) مجموعة خالية.
3. أ. بيّن أنّ النقطة $B(3;0;0)$ والمستقيم (Δ) يعينان مستويا (P).
   ب. بيّن أنّ $x+y+z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P).
   جـ. برهن أنّ المستوي (P) مماسي لسطح الكرة (S)، يطلب تعيين إحداثيات نقطة التماس.

التمرين 19: ت ر 2013 تـــــونس

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$،

نعتبر النقط $A(2;1;0)$، $B(2;-1;-2)$، $C(0;1;-2)$ و المستوي (P) ذو المعادلة الديكارتية $x+y-z-3=0$.

1. تحقق أنّ النقط A، B و C تنتمي إلى المستوي (P).
2. نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.
   أ. بيّن أنّ (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها R.
   ب. بيّن أنّ (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC.
   جـ. بيّن أنّ المثلث ABC متساوي الساقين.
3. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة I والعمودي على المستوي (P).
   أ. بيّن أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=1+\alpha \\ z=-2-\alpha \end{cases}$، $\alpha \in IR$.
   ب. عيّن إحداثيات G نقطة تقاطع المستوي (P) والمستقيم (Δ).
   جـ. تحقق من أنّ النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC.
   د. استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (γ).

التمرين 20: ت ر 2013

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(2;-5;4)$ و $B(3;-4;6)$

و (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=4+t \end{cases}$، $t \in IR$.

1. أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B.
   ب. ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D).
2. (P) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ).
   برهن أنّ $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثمّ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).
3. M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D).
   أ. عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم MN عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و (D).
   ب. احسب المسافة بين نقطة كيفية (Δ) والمستوي (P).

التمرين 21: ت ر 2013

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(3;-2;-1)$، $B(5;-3;2)$، $C(2;3;2)$ و $D(1;-5;-2)$.

1. بيّن أنّ النقط A، B و C تعيّن مستويا، نرمز له بالرمز (P).
2. بيّن أنّ $\vec{n}(2;1;-1)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جد معادلة ديكارتية للمستوي (P).
3. أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D ويعامد (P).

ب. عيّن إحداثيات النقطة E، المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P).

4. H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB)، و λ العدد الحقيقي حيث: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$.

أ. بيّن أنّ : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$.

ب. استنتج العدد الحقيقي λ وإحداثيات النقطة H، ثمّ المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين 22: ر 2013

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(-1;0;2)$ و $B(1;1;1)$

و (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي $\alpha\in IR$، $\begin{cases}x=2+\alpha\\y=-2\\z=-1-\alpha\end{cases}$.

1. أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

ب. بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

2. (P) المستوي الذي يشمل (AB) ويوازي (Δ).

أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P).

ب. أثبت أنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3. لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(1+2\beta;1+\beta;1-\beta)$ مع $\beta\in IR$.

أ. بيّن أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).

ب. جد إحداثيات النقطتين M و N حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوي (P).

جـ. تحقق أنّ المسافة بين N و (P) هي $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$، ثمّ احسب مساحة المثلث ABN.

التمرين 23: ت ر 2012

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، (P) المستوي الذي: $4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له،

(D) المستقيم الذي: $k\in IR$ ، $\begin{cases}x=k\\y=\dfrac{1}{3}-\dfrac{4}{3}k\\z=-\dfrac{4}{3}+\dfrac{3}{4}k\end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

1. تحقق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).
2. أ. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له.

ب. عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3. بيّن أنّ: $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4. $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء.

أ. احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

ب. أثبت أنَ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية البعد عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

5. عيّن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول الجملة الآتية: $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 3x-4z-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$.

التمرين 24: ر 2012

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(3;0;0)$ ، $B(0;4;0)$ و $C(2;2;2)$.

1. بيّن أنَ النقط A ، B و C ليست في استقامية وأنَ الشعاع $\vec{n}(4;3;-1)$ عمودي على كل من الشعاعين: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.
2. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقط A ، B و C.
3. أ. بيّن أنَ: $6x-8y+7=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $AM=BM$.

ب. بيّن أنَ: $2x-4y-4z+3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P'') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $AM=CM$.

جـ. بيّن أنَ (P') و (P'') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4. احسب احداثيات النقطة ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

التمرين 25: ر 2011 تـــــونس

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;3;2)$ ، $B(1;-1;-2)$ و $C(2;4;1)$.

