الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الثاني — يوم: 06 مارس 2023

الشعبة: تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: أربع ساعات

التمرين الأول: 03 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$.
   - ✓ الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم من أجل 1 هي الدالة G المعرفة بـ: $G(x)=1-\dfrac{1+\ln x}{x}$.
2. العددان الطبيعيان a_n و b_n بحيث: $a_n=2023^{n+1}-1$ و $b_n=2023^n$ مع $n\in\mathbb{N}$ أوليان فيما بينهما.
3. الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية $y'=(\ln 3)y$ والذي يحقق $f(0)=1$ هو الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3^x$.

التمرين الثاني: 05 نقاط

نعتبر المعادلة $(E)\ldots\ldots 5x-7y=13$ بحيث x و y عددان صحيحان.

1. بين أنه إذا كان العدد الطبيعي d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y فإن $d=1$ أو $d=13$.
2. أ) جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) حيث $x_0-y_0=13$.
   ب) بين أن حلول المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$ هي الثنائيات $(7k+4;5k+1)$ بحيث k عدد صحيح.
3. عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $PGCD(x;y)=13$.
4. ليكن N عددا طبيعيا يكتب $\overline{310\alpha 1}$ في النظام ذي الأساس 5 ويكتب $\overline{56\beta 5}$ في النظام ذي الأساس 7 بحيث α و β عددان طبيعيان.
   - ✓ جد العددين α و β ثم اكتب العدد N في النظام العشري.
5. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 5^n و 7^n على 13.
   ب) بين أن العدد $A=2023^{2(x-y)}-1444^{1962}+2022^{x+y}-9$ مضاعف للعدد 13 مع $(x;y)$ الحلول الطبيعية للمعادلة (E).

التمرين الثالث: 04 نقاط

الجزء الأول: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases}u_0=1+e^{-1}\\ u_{n+1}=\sqrt{(u_n-1)^3}+1\end{cases}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $1<u_n<2$.
2. بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=(u_n-1)\left(\sqrt{u_n-1}-1\right)$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) وبرر تقاربها.

www.ency-education.com

الجزء الثاني: المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{1}{\ln(u_n - 1)}$.

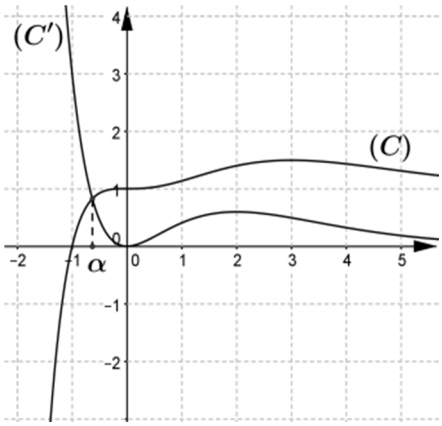
1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{2}{3}$ يطلب حساب حدها الأول.

2. اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = e^{-\left(\frac{3}{2}\right)^n} + 1$ واحسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

احسب بدلالة n الجداء P_n بحيث: $P_n = (u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \ldots\ldots \times (u_n - 1)$.

التمرين الرابع: 08 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.



الجزء الأول: في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 1 + x^3 e^{-x-1}$، (C') التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 3x^2 e^{-x-1}$ والعدد الحقيقي α هو فاصلة نقطة تقاطع (C) و (C') بحيث: $-0,64 < \alpha < -0,62$.

1. بقراءة بيانية حدد الوضع النسبي لـ (C) و (C').
2. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^3 - 3x^2)e^{-x-1}$.
   - ✓ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - x^3 e^{-x-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   ب. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
2. نعتبر الدالة h المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $[-1;0]$ بحيث $h(\alpha) = \alpha + 1 + \dfrac{3}{\alpha - 3}$.
   - ✓ بين أن $f(\alpha) = h(\alpha)$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$، ثم تحقق أن (Δ) مماس لـ (C_f) في مبدأ المعلم.

   ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)، ثم فسر النتيجة هندسيا.

   ج. بين أن (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما 1 أحدهما (Δ) والآخر (T) يطلب كتابة معادلة له.
4. أ. احسب $f(-1)$، ثم أنشئ كلا من (Δ)، (T) ومثل (C_f).

   ب. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.
5. أ. بين أن الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + (x^3 + 3x^2 + 6x + 6)e^{-x-1}$ دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$.

   ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) وحاملي محوري الإحداثيات والمستقيم ذا المعادلة $x = -1$.

www.ency-education.com