☜ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول :

التمرين الأول:(06 نقاط)

I)- 1)- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7 ، ثم استنتج باقي قسمة العدد A على 7 حيث : $A = 5^{2022} + 1443$.

2)- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $222^n + 4\times 5^n + 337$ قابلا للقسمة على 7 .

3)- B عدد طبيعي غير معدوم مكتوب في النظام ذو الأساس 10 كما يلي : $B = 20xx$

- عين قيم العدد الطبيعي x الذي يحقق : $B \equiv 6[7]$.

II)- 1)- تحقق أن العدد 337 أولي .

2)- نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $14x - 337y = 2022.....(1)$

أ)- تحقق أن المعادلة (1)تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ ب)- حلل العدد 2022 إلى جداء عوامل أولية .

جـ)- بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (1) فإن x مضاعف للعدد 337 ، ثم استنتج حلول المعادلة (1).

د)- عين مجموعة حلول المعادلة (1) التي تحقق : $x \times y - 2696 = 0$

التمرين الثاني:(06 نقاط)

1)- (C) هو التمثيل البياني للدالة f على المجال : $]0,+\infty[$ المعرفة بـ : $f(x) = x^2 - 2x + 2$

(كما هو موضح في الوثيقة المرفقة)

- لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

أ)- مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لهذه المتتالية .

3as.ency-education.com

بـ)- ضع تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب هذه المتتالية .

جـ)- باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع أثبت أنه : من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $1 \prec U_n \prec 2$

د)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ماذا نستنتج ؟ - أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

2)- لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = Ln(U_n - 1)$.

أ)- أثبت أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها. (لاحظ أن: $U_n^2 - 2U_n + 2 = (U_n - 1)^2 + 1$)

بـ)- عين حدها الأول V_0 . أكتب V_n ، U_n بدلالة n ثم أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

جـ)- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \log\left(\sqrt{U_0 - 1}\right) + \log\left(\sqrt{U_1 - 1}\right) + ... + \log\left(\sqrt{U_n - 1}\right)$

- أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

د)- نعتبر الجداء P_n حيث : $P_n = \frac{1}{(U_0 - 1)} \times \frac{1}{(U_1 - 1)} \times ..... \times \frac{1}{(U_n - 1)}$

- أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $P_n = \frac{1}{2} e^{2^n Ln4}$

التمرين الثالث:(08 نقاط)

الجزء الأول :

الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - (2x + 4)e^{x-2}$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	$1 + 2e^{-5}$	↘	$-\infty$

1)- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.4 \prec \alpha \prec 0.5$.

2)- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3as.ency-education.com

الجزء الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2e^{x-2}-\frac{1}{4}x^2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)- أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-\frac{1}{2}xg(x)$ ، استنتج اتجاه تغيرا لدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

4)- عين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

5)- انشئ (C_f) على المجال $[-5,2]$ (نأخذ : $f(\alpha)\approx -0.2$)

6)- عين قيم الوسيط الحقيقي التي من أجلها المعادلة : $e^x=\left(\frac{m}{x^2}+\frac{1}{4}\right)\times e^2$ تقبل ثلاث حلول مختلفة .

7)- لتكن الدالتين g و G المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^2e^{x-2}$ ، $G(x)=(x^2-2x+2)e^{x-2}$

أ)- بين أن الدالة G هي دالة أصلية للدالة g ، استنتج حساب : $\int_1^2 g(x)dx$

بـ)- أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين الذي معادلتهما :

$x=1$ $x=2$

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=e^{1-f(x)}$

أكتب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، استنتج إشارتها ،ثم شكل جدول تغيرات الدالة h (دون حساب عبارة $h(x)$)

لا تضيع فرصة تقييم مستواك

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

I)- إختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1)- (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_n = \int_n^{n+1} e^{2-x}dx$ ، المجموع : $U_0 + U_1 + ... + U_n$ يساوي :

أ)- $e^2\left[1-\left(\frac{1}{e}\right)^{n+1}\right]$ ب)- $e(e-1)\left[1-\left(\frac{1}{e}\right)^{n}\right]$ جـ)- $e(e-1)\left[1-\left(\frac{1}{e}\right)^{n+1}\right]$

2)- A عدد حقيقي حيث : $A = \frac{\sqrt[5]{2}\times\sqrt[4]{16}\times\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[5]{128}}}$

أ)- $A = \frac{1}{2}$ ب)- $A = 2$ جـ)- $A = \sqrt{2}$

II)- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5x - 6y = 3$ ، ثم حل في $\mathbb{Z}$ الجملة : $\begin{cases}\alpha \equiv -1[6]\\ \alpha \equiv -4[5]\end{cases}$ بطريقتين مختلفتين .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما تحقق : $\begin{cases}U_5 = 32768\\ U_7 = 2097152\end{cases}$

1)- أوجد الأساس q لهذه المتتالية و حدها الأول U_0 .

2)- أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n ، أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج ؟

3)-أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

4)- باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع برهن انه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$1 + 8 + 8^2 + ... + 8^n = \frac{8^{n+1}-1}{7}$$

5)-عين العدد الطبيعي n بحيث : $1 + 8 + 8^2 + ... + 8^n = 19173961$

6)- أ)- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 8^n على 13.

3as.ency-education.com

بـ)- استنتج باقي قسمة العدد α على 13 حيث : $\alpha = 102 \times 38^{2022} + 5^{1443} - 3$.

جـ)- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $7S_n \equiv 4\left[13\right]$

7)- أ)- برهن انه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(5n+1\right) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv \left(5n+6\right) \times 8^{2n}\left[13\right]$

بـ)- عين قيم العدد الطبيعي التي تحقق : $\left(5n+1\right) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0\left[13\right]$ و n مضاعف للعدد 2 .

التمرين الثالث:(08 نقاط)

الجزء الأول :

- لتكن الدالة f المعرفة على $D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ بـ : $f(x) = x + 2 - Ln\left(2x+1\right)^2$ ، $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. (وحدة الطول 2cm)

1)- أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.

2)- ادرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3)- بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 3- ، ثم اكتب معادلته .

4)- أوجد إحداثيتي نقطتي تقاطع $\left(C_f\right)$ مع المستقيم الذي (T) معادلته : $y = x$.

5)- أحسب : $f(-1)$ ، $f(6)$ ثم أنشء $\left(C_f\right)$ و (Δ).

6)- لتكن الدالتين h و H المعرفتان على المجال $\left]\frac{-1}{2}, +\infty\right[$ بـ :

$$h(x) = Ln(2x+1) \quad ، \quad H(x) = \left(\frac{2x+1}{2}\right)Ln(2x+1) - x$$

أ)- بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة h.

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

بـ)- أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذي معادلتهما $x = 0$ و $x = \lambda$ حيث : $\lambda \succ 0$. جـ)- بين أن : $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) = +\infty$.

الجزء الثاني :

- لتكن الدالة g المعرفة على $D_g = \mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ بـ : $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - 2Ln\left|2x + 1\right|$ ، (C_g) تمثيلها البياني

أ)- أثبت أنه من أجل كل $x \neq -\frac{1}{2}$ يكون $-x - 1 \neq -\frac{1}{2}$ و ، $g(-1-x) = g(x)$ فسر هذه النتيجة بيانا .

بـ)- أثبت أن : $g(x) = f(x)$ على مجال يطلب تعيينه .

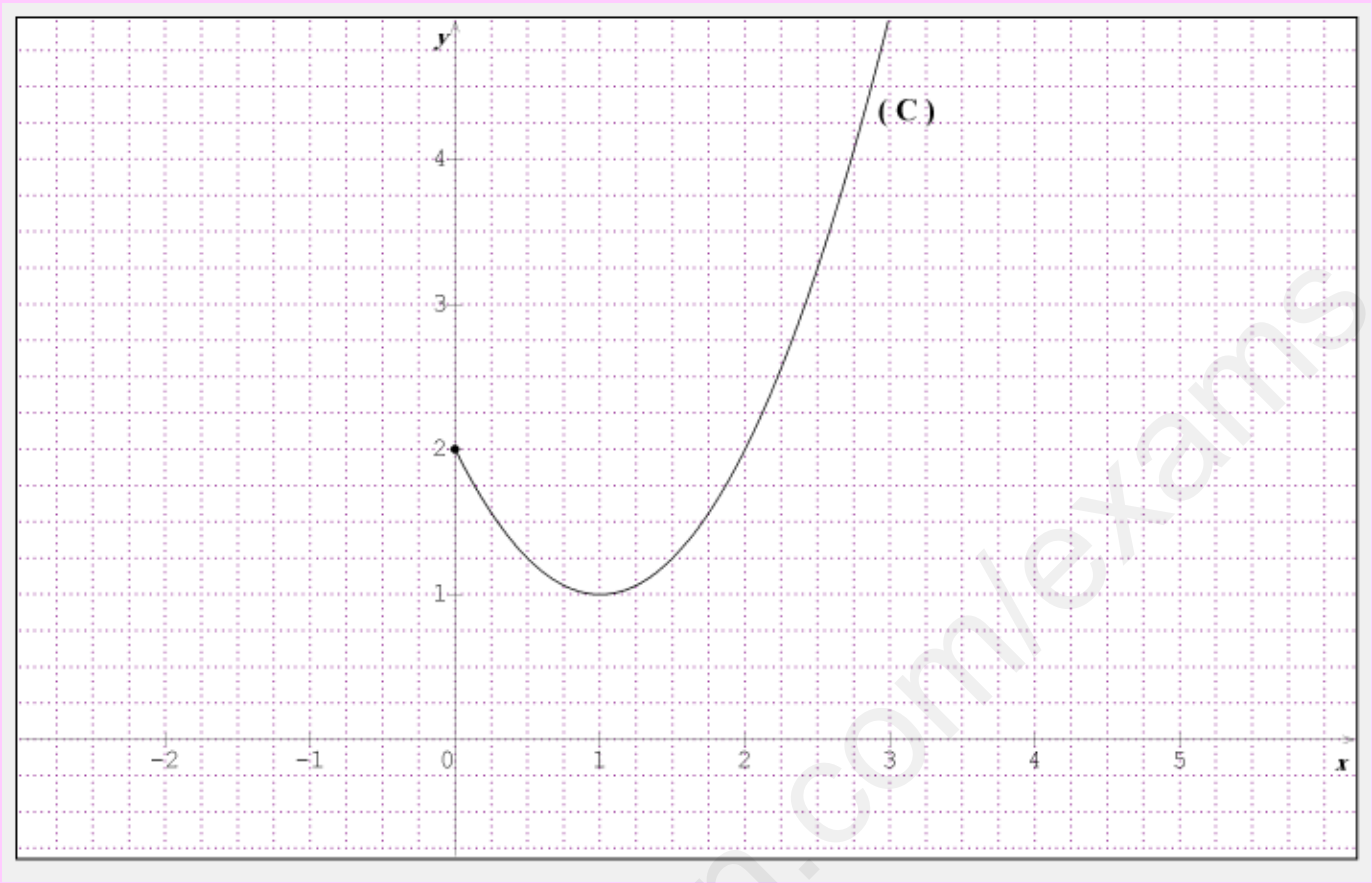
جـ)- إشرح كيفية إنشاء (C_g) إنطلاقا من (C_f) ، ثم انشئه في نفس المعلم السابق (استعمل الالوان للتوضيح)

