الجمهوريـة الجزائرية الديمقراطيـة الشعبيـة
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : الرياضيات
اختبار في مادة الريـاضيات

المقاطعة التفتيشية الثانية – ادرار
ثانويات : أولف – رقان – برج باجي مختار
* دورة مـاي 2023 *
المـدة : 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

* التمرين الأول : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $\left(z^2+4\right)\left(z^2-6z+10\right)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ لتكن النقط A ، B ، C ، D و E التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2i$ ، $z_B=-2i$ ، $z_C=3-i$ ، $z_D=3+i$ و $z_E=2-2i$.

نضع $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_D-z_B}$.

أ ـ أحسب طويلة العدد المركب L وعمدة له ، ثم فسر النتيجتين هندسيا .

ب ـ إستنتج أنه يوجد دوران R يحول B إلى A ويحول D إلى C يطلب إيجاد زاويته .

3) نسمي $\left(\Gamma_1\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $\arg\left(iz+1-3i\right)\equiv-\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

أ ـ تحقق أن النقطة B تنتمي إلى $\left(\Gamma_1\right)$ ، ثم عين المجموعة .

ب ـ نسمي $\left(\Gamma_2\right)$ صورة المجموعة $\left(\Gamma_1\right)$ بالدوران R . عين المجموعة $\left(\Gamma_2\right)$.

4) بكل نقطة M من المستوي المركب ذات اللاحقة z نرفق بالدوران R النقطة M' ذات اللاحقة z' .

أ ـ عين العبارة المركبة للدوران R ثم عين سابقة النقطة O بالدوران R .

ب ـ عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $\left|iz+2+2i\right|=\left|z_A\right|$.

5) اعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z-z_B}{z-z_D}$ ثم إستنتج مجموعة النقط M حتى يكون العدد $\dfrac{z-z_B}{z-z_D}$ حقيقيا سالبا تماما .

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

n عدد طبيعي حيث $(n>4)$. U_1 ، U_2 و U_3 ثلاث صناديق متماثلة.

الصندوق U_1 يحتوي على كرة حمراء واحدة و $(n-1)$ كرة سوداء .

الصندوق U_2 يحتوي على كريتين حمراوين و $(n-2)$ كرة سوداء .

الصندوق U_3 يحتوي على ثلاث كرات حمراء و $(n-3)$ كرة سوداء .

نعتبر التجربة العشوائية التالية : نختار عشوائيا صندوق من بين الصناديق الثلاثة ، ثم نسحب وفي آن واحد كرتين من الصندوق الذي وقع عليه الإختيار.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

1) ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

2) أ- بين أن: $P\left(X=2\right)=\dfrac{8}{3n\left(n-1\right)}$ وأن: $P\left(X=1\right)=\dfrac{4\left(3n-7\right)}{3n\left(n-1\right)}$.

ب ـ إستنتج قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

3) علما أننا حصلنا على كرتين حمراوين .ماإحتمال أن يكون السحب قد تم من الصندوق U_3.

www.ency-education.com

* التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بـ :
$$\begin{cases} u_0 = 2 , u_1 = e + e^{-1} \\ u_{n+2} = \left(e + e^{-1}\right) u_{n+1.} - u_n \end{cases}$$

$(x_n)_{n\in IN}$ و $(y_n)_{n\in IN}$ متتاليتين معرفتين بـ: $x_n = \frac{e}{e^2 - 1}\left(u_{n+1} - e^{-1} u_n\right)$. و $y_n = \frac{e}{1-e^2}\left(u_{n+1} - e u_n\right)$.

1) أحسب الحدود x_0 ، x_1 ، y_0 و y_1.

2) برهن أن المتتالية $(x_n)_{n\in IN}$ هندسية أساسها e ثم أكتب x_n بدلالة n .

3) برهن أن المتتالية $(y_n)_{n\in IN}$ هندسية أساسها e^{-1} ثم أكتب y_n بدلالة n .

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n = x_n + y_n$.

5) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = \left(u_0 - \sqrt{2}\right)\left(u_0 + \sqrt{2}\right) + \left(u_1 - \sqrt{2}\right)\left(u_1 + \sqrt{2}\right) + \ldots + \left(u_n - \sqrt{2}\right)\left(u_n + \sqrt{2}\right)$$.

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ: $g(x) = e^x - 2x - 1$.

1) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلين فقط أحدهما معدوم و الاخر α حيث: $1,25 < \alpha < 1,26$.

4) شكل جدول إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على IR^* بـ: $f(x) = x\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسياً ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - أحسب $\lim_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، أعط تفسيرا هندسيا . (لاحظ أن: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^2}$) .

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* : $f'(x) = \frac{e^{2x} g(x)}{(e^x - 1)^3}$.

ب – بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;\alpha[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن: $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x) - x\right) = 0$ ثم إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

www.ency-education.com

4) أ- بين أن $f(\alpha)=\frac{(\alpha+1)^2}{4\alpha}$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب - أنشئ (C_f) و (Δ) .(نأخذ $f(\alpha)\approx 2.5$).

جـ - عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=|m|x$ حلا وحيدا سالبا .

5) أ – بين $\int_e^{e^2}\frac{(2-\ln x)}{2x}=\frac{1}{4}$ ، ثم بإستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_e^{e^2}\frac{(2+\ln x)}{x^2}=\frac{4e-5}{e^2}$.

ب – بين أن من أجل عدد حقيقي x من المجال $[e,e^2]$: $x+\frac{(2-\ln x)}{2x}\le f(x)\le x+\frac{(2+\ln x)}{x^2}$.

ج – إستنتج حصرا لمساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=e$ و $x=e^2$.

الموضوع الثاني

* التمرين الأول : (04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات بيضاء تحمل الأرقام :2،1،0،0،0 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام : 0، 1،0
(لانميز بينها باللمس)نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع .

1. احسب إحتمال كل من الأحداث التالية :
   - ✓ A : للكرتين المسحوبتين نفس اللون
   - ✓ B : للكرتين المسحوبتين نفس الرقم
   - ✓ C : للكرتين المسحوبتين لونين مختلفين ورقمين مختلفين
   - ✓ D : جداء الرقمين المسجلين على الكرتين معدوم
2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل عملية سحب للكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما
   - أوجد قانون الإحتمال للمتغير X
   - أحسب الأمل الرياضياتي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير X

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E).....$9x+4y=22$ ، حيث x و y عددين صحيحان .

1- أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E)فإن $x\equiv 2[4]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2- N عدد طبيعي يكتب $\overline{133\alpha\beta 3}$ في نظام التعداد ذو الأساس 4، ويكتب $\overline{56\alpha 0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7

حيث α و β عددان طبيعيان.

- عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

3- نضع $a=88n+22$ و $b=198n+44$ حيث n عدد طبيعي .

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) باستعمال مبرهنة بيزو بين أن العددين $4n+1$ و $9n+2$ أوليان فيما بينهما .

جـ) جد $PGCD(a;b)$.

www.ency-education.com

* التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة علي IN بـ $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{\sqrt{u_n + 1}}$

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{u_n + 1}}$.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < 3$.

جـ - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 - u_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - u_n)$.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 - u_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$.

جـ - أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

3) لتكن المتتالية العددية (S_n) المعرفة على N بـ : $S_n = \frac{u_0 - 4}{3 - u_0} + \frac{u_1 - 4}{3 - u_1} + \frac{u_2 - 4}{3 - u_2} + ... + \frac{u_n - 4}{3 - u_n}$.

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n < -n - 1 + 4\left[1 - \left(\frac{5}{4}\right)^{n+1}\right]$.

ب- استنتج نهاية المتتالية (S_n) .

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x^2 + 1}$

1- أدرس تغيرات الدالة g .

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5 < \alpha < 0.6$.

3- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

الجزء الثاني: f هي الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \begin{cases} x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right), x > 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.(وحدة الطول 2cm) .

1 - أحسب $\lim_{x \to +\infty} xf(x)$ (يمكن وضع $t = \frac{1}{x^2}$) ثم استنتج $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.

3- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 0 ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

5- أدرس شفعية الدالة ، ثم ارسم (C_f) على IR . (نقبل أن $f(\alpha) = 0.8$)

6- أ) باستعمال التكامل بالتجزئة احسب مساحة الحيز : $I_\lambda = \int_\lambda^1 f(x)dx$ حيث $0 < \lambda \leq 1$.

ب) احسب $\lim_{\lambda \xrightarrow{>} 0} I_\lambda$.

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الجلفة — وزارة التربية الوطنية — الخليل للرياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة: رياضيات — الأستاذ: قويسم الخليل

المدة: 04 سا و30 د — يوم: 15 ماي 2023

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 01 إلى 03)

◄ التمرين الأول: ﴿05.00﴾

α عدد حقيقي يختلف عن -2 .

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = \alpha + 2$، ومن أجل كل عدد طبيعي n

$$u_{n+1} = \frac{(a+2)\times u_n}{u_n + 2 - a}$$

ولتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{u_n}{u_n - 2a}$

I) فيما يلي نفرض أن: $\alpha = 1$

1. تحقق أنّ: $u_{n+1} = 3 - \dfrac{3}{u_n + 1}$ ، ثمّ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2 < u_n < 4$
2. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة
3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \dfrac{6}{3 - 3^{-n}}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
4. أكتب v_n بدلالة n ثم عين أصغر عدد طبيعي n يحقق : $v_n \geq e^{66}$
5. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \cdots\cdots + \dfrac{1}{u_n}$

II) فيما يلي نفرض أن: $-2 < \alpha < 0$

1. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \dfrac{2+a}{2-a}$ ، ثم أكتب v_n بدلالة n و α
2. بين أنّ $0 < \dfrac{2+a}{2-a} < 1$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) وأحسب نهايتها
3. من أجل كل عدد طبيعي n نضع:

$$S'_n = \ln[(2-a)v_0] + \ln[(2-a)^2 v_1] + \cdots\cdots + \ln[(2-a)^n v_{n-1}]$$

• أحسب بدلالة n و α المجموع S'_n

◄ التمرين الثاني: ﴿04.00﴾

نعتبر الجملة: $(S): \begin{cases} \alpha \equiv -6[13] \\ \alpha \equiv 6[7] \end{cases}$ ، حيث α عدد صحيح غير معدوم

www.ency-education.com

❶ أ/ تحقق أنّ العدد 2022 حل للجملة (S)

ب/ استنتج أن : $7y+6=13x-6$ حيث الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حل للمعادلة (E) حيث:

$$(E): 713x-7y=12$$

❷

أ/ بيّن أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{Z}^2$ ثم تحقق أن $(2;2)$ حلا خاصا لها

ب/ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

ج/ استنتج حلول الجملة (S)

❸ ليكن α حل للجملة (S)

أ/ أكمل الجدول التالي:

α	α^2	α^4	α^6	α^{12}	
					$\equiv [13]$
					$\equiv [7]$

ب/ استنتج أن : $\alpha^{12}\equiv 1[91]$

ج/ عين باقي قسمة 2022^{1443} على 91 (يعطى $8000\equiv 83[91]$)

◄ التمرين الثالث: ﴿04.00﴾

صندوق فيه ثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1 وثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2 وكرتين سوداويين تحملان الرقمين 0، 2. الكرات كلها متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس نسحب من الصندوق ثلاث كرات الواحدة تلوى الأخرى دون إعادة الكرة المسحوبة إلى الصندوق

❶ أحسب احتمال الأحداث التالية:

A: "الكريات المسحوبة من نفس اللون"

B: "ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط في السحبات الثلاثة"

C: "ظهور الرقم 1 مرتين في السحبات الثلاثة"

D: "الكرة المسحوبة ثانيا حمراء".

❷ بيّن أنّ: $P(B\cap D)=\dfrac{17}{84}$

❸ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بالسحبات الثلاث عدد الكرات السوداء المتبقية في الصندوق

أ/ عيّن قيم المتغير العشوائي X، وأكتب قانون احتماله

ب/ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

❹ ننزع من الصندوق الكرتان السوداويتان فتبقى فيه ثلاث كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء.

فنسحب من الصندوق كرة واحدة n مرة على التوالي بالإرجاع في كل مرة

أ/ عبر بدلالة n عن احتمال أن تكون كل الكرات المسحوبة من نفس اللون

ب/ أحسب احتمال أن تكون في كل السحبات على الأقل كرة واحدة حمراء

◄ التمرين الرابع: ﴿07.00﴾

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2-xe^{1-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶

أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

www.ency-education.com

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

❷ أ/ بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها

ب/ أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة Ω

ج/ أكتب معادلة المماس (T') لـ (C_f) عند نقطة تقاطعه مع محور التراتيب، ثمّ تحقق أنّ (T) و (T') متعامدان

❸ أحسب $f(-1)$، ثم أنشئ (C_f)

❹ ناقش بيانيا، حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\ln f(x) - \ln f(m) = 0$ حيث: $m \in \mathbb{R}$

II) k عدد طبيعي حيث $k \geq 2$، لتكن الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x) = 2 - x^k e^{1-x}$، و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق

❶ بين أن جميع المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما

❷ أحسب نهايتي الدالة f_k عند $+\infty$ وعند $-\infty$ (ناقش حسب شفعية k)

❸ أحسب $f_k'(x)$ ، ثم حدد حسب شفعية k اتجاه تغير الدالة f_k و شكل جدول تغيراتها

III) من أجل كل عدد طبيعي k نعرف التكامل I_k كما يلي : $I_k = \int_0^1 x^k e^{1-x} dx$

❶ أعط تفسيرا هندسيا لـ I_k

❷ أحسب القيمة المضبوطة لـ I_0

❸ أ/ باستعمال التكامل بالتجزئة:

• أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي k ، $I_{k+1} = -1 + (k+1)I_k$

ب/ استنتج القيم المضبوطة لكل من I_1 و I_2

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 04 إلى 06)

◄ التمرين الأول: ﴿04.00﴾

لعبة تتمثل في سحب 4 كرات في آن واحد من كيس غير شفاف ، يحتوي على كرة واحدة سوداء و تسعة كرات بيضاء .

ثم نرمي نرد متزن أوجهه الستة مرقمة من 1 إلى 6

◄ إذا كانت الكرة السوداء موجودة في السحب، فيلزم الحصول على عدد زوجي لكي نربح

◄ إذا لم تكن الكرة السوداء في السحب، فيلزم الحصول على الرقم 6 لكي نربح

ليكن:

◄ الحدث N: "الكرة السوداء موجودة في السحب "

◄ الحدث G: "اللاعب يربح "

❶ أ/ أحسب $P(N)$

ب/ بيّن أن: $P(G)=\frac{3}{10}$. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

❷ لكي نلعب هذه اللعبة ندفع في البداية α دينار

◄ إذا ربح اللاعب يتحصل على 40 دينار

◄ وإذا لم يربح لكنه سحب الكرة السوداء يرجع له المبلغ α

◄ وإذا لم يربح ولم يسحب الكرة السوداء فإنه يخسر المبلغ α

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يعبر عن الربح الجبري للاعب

أ/ عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب/ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ بدلالة α

ج/ جد قيمة α من أجلها تكون اللعبة عادلة

❸ نلعب هذه اللعبة n مرة مع العلم أن بعد كل مرة تعاد الكرات المسحوبة إلى الكيس

- عين أصغر قيمة لـ n التي من أجلها يكون احتمال أن نربح مرة على الأقل أكبر من 0.999

◄ التمرين الثاني: ﴿04.00﴾

نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\int_0^1\left(\frac{x^n}{x+1}\right)dx$

❶ أ/ أحسب u_0 ثمّ u_1

ب/ أحسب u_1+u_2 ثم استنتج u_2

❷ أحسب $u_{n+1}+u_n$

❸ أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{1}{2(n+1)}<u_n<\frac{1}{n+1}$ ، ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي n و من أجل كل x من $x\in[0;1]$:

$$S_n=1-x+x^2-x^3+\cdots\cdots+(-1)^nx^n$$

www.ency-education.com

ب/ بيّن أنّ: $S_n = \frac{1}{x+1} - \frac{(-1)^n x^{n+1}}{x+1}$

ج/ باستعمال عبارتي S_n ، بيّن أنّ: $1 - \frac{1}{2} + \cdots\cdots + \frac{(-1)^n}{n+1} = \ln 2 - (-1)^{n+1} \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{x+1} dx$

د/ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{2} + \cdots\cdots + \frac{(-1)^n}{n+1}\right)$

◄ التمرين الثالث: ﴿05.00﴾

❶ أ/ عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب/ جد الأعداد الطبيعية من أجلها يكون: $n^2 \times 2023^{2973} + 4 \times 2972n \equiv 0[7]$

❷ نعتبر العدد الطبيعي N_p المكتوب في النظام العشري على الشكل : $N_p = \underbrace{\overline{111\cdots\cdots1}}_{\text{1 مكرر } p \text{ مرة}}$

أ/ بيّن أن : $N_p \equiv p[3]$

ب/ استنتج باقي قسمة العدد N_{2020} على 3

ج/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد : $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2

د/ بيّن أنّ العدد N_p يقبل القسمة على 7 إذا وفقط إذا كان العدد $3^p - 1$ يقبل القسمة على 7 أيضا

ه/ استنتج باقي قسمة العدد N_{2020} على 7

❸ أ/ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $3x - 7y = 4$

ب/ استنتج الأعداد الصحيحة α التي تحقق: $\begin{cases} a \equiv 1[3] \\ 2a \equiv 3[7] \end{cases}$

ج/ استنتج باقي قسمة العدد N_{2020} على 21

❹ ليكن M عدد طبيعي مكتوب في النظام ذي الأساس 4 على الشكل : $M = \overline{\alpha\beta\beta2\alpha\beta}^4$

أ/ عيّن α و β علما أنّ: $M \equiv 0[7]$

ب/ استنتج M في النظام العشري

◄ التمرين الرابع: ﴿07.00﴾

I) من أجل كل عدد طبيعي k غير معدوم ، نعرف على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ الدالتين f_k و g_k حيث:

$$f_k(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^k \ln\left(x + \frac{1}{2}\right) \quad \text{و} \quad g_k(x) = \frac{2x-1}{2x+1} + k\ln\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

و(C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

❶ أ/ أدرس تغيرات الدالة g_k

ب/ أحسب $g_k\left(\frac{1}{2}\right)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g_k(x)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

❷ أ/ بيّن أنه من أجل كل $x > -\frac{1}{2}$: $f_k'(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^{k-1} \times g_k(x)$

ب/ حسب شفعية k ، أدرس اتجاه تغير الدالة f_k و شكل جدول تغيراتها

www.ency-education.com

❸ أ/ أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2)

ب/ أنشئ (C_1) و (C_2) في المعلم السابق

II) نعتبر المتتالية العددية (v_k) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي k بـ:

$$v_k = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(x-\frac{1}{2}\right)^k \ln\left(x+\frac{1}{2}\right) dx$$

❶ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم k : $0 \le v_k \le \frac{\ln 2}{k+1}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{k\to+\infty} v_k$

❷ باستعمال التكامل بالتجزئة، بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم k:

$$v_k = \frac{\ln 2}{k+1} - \frac{2^{-k}}{k+1}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(\frac{(2x-1)^{k+1}}{2x+1}\right) dx$$

❸ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم k وباعتبار: $\frac{1}{2} \le x \le \frac{3}{2}$ ليكن المجموع:

$$S_k(x) = 1 - \left(x-\frac{1}{2}\right) + \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots\cdots + (-1)^k \left(x-\frac{1}{2}\right)^k$$

أ/ بين أنّ:

$$s_k(x) = \frac{2}{2x+1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{(2x-1)^{k+1}}{2x+1}\right)$$

ب/ استنتج أنّ:

$$v_k = \frac{\ln 2}{k+1} - \left(\frac{(-1)^{k-1}}{k+1}\right)\left[\ln 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots\cdots + \frac{(-1)^{k+1}}{k+1}\right]$$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

♥ لا تنسونا من صالح دعائكم ♥

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غرداية — **ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02**

امتحان بكالوريا التجريبي — **دورة: ماي 2023**

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدّة: 04 سا و 30 د**

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-4)(z^2+4z+16)=0$

2) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A ، B و C ثلاث نقط لواحقها على الترتيب

$z_A=4$ ، $z_B=-2+2i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$

- أكتب الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ثم بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

3) نعتبر العدد المركب L حيث: $L=\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$.

