ثانوية علام عبد القادر – تاب
المستوى : 3 تقني رياضي

السنة الدراسية 2024/ 2025
المدة : 90 دقيقة

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $1,59<\alpha<1,60$

3) عين ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(e^{x}-2x\right)^{2}}$

ب)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$

3) أ)بين أن $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

جـ) ارسم (C_f).

4) عين قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة $(m+1)=\left(e^{x}-2x\right)$ $2x-2$ حلين مختلفين في الإشارة.

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^{2}$

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h.

www.ency-education.com

ثانوية المجاهد عبد القادر علام — السنة الدراسية 2024/ 2025

المستوى : 3 تقني رياضي — المدة : 90 دقيقة

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة g :

الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=(-2)(e^x)+(e^x)(4-2x)=e^x(-2+4-2x)=e^x(2-2x)$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2-2x)$ لأن $e^x>0$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;1]$

و متناقصة تماما على المجال $[1;+\infty[$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$

✓ تشكيل جدول تغيراتها:

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}-4+(4-2x)e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}-4+4e^x-2xe^x=-4$ لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}-4+(4-2x)e^x=-\infty$ لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}(4-2x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty\end{cases}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	-4 ↗	$-4+2e$	↘ $-\infty$

2) تبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $1,59<\alpha<1,60$:

على المجال $]-\infty;1]$ الدالة g مستمرة و متزايدة تماما و $g(0)=0$ ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل معدوم.

على المجال $[1;+\infty[$ الدالة g مستمرة و متناقصة تماما و بالأخص على المجال $[1,59;1,60]$ و $g(1,59)\simeq 0,2$ و $g(1,60)\simeq -0,03$

ومنه $g(1,59)\times g(1,60)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة للمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد α حيث $1,59<\alpha<1,60$

3) تعين ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$: من جدول التغيرات

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$ 0	$-$

www.ency-education.com

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) تبين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{x}=0\end{cases}$$ لأن $$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-2}{e^x-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(2-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x}-2\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{x}}{\frac{e^x}{x}-2}=-1$$

(C_f) يقبل عند $-\infty$ مستقيم مقارب معادلته $y=-1$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty\end{cases}$$ لأن $$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-2}{e^x-2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(2-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x}-2\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{2}{x}}{\frac{e^x}{x}-2}=0$$

(C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيم مقارب معادلته $y=0$

2) أ) برهان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(e^x-2x\right)^2}$

الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل $x\in\mathbb{R}$:

$$f'(x)=\frac{2\left(e^x-2x\right)-\left(e^x-2\right)(2x-2)}{\left(e^x-2x\right)^2}=\frac{2e^x-4x-2xe^x+2e^x+4x-4}{\left(e^x-2x\right)^2}=\frac{(4-2x)e^x-4}{\left(e^x-2x\right)^2}=\frac{g(x)}{\left(e^x-2x\right)^2}$$

ب)استنتاج إشارة $f'(x)$:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لأن $\left(e^x-2x\right)^2>0$ ومنه

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

✓ تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	0

3) حساب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$: $f(1)=0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

www.ency-education.com

4) أ)تبين أن $f(\alpha)=-1+\frac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I :

$$\begin{cases} f(\alpha)=\frac{2\alpha-2}{e^{\alpha}-2\alpha}.....(1) \\ e^{\alpha}=\frac{4}{4-2\alpha}.....(2) \end{cases}$$ بتعويض (2) في (1) نجد $$\begin{cases} f(\alpha)=\frac{2\alpha-2}{e^{\alpha}-2\alpha} \\ -4+(4-2\alpha)e^{\alpha}=0 \end{cases}$$ يكافئ $$\begin{cases} f(\alpha)=\frac{2\alpha-2}{e^{\alpha}-2\alpha} \\ g(\alpha)=0 \end{cases}$$ يكافئ

$$f(\alpha)=\frac{2\alpha-2}{\frac{4}{4-2\alpha}-2\alpha}=\frac{2\alpha-2}{\frac{4\alpha^2-8\alpha+4}{4-2\alpha}}=(2\alpha-2)\left(\frac{4-2\alpha}{4\alpha^2-8\alpha+4}\right)=\frac{(2\alpha-2)(4-2\alpha)}{(2\alpha-2)^2}=\frac{(4-2\alpha)}{(2\alpha-2)}=-1+\frac{1}{\alpha-1}$$

ب) استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}):

لدينا $1,59<\alpha<1,60$ يكافئ $0,59<\alpha-1<0,60$ يكافئ $\frac{1}{0,60}<\frac{1}{\alpha-1}<\frac{1}{0,59}$ يكافئ $-1+\frac{1}{0,60}<-1+\frac{1}{\alpha-1}<-1+\frac{1}{0,59}$

ومنه $0,67<f(\alpha)<0,69$

جـ) ارسم (C_f) . في آخر الصفحة

5) تعيين قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة $(m+1)(e^x-2x)=2x-2$ حلين مختلفين في الإشارة:

$(m+1)(e^x-2x)=2x-2$ يكافئ $\frac{2x-2}{e^x-2x}=m+1$ يكافئ $f(x)=m+1$ ومنه عدد حلول المعادلة هو عدد فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m+1$

لما $m+1\in]-2;-1[$ للمعادلة حلان مختلفان في الإشارة في $\mathbb{R}$ أي من أجل $m\in]-3;-2[$

6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^2$

أ) حساب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$:

الدالة h قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل $x\in\mathbb{R}$: $h'(x)=2f'(x)f(x)$

x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$		
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0 $+$ 0	$-$

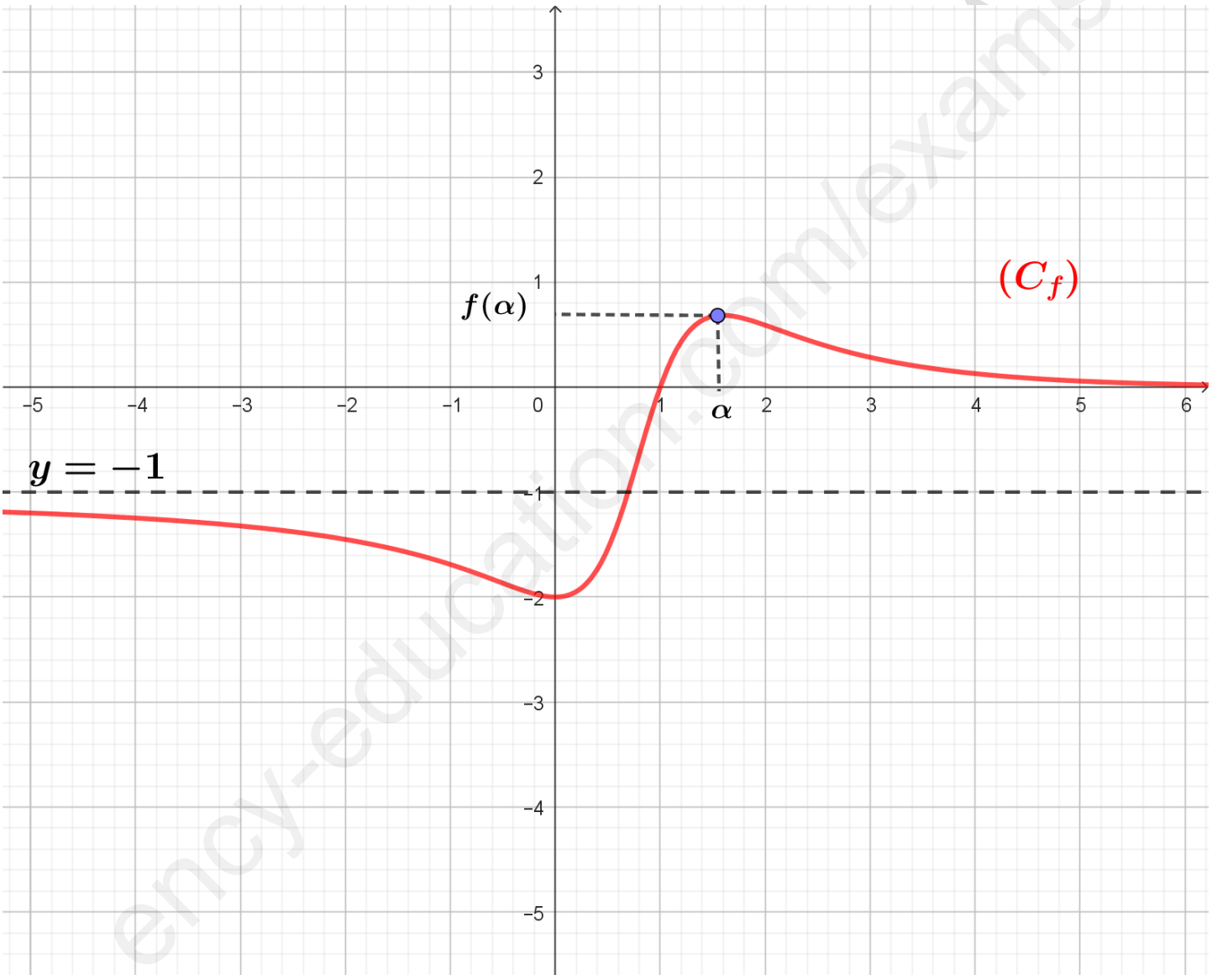
www.ency-education.com

✓ تشكيل جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$		↗	4	↘	0	↗	$[f(\alpha)]^2$	↘	0

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1 \\ \lim\limits_{x\to-1} x^2 = 1 \end{cases}$$ لأن $$\lim_{x\to-\infty} h(x) = \lim_{x\to-\infty} [f(x)]^2 = 1$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0 \\ \lim\limits_{x\to0} x^2 = 0 \end{cases}$$ لأن $$\lim_{x\to+\infty} h(x) = \lim_{x\to+\infty} [f(x)]^2 = 0$$



ency-education.com/exams

www.ency-education.com