ency-education.com/exams

لا تـضيع فـرصة تقييـم مـستواك

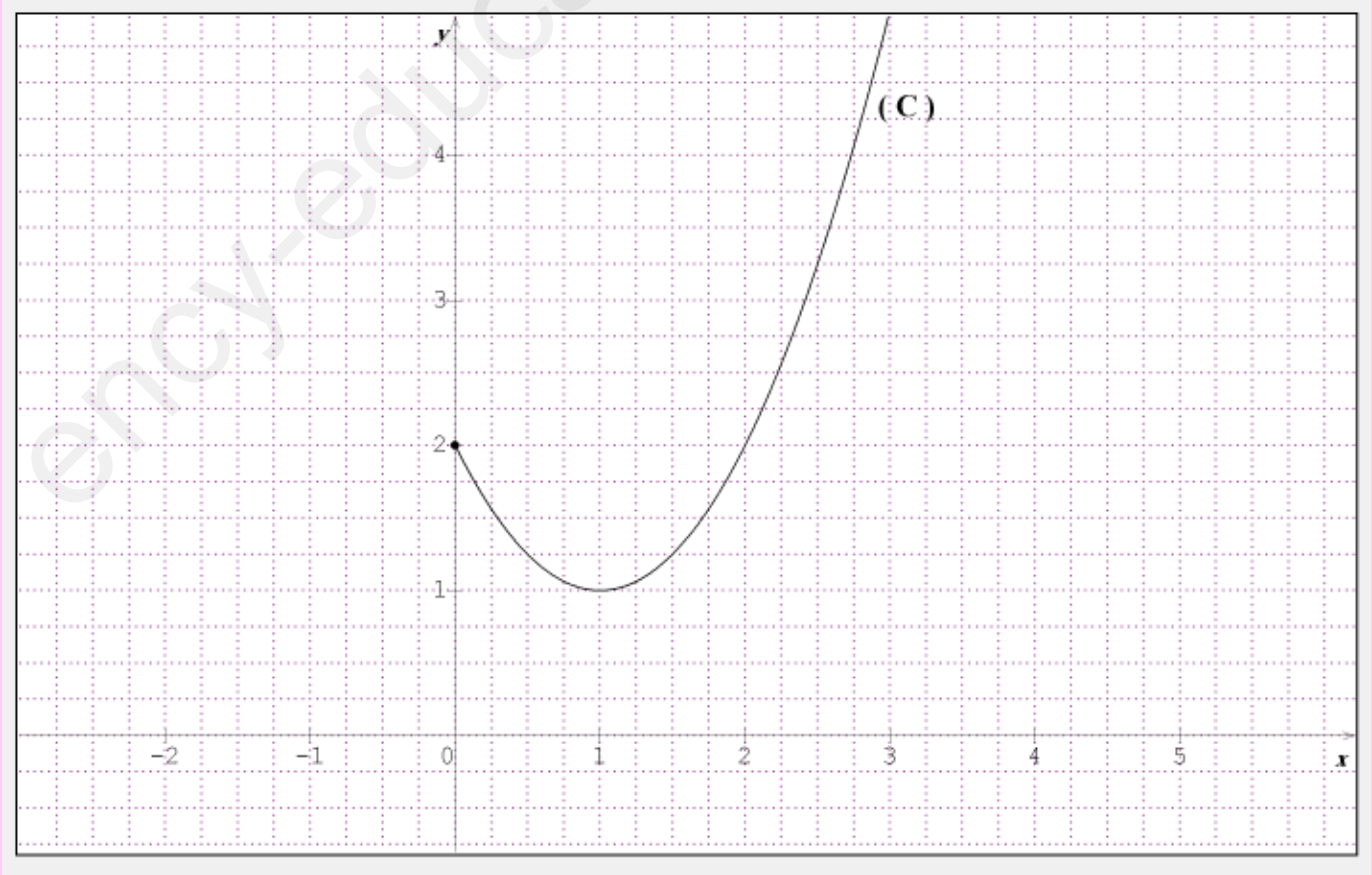
3as.ency-education.com

الوثيقة المرفقة : التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسم و اللقب :.....



ency-education.com/exams

الوثيقة المرفقة : التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسم و اللقب :.....



المـــوضوع الأول :

التمرين الأول : ☹☺☹ (06نقاط)

I)- 1)- بواقي قسمة العدد 5^n على 7 :

$5^0 \equiv 1[7]$ ، $5^1 \equiv 5[7]$ ، $5^2 \equiv 4[7]$ ، $5^3 \equiv 6[7]$ ، $5^4 \equiv 2[7]$ ، $5^5 \equiv 3[7]$ ، $5^6 \equiv 1[7]$.

ومنه : $P = 6$ ....(01ن)

$k \in \mathbb{N}$	$6k+5$	$6k+4$	$6k+3$	$6k+2$	$6k+1$	$6k$	$n =$
$[7]$	3	2	6	4	5	1	$5^n \equiv$

- $1443 \equiv 1[7]$ ، $2022 = 337 \times 6$ معناه : $5^{2022} \equiv 1[7]$ ومنه : $A \equiv 2[7]$

باقي قسمة A على 7 هو 2 . ...(0.5ن)

2)- $222 \equiv 5[7]$ ومنه : $222^n \equiv 5^n[7]$ ، $222^n + 4\times 5^n + 337 \equiv (5^{n+1}+1)[7]$

$222^n + 4\times 5^n + 337 \equiv 0[7]$ معناه : $5^{n+1}+1 \equiv 0[7]$ ، $5^{n+1} \equiv 6[7]$ ، $n+1 = 6k+3 \ (k \in \mathbb{N})$ ومنه :

$(k \in \mathbb{N}) \quad n = 6k+2$ ....(01ن)

3)- $B = 2\times 10^3 + 10x + x = 11x + 2000 \quad (0 \le x \prec 10)$

$B \equiv 6[7]$ معناه : $4x + 5 \equiv 6[7]$ ، $4x \equiv 1[7]$ ، $8x \equiv 2[7]$ ، $x \equiv 2[7]$ و منه :

$(k \in \mathbb{N}) \quad x = 7k+2$ ، لكن : $0 \le x \prec 10$ و منه : $0 \le 7k+2 \prec 10$ ، $\frac{-2}{7} \le k \prec \frac{8}{7}$ ، $k \in \{0,1\}$.

و منه : $x = 2$ أو $x = 9$. ($B = 2022$ أو $B = 2099$ غير مطلوب) ....(0.75ن)

II)- 1)- $\sqrt{337} \approx 18.35$ ، 337 لا يقبل القسمة على : 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 17 ومنه العدد 337 أوليا......(0.5ن)

2)- أ)- $PGCD(14,337) = 1$ $\left(\frac{1}{2022}\right)$ ومنه المعادلة (1) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ . ...(0.25ن)

ب)- $2022 = 2\times 3\times 337$ ....(0.25ن)

جـ)- $14x - 337y = 2022$ يكافئ : $14x = 337(y+6)$ ، $337 / 4x$ لكن : 14 و 337 أوليان فيما بينهما و منه :

حسب مبرهنة غوص : $337 \diagup x$ .....(0.25ن)

- $(k \in \mathbb{Z})$ $x = 337k$ ، بتعويض x بما يساويه في المعادلة (1) نجد : $y = 14k - 6$ و منه :

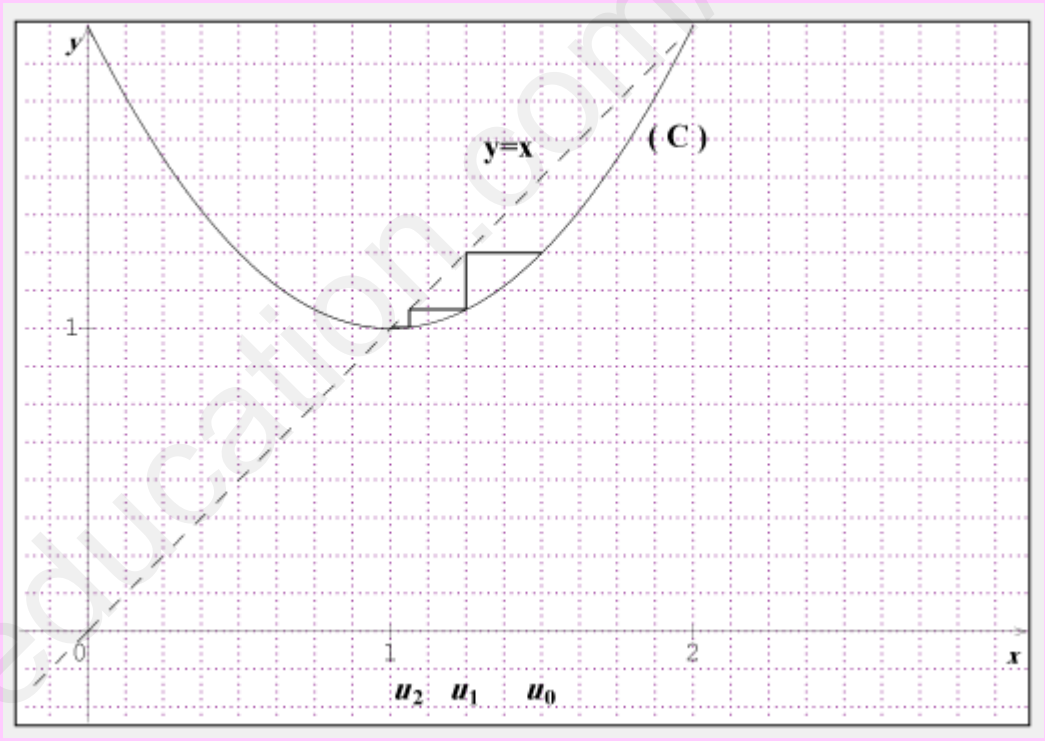
$S = \{(337k, 14k - 6) \quad k \in \mathbb{Z}\}$.....(01ن)