أ- أكتب العدد L على الشكل الأسي ثم فسر النتائج المحصل عليها هندسيا.

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC.

ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب L^n حقيقي سالب.

د- ما طبيعة التحويل r الذي مركزه A ويحول B إلى C. أوجد عبارته المركبة.

ه- عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتحويل r.

و- ما طبيعة الرباعي $ABCE$ ؟ علل إجابتك.

4) (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|iz+2i-2\sqrt{3}|=|z-4|$

أ- بين أن كلا من النقطتين E و B تنتميان إلى (γ)

ب- عين طبيعة المجموعة (γ).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر ثنائية $(x_0;q)$ حيث x_0 و q عددين طبيعيين غير معدومين و $p\gcd(x_0,q)=1$. (x_n) متتالية هندسية أساسها q وحدها الأول x_0 ، وتحقق من أجل كل عدد طبيعي n : $x_{n+1}+2x_{n+3}-44x_0{}^2q^n=0$

1) أ- بين أن: $q+2q^3=44x_0$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $p\gcd(1+2q^2,4)=1$ ثم حدد قيمة كل من x_0 و q

2) نأخذ فيما يلي $(x_0;q)=(3;4)$ ونضع من أجل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n=x_0+x_1+x_2+\cdots+x_n$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n\equiv 0[3]$

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_{n+1}=4S_n+3$ ، ثم حدد قيمة العدد: $p\gcd(S_{n+1};S_n)$

ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n\equiv 0[5]$

3) أ- حدد باقي قسمة العدد S_{27} على 17.

ب- استنتج ثلاثة قواسم أولية للعدد S_{27}

www.ency-education.com

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على **5** كريات حمراء و**3** كريات صفراء وكريتين خضراوين. الكريات متماثلة لانفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا في آن واحد ثلاث كريات من الوعاء U.

A و B و C ثلاثة أحداث حيث:

- A : " الحصول على ثلاث كريات حمراء"
- B : " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون"
- C : " الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى"

1) أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الأحداث A و B و C على الترتيب.

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد ألوان الكريات المسحوبة.

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

3) نظيف $(n-5)$ كرية حمراء إلى الوعاء U حيث $n \geq 5$ ، ثم نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع.

D و E حدثين حيث:

- D : " الحصول على كريتين حمراوين"
- E : " الحصول على كريتين من نفس اللون"

أ- برهن أن: $\mathrm{P}(D)=\dfrac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

ب- أحسب بدلالة n العدد $\mathrm{P}(E)$ احتمال الحدث E.

ج- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P(E) \geq \dfrac{1}{2}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f_m(x)=e^{-2x}-(1+m)e^{-x}+m$ حيث m وسيط حقيقي

(C_m) التمثيل البياني للدالة f_m في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. حيث $\|\vec{i}\|=2\,cm$

I. في هذا الجزء نضع: $m=1$

1) أدرس تغيرات الدالة f_1

2) أ- برهن أن المنحني (C_1) يقبل A_0 نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

ب- أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_1) عند النقطة A_0 ثم أنشئه.

ج- أنشئ المنحني (C_1)

II.

1) أ- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثييها.

ب- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m وجود نقط تقاطع المنحني (C_m) مع حامل محور الفواصل.

2) أدرس تغيرات الدالة f_m ، ثم عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C_m).

3) أ- m_1 و m_2 عددين حقيقين حيث: $m_1 < m_2$ أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_{m_1}) و (C_{m_2})

ب- أنشئ (دون دراسة التغيرات) المنحنيين (C_{-2}) و (C_3) في نفس المعلم السابق.

4) نعتبر y_m القيمة الحدية المحلية للدالة f_m التي تأخذها عند x_m أكتب كل من x_m و y_m بدلالة m.

استنتج معادلة مستقلة عن m للمنحني (P) مجموعة النقط $M(x_m;y_m)$ لما m يمسح $]-1;+\infty[$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضات /البكالوريا التجريبي 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

نعتبر المعادلة التالية: (E) ..... $7x-5y=11$ حيث x و y عددان صحيحان

1) أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن $x\equiv 3[5]$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

ج) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون $PGCD(x;y)=11$

2) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية لكل من 5^n و 7^n على 11

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 5^n+7^{2023} قابلا للقسمة على 11

3) a و b عددان طبيعيان غير معدومين كلاهما أصغر تماما من 7 ، N عدد طبيعي يكتب $\overline{a01b}$ في النظام العشري

أ) تحقق أن $10^3\equiv -1[11]$

ب) عين قيمة العدد N إذا علمت أن باقي قسمته على 11 هو 4

ج) أكتب العدد N في نظام التعداد ذي الاساس 11

التمرين الثاني: (04 نقاط).

يحتوي كيس U على 5 كريات بيضاء و3 كرات حمراء وكرتان خضراوتان،الكريات متماثلة ولانفرق بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس

1) أحسب إحتمال الحادثتين التاليتين :

A : " الكريات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "

B : " من بين الكريات الثلاثة المسحوبة توجد كرة واحدة فقط خضراء "

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الألوان الظاهرة

أ) عين قانون احتمال المتغير X

ب) احسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير العشوائي X

3) في تجربة مستقلة نعتبر الكيس U وكيس آخر V به كرتين بيضاوين وكرتين حمراوين وكرة خضراء

نرمي حجر نرد غير مزيف مرقم من 1 إلى 6، إذا ظهر الرقم 6 نسحب كرة من الكيس U

وإلا نسحب كرة من الكيس V

أ) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو $\frac{5}{12}$

ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء فما احتمال ان تكون من الكيس V

التمرين الثالث: (04 نقاط).

a عدد حقيقي موجب تماما

f الدالة المعرفة والقابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{1+ax^2}$

- بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

(u_n) متتالية عددية معرفة بـحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

www.ency-education.com

1) نفرض أن $0 \prec a \prec 1$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n \le \frac{1}{\sqrt{1-a}}$

ب) بين أن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، واستنتج أنها متقاربة ثم احسب نهايتها

2) نضع $a \succ 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_{n+1}^2 - u_n^2$

أ) أثبت أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$

ج) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (w_n) كالآتي:

$w_0 = 0$ ومن أجل كل $n \succ 1$ ، $w_n = 1 + a + a^2 + ... + a^{n-1}$

- أكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n و a

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \sqrt{w_n}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة التالية : $f(x) = \frac{1}{2}\left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ أحسب $f(-x) + f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{\prec} 0} f(x)$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4) أ) أثبت أنه يوجد مماسان (T) و (T') للمنحنى (C_f) يوازيان (Δ) يطلب تحديد معادلة كل منهما.

ب) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث

$2 < \alpha < 2,1$ و $-0,5 < \beta < -0,4$

ج) أرسم كلاّ من (Δ)، (T)، (T') والمنحنى (C_f).

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e-2m) = \ln(x^2)$ حلا وحيدا

6) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 1$ و $x = \alpha$

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: رياضيات

مديرية التربية لولاية المسيلة
ثانوية الشهيد مرزوك دحمان-سيدي عامر-
دورة: ماي 2023

إختبار في مادة : الرياضيات
المدة :04 سا و30د

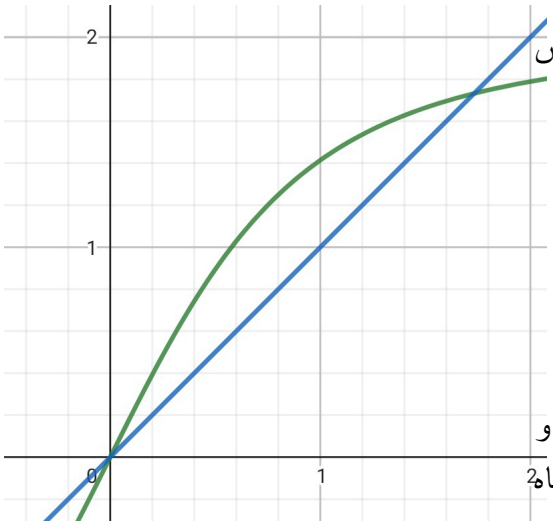
على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل)



1)- أ)- أدرس إتجاه تغير الدالة f .

ب)- بين أنه إذا كان $x\in[1;\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$

2)- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ،

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ)- برر وجود المتتالية (u_n) .

ب)- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

ج)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n<\sqrt{3}$

3)- أ)- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

ب)- استنتج أنها متقاربة

4)- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$:

أ)- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب)- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

ج)- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{3-u_0^2}+\frac{1}{3-u_1^2}+\cdots+\frac{1}{3-u_n^2}$

د)- أحسب بدلالة n المجموع P_n حيث : $P_n=\frac{1}{2}v_0\times\frac{1}{2}v_1\times\cdots\times\frac{1}{2}v_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1)- نعتبر المعادلة : $9x-4y=22$ ..... (E) . ذات المجهول (x,y) حيث x و y عددان صحيحان

2)- أ)- بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب)- بين أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 2\,[4]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

3)- N عدد طبيعي يكتب $\overline{133\alpha\beta3}$ في نظام التعداد ذي الأساس 4 ويكتب $\overline{56\alpha0}$ في النظام ذي الأساس 7 حيث α و β عددان طبيعيان

* عين α و β ، ثم أكتب N في النظام العشري .

4)- نضع $a=88n+22$ و $b=198n+44$ ، حيث n عدد طبيعي .

أ)- تحقق أن الثنائية $(a;b)$ حل للمعادلة (E) .

ب)- باستعمال مبرهنة بيزو بين أن العددين $4n+1$ و $9n+2$ أوليان فيما بينهما.

ج)- جد $\text{pgcd}(a,b)$

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

تتكون جمعية من 8 رجال و 4 نساء من بينهم رجل واحد اسمه محمد وامرأة واحدة اسمها فاطمة ،
نريد تشكيل لجنة مكونة من : رئيس ، نائب وكاتب .

1)- ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها

2)- احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " اللجنة تتكون من أعضاء من نفس الجنس "

B " اللجنة تضم رجلين وامرأة "

C " اللجنة تضم محمد في منصب الرئيس "

3)- علما أن اللجنة تضم رجلين وامرأة ، ماهو احتمال أن يكون فيها محمد في منصب الرئيس ؟

4)- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة

أ)- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي ثم عرف قانون احتماله

ب)- أحسب $E(X)$

د)- أحسب الاحتمال $P\left(\ln X(3e^X-3)=0\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I)- نعتبر الدّالة العدديّة f المُعرّفة على $[-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x+1}e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1)- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند -1 بقيم أكبر ، ثم فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها .

2)- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

3)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4)- نعتبر المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$

- بين أن (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha\in[-\frac{1}{2};+\infty[$ ، ثم تحقق أن $\frac{1}{2}<\alpha<1$

5)- أُكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6)- أُرسم (Δ) ، (T) و (C_f).

7)- أ)- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $[-1;+\infty[$ ، $x+1\leq e^x$.

ب)- استنتج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $[-1;+\infty[$ ، $f(x)\leq e^{-\frac{x}{2}}$

8)- نعتبر λ عدد حقيقي حيث $\lambda\geq 1$ ، ولتكن $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=0$.

- بين أن $0\leq S(\lambda)\leq\frac{2}{\sqrt{e}}$.

II)- ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ، نعتبر الدّالة العدديّة f المُعرّفة على $[-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x+1}e^{-\frac{x}{n}}$

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1)- بين ان جميع المنحنيات (C_n) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيين احداثيتيهما .

2)- أ)- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، المنحنيات (C_n) تقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في نقطة M_n فاصلتها α_n

ب)- ادرس طبيعة المتتالية (α_n) .

3)- أُدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1})

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي صندوق على أربع كريات حمراء تحمل الأرقام -1 ، -1 ، 0 و 1 وكريتان خضراوين تحملان الرقمين -1 و 0 وكرية سوداء تحمل الرقم 1 (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس).

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الصندوق

1)- احسب احتمال الحوادث الآتية :

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " .

B " الحصول على كريتين تحمل نفس الرقم " .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداءء الرقمان الظاهران في الكريتان المسحوبتان من الصندوق .

2)- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

3)- احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ، ثم استنتج $E(1444X+2023)$.

II) نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الصندوق ونضيف له n كرية سوداء كلا منها تحمل الرقم 1 ، ثم نسحب منه كريتين على التوالي بدون إرجاع

1)- ماهو عدد الحالات الممكنة ؟

2)- احسب احتمال الحوادث الآتية :

C " الحصول على كريتين من نفس اللون " .

D " الحصول على كريتين تحمل كلا منهما رقم موجب تماما " .

E " الحصول على كريتين تحملان رقمين مختلفين تماما في الإشارة " .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب $Z_A=1$ ، $Z_B=1+2i$ ، $Z_C=1+\sqrt{3}+i$ و $Z_D=\overline{Z_C}$

1) أ)- أكتب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ على الشكل الأسي ، ثم فسر النتيجة هندسيا $\arg\left(\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}\right)$

ب)- استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج)- استنتج طبيعة التحويل R الي مركزه A ويحول النقطة B إلى C ، يطلب تعيين عبارته المركبة.

2)- حدد طبيعة الرباعي ABCD ، ثم احسب مساحته .

3)- لتكن Z_K لاحقة النقطة K صورة النقطة E ذات اللاحقة $Z_E=i$ بواسطة التحويل R .

- بين أن : $Z_K=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{5\pi}{12}\right)}+1$ ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

4)- أكتب العبارة المركبة للتحاكي H الذي مركزه A ونسبته -3 .

5)- أ)- أكتب العبارة المركبة للتحويل $S=R\circ H$ محددا طبيعته وعناصره المميزة.

ب)- ليكن $AB'CD$ صورة الرباعي ABCD بالتحويل S .

- بين أن مساحة الرباعي $AB'CD$ هي $18\sqrt{3}$ (مقدرة بوحدة المساحات) .

www.ency-education.com

التمـرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) و المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2-u_n} \end{cases}$

1)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 1$

2)- أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

3)- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{4}{1-u_n}$:

أ)- بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 4 ، ثم احسب حدها الأول.

ب)- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4)- أ)- ادرس حسب قيم العددالطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب)- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $2023^{1444} + 1444^{2023} + 2023^{v_n}$ على 5 .

ج)- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة: $\begin{cases} n \equiv 2023[4] \\ v_n - 3^n \equiv 1444[5] \end{cases}$

التمـرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$

1) أ)- تحقق أنه من أجل كل من $]0;+\infty[$ ، $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2+3x+2)$

ب)- أحسب نهاية الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أ)- أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ب)- استنتج من أجل كل x من $]0;+\infty[$ إشارة $g(x)$.

II)- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = x - 1 + \dfrac{x-1+\ln x}{x^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1)- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2)- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3)- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

4)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

5)- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة 1 .

6)- ارسم المستقيم (Δ) و المماس (T) والمنحنى (C_f) .

7)- لتكن (d_m) عائلات المستقيمات المعرفة بـ $y = mx - m$ حيث m وسيط حقيقي.

أ)- تحقق أن جميع المستقيمات (d_m) تمر بالنقطة A

ب)- عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة $f(x) = mx - m$ حلان متمايزان .

III) 1)- بإستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$

2)- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$ (يجب تقديم قيم مضبوطة لمساحة الحيز)

بالتوفيق في إمتحان شهادة البكالوريا 2023

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ : بوقفة عبد الفتاح — شعبة : ع ت - ت ر - ر

الإختبار التجريبي رقم 04 : Bac 2023

الرياضيات ليست إبرة تحقن في جسمك في بداية السنة لتصبح ممتازا فيها

الرياضيات = حبها + التركيز + المرافقة اليومية

التمرين 01 — 30 دقيقة

ثلاث صناديق غير شفافة U_1 ، U_2 و U_3 . يحتوي الصندوق U_1 على ثلاث كرات حمراء وثلاث كرات بيضاء و يحتوي الصندوق U_2 على كريتين حمراوين وأربع كرات بيضاء ، ويحتوي الصندوق U_3 على كرتين بيضاوين وأربع كرات حمراء (كل الكرات متشابهة ولا نفرق بينها عند اللمس)

نرمي زهر نرد غير مزيف ذا أربعة أوجه مرقمة من 1 إلى 4

إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 ، وإذا ظهر الرقم 2 أو 3 نسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع من الصندوق U_2 وإذا ظهر الرقم 4 نسحب كرتين على التوالي وبإرجاع من الصندوق U_3

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A : " سحب كرتين حمراوين " ، B : " سحب كرتين بيضاوين " ، C : " سحب كرتين من لونين مختلفين "

1. أنجز شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة
2. أ/ أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C

ب/ علما أن الكرتين المسحوبتين حمراوان ، ما إحتمال أن تكونا من الصندوق U_2

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، وأحسب الأمل الرياضياتي

التمرين 02 — 40 دقيقة

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z-4)(z^2-4z+8)=0$

II- نعتبر في المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C ، D ذات اللواحق

$z_A=2-2i$ ، $z_B=4$ ، $z_C=-\overline{z_A}$ ، $z_D=-z_A$ على الترتيب

1. أكتب العدد المركب $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ، ثم إستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S يطلب تعيين عناصره المميزة
2. أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023}$ ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي
3. أكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم عين طبيعة المثلث ACD
4. جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-2),(C;2)\}$

www.ency-education.com

5 (τ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|(1+i)z+4|=8$

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (τ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (τ) وعناصرها المميزة

التمرين 03 — 35 دقيقة

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ :

$$\begin{cases} u_0=\frac{1}{4} \\ u_1=\frac{1}{2} \\ 4u_{n+2}=7u_{n+1}-3u_n \end{cases}$$

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_{n+1}-u_n$

1 أحسب u_2 و v_0

2 بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، أكتب v_n بدلالة n

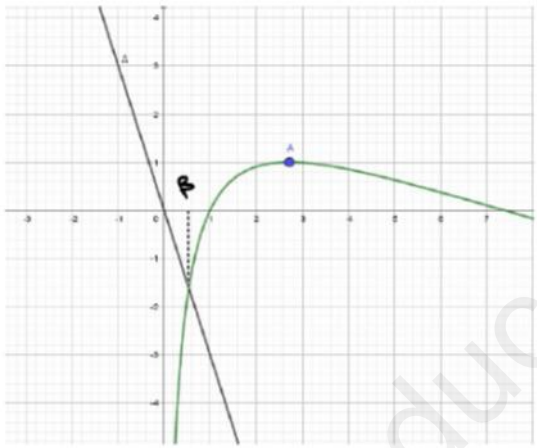
3 عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n-1}$

4 عبر عن u_n بدلالة n ، ثم إستنتج نهاية (u_n)