1. أ. بيّن أنَ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب. بيّن أنَ $2x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. نعتبر سطح كرة (S) ذو المعادلة : $x^2+y^2+z^2-6x-2z-4=0$.

أ. عيّن المركز I و r نصف قطر سطح كرة (S).

ب. بيّن أنَ سطح كرة (S) يقطع المستوي (ABC) وفق الدائرة (Γ) التي قطرها $[AB]$.

جـ. بيّن أنَ المستقيم (AC) مماسي للدائرة (Γ).

التمرين 26: ر 2011

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$.

1. أ. بيّن أنَ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

ب. بيّن أنَ الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من الشعاعين: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثمَ استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث: $(P_1): 3x+4y-2z+1=0$ و $(P_2): 2x-2y-z-1=0$.

أ. بيّن أنَ المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

ب. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2).

جـ. تحقق أنَ النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى (Δ).

د. احسب المسافتين $d(O,(P_1))$ و $d(O,(P_2))$ واستنتج المسافة $d(O,(\Delta))$.

التمرين 27: Baccalauréat S France Métropolitaine juin 2011

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نرمز بـ P للمستوي ذو المعادلة $ax+by+bz+d=0$ و M_0 للنقطة ذات الإحداثيات $(x_0;y_0;z_0)$، ولتكن H المسقط العمودي للنقطة M_0 على المستوي P، و $\vec{n}(a;b;c)$ هو الشعاع الناظمي للمستوي P.

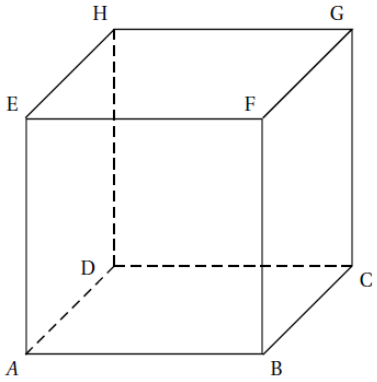
الهدف: "برهان المسافة $d(M_0,(P))$ أو الطول M_0H يعطى بالعبارة: $d(M_0,(P))=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$"

1. بيّن أنّ : $\left|\vec{n}.\overrightarrow{M_0H}\right|=M_0H\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

2. برهن أنّ : $\vec{n}.\overrightarrow{M_0H}=-ax_0-by_0-cz_0-d$.

3. استنتج أنّ : $d(M_0,(P))=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

التمرين 28: Baccalauréat S Polynésie Française juin 2011



نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ طول ضلعه 1.

ننسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$

I) عيّن إحداثيات النقط A، B، C، D، E، F، G و H.

النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(D;1),(F;2)\}$.

1. بيّن أنّ إحداثيات النقطة K هي $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$.

2. بيّن أنّ المستقيمين (EK) و (DF) متعامدان.

3. احسب الطول EK.

II) لتكن M نقطة من القطعة $[HG]$ ونرمز لـ $m=HM$ $(m\in[0;1])$

1. بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $[0;1]$، حجم رباعي الوجوه $EMFD$ بوحدة الحجوم يساوي $\frac{1}{6}$.

2. برهن أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (MFD) هي: $(-1+m)x+y-mz=0$.

3. نرمز بـ d_m للمسافة بين النقطة E والمستوي (MFD).

أ. بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $[0;1]$، فإنّ: $d_m=\dfrac{1}{\sqrt{2m^2-2m+2}}$.

ب. عيّن وضعية النقطة M على القطعة $[HG]$ بحيث تكون المسافة d_m أعظمية.

جـ. استنتج أنّه لما تكون المسافة d_m أعظمية فإنّ النقطة K هي المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (MFD).

التمرين 29: Baccalauréat S Réunion sept 2010

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر المستويين (P) و (P') الذين معادلتيهما كما يلي:

$(P):x+y+z=0$ و $(P'):2x+3y+z-4=0$.

1. بيّن أنّ المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي هو: $\begin{cases}x=-4-2t\\y=4+2t\\z=t\end{cases}$ ، $t\in IR$.

2. ليكن α عددا حقيقيا، نعتبر المستوي (P_α) الذي معادلته : $(1-\alpha)(x+y+z)+\alpha(2x+3y+z-4)$.