د)- $x \times y - 2696 = 0$ يكافئ : $337k(14k - 6) - 2696 = 0$ أي أن : $7k^2 - 3k - 4 = 0$

$\Delta = 121$ ، $k_1 = 1$ ، $k_2 = \frac{-4}{7}$ مرفوض و منه : $S' = \{(337,8)\}$ .....(0.5ن)

التمرين الثاني :☹☺☹ _____ **(06نقاط)**

1)- أ)- تمثيل الأربع حدود الأولى من (U_n) . .....(0.25ن)



بـ)- (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$. (U_n)متقاربة . .....(0.5ن)

جـ)- البرهان بالتراجع .....(0.75ن)

د)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = U_n^{\,2} - 3U_n + 2 = (U_n - 1)(U_n - 2)$

بما أن $1 \prec U_n \prec 2$ فإن : (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ . .....(0.5ن)

(U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأسفل بـ 1 فهي متقاربة : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = l$ .....(0.25ن)

ency-education.com/exams

$l^2-3l+2=0$ ، $\Delta=1$ مرفوض ، $l_2=2$ ، $l_1=1$ ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=1$ .....(0.25ن)

2)- أ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1}=\ln\left(U_{n+1}-1\right)=\ln\left(U_n^{\ 2}-2U_n+2-1\right)=\ln\left[\left(U_n-1\right)^2\right]$

$V_{n+1}=2\ln\left(U_n-1\right)=2V_n$ $\left(1\prec U_n\prec 2\right)$ ومنه : $\left(V_n\right)$متتالية هندسية أساسها $q=2$ و حدها الأول :

$V_0=Ln\left(\frac{3}{2}-1\right)=Ln\left(\frac{1}{2}\right)=-Ln2$ .....(0.5ن)(0.25ن)(0.25)

بـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_n=-2^nLn2$ ، $U_n=e^{V_n}+1=e^{Ln\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}+1=\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}+1$.....(0.5ن)(0.5ن 0)

بما ان : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}=0$ ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=1$ .....(0.25ن)

جـ)- $S_n=\frac{1}{2Ln10}\left[Ln\left(U_0-1\right)+Ln\left(U_1-1\right)+.....+Ln\left(U_n-1\right)\right]$

$S_n=\frac{1}{2Ln10}\left[V_0+V_1+.....+V_n\right]=\frac{1}{2Ln10}\left[\frac{-Ln2}{1-2}\left(1-2^{n+1}\right)\right]$

ومنه : $S_n=\left(\frac{1-2^{n+1}}{2}\right)\log 2$.....(0.5ن)

$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$ .....(0.25ن)

د)- $e^{V_n}=U_n-1$ $\frac{1}{e^{V_n}}=e^{-V_n}=\frac{1}{U_n-1}$

$P_n=e^{-V_0}\times e^{-V_1}\times.....\times e^{-V_n}=e^{-V_0-V_1-.....-V_n}=e^{-(V_0+V_1+.....+V_n)}$

$P_n=e^{-Ln2\left(1-2^{n+1}\right)}=e^{Ln\frac{1}{2}+2^{n+1}\ln 2}=\frac{1}{2}e^{2^n\times 2Ln2}=\frac{1}{2}e^{2^nLn4}$ .....(0.5ن)

التمرين الثالث :☹☺☹ _____ (08نقاط)

الجزء الأول :

1)- مبرهنة القيم المتوسطة .....(0.25ن)

2)- إشارة $g(x)$: .....(0.5ن)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
إشارة $g(x)$	+	0	-

ency-education.com/exams

الجزء الثاني

1)- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^2\left(e^{x-2} - \frac{1}{4}\right) = +\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^2\left(e^{x-2} - \frac{1}{4}\right) = -\infty$ .....(ن0.5)

2)- f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$:

$f'(x) = 2xe^{x-2} + x^2e^{x-2} - \frac{1}{2}x = \frac{4xe^{x-2} + 2x^2e^{x-2} - x}{2} = \frac{-x\left(-4e^{x-2} - 2xe^{x-2} + 1\right)}{2}$ ومنه :

$f'(x) = -\frac{1}{2}xg(x)$.....(ن0.5)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$-\frac{1}{2}x$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

و منه : f متناقصة تماما على المجال : $[0,\alpha]$ ، f متزايدة تماما على المجال : $]-\infty,0] \cup [\alpha,+\infty[$ .....(ن0.5)

جدول تغيرات الدالة f : .....(ن0.75)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

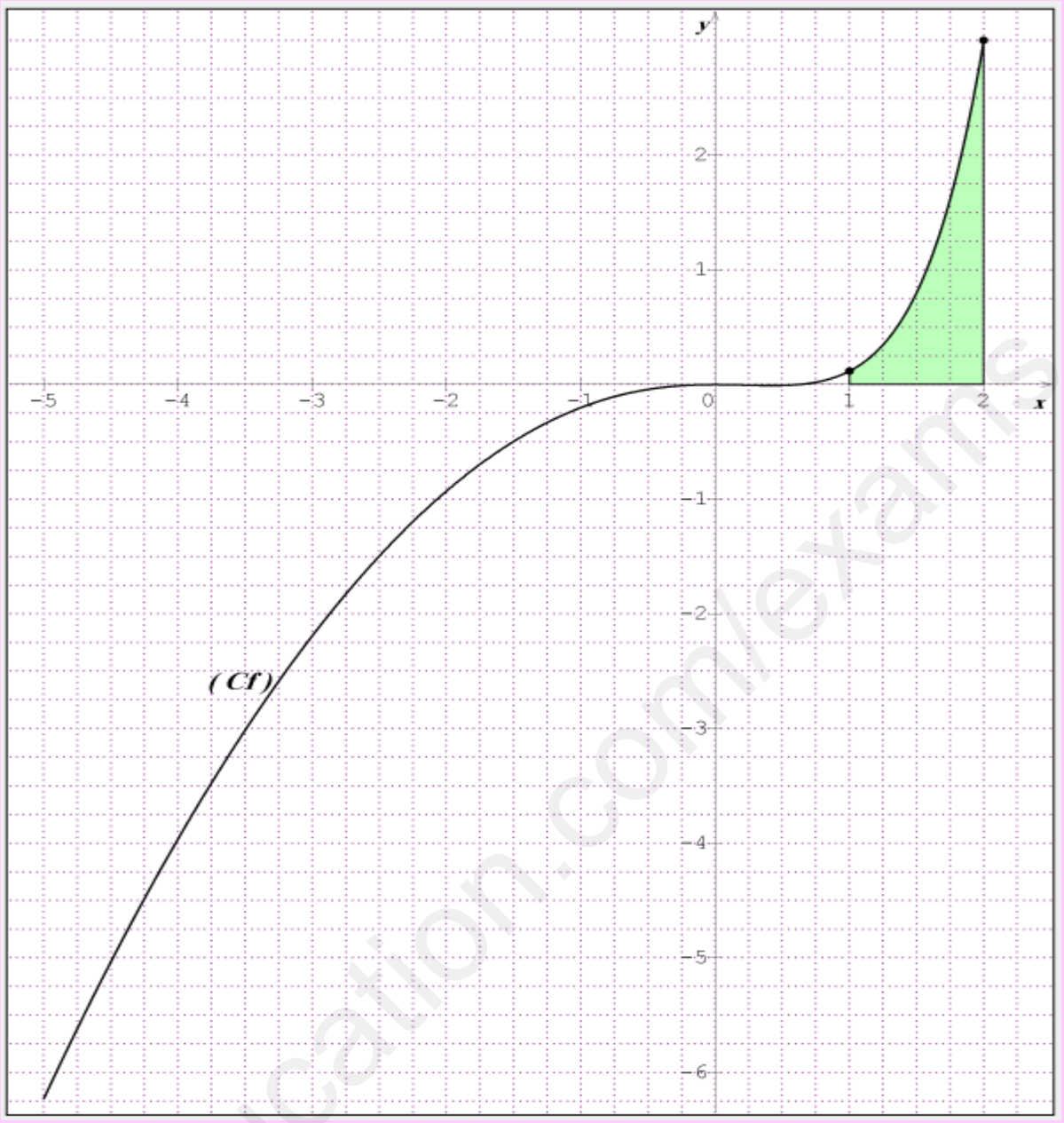
3)- $(T): y = f'(x)(x-2) + f(2) = 7x - 11$.....(ن0.25)

4)- $(C_f) \cap (xx')$: $f(x) = 0$ يكافئ : $x^2\left(e^{x-2} - \frac{1}{4}\right) = 0$ ومنه : $x = 0$ أو $x = 2 - Ln4$.