التمرين 04 — 75 دقيقة

I- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=a(\ln x)^2+bln(x)$

حيث a و b عددان حقيقيان



(C_g) تمثيلها البياني في معلم $(o;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة : $y=-3x$ كما هو مبين في الشكل التالي ، المنحنى (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=e$

1 أ/ عين $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب/ تأكد من المعطيات السابقة أن : $a=-1$ و $b=2$

2 عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) . (β هي فاصلة (C_g) و (Δ))

3 إستنتج إشارة $h(x)$ حيث : $h(x)=g(x)+3x$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=3\ln x+\frac{(\ln x)^2}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(o;\vec{i},\vec{j})$

1 بين أن : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0{,}3<\alpha<0{,}4$

4 تأكد أن : $\ln(\alpha)=-3\alpha$ ، ثم أنشئ (C_f) و (Δ) ، يعطى : $\beta=0{,}5$ و $f(\beta)=-1{,}2$

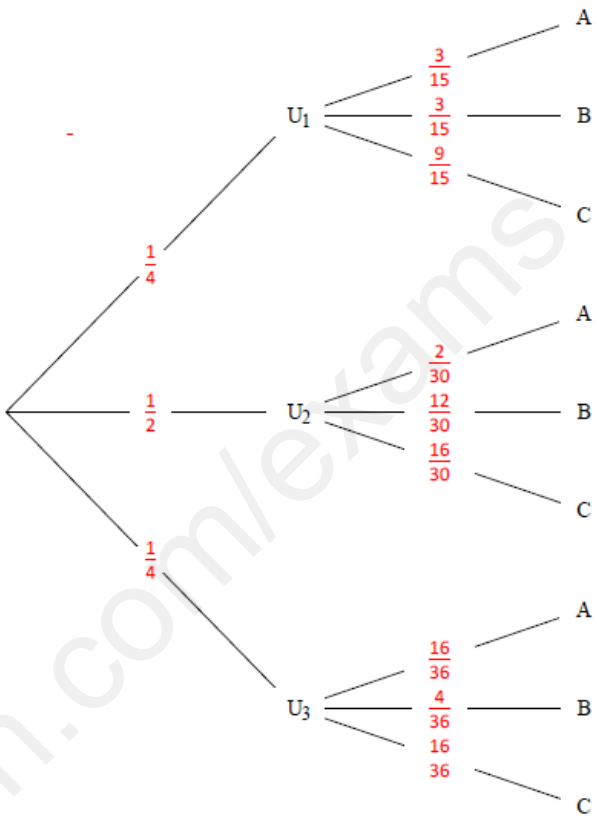
5 أحسب مشتقة الدالة : $x\mapsto xln(x)-x$ ، ثم بين أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=0$ و $x=\alpha$ و $x=1$ هي $S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u_a$

www.ency-education.com

الحل المفصل لإختبار رقم04

التمرين 01

1 شجرة الإحتمالات



2 أ/ أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C

$$P(A) = P(A \cap U_1) + P(A \cap U_2) + P(A \cap U_3)$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{16}{36} = \frac{7}{36}$$

$$P(B) = P(B \cap U_1) + P(B \cap U_2) + P(B \cap U_3)$$

$$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{12}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{36} = \frac{10}{36}$$

$$P(C) = P(C \cap U_1) + P(C \cap U_2) + P(C \cap U_3)$$

$$P(C) = \frac{1}{4} \times \frac{9}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{16}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{16}{36} = \frac{19}{36}$$

ب/ علما أن الكرتين المسحوبتين حمراوان ، ما إحتمال أن تكونا من الصندوق U_2

$$P_A(U_2) = \frac{P(A \cap U_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{30}}{\frac{7}{36}} = \frac{6}{35}$$

3 قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0; 1; 2\}$

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

$$P(X = 0) = P(A) = \frac{7}{36}$$

$$P(X = 1) = P(C) = \frac{19}{36}$$

$$P(X = 2) = P(B) = \frac{10}{36}$$

X_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{36}$	$\frac{19}{36}$	$\frac{10}{36}$

حساب الأمل الرياضي

$$E(X) = 0 \times \frac{7}{35} + 1 \times \frac{19}{36} + 2 \times \frac{10}{36} = \frac{39}{36}$$

التمرين 02

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة

$$(z-4)(z^2-4z+8) = 0$$

ومنه إما $z-4=0$ أو $z^2-4z+8=0$

ومنه إما $z=4$ أو $\Delta = -16 = 16i^2$

ومنه $z_1 = 2+2i$ أو $z_2 = 2-2i$

ومنه $S = \{2-2i; 2+2i; 4\}$

1 أكتب العدد المركب $L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي

$$L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-2-2i-2+2i}{4-2+2i} = \frac{-4}{2+2i} \times \frac{2-2i}{2-2i} = \frac{-8+8i}{2^2+2^2}$$

$$L = -1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

إستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S يطلب تعيين عناصره المميزة

لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ومنه

$$z_C - z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}(z_B - z_A)$$

ومنه C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ومركزه النقطة A

2 أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023}$

لدينا $z_C = -\overline{z_A} = -2-2i = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}$

لدينا $z_D = -z_A = -2+2i = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ومنه

$$\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023} = \left(\frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}}\right)^{2023} = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2023} =$$

$$e^{i\frac{2023\pi}{2}} = e^{i\frac{2024\pi-\pi}{2}} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$$

عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي

ency-education.com/exams

التمرين 03

1 أحسب u_2 و v_0

لدينا $4u_{n+2} = 7u_{n+1} - 3u_n$

ومنه $u_{n+2} = \frac{7u_{n+1}-3u_n}{4}$ ومنه $u_{0+2} = \frac{7u_{0+1}-3u_0}{4}$

ومنه $u_2 = \frac{7\times\frac{1}{2}-3\times\frac{1}{4}}{4} = \frac{\frac{7}{2}-\frac{3}{4}}{4} = \frac{11}{16}$

لدينا $v_0 = u_{0+1} - u_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

2 بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

تكون (v_n) هندسية إذا وفقط إذا كانت

$v_{n+1} = v_n \times q$ حيث $q \in \mathbb{R}^*$

لدينا $v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1}$ ومنه

$v_{n+1} = \frac{7u_{n+1}-3u_n}{4} - u_{n+1} = \frac{7u_{n+1}-3u_n-4u_{n+1}}{4}$

$\frac{3u_{n+1}-3u_n}{4} = \frac{3}{4}(u_{n+1} - u_n) = \frac{3}{4}v_n$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

أكتب v_n بدلالة n

لدينا $v_n = v_0 \times q^n$ ، ومنه $v_n = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n$

3 عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث :

$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$

$S_n = \frac{1}{4}\left[\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{\frac{3}{4}-1}\right] = \frac{1}{4}\left[\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{-\frac{1}{4}}\right] = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

4 عبر عن u_n بدلالة n ، ثم إستنتج نهاية (u_n)

$$\begin{cases} v_0 = u_1 - u_0 \\ v_1 = u_2 - u_1 \\ v_2 = u_3 - u_2 \\ \cdots \\ v_{n-1} = u_n - u_{n-1} \end{cases}$$

بالجمع طرفا لطرف نجد $S_n = -u_0 + u_n$

ومنه $u_n = S_n + u_0$ ومنه $u_n = \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^n = \frac{5}{4}$

$arg\left(\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n\right) = k\pi$ ومنه $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$

ومنه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ حيث $n = 2k$ ومنه $k \in \mathbb{N}$

3 أكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي

$\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C} = \frac{2-2i+2+2i}{-2+2i+2i} = \frac{4}{4i}\times\frac{i}{i} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$

عين طبيعة المثلث ACD

لدينا $\left|\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right| = |-i| = 1$ ، ومنه

$|z_A - z_C| = |z_D - z_C|$ ومنه $CA = CD$

لدينا $arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right) = arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$ ومنه

$(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) = -\frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث ACD قائم في C ومتساوي الساقين

4 جد لاحقة النقطة G

$z_G = \frac{z_A-2z_B+2z_C}{1-2+2} = -10 - 6i$

5 (τ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات

ا اللاحقة z حيث : $|(1+i)z + 4| = 8$

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (τ)

لدينا $|(1+i)z_A + 4| = 8$ أي

$|(1+i)(2-2i) + 4| = 8$ ومنه

$|8| = 8$ أي $|2 - 2i + 2i + 2 + 4| = 8$

ومنه النقطة A تنتمي إلى (τ)

عين طبيعة المجموعة (τ) وعناصرها المميزة

لدينا $|(1+i)z + 4| = 8$ يكافئ

$\left|(1+i)\left(z + \frac{4}{1+i}\right)\right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}\left|z + \frac{4}{1+i}\right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}\left|z + \frac{4}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}\right| = 8$

$\sqrt{2}|z + 2 - 2i| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}|z - (-2 + 2i)| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}|z - (-2 + 2i)| = 8$ يكافئ

$|z - z_D| = \frac{8}{\sqrt{2}}$ يكافئ $MD = 4\sqrt{2}$ ومنه المجموعة

(τ) هي دائرة مركزها النقطة D ونصف قطرها $4\sqrt{2}$

ency-education.com/exams

التمرين 04

1 أ/ عين $g'(x)$ بدلالة a و b

$$g'(x) = 2a\left(\frac{1}{x}\right)\ln x + b\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$g'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(2a\ln x + b)$$

ب/ تأكد من المعطيات السابقة أن : $a = -1$ و $b = 2$

المنحنى (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$ معناه $g'(e) = 0$ ومنه

$$g'(e) = \left(\frac{1}{e}\right)(2a\ln e + b) = 0$$ ومنه

$$2a + b = 0 \dots (1)$$

المنحني (C_g) يشمل النقطة $(e;1)$ معناه $g(e) = 1$ ، ومنه

$$a(\ln e)^2 + b\ln(e) = 1$$

$$a + b = 1 \dots (2)$$

نحل الجملة $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$ بالطرح نجد $a = -1$

بالتعويض في (2) نجد $b = 2$

ومنه $g(x) = -(\ln x)^2 + 2\ln(x)$

2 عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ)

x	0		β		$+\infty$
$g(x)+3x$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_g) تحت (Δ)		(C_g) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

3 إستنتج إشارة $h(x)$

لدينا $h(x) = g(x) - (-3x)$ ومنه إشارة $h(x)$ لها علاقة بالوضع النسبي بين المنحنى (C_g) و (Δ)

x	0		β		$+\infty$
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$	

II- f هي دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = 3\ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$$

1 بين أن : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \ln x\left(3 + \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$$

تفسير النتيجة هندسيا : المستقيم $x = 0$ مقارب عمودي للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \ln x\left(3 + \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$$

2 أ/ بين أن : $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$

$$f'(x) = \frac{3}{x} + \frac{\left(\frac{2}{x}\ln x\right)(x) - 1(\ln x)^2}{x^2} =$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{3x - 2\ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{h(x)}{x^2}$$

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

بما أن $x^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $h(x)$

ومنه نستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]0;\beta]$

ومتزايدة تماما على المجال $[\beta;+\infty[$

x	0		β		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$f(\beta)$	↗	$+\infty$

3 بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

$f(x) = 0$ تكافئ $3\ln x + \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

تكافئ $\ln x\left(3 + \frac{\ln x}{x}\right) = 0$

إما $\ln x = 0$ أو $3 + \frac{\ln x}{x} = 0$ تكافئ

إما $x = 1$ أو $3 + \frac{\ln x}{x} = 0$

هذه الأخيرة حلها هو α

نعتبر الدالة t المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $t(x) = 3 + \frac{\ln x}{x}$

الدالة t مستمرة ورتيبة على المجال $[0.3;0.4]$

ولدينا $t(0.3) \times t(0.4) < 0$ $\begin{cases} t(0.3) = -1.01 \\ t(0.4) = 0.71 \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $t(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

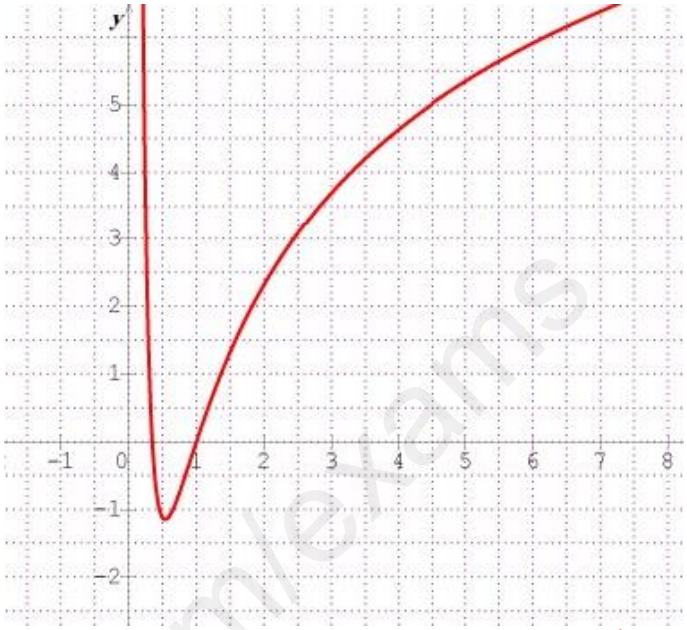
ومنه نستنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

4 تأكد أن : $\ln(\alpha) = -3\alpha$

www.ency-education.com

مما سبق لدينا $3+\frac{\ln x}{x}=0$ تقبل حلا وحيدا α ومنه $3+\frac{\ln \alpha}{\alpha}=0$ ، ومنه $\frac{\ln \alpha}{\alpha}=-3$ ، ومنه $\ln \alpha=-3\alpha$

أنشئ (C_f) و (Δ) ، يعطي : $\beta=0,5$ و $f(\beta)=-1,2$



5 أحسب مشتقة الدالة : $x \mapsto xln(x)-x$

$(xlnx-x)'=1\times \ln x+\frac{1}{x}\times x-1=\ln x$

بين أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=0$ و $x=\alpha$ و $x=1$ هي $S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u_a$

لدينا المنحنى (C_f) يقع تحت محور الفواصل في $[\alpha;1]$ ومنه

$$S_\alpha=-\int_\alpha^1 f(x)dx=\int_1^\alpha f(x)dx$$
$$=\int_1^\alpha \left(3\ln x+\frac{(\ln x)^2}{x}\right)dx$$
$$=\left[3(xlnx-x)+\frac{1}{3}(\ln x)^3\right]_1^\alpha$$
$$=\left[3xlnx-3x+\frac{1}{3}(\ln x)^3\right]_1^\alpha$$
$$=\left(3\alpha ln\alpha-3\alpha+\frac{1}{3}(\ln \alpha)^3\right)-(-3)$$

لدينا مما سبق $\ln \alpha=-3\alpha$ ومنه بالتعويض نجد

$$=\left(3\alpha(-3\alpha)-3\alpha+\frac{1}{3}(-3\,\alpha)^3\right)+3$$
$$=\left(3\alpha(-3\alpha)-3\alpha+\frac{1}{3}(-3\,\alpha)^3\right)+3$$
$$S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u_a$$

و . هـ . م

رسالتي إليكم تلاميذي الأعزاء

السلام عليكم ورحمة الله ، بسم الله والصلاة والسلام على رسول الله

☺ إلى تلاميذي الأعزاء ، طلبة البكالوريا إني أود أن أرافقكم في هذه الأيام الأخيرة من المراجعة ، مرافقة الأخ الناصح الذي سيسره نجاحكم وتفوقكم في شهادة البكالوريا بإذن الله

☺ تلاميذي المجتهدين فلتعلموا أن الحياة مليئة بالدروب منها السهل ومنها الوعر ، وإني أؤكد لكم بأن البكالوريا ماهي سوى محطة من محطات الحياة ، محطة سنقف عندها مطولا، لأنها وببساطة هي من ستحدد اختيارك لدراسة التخصص ،وبعده الجانب المهني من حياتك وإني لأجزم بأن أغلبكم يضع الآن هدفا نصب عينيه ليحققه ، لذا لا تدعو الفتور يحول بينكم وبين تحقيق أهدافكم وجعل أحلامكم واقعا

☺كونوا على يقين بأن من توكل على الله وفوض أمره إليه لن يخيب ، لكن رافقوا ذلك بالصلاة والدعاء والتقرب إلى الله محبة لا طمعا ، كونوا ربانيين وأسرفوا في ترتيل دعواتكم إلى الله

☺ وبجانب ذلك أدرسوا ، وكافحوا ، انهضوا باكرا ، اصنعوا لأنفسكم مخططا تسيرون عليه هذه الفترة ، شدوا الهمة وجاهدوا بنفس طويل لأجل أهدافكم التمسوا دعوة التوفيق من آبائكم وأمهاتكم

☺ اعتنوا بالجانب الصحي والنفسي لديكم ، فالعقل السليم في الجسم السليم

☺ وأخيرا ، تأكدوا بأن الله قد قسم أرزاق عباده من قبل. والنجاح جزء من هذا الرزق ، ثقوا بالله وبأنفسكم وسلوه عز وجل التوفيق

واعلموا أن أستاذكم عبد الفتاح بوقفة يضع بين أيديكم كل جهوده لنجاحكم ، فلا تترددوا في طلب المساعدة أيام المراجعة وإني أسأل الله أن يبارك خطواتكم نحو العلم وأن يبهج قلوبكم وقلوب والديكم بالنجاح

وفقكم الله

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان الهكالوريا التجريبي
الشعبة : رياضيات + تقني رياضي

مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية الشيخ نصر الدين ناصر ذراع قبيلة
دورة: مـــاي 2023

اختبار في مادة : الرياضيات
المـدة : 04 ســا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــــوع الأول

التمرين الأول (04,5 نقاط) :

1/ (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=4\left(-\frac{1}{U_n}+1\right)$

أ*)احسب الحدود : U_1, U_2 و U_3 .

ب*)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n>2$

ج*) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) على $\mathbb{N}$.ثم برر تقاربها ، عين نهايتها ؟

2/ من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n=\frac{1}{U_n-2}$.

أ*) بين أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب*)عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ أحسب بدلالة n عن المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{2}{U_0-2}+\frac{2}{U_1-2}+\cdots+\frac{2}{U_n-2}$

4/ أحسب الجداء P حيث: $P=e^{2v_0}\times e^{2v_1}\times\cdots\times e^{2v_{2024}}$

التمرين الثاني(04 نقاط) :

ما هي الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية ؟ برر .

الرقم	السؤال	الجواب(أ)	الجواب (ب)	الجواب (ج)
01	$I_n=\int_1^{e^n} x^2\ln x\,dx$, $n\in\mathbb{N}$ التكامل يساوي	$\frac{1}{9}\left(e^{3n}\right)$	$\frac{1}{3}\left((3n-1)e^{3n}\right)$	$\frac{1}{9}\left((3n-1)e^{3n}+1\right)$
02	العدد 2023 يكتب	513 في النظام ذي الأساس20	1207 في النظام ذي الأساس12	1000010101000 في النظام الثنائي
03	أحد حلول المعادلة التفاضلية $2y'+6y=0$ حيث f هو	$f(x)=-2xe^{-3x}$	$f(x)=2\cdot e^{-3x}$	$f(x)=e^{-3(x+1)}-2$
04	إذا كان $Arg(z)=\theta$ و $z'=-5$ $\theta\in\mathbb{R}$	$Arg\left(\overline{z}\cdot z'\right)=\pi-\theta$	$Arg\left(\overline{z}\cdot z'\right)=\theta$	$Arg\left(\overline{z}\cdot z'\right)=-\pi+\theta$
05	n عدد طبيعي نضع $a=11n+3$ و $b=13n-1$ القيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$ هي	$\{0;5;10;15;100\}$	$\{-1;2;5;15\}$	$\{1;2;5;10;25;50\}$

www.ency-education.com

التمرين الثالث(04.5 نقاط):

المستوي المركب منسوب للمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1 – حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-4\sqrt{3}z+16=0$.