أ. تحقق أنّ $\overrightarrow{n_\alpha}(1+\alpha;1+2\alpha;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (P_α).

ب. عيّن قيمة العدد α التي يكون من أجلها المستويان (P) و (P_α) متطابقين.

جـ. هل توجد قيمة للعدد α يكون من أجلها المستويان (P) و (P_α) متعامدين؟

3. أ. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D') مستقيم تقاطع المستويين (P_{-1}) و (P) . (نأخذ $\alpha = -1$)

ب. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (D) و (D') ؟

جـ. لتكن النقطة A التي إحداثياتها $(1;1;1)$ ، احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .

التمرين 30: Baccalauréat S Polynésie juin 2010

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;2;0)$.

المستوي (P) الذي يشمل النقطة B و $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظمي له، المستوي (Q) الذي معادلته: $x-y+2z+4=0$

سطح الكرة (S) الذي مركزه النقطة A ونصف قطرها AB .

1. بيّن أنَ معادلة المستوي (P) هي: $2x+y-z-8=0$.

2. اكتب معادلة سطح الكرة (S) .

3. أ. احسب المسافة بين النقطة A والمستوي (Q) ، استنتج أنَ (Q) مماس لسطح الكرة (S) .

ب. هل المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S) ؟

4. نقبل أنَ المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) هي النقطة $C(0;2;-1)$.

أ. اثبت أنَ المستويين (P) و (Q) متقاطعان.

ب. ليكن (D) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q) ، بيّن أنَ التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) هو: $\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \\ z=4-3t \end{cases}$ ، $t\in IR$.

جـ. تحقق أنَ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) .

د. نسمي (R) المستوي الذي يشمل النقطة A ويحوي المستقيم (D) ، هل الجملة التالية صحيحة أم خاطئة؟

" كل نقطة من (R) متساوية البعد عن النقطتين B و C " علّل إجابتك.

التمرين 31: بكالوريا 2009

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، (Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2 \\ z=t+1 \end{cases}$ ، $t\in IR$.

(P) مستو معرّف بالمعادلة : $x+3y+z+1=0$.

عيّن في كل حال من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل:

1	النقطة $A(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	النقطة $B(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	النقطة $A\left(0,\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)
2	$\vec{u}\left(-1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	$\vec{u'}(1,3,1)$ شعاع توجيه (Δ)	$\vec{u''}(3,1,0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	(Δ) محتوى في P	(Δ) يقطع في P	(Δ) محتوى في P
4	المستوي Q_1 ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد P	المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد P	المستوي Q_3 ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يعامد P
5	المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	المسافة بين النقطة $O(0;0;0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	المسافة بين النقطة $E(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

التمرين 32: ر 2009

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث:

(P_1) معادلة للمستوي $x+2y-z-2=0$ و (P_2) تمثيل وسيطي للمستوي $\begin{cases} x=1+2\alpha+\beta \\ y=1+\alpha \\ z=5+\alpha+\beta \end{cases}$ ، $(\alpha,\beta)\in IR^2$.

1. اكتب معادلة للمستوي (P_2).
2. عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n_1}$ للمستوي (P_1) وشعاعا ناظميا $\vec{n_2}$ للمستوي (P_2).
3. بيّن أنّ المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.
4. أ. $A(3,1,1)$ نقطة من الفضاء، عيّن المسافة d_1 بين النقطة A والمستوي (P_1) ثمّ المسافة d_2 بين A و (P_2).

ب. استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2).

5. أ. عيّن تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي.

ب. M نقطة كيفية من (Δ)، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا ثانية المسافة بين A و (Δ).

التمرين 33: Baccalauréat S Amérique du nord 29 mai 2008

أ) A و D نقطتان مختلفتان من الفضاء، نرمز بالنقطة I لمنتصف القطعة $[AD]$.

1. بيّن أنّه من أجل كل نقطة M من الفضاء فإنّ $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=MI^2-IA^2$.
2. استنتج (E) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=0$.

ب) الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط A ، B ، C و D كما يلي:

$A(3;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;4)$ و $D(-5;0;1)$.

1. أ. تحقق أنّ الشعاع $\vec{u}(4;2;3)$ ناظمي للمستوي (ABC).

ب. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. أ. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة D والعمودي على المستوي (ABC).

ب. استنتج احداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ. احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC).