$(C_f) \cap (xx') = \{O, A(2 - Ln4, 0)\}$.....(ن0.5)

5)- إنشاء (C_f) : .....(ن01)

ency-education.com/exams



6- $e^x = \left(\frac{m}{x^2}+\frac{1}{4}\right)\times e^2$ معناه : $f(x)=m$ ، للمعادلة ثلاث حلول يكافئ : $m \in]-0.2;0[$ .....(ن0.5)

G قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $G'(x)=(2x-2)e^{x-2}+(x^2-2x+2)e^{x-2}=(2x-2+x^2-2x+2)e^{x-2}$

ومنه : $G'(x)=x^2e^{x-2}=g(x)$ .....(ن0.25)

$\int_1^2 g(x)dx = G(2)-G(1)=2-e^{-1}$ .....(ن0.5)

ومنه : $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 g(x)dx + \int_1^2 \frac{-1}{4}x^2dx = 2-e^{-1}-\frac{1}{4}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 = \frac{17}{12}-e^{-1}$

$S=\left(\frac{17}{3}-\frac{4}{e}\right)cm^2$ .....(ن0.75)

ency-education.com/exams

الجزء الثالث :

h قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $h'(x) = -f'(x)e^{1-f(x)}$ .....(0.5ن)

h و f متعاكستان في اتجاه التغير . .....(0.25ن)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	

جدول تغيرات الدالة f : ....(0.5ن)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	
$h(x)$	$+\infty$	↘	e	↗	$e^{1.2}$	↘	0

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

وزارة التربية الوطنية	مديرية التربية لولاية.....	السنة الدراسية
ثانوية		2022/2021
البكالوريا التجريبي	الشعبة :رياضيات وتقني رياضي	المدة : 4 ساعات

التمرين الاول (5 نقط)

حمض الخل هو الاسم الشائع لحمض الايثانويك CH_3COOH لتواجد هذا الاخير في الخل التجاري

1 - يتوفر مخبر ثانوية على قارورة من الخل التجاري تحمل القراءتين $6°$ والتي تعبر عن درجة النقاوة و $1050g/L$ والتي تعبرعن الكتلة الحجمية للمحلول

ا - باستخدام القراءتين احسب C تركيز حمض الايثانويك في القارورة

2- نحضر محلولا S بتخفيف عينة من القارورة 100مرة و نقيس PH المحلول فنجد القيمة 3,4

ا- احسب تركيز المحلول S

ب- اشرح باختصار كيف تم قياس PH المحلول

ج- اكتب معادلة تفاعل حمض الايثانويك مع الماء

د- مثل جدولا لتقدم التفاعل

ب- احسب التركيز النهائي للأنواع في المحلول S واستنتج K_a قيمة ثابت الحموضة للثنائية الموافقة

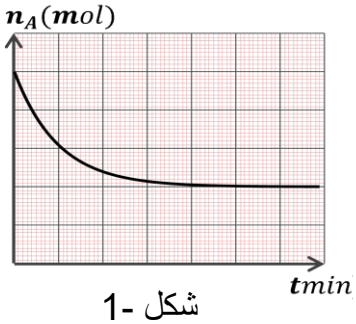
3- 1- نحقق مزيجا يتكون من $n_0(mol)$من حمض الايثانويك النقي و $n_0(mol)$ من كحول صيغته المجملة C_3H_7OH وبعض القطرات من حمض الكبريت المركز ونقسم المزيج على 10 انابيب اختبار و تسد بأحكام وتوضع في حمام مائي درجة حرارته ثابتة

ا - اكتب معادلة التفاعل واذكر خصائصه

ب - مثل جدولا لتقدم التفاعل

ج- لماذا تم استخدام حمض نقي ولم يستخدم محلول الحمض

3- 2- المتابعة الزمنية للتحول مكنت من رسم البيان $n_A = f(t)$ الذي يعبر عن تطور كمية مادة حمض الاثانويك في المزيج شكل -1



شكل -1

ا - اذكر البروتوكول التجريبي الذي مكن من رسم البيان

ب- بتوظيف البيان احسب r مردود التفاعل واستنتج صنف الكحول المستعمل

ب- بين ان ثابت التوازن يعطى بالعبارة $K = \frac{r^2}{(1-r)^2}$ ثم احسب قيمته

ج- اكتب الصيغتين النصف مفصلتين لكل من الكحول والاستر واذكر الاسم الموافق لهما

3- 2- حدد بدلالة n_0 التركيب المولي للمزيج في الانبوب الاخير لحظة اخراجه من الحمام المائي

التمرين الثاني (6 نقط)

1 - قارورة من محلول الماء الاكسيجيني تحمل دلالة تجارية بالحجم 5V والتي تعبر على ان كل $1L$ من الماء الاكسيجيني عند تفككه ذاتيا يحرر $5L$ من غاز ثنائي الاكسجين O_2 في الشرطين النظاميين وفق المعادلة

$$2H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H_2O$$

ا - بين ان التفاعل هو تفاعل اكسدة ارجاع واستنتج الثنائيتين مرجع / مؤكسد

ب - مثل جدولا لتقدم التفاعل

ج- بين بالحساب ان تركيز محلول الماء الاكسيجيني بالقارورة $C \approx 0{,}45mol/L$

2 -1- للتحقق من الدلالة و التركيز المحسوب نمزج عند اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 100ml$ من محلول الماء الاكسجيني H_2O_2 السابق مع حجم V_2=100ml من محلول يود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)$ تركيزه $C_2 = 0{,}9mol/L$ ونضيف للمزيج كمية كافية من حمض الكبريت H_2SO_4

3as.ency-education.com

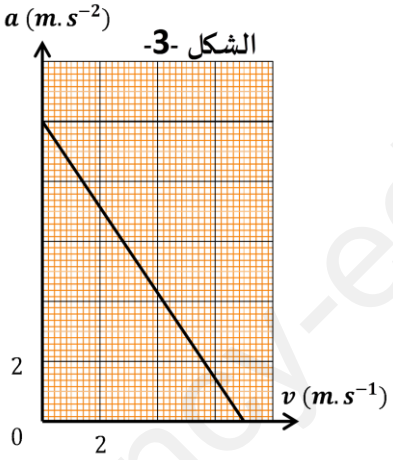
ا- اكتب معادلتي نصف الاكسدة و نصف الارجاع ثم معادلة الاكسدة الارجاعية
ب- ماهو دور حمض الكبريت
ج- مثل جدولا لتقدم التفاعل
د- اكتب عبارة التقدم x بدلالة كمية مادة ثنائي اليود I_2
2 - 2- لمتابعة التحول زمنيا ناخذ من المزيج حجما $V_0 = 10ml$ ويوضع مباشرة في الماء البارد ونعايره بمحلول ثيو كبريتات الصوديوم $(Na^+ + 2S_2O_3^{-2})$ تركيزه $C_3 = 0,7mol/L$ بوجود مطبوخ النشاء ونسجل الحجم V_E اللازم لبلوغ نقطة التكافؤ ونكرر التجربة في لحظات زمنية متتالية لنحصل على جدول القياسات التالي

$t(min)$	00,0	5 ,00	10.0	20,0	30.0	40,0	50,0	60.0	70.0
$V_E(ml)$	00,0	2,4	3,8	5,2	5,6	5,8	5,90	6,0	6 ,0

يعطى تفاعل المعايرة بالمعادلة $I_2 + 2S_2O_3^{-2} \rightarrow 2^- + S_4O_6^{-2}$
ا- لماذا توضع العينة في الجليد وما هو دور مطبوخ النشاء
ب- ارسم البيان $V_E = f(t)$
ج- بتوظيف البيان احسب كمية المادة النهائية من ثنائي اليود في المزيج السابق واستنتج المتفاعل المحد من المتفاعلين H_2O_2 و I^-
- احسب C تركيز محلول الماء الاكسجيني وهل توافق القيمة المحسوبة سابقا
- بين ان السرعة اللحظية للتفاعل تعطي بالعلاقة $v = 10C_3\frac{dV_E}{dt}$ واحسب قيمتها العظمى
تعطى الثنائيات H_2O_2/H_2O I_2/I^-
الحجم المولي في الشرطين النظاميين $22,4L/mol$

التمرين الثالث (4 نقط)

1- تسقط كرة تنس كتلتها $m = 3,5$ g، ونصف قطرها $r = 1,9\ cm$ في الهواء بدون سرعة ابتدائية. عند اللحظة $t = 0$
تخضع الكرة اثناء السقوط الى قوة ثقلها P ودافعة ارخميدس π ومقاومة الهواء التي تعطى بالعبارة $f = kv$ حيث k ثابت الاحتكاك و v سرعة الكرة
أ-حدد الوحدة الدولية للثابت k بتوظيف التحليل البعدي
ب- قارن بين شدة القوتين P و π، ماذا تستنتج؟
ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن استنتج المعادلة التفاضلية للسرعة .
2- يوضح الشكل-3- تغير التسارع a بدلالة تغير السرعة v

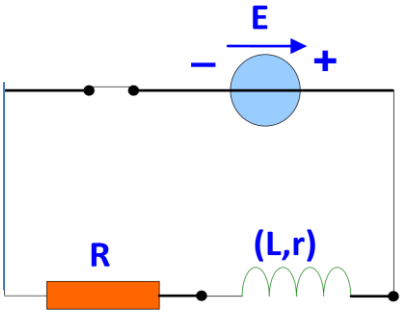


الشكل -3-

أ- فسر تطور التسارع حسب البيان
ب- عين بيانيا قيمة السرعة الحدية v_l والتسارع الابتدائي a_0
ج- تحقق مم تم استنتاجه في السؤال 1- ب
د – احسب قيمة ثابت الاحتكاك k
3- اعد رسم البيان اذا اهمل تأثير الهواء على الكرة
$\rho_{air} = 1,3\ kg.m^{-3}$

ency-education.com/exams

التمرين الرابع (5 نقط)



1- من اجل قياس L ذاتية وشيعة و r مقاومتها الداخلية نربط الوشيعة على التسلسل مع مولد قوته المحركة الكهربائية E و ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ حسب الشكل المقابل وتغلق القاطعة عند $t = 0$