2 – A,B نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=2\sqrt{3}+2i$, $z_B=\overline{z_A}$ علّم النقط A,B

3 – أكتب كلا من Z_A,Z_B على الشكل الأسي . برهن أن : $\frac{Z_A}{Z_B}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

4 – عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي سالب

5 – عين لاحقة النقطة G مرجح النقط O,B,A المرفقة بالمعاملات $1,1,2$ على الترتيب .

6 – عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق: $\left|\frac{Z-2\sqrt{3}-2i}{Z-2\sqrt{3}+2i}\right|=1$

-هل G نقطة من المجموعة (E) ؟ .

التمرين الرابع(07 نقاط) :

*) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=3x-2-e^{-x}$

1/ أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2/ أحسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

3/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]0,81;0,82[$ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ ؟

**) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-x^2+(x+1)e^{-x}$

(C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1/أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2/ أحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=xg(x)$

3/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4/ بين أن : $f(\alpha)=\alpha^3+2\alpha^2+\alpha-2$ ثم عين قيمة مقربة $f(\alpha)$

5/ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمنحنى (Γ) ذو المعادلة $y=x^3-x^2$.

6/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

7/ أنشئ بدقة المنحني (C_f) والمنحنى (Γ) (في الوثيقة المرفقة).

***) نعتبر التكامل التالي : $A(\alpha)=\int_{-1}^{\alpha}(f(x)-y)dx$

أ/ أحسب $A(\alpha)$

ب/ بين أن : $A(\alpha)=-3\alpha^2-4\alpha+4+e$.

ج/ استنتج S المساحة المقربة للحيز المحدد بالمستقيمات $x=\alpha, x=-1$ و المنحنى (Γ)

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

التمرين الأول(05 نقاط):

1/ نعتبر المتتالية (I_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $I_n = \int_0^n (1-x\ln 3)e^{-x\ln 3}dx$

أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $I_n = \frac{n}{3^n}$

ب/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3^n > n^2$ ثم استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

2/نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم بـ:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)U_n \end{cases}$$

أ/ احسب الحدود : U_2 و U_3

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

ج/ بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدومn : $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ ماذا تستنتج ؟

3/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $V_n = \frac{U_n}{n}$

أ/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

ج/ أحسب المجموع S حيث : $S = 3 + \frac{2}{U_2} + \cdots + \frac{2023}{U_{2023}}$

التمرين الثاني(05 نقاط):

1/ يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2

4 حمراء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2 , 2

5 خضراء تحمل الأرقام 1 , 2 , 2 , 2 , 0

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

نعتبر الحادثتين : A " سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة خضراء على الأقل "

أ/ أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A , B , $A \cap B$ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة العدد $\frac{(-2)^{(a+b+c)}}{4}$ حيث a ، b و c هي الأرقام المسجلة في كل سحبة

أ/ أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج - أحسب $P\left(2e^{2x} - e^x - 3 \geq 0\right)$

3/ نسحب عشوائيا على التوالي و بالإرجاع n كرة من الكيس

بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل هو : $P(n) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P(n)$ فسر النتيجة

ما هو أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $P(n) \geq 0{,}999$

www.ency-education.com

التمرين الثالث (04 نقاط) :

أ/ أدرس حسب قيم العدد n عدد طبيعي بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11.

ب/ عين قيم n بحيث : $\begin{cases} n \equiv 6[10] \\ 7^n - n^2 \equiv 0[11] \end{cases}$ و $n < 200$

2/ a عدد طبيعي يكتب في النظام العشري : $a = q r_{n-1} r_{n-2} ... r_1 r_0$ وبالتالي ينشر:

$a = q10^n + r_{n-1}10^{n-1} + r_{n-2}10^{n-2} + ... + r_2 10^2 + r_1 10 + r_0$ ، $0 < q < x$ و $0 \le r_\alpha < x$ مع $\alpha \in \{0;1;2;.....;n-1\}$

أ/ " باستعمال $10 \equiv -1[11]$ و $10^n \equiv (-1)^n [11]$" بين أن : a يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا **قبل العدد الناتج من الفرق بين مجموع الأرقام ذات الرتب الزوجية مع مجموع الأرقام ذات الرتب الفردية القسمة على** 11

ب/ هل العدد: $a = 20231444297319621954188 0$ يقبل القسمة على 11 برر باستعمال السؤال السابق؟

ج/ **هل العدد** a يقبل القسمة على 110 (لاحظ : $110 = 11 \times 10$) برّر ؟

التمرين الرابع (06 نقاط):

I) g دالة معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + x - x \ln x$

أ/ احسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,+\infty[$ ثم تحقق أن : $3,58 < \alpha < 3,6$

استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{\ln x}{1+x^2}$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (الوحدة هي $2cm$).

1) احسب النهايات عند أطراف مجالات مجموعة التعريف فسر النتائج هندسيا ؟

2) بين أن f تقبل الاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن $f'(x) = \dfrac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$

أ/ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول التغيرات

ب/ تحقق أن : $f(\sqrt{\alpha}) = \dfrac{1}{2\alpha}$

ب/عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ج/ أنشئ بدقة (T) و (C).

3)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - m$

5) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $h(x) = -2(1+x) f\left(\sqrt{x}\right)$

أ/ عين الدالة H الدالة الأصلية للدالة h التي تحقق : $H(1) = 0$.

ب/ بين مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_h) منحنى الدالة h والمستقيمات $x = \alpha, x = \dfrac{1}{e}$ و $y = 0$ هي $(8\alpha + 4)\,cm^2$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق للجميع وحظ موّفق في شهادة البكالوريا

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تقرت

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — دورة: ماي 2023

ثانوية : الحسن بن الهيثم النزلة — الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة :4 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل العدد 0 ، وخمس كريات سوداء تحمل العدد -3 ، وكريتين حمراوتين تحملان العدد α (حيث $\alpha \in \mathbb{N}^*$) ، كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد

1. أحسب إحتمال الأحداث الأتية : A : " الحصول على كريتين من نفس اللون "

B : " الحصول على كريتين جداء الأعداد المسجلة عليها معدوم " ، C : " سحب كريتين حمراوين على الأكثر "

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ، مجموع العددين المسجلين على الكريتين

عرف قانون إحتمال للمتغير العشوائي X

3. بين أن : $E(X) = \frac{2}{5}\alpha - 3$

4. عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي α حتى يكون $E(X) > 0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 8$

1. تحقق أن : $z^3 - 8 = (z-2)(z^2+2z+4)$
2. إستنتج كل حلول المعادلة $P(z) = 0$

II- نعتبر في المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C ذات اللواحق

$z_A = -1 + \sqrt{3}i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2$ على الترتيب

1. أكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي
2. إستنتج أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة (يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها)
3. بين أن : $z_A{}^{2023} = 2^{2022} z_A$ ، ثم إستنتج مايلي : $(z_A{}^{2023} + z_B{}^{2023} + z_C{}^{2023})$
4. أكتب العدد المركب $L = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسي
5. إستنتج طبيعة المثلث ABC

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E) \dots 3x - 2y = 1$

2) أ/ ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، بين أن الثنائية $(14n+3; 21n+4)$ حل للمعادلة (E)

ب/ إستنتج أن العددان $14n+3$ و $21n+4$ أوليان فيما بينهما

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين $2n+1$ و $21n+4$

أ/ عين القيم الممكنة للعدد d

ب/ بين أنه إذا كان $d = 13$ فإن $n \equiv 6[13]$

4) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ نضع $A = 21n^2 - 17n - 4$ ، $B = 28n^3 - 8n^2 - 17n - 3$

أ/ بين أن العددين A و B يقبلان في $\mathbb{Z}$ القسمة على $n-1$

ب/ عين حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$

2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ/ إستنتج أنه إذا كان $x \in [0; 4]$ فإن : $f(x) \in [0; 4]$

3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل (Δ)

4) أرسم (Δ) و (C_f)

III- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_{n+1} = f(u_n)$

1) بإستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1، u_2 و u_3

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 4$

3) أ/ بين أن (u_n) متناقصة ، ثم إستنتج أنها متقاربة

ب/ أحسب نهاية u_n

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات حمراء و 4 كرات سوداء

ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات حمراء و كرية سوداء و كرية بيضاء

أولا : نسحب عشوائيا على التوالي ودون إرجاع 3 كرات من الصندوق U_1

1. شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية
2. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، A : " الحصول على كرية حمراء على الأقل " ، B : " الحصول على 3 كرات حمراء "

ثانيا : نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وكرية واحدة من الصندوق U_2

1. علما أن الكرة المسحوبة من U_2 سوداء ما هو إحتمال سحب كرية حمراء على الأقل
2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة

أ/ برر أن قيم X هي 0 و 1

ب/ أحسب الأمل الرياضي ، ثم إستنتج $E(1444X + 2023)$

جـ/ أحسب $P((\ln x)^2 - \ln x \leq 0)$

3. نضيف n كرة سوداء إلى الصندوق U_1 و n كرة حمراء إلى الصندوق U_2

نسحب كرية واحدة من الصندوق U_1 وكرية واحدة من الصندوق U_2

لتكن الحادثة C : " الحصول على كرتين من نفس اللون " . عين قيمة n حتى يكون $P(C) = \frac{3}{7}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن المتتاليتان (u_n) و (v_n) المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = \frac{2^n+3n-1}{2}$ ، $v_n = \frac{2^n-3n+1}{2}$ على الترتيب

1. أحسب الحدود u_0 و u_1 و u_2 ، v_0 ، v_1 ، v_2
2. لتكن المتتالية (w_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = u_n - v_n$

أ/ أثبت أن (w_n) متتالية حسابية معينا أساسها وحدها الأول

ب/ أحسب المجموع $S = w_0 + w_1 + \cdots + w_{10}$

3. لتكن المتتالية (t_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $t_n = u_n + v_n$

أ/ أثبت أن (t_n) متتالية هندسية معينا أساسها وحدها الأول

ب/ أحسب المجموع $S' = t_0 + t_1 + \cdots + t_{10}$

4. ليكن : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ ، $S_2 = v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$

أ/ تحقق أن : $S = S_1 - S_2$ ، و $S' = S_1 + S_2$

ب/ إستنتج قيمة كل من S_1 و S_2

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1. أ/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب/ ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد $2 \times 2019^{6n+4} + 2017^{4n+2}$ على 7

2. نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : $(E) \dots 343x - 648y = 76$

أ/ بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

ب/ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

3. ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E)

أ/ ماهي القيم الممكنة للعدد d

ب/ عين الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d = 76$

4. λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1 \alpha \beta}$ في نظام التعداد ذي التعداد 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1 \alpha \alpha \beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 ، جد العددين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x + e^x$

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0.57 < \alpha < -0.56$
3. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = x - xe^{1-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$
2. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)
3. أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = e^{1-x} g(x-1)$

ب/ إستنتج أن الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha + 1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; \alpha + 1]$

جـ/ شكل جدول تغيرات الدالة f

4. أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
5. أحسب $f(-1)$ ، ثم أنشئ كلا من (T) ، (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha + 1) = -0.4$)
6. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $e^{m-1+x} = x$ حلين متمايزين

III- λ عدد حقيقي موجب تماما

1. بإستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{1-x}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم عند 0
2. أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \lambda$

www.ency-education.com

الحل المفصل لبكالوريا التجريبية
شعبة رياضيات
الموضوع الأول :

التمرين الأول

0,0,0 : 3 B
-3, -3, -3, -3, -3 : 5 N
α, α : 2 R

عدد الحالات الممكنة للسحب

$C_{10}^{2} = \boxed{45}$

① حساب إحتمال الأحداث التالية

* الحادثة A معناه سحب إما (R.R) أو (N.N) أو (B.B)

$P(A) = \dfrac{C_3^2 + C_5^2 + C_2^2}{45} = \boxed{\dfrac{14}{45}}$ 0,25

* الحادثة B معناه سحب إما (0,0) أو $(0, \bar{0})$

$P(B) = \dfrac{C_3^1 C_7^1 + C_3^2}{45} = \boxed{\dfrac{24}{45}}$ 0,25

* الحادثة C معناه سحب إما $(R.\bar{R})$ أو $(\bar{R}.\bar{R})$ أو (R.R)

$P(C) = \dfrac{C_2^2 + C_2^1 C_8^1 + C_2^0 C_8^2}{45} = \boxed{1}$ 0,25

② قيم المتغير العشوائي X هي

$X = \{0, -6, -3, \alpha, \alpha-3, 2\alpha\}$ 0,5

عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X

$P(X=0) = \dfrac{C_3^2}{45} = \boxed{\dfrac{3}{45}}$ 0,25

$P(X=-6) = \dfrac{C_5^2}{45} = \boxed{\dfrac{10}{45}}$ 0,25

$P(X=-3) = \dfrac{C_3^1 C_5^1}{45} = \boxed{\dfrac{15}{45}}$ 0,25

$P(X=\alpha) = \dfrac{C_3^1 C_2^1}{45} = \boxed{\dfrac{6}{45}}$ 0,25

$P(X=\alpha-3) = \dfrac{C_5^1 C_2^1}{45} = \boxed{\dfrac{10}{45}}$ 0,25

$P(X=2\alpha) = \dfrac{C_2^2}{45} = \boxed{\dfrac{1}{45}}$ 0,25

0,25 x_i	0	-3	-6	α	2α	$\alpha-3$
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{10}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{10}{45}$

③ بين أن $E(X) = \frac{2}{5}\alpha - 3$

$E(X) = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i$

$= \dfrac{0\times 3 + (-3)(15) + (-6)(10) + 6\alpha + 2\alpha + (\alpha-3)10}{45}$ 0,5

$= \dfrac{18\alpha - 135}{45} = \dfrac{18\alpha}{45} - 3 = \boxed{\dfrac{2}{5}\alpha - 3}$

و . ط . م

④ عين أصغر قيمة لـ α بحيث $E(X) > 0$

$\frac{2}{5}\alpha - 3 > 0$

$\frac{2}{5}\alpha > 3$

$\alpha > \frac{15}{2}$

$\alpha \in]\frac{15}{2} ; +\infty[$

بما أن α عدد طبيعي فإن

$\boxed{\alpha = 8}$ 0,5

www.ency-education.com

التمرين الثاني

I) ① التحقق

$(z-2)(z^2+2z+4) = z^3+2z^2+4z-2z^2-4z-8$

$= z^3-8$ (0,25)

و.ه.م

② استنتاج حلول $P(z)=0$ (0,75)

$z^3-8=0$ تكافئ $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

أي $z-2=0$ أو $z^2+2z+4=0$

أي $\boxed{z=2}$ أو $\boxed{z=-1-\sqrt{3}i}$ أو $\boxed{z=-1+\sqrt{3}i}$

II) ① كتابة z_A، z_B، z_C على الشكل الأسي

$z_A = -1+\sqrt{3}i$

$|z_A| = \sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2} = 2$

نضع $Arg(z_A)=\theta$ ومنه

$\begin{cases}\cos\theta = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ $\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}+2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$

ومنه $\boxed{z_A = 2e^{\frac{2\pi}{3}i}}$ (0,5)

بما أن $z_B = \overline{z_A}$ فإن

$\boxed{z_B = 2e^{-\frac{2\pi}{3}i}}$ (0,25)

نلاحظ أن z_C هو عدد حقيقي موجب

ومنه $\boxed{z_C = 2e^{2\pi i}}$ (0,25)

② استنتاج أن A، B، C تنتمي إلى نفس الدائرة

لدينا $|z_A| = |z_B| = |z_C|$

أي $OA = OB = OC$ (0,5)

ومنه نستنتج أن النقط A، B، C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $r=2$

③ تبيين أن $z_A^{2023} = e^{2022} z_A$

$z_A^{2023} = \left(2e^{\frac{2\pi}{3}i}\right)^{2023}$

$= 2^{2023} \times e^{\frac{4046\pi}{3}i}$

$= (2)^{2023} \times e^{\left(\frac{4044\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right)i}$

$= (2)^{2023} \times e^{\frac{2\pi}{3}i}$

$= 2^{2022} \times 2 \times e^{\frac{2\pi}{3}i}$

$= e^{2022} \cdot z_A$ (0,75)

و.ه.م

استنتاج $z_A^{2023} + z_B^{2023} + z_C^{2023}$ (0,75)

لدينا $\boxed{z_A^{2023} = e^{2022} z_A}$ ... ①

وبما أن $z_B = \overline{z_A}$ فإن

$\boxed{z_B^{2023} = e^{2022} z_B}$ ... ②

لدينا أيضا $\boxed{z_C^{2023} = 2^{2023}}$ ... ③

www.ency-education.com

من ① و ② و ③ نجد

$$z_A^{2023} + z_B^{2023} + z_C^{2023} = 2^{2022}(z_A + z_C + 2)$$

$$z_A^{2023} + z_B^{2023} + z_C^{2023} = 2^{2022}(-1+1+2)$$

$$z_A^{2023} + z_B^{2023} + z_C^{2023} = 0$$

④ كتابة L على الشكل الجبري

$$L = \frac{-1-\sqrt{3}i+1-\sqrt{3}i}{2+1-\sqrt{3}i} = \frac{-2\sqrt{3}i}{3-\sqrt{3}i} \times \frac{3+\sqrt{3}i}{3+\sqrt{3}i}$$

$$= \frac{-6\sqrt{3}i+6}{(3)^2+(\sqrt{3})^2} = \frac{6-6\sqrt{3}i}{12}$$

$$\boxed{L = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$ 0,25

* كتابة L على الشكل الأسي

$$|L| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

نضع $Arg(L) = \theta_1$ ومنه

$$\begin{cases} \cos\theta_1 = \frac{1}{2} \\ \sin\theta_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad \boxed{\theta_1 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{-\frac{\pi}{3}i}$$ 0,5

⑧ طبيعة المثلث ABC

0,5

$$\left|\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right| = 1$$

$$\frac{|z_B - z_A|}{|z_C - z_A|} = 1$$

$$|z_B - z_A| = |z_C - z_A|$$

$$AB = AC$$

$Arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = -\frac{\pi}{3}$

$(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}) = -\frac{\pi}{3}$ ومنه ABC مثلث متقايس الأضلاع

التمرين ③

① حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

واضح أن $(1;1)$ حل لـ (E)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3(1) - 2(1) = 1 \end{cases}$$

$$3(x-1) = 2(y-1)$$ بالطرح نجد

$PGcd(3;2) = 1$ لكن $3 \mid 2(y-1)$

ومنه حسب غوص فإن $3 \mid y-1$

$y - 1 = 3k$

$$\boxed{y = 3k+1}$$

$PGcd(3;2) = 1$ لكن $2 \mid 3(x-1)$

ومنه حسب غوص فإن $2 \mid x-1$

$x - 1 = 2k$

$$\boxed{x = 2k+1}$$

$$(x;y) = \{(2k+1; 3k+1)\} \quad k \in \mathbb{Z}$$

② أ) تبيين أن $Gcd(14n+3; 21n+4) = 1$ 0,25

$3x - 2y = 3(14n+3) - 2(21n+4) = 1$

و ب م

ب) استنتاج أن $21n+4$ و $14n+3$ أوليان فيما بينهما 0,5

(E) حل لـ $(14n+3; 21n+4)$ بما أن

$3(14n+3) - 2(21n+4) = 1$ أي

www.ency-education.com

أي أنه يوجد عددان u و v يحققان $u=3$ و $v=-2$

$u(14n+3)+v(21n+4)=1$

ومنه حسب مبرهنة بيزو فإن العددان أوليان فيما بينهما

③ أ) القيم الممكنة للعدد d

$PGcd(21n+4;\ 2n+1)=d$

$d \mid (2n+1)(21)$ إذن $d \mid 2n+1$

و

$d \mid (21n+4)(-2)$ و $d \mid 21n+4$

$d \mid 13$ (0,5)