د. بيّن أنّ النقطة H تنتمي إلى المجموعة (E) المعرّفة في الجزء أ).

التمرين 34: ع ت 2008

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر المستوي (P) الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$

والنقط $A(2;0;1)$ و $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$.

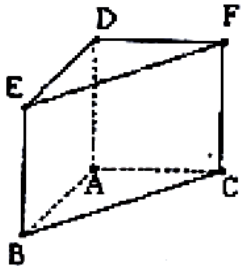
1. تحقق أنّ النقط A ، B و C ليست على استقامية، ثمّ بيّن أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $y+z-2=0$.
2. أ. تحقق أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان، عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC).

ب. احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

3. لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;\alpha),(C;\beta)\}$ حيث α و β عددان حقيقيان يحققان $1+\alpha+\beta\neq 0$.

عيّن α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ).

التمرين 35: ب ع ر 2008



$ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A والمتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $r \in IR_+^*$. انظر الشكل

1. يرمز I لمنتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$. بيّن أنّ G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$.

2. ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$.

. عيّن إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E ، F.

. عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$.

التمرين 36: Baccalauréat S Polynésie juin 2007

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A\left(\frac{2}{3};-3;2\right)$ و $B\left(\frac{-4}{3};0;-4\right)$.

نرمز بالنقطة I لمنتصف القطعة $[AB]$ و (S) لسطح الكرة التي قطرها $[AB]$.

1. لتكن النقطة E مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;1)\}$.

أ. عيّن إحداثيات النقطة E.

ب. بيّن أنّ المجموعة (P) للنقط M نقطة من الفضاء حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MO}\right\|$ هي المستوي المحوري للقطعة $[OE]$.

جـ. بيّن أنّ معادلة المستوي (P) هي: $y=-1$.

2. أ. احسب نصف قطر سطح الكرة (S) وبعد النقطة I عن المستوي (P)، استنتج أنّ التقاطع (C) للمستوي (P) وسطح الكرة (S) ليس بمجموعة خالية. $((S)\cap(P)\neq\{\})$

ب. بيّن أنّ معادلة (C) في المستوي (P) هي: $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+(z+1)^2=12$.

3. لتكن النقطة D ذات الإحداثيات $D\left(\frac{-1}{3};\frac{-1}{2};4\sqrt{3}-1\right)$.

أ. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (ID).

ب. استنتج أنّ المستقيم (ID) يقطع الدائرة (C) في نقطة F يطلب تعيين إحداثياتها.

التمرين 37: Baccalauréat S Amérique du sud novembre 2007

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطة $A(-2;8;4)$ والشعاع $\vec{u}(1;5;-1)$.

1. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}$ شعاع توجيه له.

2. نعتبر المستويين (P) و (Q) الذين معادلتيهما كما يلي: $(P):x-y-z=7$ و $(Q):x-2z=11$.

. بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعين، يطلب تعيين تمثيل وسيطي للمستقيم (d') مستقيم تقاطعهما.

. بيّن أنّ الشعاع ذو المركبات $(2;1;1)$ شعاع توجيه للمستقيم (d').

3. بيّن أنّ المستقيمين (d) و (d') لا يتقاطعان.

4. لتكن النقطتين $H(-3;3;5)$ و $H'(3;0;-4)$.

أ. تحقق أنّ النقطة H تنتمي إلى المستقيم (d) وأنّ النقطة H' تنتمي إلى المستقيم (d').

ب. بين أنّ المستقيم (HH') عمودي على كل من المستقيمين (d) و (d').

جـ. احسب المسافة بين المستقيمين (d) و (d') يعني الطول HH'.

5. عيّن مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\overrightarrow{MH'}.\overrightarrow{HH'}=126$.

التمرين 38: بكالوريا الجزائر شعبة العلوم الدقيقة 2007

n عدد طبيعي أكبر تماما من2، ونعتبر الأعداد الطبيعية : $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ و $c=2n+3$.

1. أثبت أنَ العددين a و b أوليان فيما بينهما واستنتج أنَ الأعداد a ، b و c أوليان فيما بينهما.
2. عيَن تبعا لقيم العدد n القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c.
3. عيَن قيمة n بحيث يكون $PGCD(b;c)=7$ و $PPCM(b;c)=1305$.
4. اكتب العدد b^2 في نظام العد الذي أساسه a.
5. نفرض أنَ $(a;b;c)$ هي إحداثيات نقطة ω في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

أ. بيَن أنَ النقطة ω تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيينه.