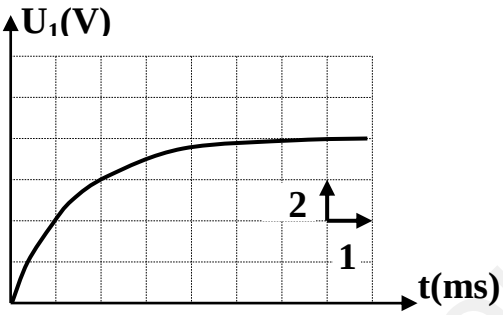
أ- مثل على الشكل جهة التيار i وباسم جهت التوترات

ب- بين ان المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار تعطي بالعبارة $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{I_0}{\tau}$ حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم و τ ثابت الزمن

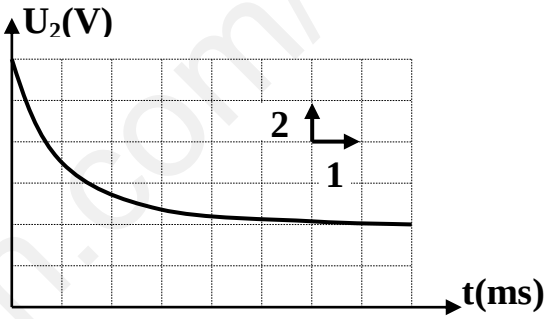
ج- تحقق ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$

د- بتوظيف المعادلة التفاضلية بين ان τ متجانس مع

2- لمشاهدة تطور التوترين U_R و U_b التوتر بين طرفي الناقل الاومي والوشيعة على الترتيب نصل طرفي كل ثنائي قطب بمدخل راسم الاهتزاز فتشاهد البيانين 1 و 2



البيان- 1



البيان- 2

ا- انسب كل توتر الى كل بيان مع التعليل

ب- باستخدام البيانين

استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد

بين ان $r = \frac{R}{2}$ ثم احسب قيمة r

عين ثابت الزمن τ ثم احسب قيمة L

ج- اكتب بدلالة الزمن t عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة واستنتج قيمتها في النظام الدائم

د- كيف نتصرف تجريبيا لفتح القاطعة من اجل حماية عناصر الدارة

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية تيزي وزو
الشعبة : 3 رياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
ثانوية العقيد أوعمران أعمر - فريقات
دورة : ماي 2022

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : 05 نقاط

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $2021x-1442y=11$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) بين أن العددان 2021 و 1442 أوليان فيمابينهما ، ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) باستعمال خوارزمية إقليدس عين $(x_0\,;y_0)$ حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$.

ج) عين جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $|y-x-581|\leq 579$

2) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 5^n و 7^n على 11 .

ب) جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2020^{2022^{1442}}$ على 11 .

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $2\times 2020^{10n+1}+3n+1$ قابلا للقسمة على 11

د) λ عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس 5 كمايلي : $\overline{22\ldots.222}$ حيث 2 مكرر 2020 مرة

- جد باقي قسمة 2λ على 11 .

- عين جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $2020^{x-1}+2018^{y}+9\equiv 0[11]$

التمرين الثاني : 04 نقاط

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0\in\,]0;1[$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{1}{\pi}u_n+\frac{\pi-1}{\pi}$$

أ – برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0\leq u_n\leq 1$

ب – بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة .

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $v_0=\frac{2\pi-1}{2\pi}$ و من أجل كل عدد طبيعي n $v_n=u_n-1$

أ – برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{\pi}$

ب – أكتب عبارة v_n بدلالة n .

ج - استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=1+\frac{1}{\pi^n}-\frac{1}{2\pi^{n+1}}$

د – استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) نضع : $S_n=u_0+u_1+\cdots\ldots\ldots+u_n$ ، أحسب S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث : 4 نقاط

يحتوي كيس غير شفاف على كريتين بيضاوين و n كرية سوداء حيث $n \in \mathbb{N}$ و $n \geq 2$
(الكريات متماثلة لانميز بينها باللمس)

1) نعتبر أن $n = 5$ نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

نعتبر الحدثين : A : " سحب ثلاث كريات مختلفة اللون " ، B : " سحب كرية بيضاء واحدة على الأكثر "

- أحسب $P(A)$ احتمال الحدث A ثم بين أن : $P(B) = \frac{6}{7}$

2) نعيد الكيس إلى حالته الإبتدائية و نسحب عشوائيا كريتان على التوالي دون إرجاع .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) أنقل وأكمل الجدول التالي مع التبرير :

$X = x_i$	...	1	...
$P(X = x_i)$	$\frac{n^2 - n}{(n+2)(n+1)}$	...	...

ج) بين أن الأمل الرياضياتي $E(X) = \frac{4}{n+2}$

التمرين الرابع : 7 نقاط

I/ g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$

1) أ- بين أن الدالة g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$

ب - حدد إشارة الدالة g على $]0;+\infty[$

II/ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}\ln(1 + e^{x})$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

ب - تحقق أنه من أجل كل حقيقي x : $f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1 + e^{-x})$

ج - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

2) أ- أحسب $f'(x)$ ثم عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(e^x)$.

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أنشئ (C_f) .

III) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ و (C_F) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1) أ- تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $F(x)$.

2) أ- تحقق أن : $F(x) = x + 2ln2 - f(x) - \ln(1 + e^x)$

ب- أحسب نهايات الدالة F عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ج- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[F(x) - x]$ واستنتج أن (C_F) يقبل مستقيم مقارب (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

3) شكل جدول تغيرات الدالة F .

4) باستعمال إشارة الدالة g ، عين الوضع النسبي لـ (C_F) و (Δ) .

5) أنشىء في المعلم السابق المنحنى (C_F) .

6) أ- عبر بدلالة العدد e عن مساحة الحيز المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = -1$

ب - أعط قيمة مقربة إلى 10^{-2} لهذه المساحة .

7) نضع $u_n = \int_{n-1}^{n} f(x)dx$ مع n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 1

أ) أحسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots \ldots \ldots + u_n$

ب) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

انتهى الموضوع الأول

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 4 نقاط (الأسئلة 1 ، 2 و 3 مستقلة فيما بينها)

1) نعتبر α عددا طبيعيا أكبر تماما من 5 و n عدد طبيعي يكتب من الشكل $\overline{4452}$ في نظام التعداد ذي الأساس α و يكتب من الشكل $\overline{2020}$ في نظام التعداد ذي الأساس $\alpha+2$

أ) بين أن $\alpha(2\alpha^2-8\alpha-21)=18$

ب) استنتج قيمة α ، ثم أكتب العدد $2n$ في النظام العشري .

ج) نفرض أن $\alpha=6$ ، أكتب العدد $2n$ في النظام ذي الأساس 6 .

2) a و b عددان طبيعيان حيث $a>b$ نضع $d=PGCD(a;b)$

أ) برهن أن $d=PGCD(a-b;b)$

ب) استنتج $PGCD(437;323)$ و $PPCM(437;323)$

3) عين كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية غير المعدومة و التي تحقق $\begin{cases} xy=24 \\ m^2+d^2=148 \end{cases}$

حيث $d=PGCD(x;y)$ و $m=PPCM(x;y)$

التمرين الثاني : 4 نقاط

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\int_{-1}^{1}\left(\frac{2|x|}{3}+\frac{e^{-2n|x|}}{3}\right)dx$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن $u_n>0$

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n=2\int_0^1\left(\frac{2x}{3}+\frac{e^{-2nx}}{3}\right)dx$

3) أثبت انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}\int_0^1(1-e^{2x})\left(e^{-2(n+1)x}\right)dx$

4) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) وبين أنها متقاربة .

5) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث :

يحتوي كيس U على 9 كريات لانفرق بينهما باللمس، من بينها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 و اثنان حمراء تحمل الأرقام 2 ، 3 و أربعة سوداء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 3 ، 3 .

نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد .

1) أحسب احتمال الحوادث التالية : E : " الحصول على 3 كريات من نفس اللون "

F : " الحصول على كرية تحمل على الأكثر رقما فرديا "

G : " الحصول على 3 كريات تحمل عددا أوليا من كل لون "

3as.ency-education.com

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس

أ - عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

ب - استنتج $E(2022X + 1443)$

3) نعتبر الآن الكيس الأول U وكيسا آخر V يحوي كرية بيضاء وكرتين حمراوين وثلاث كرات صفراء، نرمي مرة واحدة زهرة نرد متوازنة مرقمة من 1 إلى 6

- إذا ظهر الرقم 4 نسحب كرية واحدة من الكيس U وإلا فنسحب كرتين في آن واحد من الكيس الثاني V.

أ) نعتبر الحدث B : " سحب كرية بيضاء على الأقل " . بين أن $P(B) = \frac{1}{3}$

ب) إذا سحبنا كرية بيضاء على الأقل، ماهو احتمال أن تكون من الكيس الثاني V ؟

التمرين الرابع:

I/ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$

1) أ - أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب – تحقق أن: $g(0) = 0$ ثم استنتج إشارة الدالة g .

II/ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + 1 - (x^2 + 1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$

ب – استنتج $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

ج – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]$

د - بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

2) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x + 1$ بجوار $-\infty$.

ب – أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (Δ) .

3) أ - برر قابلية اشتقاق الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم أحسب f' الدالة المشتقة للدالة f .

ب – أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) - بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

5) أنشئ المنحنى (C_f) و (Δ) . (نأخذ $f(-3) \approx -2{,}5$ و $f(-1) \approx -0{,}7$)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة: $(x^2 + 1) = (1 - m)e^{-x}$

7) أ – بين أن الدالة $H: x \to (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h: x \to xe^x$ على $\mathbb{R}$

ب – بين أن $\int_{-1}^{0} xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ج – باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_{-1}^{0} (x^2 + 1)\, e^x\, dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$

د - أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) ، والمستقيمين ذو المعادلتين $x = -1$ و $x = 0$

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبية
القسم: 3 رياضي

مديرية التربية لولاية وهران
ثانوية احمد بن عبد الرزاق
2022/05/16

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 4 سا ونصف

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء تحمل الأرقام : $-2;-1;0;1;2$ و ثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام : $-1;0;1$ و كرتان سوداوان تحملان الرقمين : $-1;0$ (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس).