ومنه القيم الممكنة لـ d هي 1 أو 13

ب) بين أنه إذا كان $d=13$ فإن $n \equiv 6 [13]$

$PGcd(2n+1;\ 21n+4)=13$

$\begin{cases} 2n+1 \equiv 0 [13] \\ 21n+4 \equiv 0 [13] \end{cases}$

$\begin{cases} 2n+1 \equiv 0 [13] \\ 8n+4 \equiv 0 [13] \end{cases}$

$\begin{cases} 2n \equiv 12 [13] \\ 8n \equiv 9 [13] \end{cases}$

$\begin{cases} 2n \equiv 12 [13] \\ 8n \equiv 48 [13] \end{cases}$

$6n \equiv 36 [13]$

$n \equiv 6 [13]$ (0,75)

بالطرح

لأن $PGcd(6;13)=1$

④ بين أن A و B يقبلان القسمة على $n-1$

$A=(n-1)(21n+4)$ (0,5)

$B=(n-1)(28n^2+20n+3)$

ب) تعيين حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر لـ A و B

$PGcd(A;B)=PGcd((n-1)(21n+4);\ (n-1)(28n^2+20n+3))$

$=(n-1)\times PGcd(21n+4;\ 28n^2+20n+3)$

$=(n-1)\times PGcd(21n+4;\ (14n+3)(2n+1))$

بما أن $21n+4$ و $14n+3$ أوليان فيما بينهما حسب السؤال ② ب فإن

$PGcd(A;B)=(n-1)PGcd(21n+4;\ 2n+1)$

ومن السؤال ③ أ وجدنا أن القيم الممكنة لـ $PGcd(21n+4;\ 2n+1)$ هي 1 أو 13 ومنه نستنتج

إذا كان $PGcd(A;B)=(n-1)\times 13$

$n=13k+6$

إذا كان $PGcd(A;B)=(n-1)\times 1$

$n \neq 13k+6$

(1)

www.ency-education.com

التمرين الرابع

$g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

① تغيرات الدالة g

$\lim\limits_{x \to -1} x^2 + 2x + \ln(x+1) = \boxed{-\infty}$

لأن $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -1} x^2 + 2x = -1 \\ \lim\limits_{x \to -1} \ln(x+1) = -\infty \end{cases}$ 0,25

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 + 2x + \ln(x+1) = \boxed{+\infty}$

لأن $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 + 2x = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x+1) = +\infty \end{cases}$

g تقبل الإشتقاق على $]-1;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي

$g'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x+1} = 2(x+1) + \frac{1}{x+1}$

$= \frac{2(x+1)^2 + 1}{x+1}$ 0,25

بما أن $2(x+1)^2 + 1 > 0$ فإن إشارة $g'(x)$ من إشارة $x+1$

x	-1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$

g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ 0,25

x	-1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$
$g(x)$	‖	$+\infty$

0,25

حساب $g(0)$ و إستنتاج إشارة $g(x)$

$g(0) = 0^2 + 2\times 0 + \ln(0+1) = 0$

x	-1	0	$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$ 0 $+$	

0,25

II $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

① حساب النهايتين

$\lim\limits_{x \to -1} x - \frac{\ln(x+1)}{x+1} = \boxed{+\infty}$ 0,25

($\ln(x+1) \to -\infty$, $x+1 \to 0^+$)

$\lim\limits_{x \to +\infty} x - \frac{\ln(x+1)}{x+1} = \boxed{+\infty}$

($\frac{\ln(x+1)}{x+1} \to 0$)

② بيان أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ 0,5

$f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x+1}(x+1) - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$

$= 1 - \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$

$= \frac{(x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)}{(x+1)^2}$

$= \frac{x^2 + 2x + \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

و هو المطلوب

ب) إتجاه تغير الدالة f

بما أن $(x+1)^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ و منه

f متناقصة تماما على المجال $]-1;0]$ و متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ 0,25

www.ency-education.com

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

(0,25)

2) استنتاج أن $f(x) \in [0;4]$ (0,5)

$x \in [0;4]$ معناه $0 \leq x \leq 4$

وبما أن f متزايدة تماما على $[0;4]$

فإن $f(0) \leq f(x) \leq f(4)$

$0 \leq f(x) \leq 4$

أي أن $f(x) \in [0;4]$

و. ه. م

3) أ) بين أن $y=x$: (Δ) مقارب مائل

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x] = \lim_{x\to+\infty}\left[-\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right] = 0$$ (0,5)

ومنه $y=x$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ب) الوضع النسبي : دراسة إشارة الفرق

$$f(x)-x = -\frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

من أجل كل $x \in]-1;+\infty[$ فإن

$x+1 > 0$

ومنه إشارة الفرق من إشارة $-\ln(x+1)$

$-\ln(x+1) \geq 0$

$\ln(x+1) \leq 0$

$x+1 \leq 1$ (0,5)

$x \leq 0$

x	-1		0	
$f(x)-x$	‖	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	‖	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(0;0)$	(C_f) تحت (Δ)

III

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

2) برهان بالتراجع أن $0 \leq u_n \leq 4$

من أجل $n=0$ لدينا $u_0 = 4$ ومنه $0 < u_0 \leq 4$ (0,5)

ومنه $P(0)$ محققة

نفرض $P(n)$ ونبرهن $P(n+1)$

لدينا $0 \leq u_n \leq 4$

وبما أن f متزايدة على $[0;4]$

$f(0) \leq f(u_n) \leq f(4)$

$0 \leq u_{n+1} \leq 4$

ومنه $P(n+1)$ محققة

و. ه. م

3) أ) بين أن (u_n) متناقصة

لدينا مما سبق $f(x)-x \leq 0$

من أجل كل $x \in [0;4]$

ومنه إذا كان $u_n \in [0;4]$

$f(u_n) - u_n \leq 0$ (0,25)

إذن $u_{n+1} - u_n \leq 0$

ومنه (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$

ب) بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة (0,25)

3) ب) حساب نهاية u_n

الدالة f مستمرة على المجال $[0;4]$

وبما أن (u_n) متقاربة فإن

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = l$$

$$\lim_{n\to+\infty} f(u_n) = l$$ (0,75)

www.ency-education.com

$$f(\ell) = \ell$$

$$\ell - \frac{\ln(\ell+1)}{\ell+1} = \ell$$

$$-\frac{\ln(\ell+1)}{\ell+1} = 0$$

$$-\ln(\ell+1) = 0$$

$$\ln(\ell+1) = 0$$

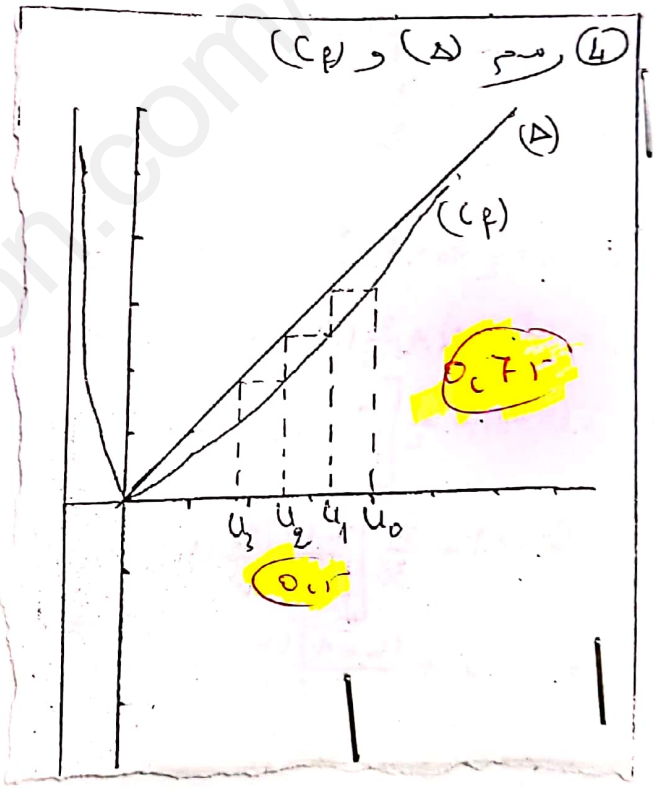
$$\ell + 1 = 1$$

$$\ell = 0$$

ومنه

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$$

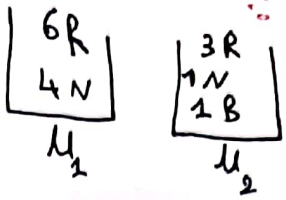
④ رسم (Δ) و (C_f)



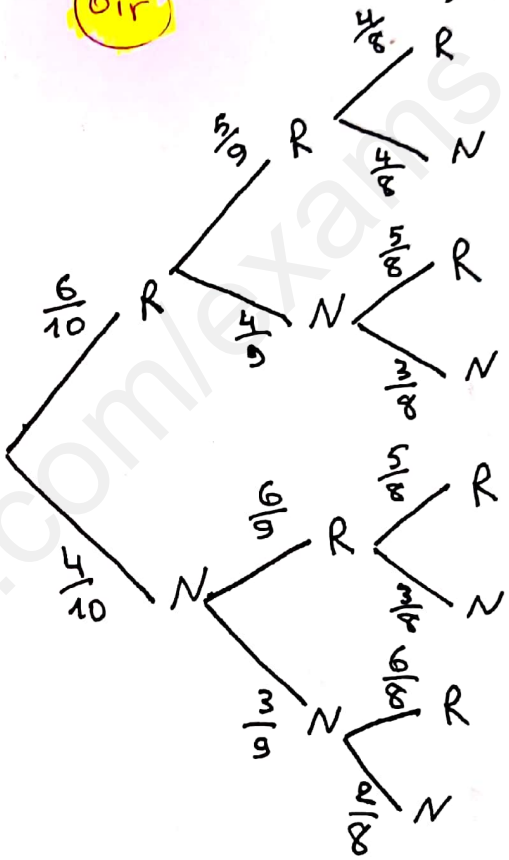
www.ency-education.com

تصحيح الموضوع الثاني

التمرين الأول :



① شجرة الإحتمالات



0,5

② حساب $P(A)$ ، 0,25

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{120}{720} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

حساب $P(B)$ 0,25

$\overline{B}$: "عدم سحب أي كرة حمراء"

$$P(\overline{B}) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{24}{720}$$

نعلم أن

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{24}{720} = \boxed{\frac{696}{720}}$$

ثانيا : عدد الحالات الممكنة

$$C_{10}^2 \times C_5^1 = \boxed{225}$$

① علما أن الكرة من U_2 سوداء ما إحتمال سحب كرة حمراء على الأقل

E : "سحب كرة سوداء من U_2"

D : "سحب كرة حمراء على الأقل"

$$P_E(D) = \frac{P(E \cap D)}{P(C)}$$

$$P(E) = \frac{C_1^1}{C_5^1} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$E \cap D$: "سحب كرية سوداء من U_2 و سحب كرية حمراء على الأقل"

$(\underbrace{R}_{U_1}, \underbrace{N}_{U_2}, \underbrace{N}_{U_2})$ أو $(\underbrace{R}_{U_1}, \underbrace{N}_{U_2}, \underbrace{N}_{U_2})$

$$P(E \cap D) = \frac{C_6^1 C_4^1}{C_{10}^2} \times \frac{C_1^1}{C_5^1} + \frac{C_6^2}{C_{10}^2} \times \frac{C_1^1}{C_5^1}$$

$$= \frac{24}{225} + \frac{15}{225} = \boxed{\frac{39}{225}}$$

ومنه

$$P_E(D) = \frac{\frac{39}{225}}{\frac{1}{5}} = \boxed{\frac{13}{15}}$$ 0,5

② أ) برر أن قيم X هي 0 و 1 0,25

الحادثة $(X=0)$ معناه عدم سحب أي كرية بيضاء

الحادثة $(X=1)$ معناه سحب كرية بيضاء

www.ency-education.com

عرف قانون الإحتمال

$P(X=0) = \frac{C_{10}^2}{C_{10}^2} \times \frac{C_4^1}{C_5^1} = \boxed{\frac{4}{5}}$ 0,25

$P(X=1) = \frac{C_{10}^2}{C_{10}^2} \times \frac{C_1^1}{C_5^1} = \boxed{\frac{1}{5}}$ 0,25

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$

0,25

ب) حساب الأمل الرياضي

$E(X) = \sum_{i=1}^{2} x_i p_i = 0 \times \frac{4}{5} + 1 \times \frac{1}{5} =$

$\boxed{E(X) = \frac{1}{5}}$ 0,25

استنتاج $E(1444X + 2023)$

$E(1444X + 2023) = 1444E(X) + 2023$

$= 1444 \times \frac{1}{5} + 2023$

$= \boxed{2311,8}$ 0,25

ج) حساب $P((\ln x)^2 - \ln x \leq 0)$ 0,5

نقوم أولا بحل المتراجحة

$(\ln x)^2 - \ln x \leq 0$

$\ln x (\ln x - 1) \leq 0$

x	0		1		e^1		$+\infty$
$\ln x$	‖	-	0	+		+	
$\ln x - 1$	‖	-		-	0	+	
$\ln x(\ln x - 1)$	‖	+	0	-	0	+	

$[1; e]$

ومنه قيم المتغير التي تنتمي إلى $[1; e]$ هي $x = 1$ أو

ومنه $P((\ln x)^2 - \ln x \leq 0) = P(X=1) = \boxed{\frac{1}{5}}$

(3) عين قيمة n بحيث $P(C) = \frac{3}{7}$ 0,5

$P(C) = \frac{C_6^1}{C_{n+10}^1} \times \frac{C_{n+3}^1}{C_{n+1}^1} + \frac{C_{n+4}^1}{C_{n+10}^1} \times \frac{C_1^1}{C_{n+1}^1}$

$= \frac{6}{n+10} \times \frac{n+3}{n+5} + \frac{n+4}{n+10} \times \frac{1}{n+5}$

$= \frac{6n+18}{n^2+15n+50} + \frac{n+4}{n^2+15n+50}$

$= \frac{7n+22}{n^2+15n+50} = \frac{3}{7}$

$3n^2 + 45n + 150 = 49n + 154$

$3n^2 - 4n - 4 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4(3)(-4) = 64 > 0$

$\boxed{n_1 = 2}$

$n_2 = -\frac{2}{3}$ (مرفوض)

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثاني :

① حساب الحدود

$u_0 = 0$; $u_1 = 2$; $u_2 = \frac{9}{2}$ (0,75)

$v_0 = 1$; $v_1 = 0$; $v_2 = -\frac{1}{2}$

② أ) إثبات أن (w_n) حسابية

$w_{n+1} = u_{n+1} - v_{n+1}$ (0,5)

$= \frac{2^{n+1} + 3(n+1) - 1}{2} - \frac{2^{n+1} - 3(n+1) + 1}{2}$

$= \frac{2^{n+1} + 3n + 3 - 1 - 2^{n+1} + 3n + 3 - 1}{2}$

$= \frac{6n + 4}{2} = \boxed{3n + 2}$

$\boxed{w_{n+1} = 3n + 2}$

لدينا $w_n = u_n - v_n = \frac{2^n + 3n - 1}{2} - \frac{2^n - 3n + 1}{2}$

$= \frac{2^n + 3n - 1 - 2^n + 3n - 1}{2}$

$w_n = \frac{6n - 2}{2} = \boxed{3n - 1}$

ومنه $w_{n+1} - w_n = 3n + 2 - (3n - 1)$

$= 3n + 2 - 3n + 1$

$w_{n+1} - w_n = 3$

ومنه (w_n) متتالية حسابية أساسها 3 وحدها الأول

$w_0 = u_0 - v_0 = 0 - 1 = \boxed{-1}$

$\boxed{w_n = 3n - 1}$

ب) حساب المجموع

$S = w_0 + w_1 + \cdots + w_{10}$

$S = \frac{11}{2}(w_0 + w_{10}) = \frac{11}{2}(-1 + 29)$

$\boxed{S = 154}$ (0,5)

③ أ) إثبات أن (t_n) هندسية (0,5)

$t_{n+1} = u_{n+1} + v_{n+1}$

$= \frac{2^{n+1} + 3(n+1) - 1}{2} + \frac{2^{n+1} - 3(n+1) + 1}{2}$

$= \frac{2 \times 2^{n+1}}{2} = 2^{n+1}$

$\boxed{t_{n+1} = 2^{n+1}}$

لدينا $t_n = u_n + v_n = \frac{2 \times 2^n}{2} = \boxed{2^n}$

$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = \boxed{2}$

ومنه (t_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول

$\boxed{t_0 = 1}$

ب) حساب المجموع (0,5)

$S' = 1\left[\frac{2^{11} - 1}{2 - 1}\right] = 2^{11} - 1 = \boxed{2047}$

④ أ) تحقق أن $S' = S_1 - S_2$ (0,5)

$S_1 - S_2 = (u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}) - (v_0 + v_1 + \cdots + v_{10})$

$= (u_0 - v_0) + (u_1 - v_1) + \cdots + (u_{10} - v_{10})$

$= w_0 + w_1 + \cdots + w_{10}$

$= S$

و. نصار

www.ency-education.com

$S_1+S_2 = u_0+u_1+\dots+u_{10}+v_0+v_1+\dots+v_{10}$

$=(u_0+v_0)+(u_1+v_1)+\dots+(u_{10}+v_{10})$

$=w_0+w_1+\dots+w_{10}$

$=S'$ (0,25)

و ، هـ م

ب) ستنتج قيمة كل من S_1 و S_2

$$\begin{cases} S_1-S_2=154 \\ S_1+S_2=2047 \end{cases}$$

بالجمع نجد $2S_1=2201$ (0,25)

$$S_1=\frac{2201}{2}$$

بالتعويض نجد

$$S_2=\frac{1893}{2}$$

التمرين الثالث

① أ) بواقي قسمة 3^n على 7

$n=0$ ، $3^0\equiv 1\ [7]$

$n=1$ ، $3^1\equiv 3\ [7]$

$n=2$ ، $3^2\equiv 2\ [7]$ (0,25)

$n=3$ ، $3^3\equiv 6\ [7]$

$n=4$ ، $3^4\equiv 4\ [7]$

$n=5$ ، $3^5\equiv 5\ [7]$

$n=6$ ، $3^6\equiv 1\ [7]$

ومنه بواقي القسمة الإقليدية

للعدد 3^n على 7 تشكل متتالية دورية دورها 6K

n=	6K	6K+1	6K+2	6K+3	6K+4	6K+5
$3^n\equiv$	1	3	2	6	4	5

(0,25)

ومنه البواقي 5,4,6,2,3,1

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية لـ $7\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}$ على 7

لدينا $2019\equiv 3\ [7]$

ومنه $\boxed{2019^{6n+4}\equiv 4\ [7]}$

لدينا أيضا $2017\equiv 1\ [7]$

$2017^{4n+2}\equiv 1^{4n+2}\ [7]$

$\boxed{2017^{4n+2}\equiv 1\ [7]}$

$2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}\equiv(2\times 4+1)\ [7]$