ب. أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المبدأ O ويحوي المستقيم (Δ).

التمرين 39: المغرب ع ت 2006 الدورة العادية

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقطة $A(1;-1;3)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $x-y+3z=0$.

1. أ. تحقق من أنَ : $t\in IR$ ، $\begin{cases}x=-4-2t\\y=4+2t\\z=t\end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA).

ب. عيَن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A.

جـ. تحقق من أنَ المستوي (P) موازي للمستوي (Q).

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماسة للمستوي (Q) في النقطة A والتي يقطعها المستوي (P) وفق الدائرة (Γ) التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$.

أ. بيَن أنَ $\Omega(a;b;c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي إلى المستقيم (OA)، ثمَ استنتج أنَ : $b=-a$ و $c=3a$.

ب. بيَن أنَ: $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ثمَ استنتج أنَ: $a-b+3c=-11$.

جـ. استنتج إحداثيات Ω مركز سطح الكرة (S) ثمَ أنَ نصف قطرها يساوي $2\sqrt{11}$.

التمرين 40: Baccalauréat S Liban mai 2006

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1. بيَن أنَ النقط A ، B و C ليست في استقامية.
2. ليكن (d) المستقيم ذو التمثيل الوسيطي $t\in IR$ ، $\begin{cases}x=-7+2t\\y=-3t\\z=4+t\end{cases}$.

أ. بيَن أنَ المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC).

ب. عيَن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3. لتكن H نقطة تقاطع المستقيم (d) والمستوي (ABC).

أ. بيَن أنَ H مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$.

ب. عيَن طبيعة Γ_1 ، مجموعة النقط M من الفضاء وعناصرها المميزة بحيث: $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$.

جـ. عيَن طبيعة Γ_2 ، مجموعة النقط M من الفضاء وعناصرها المميزة بحيث: $\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=0$.

د. عيَن طبيعة والعناصر المميزة لتقاطع Γ_1 و Γ_2.

هـ. النقطة $S(-8,1,3)$ هل تنتمي إلى تقاطع Γ_1 و Γ_2؟

التمرين 41: Baccalauréat S Nouvelle -Calédonie novembre 2003

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(3,0,10)$، $B(0,0,15)$ و $C(0,20,0)$.

1. أ. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

ب. بيّن أنّ المستقيم (AB) يقطع محور الفواصل في النقطة $E(9,0,0)$.

جـ. برّر أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

2. لتكن H أسفل الإرتفاع المرسوم من النقطة O في المثلث OBC.

أ. برّر أنّ المستقيم (BC) عمودي على المستوي (OEH)، استنتج أنّ (EH) هو الإرتفاع المرسوم من E في المثلث EBC.

ب. عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (OEH).

جـ. تأكد من أنّ المعادلة $20x+9y+12z-180=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

د. بيّن أنّ الجملة : $\begin{cases} x=0 \\ 4y-3z=0 \\ 20x+9y+12z-180=0 \end{cases}$ تقبل حلا وحيدا، ماذا يمثل هذا الحل؟

هـ. احسب الطول OH، استنتج أنّ $EH=15$ ثمّ مساحة المثلث EBC.

3. احسب بطريقتين مختلفتين حجم رباعي الوجوه $OEBC$، عيّن البعد بين النقطة O والمستوي (ABC).

التمرين 42: Baccalauréat S Asie mai 2000

1. احسب $PGCD(2688;3024)$.

2. x و y عددان صحيحان.

أ. بيّن المعادلتين (1) و (2) متكافئتان حيث : $2688x+3024y=-3360$ ....(1) و $8x+9y=-10$ .....(2)

ب. بيّن أنّ الثنائية $(-2;1)$ حل خاص للمعادلة (2).

جـ. استنتج مما سبق حلول المعادلة (2).

3. الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر المستويين (P) و (Q) الذين معادلتيهما كما يلي: $(P): x+2y-z=-2$ و $(Q): 3x-y+5z=0$.

أ. بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (D).

ب. بيّن أنّ إحداثيات نقط المستقيم (D) تحقق المعادلة (2).

جـ. استنتج المجموعة E لنقط المستقيم (D) من الفضاء التي إحداثياتها أعداد صحيحة.