1/ نسحب عشوائيا ودون إرجاع كريتين من هذا الكيس و ليكن الحدثان :

A:"الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان", B:"الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما"

- أحسب $p(A)$ و $p(B)$ ثم بين أن $p(A\cup B)=\frac{32}{45}$.

2/ نعيد الكريات المسحوبة إلى الكيس و نسحب منه كريتين في آن واحد .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس.

أ/ عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم أكتب قانون إحتماله .

ب/ أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

I / (u_n)متتالية معرفة $\mathbb{N}$على كما يلي: $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n, $u_{n+1}=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}\left(u_n^2-u_n+\frac{1}{2}\right)}$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}\left(u_n-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{8}}$

2) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 1$

3) أدرس رتابة المتتالية (u_n). هل هي متقاربة ؟

II) لتكن (v_n) متتالية المعرفة على كمايلي : $v_n=u_n^2-u_n$

1) بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول

2) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{x\to\infty}u_n$

3) أحسب S_n بدلالة nالمجموع حيث: $S_n=(u_0-u_0^2)+(u_1-u_1^2+1)+(u_2-u_2^2+2)+\ldots+(u_n-u_n^2+n)$

اقلب الورقة

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث:(04 نقاط)

1) أ- ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7

ب- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = 1+5+5^2+5^3+....+5^n$

جـ- استنتج باقي القسمة الاقليدية على 7 للعددين S_{2021} و S_{2022}

2) حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ الجملة : $\begin{cases} 25x - 31y = 7 \\ p\,gcd(x,y) = 7 \end{cases}$

3) نعتبر في مجموعة الاعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ المعادلة (E) ذات المجهول x : $3x(x+2) \equiv 2[7]$

أ- حل في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة (E) .

ب- N عدد طبيعي يكتب $\overline{361}$ في نظام التعداد الذي أساسه α وباقي القسمة الاقليدية للعدد N على 7هو3

عين قيم العدد الطبيعي α ثم تحقق ان العدد 1436 قيمة ممكنة للعدد α .

التمرين الرابع :(08نقاط)

I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $g(x) = x^2 - \ln(x^2)$

1 - أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2 - استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x يكون: $g(x) > 0$

II) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to 0^<} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^>} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .

2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ تكون: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

جـ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3) أ - تحقق انه من أجل كل x و $-x$ من $\mathbb{R}^*$: $f(x) + f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة هندسيا.

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$, ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصرا له.

4) أ- بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسيين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

ب- انشئ كل من (T_1) و (T_2) والمنحنى (C_f)

5) أ- بين ان الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}(\ln x^2)^2 + 2\ln|x|$ هي دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}^*$.

ب - عين الدالة الاصلية للدالة f والتي تنعدم من اجل $x = 1$.

جـ - نعتبر λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$ احسب التكامل $I(\lambda) = \int_1^{\lambda} f(x)dx$

- فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} I(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(4 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير :

1) لتكن (u_n) متتالية هندسية حيث $u_1=2$ وأساسها $\frac{1}{2}$ ـ نعتبر الجداء : $P_n=u_1\times u_2\times\cdots\times u_{n+1}$

أ) $P_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-1}$ ب) $P_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{(n+1)(n-2)}{2}}$ ج) $P_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n^2+1}{2}}$

2) حلول المعادلة ذات المجهول x التالية $-2\times3^{2x}+2\times3^x+4=0$ هي:

أ) $S=\left\{\frac{-1}{\ln 3};\frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$ ب) $S=\left\{\frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$ ج) $S=\phi$

3) أ) $\int_1^e \ln(x)\,dx=1$ ب) $\int_1^e \ln(x)\,dx=e+1$ ج) $\int_1^e \ln(x)\,dx=e-1$

4) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{x}=+\infty$ ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{x}=0$ ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{x}=1$

التمرين الثاني:(4 نقاط)

n عدد طبيعي حيث: $n\geq 4$

يحتوي صندوق U على n كرية لا يمكن التمييز بينها في اللمس ،منها 3 حمراء و البقية سوداء . نسحب في آن واحد كريتين .

1) أحسب احتمال الحدثين التاليتين : A: سحب كريتين من نفس اللون . B : سحب كرية حمراء على الأكثر .

2) أحسب احتمال الحدث C: سحب كرية حمراء على الأقل

3) نعيد التجربة و نضيف صندوقين بحيث نرمز لـ U_k للصندوق k $(1\leq k\leq 3)$ الذي يحتوي على k كرية حمراء و $n-k$ كرية سوداء ، نختار عشوائيا صندوق من الصناديق الثلاثة و نسحب في آن واحد كريتين .

نسمي RR حادثة " الحصول على كريتين حمراويتين" و NN حادثة " الحصول على كريتين سوداويتين"

و RN حادثة " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون "

ليكن المتغير X العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات الحمراء.

أ) انجز شجرة الإحتمالات

ب) عين مجموعة قيم X .

ج) أثبت أن : $P(X=1)=\frac{4(3n-7)}{3n(n-1)}$ و $P(X=2)=\frac{8}{3n(n-1)}$.

د) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثالث:(4 نقاط)

1. a و b عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل $a=\overline{201}$ و $b=\overline{100}$

أكتب العددين a و b في النظام العشري .

اقلب الورقة

3as.ency-education.com

2. x ، y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $ax-by=3$

أ)بين أنه إذاكانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E)فإن : $x\equiv 0[3]$

ب)إستنتج حلا خاصا $(x_0;y_0)$ حيث $0\le x_0\prec 5$.ثم حل المعادلة (E)

3. نرمز بالرمز dإلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و yحيث $(x;y)$ حل للمعادلة (E) .

أ)ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب) بين ان $p\gcd(x,y)=pcgd(y,3)$.

ج)عين الثنائيات $(x;y)$حلول المعادلة (E) حتى يكون $\frac{y}{x}$ كسرا قابلا للإختزال .

4 . (u_n)و (v_n) متتاليتان حسابيتان معرفتان على $\mathbb{N}$: $u_0=2$ ، $u_{n+1}=u_n+19$ و $v_0=5$ ، $v_{n+1}=v_n+9$

– عين كل الثنائيات $(p;q)$ للأعداد الطبيعية التي تحقق $u_p=v_q$ و $|q-p|\le 20$.

I. التمرين الرابع:(7.5 نقاط)

1| نعتبر الدالة g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_n(x)=n(x+1)+e^x$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

أ– أدرس تغيرات الدالة g_n ثم شكل جدول تغيراتها .

ب– برهن أن المعادلة $g_n(x)=0$ تقبل على $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α_n ثم تحقق أن $-2\prec\alpha_n\prec -1$

ج– استنتج حسب قيم x إشارة $g_n(x)$

2| نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f_n(x)=\frac{x.e^x}{n+e^x}$ و نسمي (C_n) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

أ– أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f_n(x)-x]$ ثم فسر النتائج بيانيا

ب– برهن انه من أجل كل عدد حقيقيx: $f_n'(x)=\frac{e^x.g_n(n)}{(n+e^x)^2}$

ج–بين أن : $f_n(\alpha_n)=1+\alpha_n$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_n

3| أ– أدرس وضعية المنحني (C_n) بالنسبة للمستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$

ب– أدرس وضعية المنحنيين (C_n)و(C_{n+1}) ثم أنشئ المنحنيين (C_1) و (C_2)

II. نعتبر التكاملين : $I=\int_{-1}^{0}x.e^x dx$ و $U_n=\int_{-1}^{0}f_n(x)dx$

1| أحسب : I ثم برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1,0]$: $\frac{x.e^x}{n}\le\frac{x.e^x}{n+e^x}\le\frac{x.e^x}{n+1}$

2| بين أن المتتالية (U_n) متقاربة و حدد نهايتها

3| نضع : $V_n=U_1+U_2+\cdots\cdots+U_n$

أ– برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $\int_{k+1}^{k+2}\frac{1}{t}dt\le\frac{1}{k+1}$

ب– استنتج ان $\frac{1}{1+1}+\frac{1}{2+1}+\frac{1}{3+1}+\cdots\cdots+\frac{1}{n+1}\ge Ln(n+2)-Ln2$

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية عقون محند اليزيد– اغيل اعلي ،

مديرية التربية لولاية بجاية — ثانوية عبد المالك فضلاء– تازمالت ،

امتحان بكالوريا تجريبية — و ثانويتي ذبيح شريف و ثيحارقاثين – أقبو

الشعبة : رياضيات — دورة : ماي 2022

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 4 ساعات ونصف

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على ثلاث كريات تحمل الأرقام 2 ، 2 و 3 . و يحتوي صندوق U_2 على تسع كريات منها أربعة خضراء تحمل كل منها الرقم 3 و خمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 3 و 4 . (الكريات لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_1 و نسجل رقمها و ليكن n .

إذا كان $n=2$: نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريتين على التوالي من دون إرجاع.

إذا كان $n=3$: نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق U_2 .

نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 لها نفس اللون ".

B : " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 تحمل نفس الرقم ".

1) أ) بين أن $P(A)=\frac{19}{54}$ ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B .

ب) بين أن $P(A\cap B)=\frac{55}{378}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2.

- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني:(4 نقاط)

1) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $(E)\ldots\ldots 4x-9y=5$

- بين انه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن : $x\equiv 8[9]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E)

2) α عدد طبيعي يكتب $\overline{43}$ في نظام التعداد الذي أساسه x و يكتب $\overline{98}$ في النظام التعداد الذي أساسه y حيث $x\leq 35$ و $y\leq 15$

- عين القيم الممكنة لـ x و y ثم أكتب α في النظام العشري

3) أ) أدرس و حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 9

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ حلول المعادلة (E) حيث يكون: $1444^x+4^y+7\equiv 0[9]$.