$\equiv 2\ [7]$

إذن باقي القسمة هو 2 (0,5)

② بين أن (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

لدينا $PGcd(343;648)=1$

وبما أن 1 يقسم 76 فإن (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ (0,25)

www.ency-education.com

ع. ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة E

نلاحظ أن $(4;2)$ حل لـ (E) ومنه

$$\begin{cases} 343x - 648y = 76 \\ 343(4) - 648(2) = 76 \end{cases}$$

بالطرح نجد $343(x-4) = 648(y-2)$

لدينا $648 \mid 343(x-4)$ لكن $PGcd(343;648)=1$ إذن $648 \mid x-4$

ومنه حسب غوص فإن $x-4 = 648K$

$$x = 648K + 4$$

لدينا $343 \mid 648(y-2)$ لكن $PGcd(343;648)=1$ إذن $343 \mid y-2$

ومنه حسب غوص فإن $y-2 = 343K$

$$y = 343K + 2$$

ومنه $(x;y) = \{(648K+4 ; 343K+2)\}$; $K \in \mathbb{Z}$ (0,75)

③ أ) القيم الممكنة للعدد d

$PGcd(x;y) = d$

$d \mid x$ و $d \mid y$ إذن $d \mid 343x$ و $d \mid 648y$ إذن

$d \mid 343x - 648y$

$d \mid 76$

$d \in \{1, 2, 4, 19, 38, 76\}$ (0,5)

ب) تعيين $(x;y)$ بحيث $d = 76$

$PGcd(x;y) = 76$

$$\begin{cases} 648K + 4 \equiv 0 [76] \\ 343K + 2 \equiv 0 [76] \end{cases}$$ ومنه $x \equiv 0 [76]$ و $y \equiv 0 [76]$

$$\begin{cases} 40K + 4 \equiv 0 [76] \\ 39K + 2 \equiv 0 [76] \end{cases}$$

بالطرح نجد $K + 2 \equiv 0 [76]$

$K \equiv -2 [76]$

$K \equiv 74 [76]$

$K = 76\alpha + 74$

$(x;y) = \{49248\alpha + 47956 ; 26068\alpha + 25384\}$ (0,75)

$\alpha \in \mathbb{N}$

④ إيجاد α و β

$\lambda = \overline{\beta 1 \alpha \beta}^{7} = \beta \times 7^3 + 1 \times 7^2 + \alpha \times 7^1 + \beta \times 7^0$

$= 344\beta + 7\alpha + 49$ (0,25)

$\lambda = \overline{\alpha 1 \alpha \alpha \beta}^{5} = \alpha \times 5^4 + 1 \times 5^3 + \alpha \times 5^2 + \alpha \times 5^1 + \beta \times 5^0$

$= 655\alpha + \beta + 125$ (0,25)

$344\beta + 7\alpha + 49 = 655\alpha + \beta + 125$

$343\beta - 648\alpha = 76$

$\alpha = 343K + 2$

$\beta = 648K + 4$

لكن $0 < \alpha < 5$ و $0 < \beta < 5$ ومنه

$\alpha = 2$; $\beta = 4$ (0,25)

كتابة λ في النظام العشري

$\lambda = 655(2) + 4 + 125$ (0,25)

$\lambda = 1439$

www.ency-education.com

كتابة λ في النظام ذي الأساس 6

$1439 = 10355_6$

0,5

التمرين الرابع

$g(x) = x + e^x$

① اتجاه تغير الدالة g 0,5

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$g'(x) = 1 + e^x > 0$

ومنه g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

② بين أن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[-0,57; -0,56]$ و 0,5

$\begin{cases} g(-0,57) = -0,004 \\ g(-0,56) = +0,01 \end{cases}$ $g(-0,57) \times g(-0,56) < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث $-0,57 < \alpha < -0,56$

إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

0,5

(II)

$f(x) = x - xe^{1-x}$

① حساب نهايات f عند $+\infty$ و $-\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x(1 - e^{1-x}) = +\infty$ 0,5

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x - \frac{x}{e^x} xe^1 = +\infty$

② بين أن $(\Delta): y = x$ مقارب لـ (C_f)

$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \to +\infty} \left[-\frac{x}{e^x} e^1 \right] = 0$

ومنه $(\Delta): y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ 0,25

الوضع النسبي:

$f(x) - x = -xe^{1-x}$

لدينا مهما يكن $x \in \mathbb{R}$ بأن $e^{1-x} > 0$ ومنه إشارة $-x$ 0,5

الفرق من إشارة $-x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) - x$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $(0;0)$		(C_f) تحت (Δ)

③ 1) بين أن: $f'(x) = e^{1-x} g(x-1)$

$f'(x) = 1 - e^{1-x} - e^{1-x}(-x)$

$= 1 - e^{1-x} + xe^{1-x}$

$= e^{1-x}(e^{x-1} - 1 + x)$ 0,5

$= e^{1-x} \times g(x-1)$

ومنه

www.ency-education.com

ب) استنتاج اتجاه التغير ... (0,5)

$f'(x) = e^{1-x} g(x-1)$

بما أن $e^{1-x} > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x-1)$

أ) $g(x-1) \geqslant 0$ من أجل كل $x-1 \geqslant \alpha$

أي $x \geqslant \alpha + 1$ ومنه

f متزايدة تماما على $[\alpha+1; +\infty[$

ب) $g(x-1) \leqslant 0$ من أجل $x-1 \leqslant \alpha$

أي $x \leqslant \alpha+1$ ومنه

f متناقصة تماما على $]-\infty ; \alpha+1]$

ج) جدول التغيرات

x	$-\infty$		$\alpha+1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha+1)$	↗	$+\infty$

(0,25)

4) معادلة المماس (T) عند $x_0 = 1$

$(T) : y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$(T) : y = x - 1$ (0,25)

5) حساب $f(-1)$ (0,25)

$f(-1) = e^2 - 1 \simeq 6,38$

6) تعيين قيم m بيانيا

$e^{m-1+x} = x$

$e^m \times e^{-1+x} = x$ (0,5)

$e^m = \frac{x}{e^{-1+x}}$

$e^m = x e^{1-x}$

$e^m = -x e^{1-x}$

$x - e^m = x - x e^{1-x}$

$f(x) = x - e^m$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y = x - e^m$

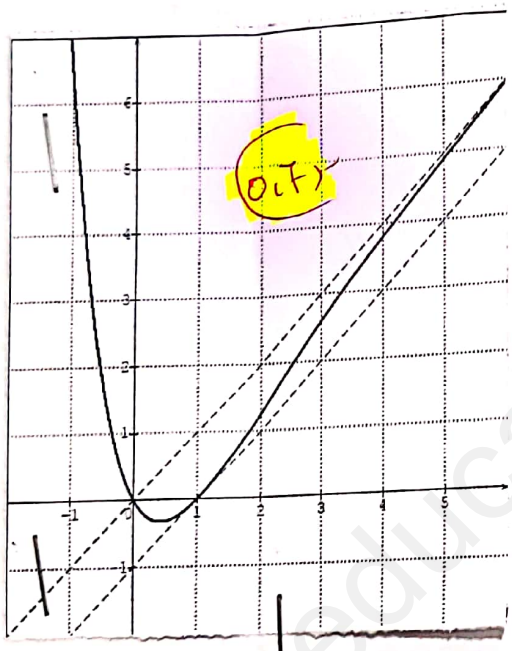
يكون للمعادلة حلين متمايزين إذا كان

$-1 < -e^m < 0$

$0 < e^m < 1$

$m \in]-\infty ; 0[$

الإنشاء:



(0,5)

III) التكامل بالتجزئة

$\int_0^x t e^{1-t} dt = \left[-t e^{1-t}\right]_0^x - \int_0^x -e^{1-t} dt$

$= \left[-t e^{1-t}\right]_0^x + \left[-e^{1-t}\right]_0^x$

$= \left[(-t-1) e^{1-t}\right]_0^x$

$= (-x-1) e^{1-x} + e$ (0,75)

2) $A(\lambda) = \int_0^\lambda (x - f(x)) dx = \int_0^\lambda x e^{1-x} dx$

$A(\lambda) = (-\lambda - 1) e^{1-\lambda} + e$ (0,5)

www.ency-education.com

المـوسم الدراسي : 2022 / 2023 — القســـم :03 رياضيات

امتـــحان بـــكالوريا تـــجريبي — الشـــعبة :ريـــاضيات

إختبار في مـــادة الريـــاضيات — المـدة :04 ساعات و نصف

☜ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الـــوضوع الأول :

التمرين الأول :(03 نقاط)

– أجب بصحيح أو خطأ :

1)– حجم المجسم المولد بالدوران حول محور الفواصل للتمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $\left[1,e\right]$ بـــ :

$f(x)=\dfrac{2\left(Lnx\right)^2}{\sqrt{x}}$ هو : $V=\dfrac{4\pi}{5}uv$ ؟

2)– $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{2023}{x}\right)^x=\dfrac{1}{2023}$

3)– من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $1+3^{\frac{1}{2}}+3+3^{\frac{3}{2}}+.....+3^{\frac{n}{2}}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(3^{\frac{n+1}{2}}-1\right)}{2}$

4)– $\left(U_n\right)$ و $\left(V_n\right)$ متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}^*$ بـــ : $U_n=\dfrac{1}{2}-\dfrac{e}{n}$ ، $V_n=Ln\sqrt{\dfrac{3}{n}+e}$.

المتتاليتان $\left(U_n\right)$ و $\left(V_n\right)$ متجاورتان ؟

التمرين الثاني :(05 نقاط)

I)–1)– ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كل من : 2^n ، 3^n على 11 .

2)– n عدد طبيعي ، α عدد صحيح ، نضع : $A_\alpha=2023^{2n+1}+\alpha\times4^{5n+1}$

أ)– تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $A_{1444}\equiv0\left[11\right]$.

بـ)– عين الأعداد الصحيحة α التي من اجلها A_α يقبل القسمة على 11 من أجل كل عدد طبيعي n .

جـ)– أوجد قيم العدد الطبيعي t بحيث : $1443^t+1444^t\equiv0\left[11\right]$.

II)– نضع في علبة بطاقات مرقمة ببواقي قسمة العدد 2^n على 11 ، نسحب من العلبة 3 بطاقات على التوالي وبدون إرجاع

لتكن الحادثتان التاليتان : A البطاقات المسحوبة تحمل أرقاما أولية ، B البطاقات المسحوبة تحمل أرقاما فرديا

www.ency-education.com

1)– أحسب احتمال الحوادث : A ، B ، $A \cap B$.استنتج احتمال الحادثة : $A \cup B$.

2)– أحسب احتمال سحب بطاقة تحمل رقما أوليا علما أنه فردي .

3)– ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد البطاقات التي تحمل رقما أوليا المتبقية في العلبة

– عرف قانون إحتمال X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثالث :(05 نقاط)

1)– $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-4z^2+8z-8$

أ)– تحقق أن 2 هو جذر $P(z)$. ب)– حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $P(z)=0$.

2)– في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ ، لتكن النقاط : A ، B و C تحقق لواحقها على الترتيب :

$z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

أ)– أكتب كل من z_B ، z_C و $\frac{z_B}{z_C}$ على الشكل الأسي . ب)– عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

ج)– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي فردي n : $z_B{}^{3n}+z_C{}^{3n}+2^{3n+1}=0$

د)– علم النقاط : A ، B و C ، ماهي طبيعة الرباعي $OBAC$ ؟

3)– M و M' نقطتان من المستوي ذات اللاحقتان : z و z' على الترتيب حيث : $z'=\frac{z_A\times\overline{z}-z_C}{\overline{z}-z_C}$

أ)– لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=1$ ، عين ثم أنشئ (E) .

ب)– تحقق أن : $z'=z_A+\frac{z_C}{\overline{z}-z_C}$

ج)– بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (E) فإن النقطة M' تمسح دائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I)– الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2x^2-5x+4)e^{x-2}+1$.

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	.....	↗	$7e^{\frac{-5}{2}}+1$	↘	.....	↗	....

www.ency-education.com

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\left\|\vec{i}\right\| = 1cm$

1)- أنقل ثم أكمل جدول تغيرات الدالة g ، استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$. 2)- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)-1 \succ 0$

3)- برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)-1 = 2g'(x) - g''(x) + 4e^{x-2}$.

4)- أحسب : $S = \int_1^2 \left(g(x)-1\right)dx$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا .

II)- لتكن الدالة f المعرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \left(\frac{2x-3}{x-1}\right)\left(e^{x-2}+1\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- أ)- أحسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{\prec} 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتائج بيانيا. ب)- أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2)- أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، استنتج اتجاه الدالة f على D_f . شكل جدول تغيراتها .

3)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$.

4)- أحسب : $f(0)$ ، $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ، ثم أنشئ (T) و (C_f) .

III)- لتكن الدالة h المعرفة على $D_h = \mathbb{R} - \{-1,1\}$ بـ : $h(x) = \left(\frac{2|x|-3}{|x|-1}\right)\left(e^{|x|-2}+1\right)$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1)- أثبت أن الدالة h دالة زوجية .

2)- اشرح كيفية إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) .

3)- أنشئ (C_h) . (استعمل الألوان للتوضيح)

ency-education.com/exams

التمرين الأول :(04 نقاط)

I)1)– أوجد D_{119} مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 119 .

2)– أوجد الثنائيات (a,b) من $(\mathbb{N}^*)^2$ حيث : $\begin{cases} PGCD(a,b)=17 \\ PPCM(a,b)=2023 \end{cases}$

II)– لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : (E) ..... $289x-34y=2023$

1)– أوجد $PGCD(289,34)$ ،ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

2)– بين أنه إذاكانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن y مضاعف للعدد 17 . ثم استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (E).

3)– أوجد الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2-y\leq 52$

III)– n عددطبيعي فردي ، باقي قسمته على 17 هو 16 ، فما هو باقي قسمته على34 ؟

التمرين الثاني :(04 نقاط)

1)– في ألعاب البحر المتوسط التي إحتضنها ولاية وهران (بالجزائر) في جوان2022 ، تحصلت الجزائر في رياضة الملاكمة على :

7 ميداليات ذهبية ، 4 ميداليات فضية و ميدالية واحدة برونزية . وضعت هذه الميداليات في صندوق

– نسحب من الصندوق ميداليتين في آن واحد . نعتبر اللعبة التالية : يربح لاعب20DA عند سحب ميدالية ذهبية ، يربح10DAعند سحب ميدالية فضية و يخسر10DA عند سحب ميدالية فضية

– ليكن المتغير العشوائي X الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب ، عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي

2)– بعد نجاح رياضة الملاكمة في الجزائر ترشح للمشاركة في ألعاب البحر المتوسط التي ستقام بفرنسا : 20 ملاكمة (إناث) من بينهم الملاكمة : إيمان خليف و 18 ملاكم (ذكور)من بينهم الملاكم :بن قاسمية محمد .

تم اختيارمجموعة مكونة من ثلاث ملاكمين للمشاركة في هذه التظاهرة الرياضية

– احسب احتمال الحوادث التالية : A : المجموعة تضم ثلاث ذكور. B : المجموعة تضم ذكر وأنثيين .

C : المجموعة تضم إيمان أو محمد .

D : المجموعة تضم ثلاث إناث ولاتضم الملاكمة إيمان بعد ما تم إقصائها نهائيا من المنافسة .

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) – لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{9U_n + 2}{U_n + 8} \end{cases}$

1) – أ) – تحقق أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1} = 9 - \frac{70}{U_n + 8}$

ب) – باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \le U_n \le 2$.

جـ) – أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. هـ) – استنتج مما سبق أن المتتالية (U_n) متقاربة .

2) – أ) – أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 - U_{n+1} \le \frac{7}{8}(2 - U_n)$.

ب) – استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \le 2 - U_n \le \frac{3}{2}\left(\frac{7}{8}\right)^n$ ، ثم أحسب : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

II) – لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$

1) – أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول V_0 .

2) – أكتب بدلالة عبارة n الحد العام V_n ثم U_n . 3) – أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ ، ثم استنتج للمرة الثانية حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

4) – أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = U_0(V_0 - 1) + 10U_1(V_1 - 1) + 10^2 U_2(V_2 - 1) + \ldots\ldots\ldots + 10^n U_n(V_n - 1)$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) – a و b عددان حقيقيان موجبان تماما ، باستعمال المساواة : $Ln(a \times b) = Ln(a) + Ln(b)$ أثبت أن :

$$\ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}Ln(a)$$

II) – لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D_g =]1, +\infty[$ بـ : $g(x) = Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}} + \frac{1}{2}$

1) – أحسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} g(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

www.ency-education.com

2)- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على D_g .

3)- أحسب $g(3)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .

III)- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D_f = [1,+\infty[$ بـ : $f(x) = \begin{cases} (x-1)Ln\sqrt{\dfrac{x-1}{2e}} & ; x \succ 1 \\ 0 & ; x = 1 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- أحسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 1} \dfrac{f(x)}{x-1}$. ماذا تستنتج ؟ فسر هذه النتيجة بيانيا . 2)- أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3)- أثبت أنه من أجل كل x من $[1,+\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

4)- أ)- أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل عند نقطة A فاصلتها α حيث : $\alpha \succ 1$ يطلب تعيينها .

بـ)- أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة A . جـ)- أنشئ (T) و (C_f) .

5)- لتكن الدالة h المعرفة على المجال $D_h = [1,+\infty[$ بـ : $h(x) = -f(x)$

- اشرح كيفية إنشاء (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) . ثم أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق .

6)- أ)- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $\dfrac{x^2-2x}{x-1} = x - 1 - \dfrac{1}{x-1}$ ، ثم أحسب : $\int_2^{\alpha} \dfrac{x^2-2x}{x-1}\,dx$

بـ)- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين الذي معادلتهما : $x = 2$ ، $x = \alpha$.

(استعمل التكامل بالتجزئة)

جـ)- استنتج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) و (C_h) و المستقيمين الذي معادلتهما : $x = 2$ ، $x = \alpha$.

ency-education.com/exams

الإجابـــة النموذجيـة + سلـــم التنقيط :

الـــموضوع الأول :

التمرين الأول :(03 نقاط):

1)- $V=\pi\int_1^e\left(f(x)\right)^2dx\ uv=\pi\int_1^e\frac{4\left(Lnx\right)^4}{x}dx\ uv$ هو : $V=\frac{4\pi}{5}uv$ ؟

و منه : $V=4\pi\left[\frac{\left(Lnx\right)^5}{5}\right]_1^e uv=\frac{4\pi}{5}uv$ الإجابة صحيحة ..... (0.5ن)

2)- من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x لدينا : $\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=e^{xLn\left(1+\frac{2023}{x}\right)}$

نضع : $t=\frac{1}{x}$ ، $x\to+\infty$ ، $t\to0$.

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=\lim_{t\to0}e^{\frac{Ln\left(1+2023t\right)}{t}}=\lim_{t\to0}e^{2023\times\frac{Ln\left(1+2023t\right)}{2023t}}$$

بما أن : $\lim_{X\to0}\frac{Ln\left(1+X\right)}{X}=1$ و منه : $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=e^{2023}$ و منه : الإجابة خاطئة..... (01ن)

3)- نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_n=\left(\sqrt{3}\right)^n$. $\left(U_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $q=\sqrt{3}$ و حدها الأول $U_0=1$.

$$S_n=U_0+U_1+U_1+.....+U_n=\frac{1}{1-\sqrt{3}}\left[1-\left(\sqrt{3}\right)^{n+1}\right]$$

و منه : $S_n=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{1-3}\right)\left[1-3^{\frac{n+1}{2}}\right]=\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(3^{\frac{n+1}{2}}-1\right)}{2}$ الإجابة صحيحة..... (0.5ن)

4)- من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $U_{n+1}-U_n=\frac{e}{n\left(n+1\right)}\succ0$ و منه : $\left(U_n\right)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}^*$.