4) نعتبر العددان الطبيعيان a و b حيث $a=9n+8$ و $b=4n+3$ و ليكن d قاسمهما المشترك الأكبر

- ما هي القيم الممكنة لـ d

- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n يحيث يكون $d=5$

5) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $A=9n^2+17n+8$ و $B=4n^2+7n+3$

- بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

- إستنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

اقلب الصفحة

3as.ency-education.com

التمرين الثالث:(5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_n=\int_0^1 (1-x)^n e^x dx$

1) احسب u_0 ثم باستعمال التكامل بالتجزئة احسب u_1 .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le e-1$.

ب) اثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{n+1}\le u_n\le \frac{e}{n+1}$ ثم استنتج نهاية (u_n).

3) باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $u_{n+1}=(n+1)u_n-1$ ثم استنتج قيمة u_2.

4) نضع $A=\int_0^1 (2x^2-3x+1)e^x dx$

أ) عين العددان الحقيقيان α و β بحيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $2x^2-3x+1=\alpha(x-1)^2+\beta(x-1)$

ب) استنتج القيمة المضبوطة للعدد الحقيقي A.

التمرين الرابع:(7 نقاط)

I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ).

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $1.8\prec\alpha\prec1.9$

4) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينها.

5) أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

6) أحسب $f(0)$ ثم أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f).

7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية: $(E): f(x)=x+m$

II نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n , $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$

1) بين أن الدالة المعرفة بـ: $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$. ثم أحسب I_1.

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n . ثم أحسب I_2.

3) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقاط)

يحتوي كيس على $n+8$ كرية لا نفرق بينهما باللمس، 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء (n عدد طبيعي أكبر أو يساوي2)

I) نسحب على التوالي كرتين بدون ارجاع الكرية المسحوبة في كل مرة الى الكيس بحيث نربح دينارا من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة و نخسر دينارين من أجل كل كرية سوداء مسحوبة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب قيمة الربح الجبري .

1) ما هي قيم المتغير العشوائي الممكنة.
2) أكتب بدلالة n قانون احتماله.
3) أحسب بدلالة n أمله الرياضياتي.
4) هل توجد قيمة للعدد n تجعل الأمل الرياضياتي معدوما؟ أحسبها.

II) نفرض أننا سحبنا كرتين في آن واحد ، ليكن A_n حادث الحصول على كرتين من نفس اللون .

B_n حادث الحصول على كرتين من لونين مختلفين .

أ) احسب $p(A_n)$ بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} p(A_n)$ ، فسر هذه النتيجة.

ب) احسب $p(B_n)$ بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} p(B_n)$ ، فسر هذه النتيجة.

التمرين الثاني:(4 نقاط)

α عدد طبيعي حيث $\alpha \geq 6$

1) y عدد طبيعي يكتب $\overline{4452}$ في نظام التعداد ذي الأساس α ويكتب $\overline{2020}$ في نظام التعداد ذي الأساس $\alpha+2$

أ) بين أن α يحقق $\alpha(2\alpha^2-8\alpha-21)=18$ ثم استنتج قيمة العدد α

ب) أكتب العدد $2y$ في نظام التعداد ذي الأساس 6

2) a و b عددان طبيعيان حيث $a>b$. نضع $d=p\gcd(a;b)$

أ) بين أن $d=p\gcd(a-b;b)$

ب) استنتج $p\gcd(437;323)$ و $ppcm(437;323)$

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية الغير معدومة والتي تحقق $\begin{cases} xy=24 \\ m^2+d^2=148 \end{cases}$ حيث

$d=p\gcd(x;y)$ و $m=ppcm(x;y)$

التمرين الثالث:(5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدها الأول $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{2}\leq u_n<3$

2) اثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة محددا نهايتها

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_{n+1}-3|\leq\frac{2}{5}|u_n-3|$

اقلب الصفحة

3as.ency-education.com

4) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3-u_n \le \left(\frac{2}{5}\right)^n (3-u_0)$

5) استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n)

- لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = n(3-u_n)$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{v_{n+1}}{v_n} \le \frac{4}{5}$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n \le \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}$

التمرين الرابع:(7 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما : $y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب . ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

6) انشئ (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f)

- (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ) بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e \; ; \; \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

- نضع: $J = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x-e)\right] dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1+X^n\right) dX$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

أ) فسر هندسيا العدد J واحسب العدد I_1 .

ب) بين أن: $0 \le I_n \le \ln 2$

ج) عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

د) استنتج أنه من أجل كل $X \in]0;+\infty[$: $\ln(1+X) \le X$ (باستعمال : $0 \le J + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}\, dx - 1 + \ln 4$)

ثم اعط حصرا للعدد $J + I_1$.

انتهى الموضوع الثاني

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى (وهران شرق)

الامتحان التجريبي لبكالوريا 2022في مادة الرياضيات

الشعبة :رياضيات المدة : أربع ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول(05ن)

1) أ) بيّـن أن 193عدد أولي .

ب) حلّـل 206 إلى جداء عوامل أولية .

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x وy حيث: $4x - 193y = 78$.

أ) جـد الثنائية الطبيعية$(a;b)$ التي تحقق : $\begin{cases} PPCM(a;b) = 618 \\ PGCD(a;b) = 3 \end{cases}$ و $4a - 193b = 78$

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

3) M وN عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب$\overline{\alpha 12\beta}$ و$\overline{5\beta 1\alpha}$ في نظام التعداد ذو الأساس7 و$M \equiv N[193]$ حيث αو β رقمان طبيعيان كل منهما أصغر من 7.

أ) تحقّـق أن$44\alpha + 48\beta \equiv 78[193]$.

ب) بيّـن أن$11\alpha + 12\beta = 116$.

جـ) عيّـنα وβ ثم أكتبM وN في النظام العشري.

التمرين الثاني (04ن)

يمتلك لاعب نردين A وB متماثلان من حيث الشكل إلا أن النردA مغشوش و فيه كل وجهين متقابلين منه يحملان نفس الرقم i حيث $i \in \{1;2;3\}$ (كل رقم من الأرقام الثلاثة مسجل على وجهين متقابلين)، أما النرد B ليس مغشوشا وفيه ثلاثة أوجه تحمل الرقم 1و ثلاثة أوجه تحمل الرقم2 . يرمي اللاعب أحد النردين و نرمز بـ P_iلاحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم i في الحالتين (رمي النرد Aأو رمي النردB)

1) يرمي اللاعب النرد A ، أحسب p_1 ، p_2، p_3علما أنها تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{4}$.

2) أحسب p_1 ، p_2. في حالة رمي النرد B

3) نرمي النردين في آن واحد ، و نعتبر المتغير العشوائي Xالذي يأخذ كقيم له مجموع رقمي الوجهين العلويين .

عـرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $U_{n+1}=\frac{2U_n}{\sqrt{U_n+1}}$ و $U_0=2$

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_{n+1}=2\sqrt{U_n+1}-\frac{2}{\sqrt{U_n+1}}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<U_n<3$

جـ) بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

2) أ) بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $9-U_{n+1}^2<4(3-U_n)$

ب) بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي ، $3-U_{n+1}<\frac{4}{5}(3-U_n)$

جـ) بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3-U_n<\left(\frac{4}{5}\right)^n$

د) استنتج نهاية (U_n).لمّـــا $n\to$ ∞

التمرين الرابع (07ن)

I) نعتبر الدالة العددية gالمعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x\sqrt{x}-2+lnx$

1) أدرس اتجاه تغير g على $]0;+\infty[$.

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة fالمعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{lnx}{\sqrt{x}}+1-x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستو المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1) بيّـن أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{lnx}{\sqrt{x}}=0$.

2) أحسب نهايات الدالة fعند 0 وعند $+\infty$.

3) أ) بيّـن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل لـ (C_f)بجوار$+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى(C_f) و(Δ) .

4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من$]0;+\infty[$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ت) شكّـــل جدول تغيرات الدالة f.

5) أنشئ المنحنى (C_f) .

6) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة جد العدد الحقيقي: $\int_{e^{-2}}^{1}\frac{lnx}{\sqrt{x}}\,dx$

ب) أحسب مساحة للحيز المحدد بالمنحنى (C_f)و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=e^{-2}$ و x=1 .

III)) نعتبر الدالة hالمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=xe^{-\frac{x}{2}}-e^x+1$

1) بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي x: $h(x)=f(e^x)$

2) استنتج جدول تغيرات الدالة h .

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4.5نقط)

a عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 . نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على $[0;+\infty[$:

$$f(x)=\sqrt{1+a.x^2}$$

1.تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

2. (u_n) متتالية معرفة $\mathbb{N}$ على بـ : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

I) نفرض أن : $0<a<1$

أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le \frac{1}{\sqrt{1-a}}$.

ب) بين أن (u_n) متزايدة .

ج) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .ثم عين نهايتها.

II)نضع $a>1$:

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_{n+1}^2-u_n^2$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}^2-u_n^2=a^n$.

ج)من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (S_n) كالآتي :

$S_0=0$ و من أجل كل $n\ge 1$ ، $S_n=1+a+a^2+a^3+.....+a^{n-1}$

تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=\frac{a^n-1}{a-1}$.

د) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\sqrt{S_n}$.ثم أحسب نهاية (u_n) .

التمرين الثاني:(4.5نقط)

1. a و b عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل $a=\overline{201}$ و $b=\overline{100}$

أكتب العددين a و b في النظام العشري .

2. x ، y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x\ ;\ y)$ التالية :

$$ax-by=3$$

أ)بين أنه إذاكانت الثنائية $(x\ ;\ y)$ حلا للمعادلة (E) فإن : $x\equiv 0[3]$.

ب)إستنتج حلا خاصا $(x_0\ ;\ y_0)$ حيث $0\le x_0<5$.ثم حل المعادلة (E) .

3.نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x\ ;\ y)$ حل للمعادلة (E).

أ)ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب) بين ان $p\gcd(x,y)=p\gcd(y,3)$.

ج)عين الثنائيات $(x\ ;\ y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $\frac{y}{x}$ كسرا قابلا للإختزال .