من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $n+1\succ n$ ، $\frac{1}{n+1}\prec\frac{1}{n}$ ، $\frac{3}{n+1}+e\prec\frac{3}{n}+e$ ، $\sqrt{\frac{3}{n+1}+e}\prec\sqrt{\frac{3}{n}+e}$

ency-education.com/exams

$Ln\sqrt{\frac{3}{n+1}+e} \prec Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e}$ و منه : $V_{n+1} \prec V_n$ ، أي أن (V_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n\to+\infty}(U_n - V_n) = 0 \text{ : و منه } \begin{cases} \lim_{n\to+\infty} Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e} = Ln\sqrt{e} = \frac{1}{2} \\ \lim_{n\to+\infty} Ln\left(\frac{1}{2}-\frac{e}{n}\right) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

و منه :المتتاليتان (U_n) و (V_n) متجاورتان الإجابة صحيحة ..... (01ن)

التمرين الثاني :(05 نقاط):

I -(1- $2^0 \equiv 1[11]$ ، $2^1 \equiv 2[11]$ ، $2^2 \equiv 4[11]$ ، $2^3 \equiv 8[11]$ ، $2^4 \equiv 5[11]$ ، $2^5 \equiv 10[11]$ ،
$2^6 \equiv 9[11]$ ، $2^7 \equiv 7[11]$ ، $2^8 \equiv 3[11]$ ، $2^9 \equiv 6[11]$ ، $2^{10} \equiv 1[11]$ . ..... (0.5ن)

بواقي قسمة 2^n على 11 تشكل متتالية دورية دورها $p = 10$.

$n =$	$10k$	$10k+1$	$10k+2$	$10k+3$	$10k+4$	$10k+5$	$10k+6$	$10k+7$	$10k+8$	$10k+9$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	8	5	10	9	7	3	6	$[11]$

$3^0 \equiv 1[11]$ ، $3^1 \equiv 3[11]$ ، $3^2 \equiv 9[11]$ ، $3^3 \equiv 5[11]$ ، $3^4 \equiv 4[11]$ ، $3^5 \equiv 1[11]$ ..... (0.5ن)

بواقي قسمة 3^n على 11 تشكل متتالية دورية دورها $p' = 5$.

$n =$	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$	$k \in \mathbb{N}$
$3^n \equiv$	1	3	9	5	4	$[11]$

2- أ)- لدينا : $2023 \equiv 10[11]$ أي أن : $2023 \equiv -1[11]$ و منه : $2023^{2n+1} \equiv -1[11]$ (لأن $2n+1$ فردي)

و منه : $4^{5n+1} = 2^{10n+2}$ ، $4^{5n+1} \equiv 4[11]$ ، $1444 \equiv 3[11]$ و منه : $A_{1444} \equiv (-1+3\times 4)[11]$ أي أن :

$A_{1444} \equiv 0[11]$ ..... (0.5ن)

بـ)- لدينا : $4^{5n+1} \equiv 4[11]$ ، $2023^{2n+1} \equiv -1[11]$ ، A_α يقبل القسمة على 11 معناه : $A_\alpha \equiv 0[11]$.

و منه : $\alpha \equiv 3[11]$ ، $12\alpha \equiv 3[11]$ ، $4\alpha \equiv 1[11]$ ، $-1+4\alpha \equiv 0[11]$ ، $A_\alpha \equiv (-1+4\alpha)[11]$.

A_α يقبل القسمة على 11 معناه : $\alpha = 11k+3 \quad (k \in \mathbb{Z})$ ..... (0.5ن)

ency-education.com/exams

$n =$	$10k$	$10k+1$	$10k+2$	$10k+3$	$10k+4$	$10k+5$ $5k'$	$10k+6$ $5k'+1$	$10k+7$ $5k'+2$	$10k+8$	$10k+9$	$k \in \mathbb{N}$ $k' \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	8	5	10	9	7	3	6	$[11]$
$3^n \equiv$	1	3	9	5	4	1	3	9	5	4	$[11]$
$2^n + 3^n \equiv$	2	5	2	2	9	0	1	5	8	10	$[11]$

(ن0.5) ..... $n = 11k + 5 \quad (k \in \mathbb{N})$

طريقة ثانية :

لدينا : $3 \equiv -8[11]$ ، $3^t \equiv (-2)^{3t}[11]$ و منه : $1443^t + 1444^t \equiv 0[11]$ يكافئ : $2^t + (-2)^{3t} \equiv 0[11]$.

$n =$	$10k$	$10k+1$	$10k+2$	$10k+3$	$10k+4$	$10k+5$	$10k+6$	$10k+7$	$10k+8$	$10k+9$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	8	5	10	9	7	3	6	$[11]$
$(-2)^{3t} \equiv$	1	−8	9	−6	4	−10	3	−2	5	−7	$[11]$
$2^t + (-2)^{3t} \equiv$	2	5	2	2	9	0	1	5	8	10	$[11]$

$n = 11k + 5 \quad (k \in \mathbb{N})$

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ عدد الحالات الممكنة للسحب : $A_{10}^3 = 720$

1) –البطاقات التي تحمل أرقاما أولية هي : $2,3,5,7$ و منه : $P(A) = \frac{A_4^3}{A_{10}^3} = \frac{24}{720} = \frac{1}{30}$ ..... (ن0.25)

2)– البطاقات التي تحمل أرقاما فردية هي : $1,3,5,7,9$ و منه : $P(B) = \frac{A_5^3}{A_{10}^3} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$ ..... (ن0.25)

3)– البطاقات التي تحمل أرقاما فردية وأولية هي : $3,5,7$ و منه : $P(A \cap B) = \frac{A_3^3}{A_{10}^3} = \frac{6}{720} = \frac{1}{120}$ ..... (ن0.25)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{30} + \frac{1}{12} - \frac{1}{120}$$

و منه : $P(A \cup B) = \frac{13}{120}$ ..... (ن0.25)

$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{120}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{10}$ ..... (ن0.25)

www.ency-education.com

3)- قيم المتغير العشوائي : $x_i \in \{1,2,3,4\}$ ..... (ن0.25)

$P(X=1)=\frac{A_4^3}{A_{10}^3}=\frac{24}{720}=\frac{1}{30}$ ، $P(X=2)=\frac{A_4^2\times A_6^1\times 3!}{A_{10}^3\times 2!\times 1!}=\frac{216}{720}=\frac{3}{10}$ .....(ن0.25) (ن0.25)

$P(X=3)=\frac{A_4^1\times A_6^2\times 3!}{A_{10}^3\times 2!\times 1!}=\frac{360}{720}=\frac{1}{2}$ ، $P(X=4)=\frac{A_6^3}{A_{10}^3}=\frac{120}{720}=\frac{1}{6}$ ..... (ن0.25) (ن0.25)

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

$E(X)=\frac{1}{30}+\frac{6}{10}+\frac{3}{2}+\frac{4}{6}\approx 2.8$ ..... (ن0.25)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1)- أ)- $P(2)=8-16+16-8=0$ ..... (ن0.25)

ب)- من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z-2)(z^2-2z+4)$ ..... (ن0.5)

$P(z)=0$ يكافئ : $z=2$ أو $z^2-2z+4=0$ $(\Delta=-12)$

$S=\{2,1-i\sqrt{3},1+i\sqrt{3}\}$ ..... (ن0.5)

2)- أ)- $z_B=2e^{\frac{i\pi}{3}}$ ، $z_C=2e^{\frac{-i\pi}{3}}$ ، $\frac{z_B}{z_C}=e^{\frac{i2\pi}{3}}$ ..... (ن0.5)

ب)- $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n=e^{\frac{i2n\pi}{3}}$. $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقي يكافئ : $(k\in\mathbb{N})$ $\frac{2\pi n}{3}=k\pi$ و منه :

$2n=3k$ $(k\in\mathbb{N})$ ، لدينا : $3/2n$ و $PGCD(2,3)=1$ ومنه : حسب مبرهنة غوص : $3/n$

$n=3k'$ $(k'\in\mathbb{N})$ ..... (ن0.5)

جـ)- n من فردي معناه : $n=2k+1(k\in\mathbb{N})$

$(z_B)^{3n}=2^{3n}\left(e^{i(2k+1)\pi}\right)=2^{3n}e^{i\pi}=-2^{3n}$

$(z_C)^{3n}=2^{3n}\left(e^{-i(2k+1)\pi}\right)=2^{3n}e^{-i\pi}=-2^{3n}$ ..... (ن0.5)

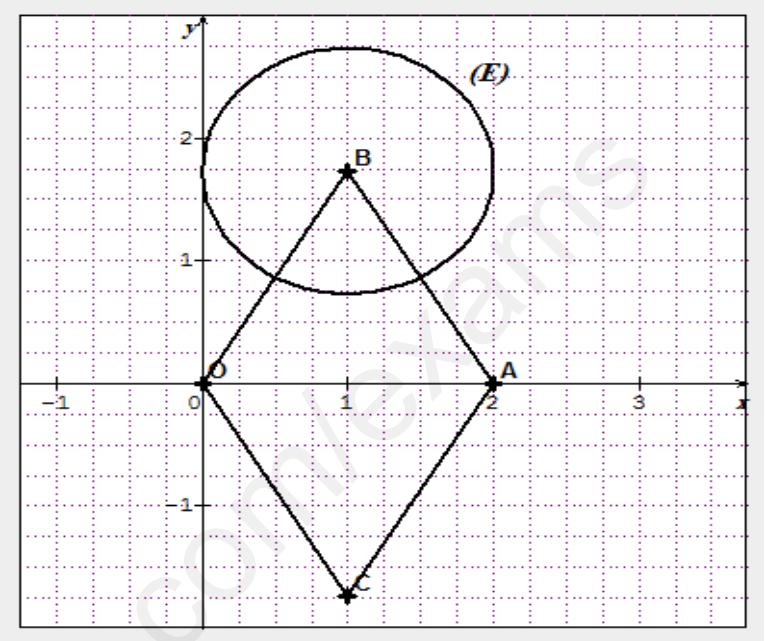
$(z_B)^{3n}+(z_C)^{3n}+2^{3n+1}=-2^{3n}-2^{3n}+2^{3n+1}=-2^{3n+1}+2^{3n+1}=0$

ency-education.com/exams

د)- لدينا : $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{CA}$ $\left(z_B=z_A-z_C\right)$ و $OB=OC=2$ (متوازي أضلاع له ضلعان متتابعان متقايسان)

ومنه : الرباعي $OBAC$ معين ..... (0.5ن)

- تعليم النقاط : ..... (0.5ن)



2-أ)- $\left(z-z_B\right)\left(z-z_C\right)=\left(z-z_B\right)\overline{\left(z-z_C\right)}=1$ ومنه : $BM=1$

(نذكر أن : $z.\overline{z}=|z|^2$)

ومنه: (E) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها $r=1$ ..... (0.5ن)

ب)- $z'=z_A+\dfrac{z_C}{\overline{z}-\overline{z_C}}=\dfrac{z_A.\overline{z}-z_A.z_C+z_C}{\overline{z}-\overline{z_C}}=\dfrac{z_A.\overline{z}-2.z_C+z_C}{\overline{z}-\overline{z_C}}=\dfrac{z_A.\overline{z}-z_C}{\overline{z}-\overline{z_C}}$ ..... (0.25ن)

جـ)- $\left|z'-z_A\right|=\left|\dfrac{z_C}{\overline{z}-\overline{z_C}}\right|=\left|\dfrac{z_C}{\overline{z-z_B}}\right|=\left|\dfrac{z_C}{z-z_B}\right|$ ومنه : $AM'=\dfrac{OC}{BM}$

وبما أن : $M\in(E)$ فإن : $BM=1$ ومنه : $AM'=2$ ومنه : مجموعة النقط M' هي دائرة مركزها A

و نصف قطرها $r=2$ ..... (0.5ن)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=1$ ، $g(1)=e^{-1}+1$ . ..... (0.75ن)

ency-education.com/exams

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	↗	$7e^{\frac{-5}{2}}+1$	↘	$e^{-1}+1$	↗	$+\infty$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) \succ 0$ . ..... (0.25ن)

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{x-2} \succ 0$ ، $2x^2-5x+4 \succ 0$ $(\Delta = -7 \prec 0)$ ومنه : $g(x)-1 \succ 0$ ..... (0.25ن)

g قابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$: $2g'(x) = \left(4x^2-2x-2\right)e^{x-2}$ ، $g''(x) = \left(2x^2+3x-2\right)e^{x-2}$

$$2g'(x) - g''(x) + 4e^{x-2} = \left(4x^2-2x-2-2x^2-3x+2+4\right)e^{x-2}$$

$$2g'(x) - g''(x) + 4e^{x-2} = \left(2x^2-5x+4\right)e^{x-2} = g(x)-1$$ ..... (0.5ن)

$$S = \int_1^2 \left(g(x)-1\right)dx = \left[2g(x) - g'(x) + 4e^{x-2}\right]_1^2 = \left[\left(2x^2-9x+13\right)e^{x-2}\right]_1^2$$

$$S = \int_1^2 \left(g(x)-1\right)dx = 3-6e^{-1}$$ ..... (0.25ن)

و المستقيمات التي معادلاتها : $\left(C_f\right)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : $S = \left(3-6e^{-1}\right)cm^2$

$y=1$ ، $x=1$ ، $x=2$ . ..... (0.25ن)

1- أ- $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1} \left(2x-3\right)\left(e^{x-2}+1\right) = -e^{-1}-1 \\ \lim\limits_{x \xrightarrow{\prec} 1} \left(x-1\right) = 0^{-1} \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\prec} 1} f(x) = +\infty$ ..... (0.25ن)

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1} \left(2x-3\right)\left(e^{x-2}+1\right) = -e^{-1}-1 \\ \lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 1} \left(x-1\right) = 0^{+1} \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 1} f(x) = -\infty$ ..... (0.25ن)

يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x=1$ . ..... (0.25ن)

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right) = 2 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} \left(e^{x-2}+1\right) = 1 \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$ ..... (0.25ن)

يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $y=2$ بجوار $-\infty$ . ..... (0.25ن)

ency-education.com/exams

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$: ومنه $\begin{cases} \lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right) = 2 \\ \lim_{x\to+\infty}\left(e^{x-2}+1\right) = +\infty \end{cases}$ (0.25ن) .....

2)- f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$:

$$f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}\left(e^{x-2}+1\right) + \left(\frac{2x-3}{x-1}\right)e^{x-2}$$

$$f'(x) = \left[\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2x-3}{x-1}\right]e^{x-2} + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$ (0.5ن) .....

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2} \succ 0$ ومنه: متزايدة تماما على $\mathbb{R}-\{1\}$. (0.25ن) .....

جدول تغيرات الدالة f : (0.5ن) .....

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$	

3)- $(T): y = f'(2)(x-2)+f(2) = 3x-4$ (0.25ن) .....

$f(0) = 3\left(e^{-2}+1\right) \approx 3.40$ ، $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0$. (0.25ن) (0.25ن) .....

III)- 1)- من أجل كل x من D_h : $h(-x) = h(x)$ (لأن : $|-x| = |x|$) ومنه : الدالة h دالة زوجية (0.25ن) .....

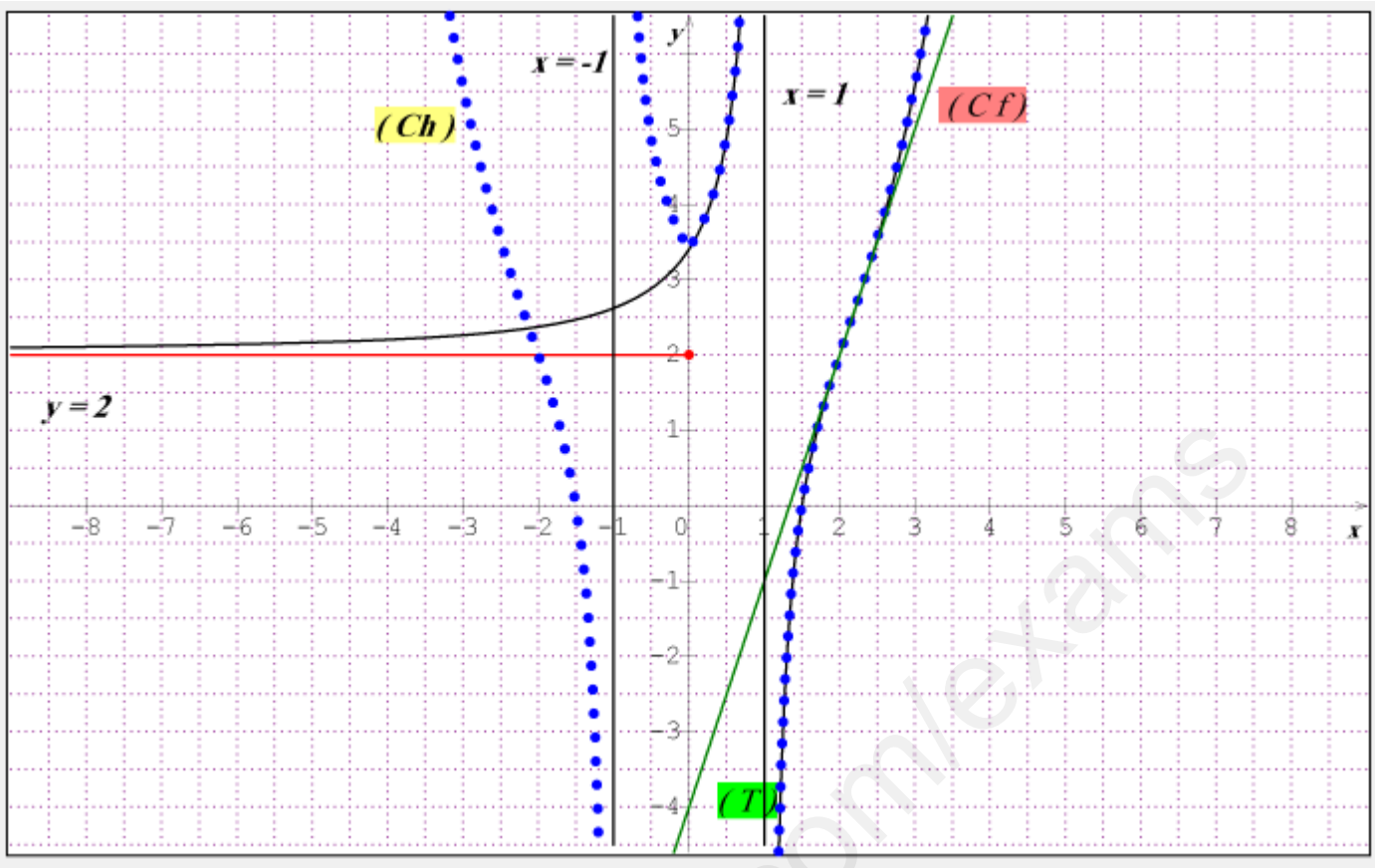
2)- على المجال $[0,1[\ \cup\ ]1,+\infty[$: $h(x) = f(x)$ و منه (C_h) يطابق (C_f) .

على المجال $]-1,0[\ \cup\ ]-\infty,-1[$ بما ان الدالة h دالة زوجية فإن يقبل محور التراتيب كمحور تناظر : (0.25ن) .....

نرسم نظير الجزء السابق بالنسبة لـ (yy')

3)- إنشاء (T) ، (C_f) و (C_h) : (0.75ن) .....

ency-education.com/exams



الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(04 نقاط)

I-(1- $119 = 7 \times 17$ ، $D_{119} = \{1,7,17,119\}$ ..... (0.25ن)

2- نضع : $a = 17a'$ $b = 17b'$ حيث : $PGCD(a',b') = 1$

لدينا : $m = \dfrac{a \times b}{d}$ حيث : $d = PGCD(a,b)$ $m = PPCM(a,b)$ ومنه :

$\begin{cases} 17a'b' = 2023 \\ PGCD(a',b') = 1 \end{cases}$ ، $\begin{cases} a'b' = 119 \\ PGCD(a',b') = 1 \end{cases}$.

a'	1	119	7	17
b'	119	1	17	7

$S = \{(17,2023);(2023,17);(119,289);(289,119)\}$ ..... (1.25ن)

II-(1- $34 = 2 \times 17$ ، $119 = 7 \times 17$ ، ومنه : $PGCD(289,34) = 17$ ..... (0.25ن)

ency-education.com/exams

ومنه : المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ . ..... (0.25ن)

2)- المعادلة (E) تكافئ : $17x-2y=119.....(E)$. $17x-2y=119$ معناه : $2y=17x-199$

$2y=17(x-7)$ لكن 2 و17 أوليان فيما بينهما و منه حسب مبرهنة غوص :

$17/y$ أي أن : y مضاعف 17 ..... (0.5ن)

$y=17k\ (k\in\mathbb{Z})$ ، نعوض y بما يساويه في المعادلة (E) نجد : $y=17k\ (k\in\mathbb{Z})$

$S=\{(2k+7,17k);(k\in\mathbb{Z})\}$ ..... (0.5ن)

3)- $x^2-y\le 52$ يكافئ $4k^2+28k+49-17k\le 52$ ، $4k^2+11k-3\le 0$.

$\Delta=169$ ، $k_1=-3$ ، $k_2=\frac{1}{4}$ ومنه : $k\in\{-3,-2,-1,0\}$.

$S'=\{(1,-51);(3,-34);(5,-17);(7,0)\}$ ..... (0.5ن)

III)- n عددطبيعي فردي معناه : $n\equiv 1[2]$ ، باقي قسمته على 17 هو 16 معناه : $n\equiv 16[17]$

$\begin{cases}17n\equiv 17[34]\\2n\equiv 32[34]\end{cases}$ ، $15n\equiv -15[34]$ ، $n\equiv -1[34]$ ، $n\equiv 33[34]$ و منه :

باقي قسمة n على 34 هو 33 . ..... (0.5ن)

التمرين الثاني :(04 نقاط)

1)- عدد الحالات الممكنة للسحب : $C_{12}^2=66$

2ذهبية ← 40 ، 1 ذهبية + 1فضية ← 30 ، 1 ذهبية + 1 برونزية ← 10 ، 2 فضية ← 20 ، 1 فضية + 1 برونزية ← 0 .

$x_i\in\{,10,20,30,40\}$ ..... (0.5ن)

$P(X=0)=\frac{C_1^1\times C_4^1}{C_{12}^2}=\frac{4}{66}=\frac{2}{33}$ ، $P(X=10)=\frac{C_1^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{7}{66}$ ..... (0.25ن)(0.25ن)

$P(X=20)=\frac{C_4^2}{C_{12}^2}=\frac{6}{66}=\frac{1}{11}$ ، $P(X=30)=\frac{C_4^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{28}{66}=\frac{14}{33}$ ..... (0.25ن)(0.25ن)

$P(X=40)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{21}{66}=\frac{7}{22}$ ..... (0.25ن)

x_i	0	10	20	30	40
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{33}$	$\frac{7}{66}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{14}{33}$	$\frac{7}{22}$

$E(X)=0\times\frac{2}{33}+10\times\frac{7}{66}+20\times\frac{1}{11}+30\times\frac{14}{33}+40\times\frac{7}{22}$، $E(X)=\frac{85}{3}$ ..... (0.25ن)

2)- عدد الحالات الممكنة : $C_{38}^{3}=8436$.

$P(A)=\frac{C_{18}^{3}}{C_{38}^{3}}=\frac{816}{8436}=\frac{68}{703}$ ..... (0.5ن)

$P(B)=\frac{C_{18}^{1}\times C_{20}^{2}}{C_{38}^{3}}=\frac{3420}{8436}=\frac{15}{37}$ ..... (0.5ن)

$P(C)=\frac{C_{2}^{1}\times C_{36}^{2}+C_{2}^{2}\times C_{36}^{1}}{C_{38}^{3}}=\frac{1296}{8436}=\frac{108}{703}$ ..... (0.5ن)

$P(D)=\frac{C_{19}^{3}}{C_{37}^{3}}=\frac{969}{8436}=\frac{17}{148}$ ..... (0.5ن)

التمرين الثالث: (05 نقاط):

I)- 1)- أ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1}=\frac{9U_n+72-70}{U_n+8}=\frac{9U_n+2}{U_n+8}$ ..... (0.25ن)

ب)- $P(n)$ .....$0\le U_n\le 2$

من أجل $n=0$: $0\le\frac{1}{2}\le 2$ و منه : $P(0)$ محققة

نفرض صحة $P(n)$ معناه $0\le U_n\le 2$ ، نبرهن على صحة $P(n+1)$ معناه : $0\le U_{n+1}\le 2$

$0\le U_n\le 2$ ، $8\le U_n+8\le 10$ ، $\frac{1}{10}\le\frac{1}{U_n+8}\le\frac{1}{8}$ ، $\frac{-70}{8}\le\frac{-70}{U_n+8}\le\frac{-70}{10}$

ومنه : $0\le\frac{1}{4}\le U_{n+1}\le 2$ محققة $P(n+1)$.

ومنه : من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le U_n\le 2$ حسب مبدأ البرهان بالتراجع . ..... (0.5ن)

جـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1}-U_n=\frac{9U_n+2}{U_n+8}-U_n=\frac{-U_n^2+U_n+2}{U_n+8}=\frac{-(U_n+1)(U_n-2)}{U_n+8}$

ency-education.com/exams

لدينا من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \le U_n \le 2$ ومنه : $U_n + 1 \succ 0$ ، $U_n + 8 \succ 0$ ، $U_{n+1} - U_n \ge 0$ أي أن :

$\left(U_n\right)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ..... (0.5ن)

هـ)- $\left(U_n\right)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأعلى بـ: 2 فهي متقاربة ..... (0.25ن)

2)- أ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 - U_{n+1} = 2 - \dfrac{9U_n + 2}{U_n + 8} = \dfrac{2U_n + 16 - 9U_n - 2}{U_n + 8} = \dfrac{7\left(2 - U_n\right)}{U_n + 8}$

$U_n \ge 0$ ، $U_n + 8 \ge 8$ ، $\dfrac{1}{U_n + 8} \le \dfrac{1}{8}$ ، $\dfrac{7}{U_n + 8} \le \dfrac{7}{8}$ و منه : $2 - U_{n+1} \le \dfrac{7}{8}\left(2 - U_n\right)$ ..... (0.5ن)

بـ)-

$$\begin{array}{l} 2 - U_1 \le \dfrac{7}{8}\left(2 - U_0\right) \\ 2 - U_2 \le \dfrac{7}{8}\left(2 - U_1\right) \\ \vdots \\ \vdots \\ 2 - U_n \le \dfrac{7}{8}\left(2 - U_{n-1}\right) \\ \hline 0 \le 2 - U_n \le \left(\dfrac{7}{8}\right)^n \left(2 - U_0\right) \end{array}$$

و منه : من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \le 2 - U_n \le \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{7}{8}\right)^n$ ..... (0.5ن)

$\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{7}{8}\right)^n = 0$ و منه : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2$ ..... (0.25ن)

II)-1)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1} = \dfrac{\dfrac{9U_n + 2}{U_n + 8} - 2}{\dfrac{9U_n + 2}{U_n + 8} + 1} = \dfrac{9U_n + 2 - 2U_n - 16}{9U_n + 2 + U_n + 8} = \dfrac{7\left(U_n + 2\right)}{10\left(U_n + 2\right)}$

ومنه : $V_{n+1} = \dfrac{7}{10} V_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{7}{10}$ وحدها الأول : $V_0 = \dfrac{\dfrac{1}{2} - 2}{\dfrac{1}{2} + 1} = -1$ ..... (0.5ن)

ency-education.com/exams

2)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_n = V_0 \times q^n = -\left(\frac{7}{10}\right)^n$ ..... (0.25ن)

$$U_n\left(V_n - 1\right) = -V_n - 2 \text{ ، } V_n \times U_n - U_n = -V_n - 2 \text{ ، } V_n\left(U_n + 1\right) = U_n - 2 \text{ ، } V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$$

$$U_n = \frac{V_n + 2}{1 - V_n} = \frac{-\left(\frac{7}{10}\right)^n + 2}{1 + \left(\frac{7}{10}\right)^n}$$ ..... (0.5ن)

3)- $\lim_{n \to +\infty} V_n = 0$ و منه : $\lim_{n \to +\infty} U_n = 2$ ..... (0.25ن)(0.25ن)

4)- لدينا : $U_n = \frac{V_n + 2}{1 - V_n}$ ، $U_n\left(1 - V_n\right) = V_n + 2$ ، $U_n\left(V_n - 1\right) = -V_n - 2 = \left(\frac{7}{10}\right)^n - 2$

ومنه : $S_n = \frac{1}{1-7}\left(1 - 7^{n+1}\right) - \frac{2}{1-10}\left(1 - 10^{n+1}\right)$ ، $10^n U_n\left(V_n - 1\right) = 7^n - 2 \times 10^n$

$$S_n = \frac{7^{n+1} - 1}{6} - \frac{2(10^{n+1} - 1)}{9}$$ ..... (0.5ن)

التمرين الرابع (07 نقاط)

I)- $\begin{cases} Ln\left(\sqrt{a} \times \sqrt{a}\right) = Ln\left(\sqrt{a}\right) + Ln\left(\sqrt{a}\right) = 2Ln\left(\sqrt{a}\right) \\ Ln\left(\sqrt{a} \times \sqrt{a}\right) = Lna \end{cases}$ و منه : $2Ln\left(\sqrt{a}\right) = Lna$

أي أن : $Ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}Lna$ ..... (0.25ن)

II)- 1)- $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} g(x) = -\infty$ ..... (0.25ن)(0.25ن)

2)- g قابلة للإشتقاق على D_g : $g'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{1}{2e}}{\frac{x-1}{2e}}\right) = \frac{1}{2(x-1)} \succ 0$ ..... (0.25ن)

ومنه : الدالة متزايدة ماما على D_g . ..... (0.25ن)

ency-education.com/exams

جدول تغيرات الدالة g : ..... (0.25ن)

x	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3-) $g(3)=Ln\sqrt{\frac{2}{2e}}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}Ln\frac{1}{e}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$ ..... (0.25ن)

إشارة $g(x)$: ..... (0.25ن)

x	0	3	$+\infty$
إشارة $g(x)$	$-$	0	$+$

III-1-) $\lim\limits_{x\to 1^{+}}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^{+}}Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=-\infty$ ومنه: f غير قابلة للإشتقاق عند 1 من اليمين.. (0.25ن)(0.25ن)

2-) يقبل (C_f) نصف مماس عمودي عند النقطة $W(1,0)$ ..... (0.25ن)

2-) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ..... (0.25ن)

3-) f قابلة للإشتقاق على المجال $]1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{2}Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right)+\frac{1}{x-1}\times\frac{x-1}{2}=g(x)$ ..... (0.25ن)

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على المجال $]1,+\infty[$:

f متناقصة تماما على المجال : $]-\infty,3[$ ، f متزايدة تماما على المجال : $]3,+\infty[$ ..... (0.25ن)

جدول تغيرات الدالة f : ..... (0.5ن)

x	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0 ↘	-1	↗ $+\infty$

ency-education.com/exams

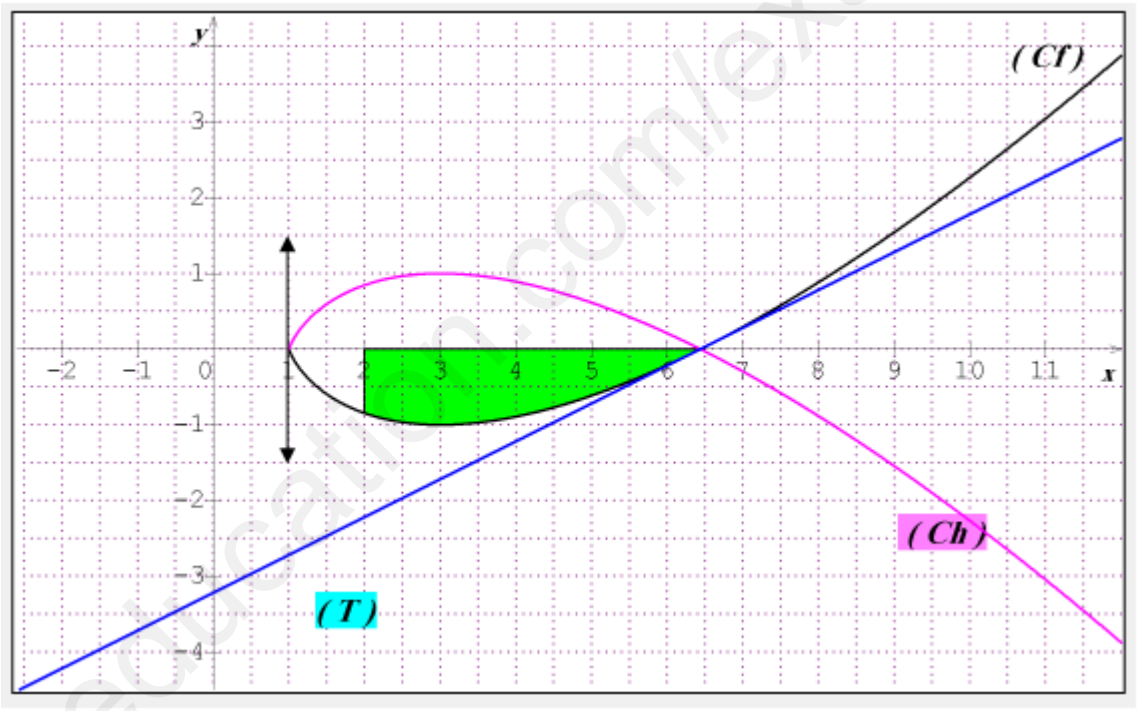
4)-أ- $\left(x-1\right)Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=0$ معناه : $x-1=0$ أو $Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=0$

$x=1$ أو $Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=0$ ، $\frac{1}{2}Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right)=0$ ، $\frac{x-1}{2e}=1$ ، $x=1+2e$.

بما أن : $\alpha \succ 1$ فإن : $\alpha=1+2e$ ..... (0.25ن)

ب)- $\left(T\right):y=f'(1+2e)(x-1-2e)+f(1+2e)=\frac{1}{2}x-e-\frac{1}{2}$ ..... (0.25ن)

جـ)- إنشاء $\left(T\right)$ ، $\left(C_f\right)$ و $\left(C_h\right)$: ..... (0.75ن)



5)- $\left(C_h\right)$ هو نظير $\left(C_f\right)$ بالنسبة لـ (xx') على المجال $\left[1,+\infty\right[$ . ..... (0.25ن)

6)- أ- $x-1-\frac{1}{x-1}=\frac{(x-1)(x-1)-1}{x-1}=\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}=\frac{x^2-2x}{x-1}$ ..... (0.25ن)

$$\int_2^{\alpha}\frac{x^2-2x}{x-1}dx=\int_2^{\alpha}\left[x-1-\frac{1}{x-1}\right]dx=\left[\frac{x^2}{2}-x-Ln\left(x-1\right)\right]_2^{\alpha}$$

$\int_2^{\alpha}\frac{x^2-2x}{x-1}dx=2e^2-\frac{3}{2}-Ln2$ ..... (0.25ن)

ency-education.com/exams

$$U'(x)=\frac{x-1}{2} \qquad U(x)=\frac{x^2-2x}{4}$$

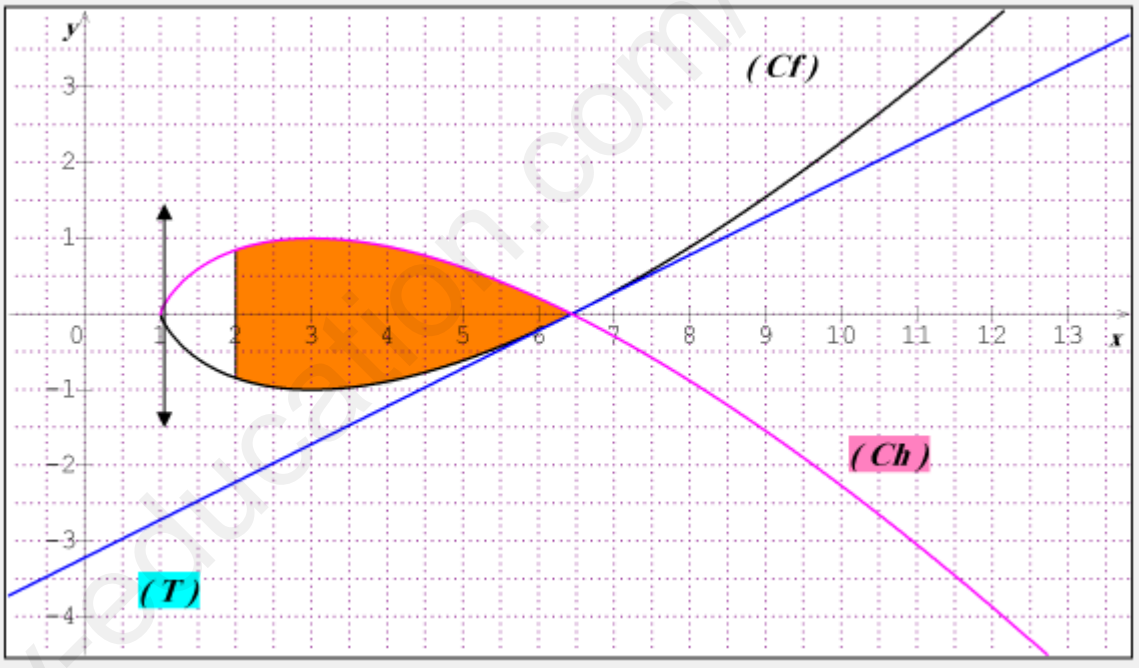
$$V(x)=Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right) \qquad V'(x)=\frac{1}{x-1}$$ -(ب

$$\int_2^{\alpha} f(x)\,dx=\left[\left(\frac{x^2-2x}{4}\right)Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right)\right]_2^{\alpha}-\frac{1}{4}\int_2^{\alpha}\frac{x^2-2x}{x-1}\,dx$$

$$S=-\int_2^{\alpha} f(x)\,dx=\frac{1}{4}\left(2e^2-\frac{3}{2}-Ln2\right) \qquad \int_2^{\alpha} f(x)\,dx=-\frac{1}{4}\left(2e^2-\frac{3}{2}-Ln2\right)$$

$S\approx 3.146cm^2$ ..... (ن0.75)

$S'=\int_2^{\alpha} g(x)-f(x)\,dx=-2\int_2^{\alpha} f(x)\,dx\approx 6.292cm^2$ -(جـ ..... (ن0.25)



ency-education.com/exams