3as.ency-education.com

4) (u_n) و (v_n) متتاليتان حسابيتان معرفتان على $\mathbb{N}$: $u_0=2$ ، $v_0=5$

$u_{n+1}=u_n+19$ و $v_{n+1}=v_n+9$

-عين كل الثنائيات $(p;q)$ للأعداد الطبيعية التي تحقق ، $u_p=v_q$ و $|q-p|\leq 20$.

التمرين الثالث :(4نقط)

كيس فيه أربع كرات حمراء وكرتين سوداوين لا نفرق بينها عند اللمس.

العملية الأولى نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .

نرمز بـ ، إلى الحوادث ، A_0 "لانحصل على أي كرة سوداء"

A_1"الحصول على كرة سوداء واحدة فقط"

A_2 "الحصول على كرتين سوداوين"

أحسب كل من $p(A_0)$ ، $p(A_1)$ و $p(A_2)$.

2.بعد عملية السحب الأول ،يبقى في الكيس أربع كرات .نقوم بالسحب الثاني إذ نسحب كرتين في آن واحدأيضا.

نرمز إلى الحوادث : B_0 "لانحصل على أي كرة سوداءفي السحب الثاني"

B_1"الحصول على كرة سوداء واحدة فقط في السحب الثاني "

B_2 "الحصول على كرتين سوداوين في السحب الثاني "

أ)أحسب كل من $p_{A_0}(B_0)$ ، $p_{A_1}(B_0)$ و $p_{A_2}(B_0)$.ثم بين أن $p(B_0)=\frac{2}{5}$.

بـ)أحسب كل $p(B_1)$ و $p(B_2)$.

جـ)بإفتراض أننا على كرة سوداء في السحب الثاني.مإحتمال الحصول على كرة سوداءواحدة في السحب الأول؟

3. نعتبر C الحادثة "الحصول على كرتين سوداوين، بعد السحب الأول والإضرار إلى السحب الثاني " .

أحسب $p(C)$.

التمرين الرابع:(7نقط)

I)1. لتكن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x)=xe^x$

أدرس إتجاه تغير الدالة uثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $xe^x\geq -\frac{1}{e}$.

2. g دالة معرفة على $]-\infty;0]$ بـ : $g(x)=1-(x^2+x+1)e^x$

أ-باستعمال إتجاه تغير الدالة g بين أن من أجل كل x من $]-\infty;0]$ ، $g(x)\geq 0$.

(لايطلب حساب نهاية g عند $-\infty$)

II)لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{xe^x+1} & x\leq 0 \\ f(x)=x\ln\left(\dfrac{x}{2}\right)+1 & x\succ 0 \end{cases}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(الوحدة $2cm$).

1.أ) أدرس إستمرارية f عند 0 ؟

بـ)أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 0 .فسر النتيجة بيانيا.

3as.ency-education.com

2. أ)أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب)بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) على المجال $]-\infty;0[$.

3 .أ)أدرس اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty;0[$ ،ثم على المجال $]0;+\infty[$.

(يمكن ملاحظة أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على $]-\infty;0[$).

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. I نقطة من المنحنى (C) فاصلتها -1 .

أ)بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة I هي : $y=\frac{e}{e-1}(x+1)$.

ب)أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المماس (T) . (إستعن بالإجابة المنجزة في I) .1)

5. أنشئ (T)، (Δ) و (C) .

6 . n عدد طبيعي غير معدوم .

نسمي $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$ و $x=1$ و $x=n+1$.

أ) (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$u_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$ و المجموع $S_n=u_1+u_2+u_3+....+u_n$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $S_n=A(n)$.

ب) أحسب بـ cm^2 المساحة $A(n)$ بدلالة n .ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الإجابة النموذجية لموضوع بكالوريا تجريبي2022 في مادة الرياضيات / الشعبة : رياضيات

عناصر الإجابة(الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأول:(5 نقاط)		
1)أ) 193عددا أوليا لأن 193 لا يقبل القسمة على 2، 3، 5، 7 ، 11 ، 13.$\left(\sqrt{193} \simeq 13.89\right)$	0.25	0.5
ب) $206 = 2 \times 103$.	0.25	
2)أ) $PGCD(a;b) = 3$ معناه $a = 3a'$ ، $b = 3b'$ و $PGCD(a';b') = 1$.	0.25	2.25
$PPCM(a;b) = 618 : 618 \times 3 = 3a' \times 3b'$	0.25	
و منه $a' \times b' = 206$	0.5	
إذن $(a';b') \in \{(1;206),(206;1),(2;103),(103;2)\}$	0.5	
بالتالي $(a;b) \in \{(3;618),(618;3),(6;309),(309;6)\}$		
و $4 \times 309 - 193 \times 6 = 78$	0.25	
إذن $(a;) = (309;6)$		
ب)حل المعادلة ( ): $(x;y) = (193k + 309; 4k + 6)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$	0.5	
1) $M = \overline{\alpha 12\beta} = 343\alpha + \beta + 63$	0.25	
$N = \overline{5\beta 1\alpha} = \alpha + 49\beta + 1722$	0.25	
أ) $N - M \equiv 0[193]$	0.25	
ب) $44\alpha + 48\beta = 193l + 78$ حيث $l \in \mathbb{Z}$		
$11\alpha + 12\beta = 193k + 309$ مع $0 \leq 11\alpha + 12\beta \leq 138$	0.25	
إذن $11\alpha + 12\beta = 116$.	0.25	
جـ) $\alpha = 4$ و $\beta = 6$		
$M = 1441$ و $N = 2020$	0.25*4	2.25
التمرين الثاني:(4 نقاط)		

ency-education.com/exams

1.25	0.25*2 0.25*3	1) p_1 ، p_2، p_3 تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{4}$ مع و منه
0.75	0.25*3	2) $p_2 = p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 3) قيم X هي: $\{2; 3; 4; 5\}$ قانون الاحتمال لـ X
	0.5	

	2	3	4	5

	1	
2	0.5	

التمرين الثالث:(4 نقاط)

	0.25	1) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}}$،
	0.25	ب) $1 < U_0 < 3$
	0.5	نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$ نجد و منه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$
	0.25	جـ) $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{U_n+1}}$ حيث من أجل كل عدد طبيعي n :
	0.5	$1 < U_n < 3$ نجد أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما
2	0.25	- المتتالية (U_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بـ 3 نستنتج أنها متقاربة .
	0.75	2) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n)$
	0.75	ب) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$ لدينا من أجل كل عدد طبيعي n، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{3+U_{n+1}}(3 - U_n)$

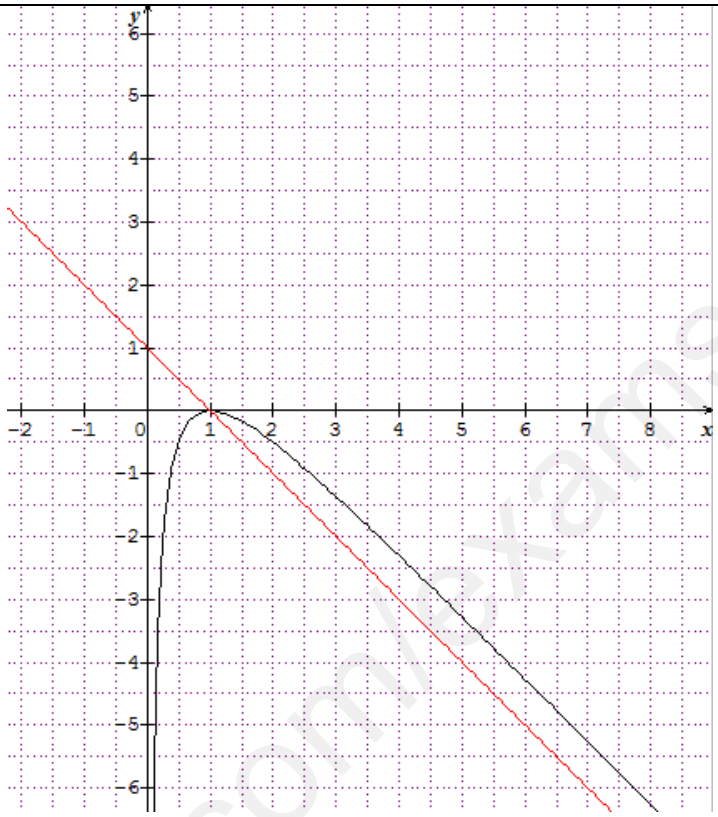
ency-education.com/exams

		و $U_0 < U_1 < U_2 < \cdots < U_{n+1}$ إذن $2 < U_{n+1}$
		فنجد أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$
2	0.25	جـ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$
	0.25	د) من أجل كل عدد طبيعي n، $3 - \left(\frac{4}{5}\right)^n < U_n < 3$ إذن $\lim_{n\to+\infty} U_n = 3$

التمرين الرابع:(7 نقاط)

0.75	0.25*3	I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + lnx$
		1) من أجل x من $]0;+\infty[$: $g'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ و $g'(x) > 0$
		إذن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.
0.	0.25*2	2) $g(1)=0$ وبما أن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ فإن :
		$g(x) < 0$ على المجال $]0;1[$ و $g(x) > 0$ على المجال $]1;+\infty[$.
		II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{lnx}{\sqrt{x}} + 1 - x$
0.5	0.5	1) بوضع $t = \sqrt{x}$ لما $x \to +\infty$: $t \to +\infty$
		$\lim_{x\to+\infty} \frac{lnx}{\sqrt{x}} = \lim_{t\to+\infty} \frac{ln\,t^2}{t} = \lim_{t\to+\infty} \frac{2lnt}{t} = 0$
0.5	0.25*2	2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$
	0.25	3) أ) $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (-x+1)] = 0$
		إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
0.75	0.5	ب) (C_f) يقع أسفل (Δ) على المجال $]0;1[$ و (C_f) يقع أعلى (Δ) على المجال $]1;+\infty[$
	1	4) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$
1.5	0.5	ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$
		جدول تغيرات الدالة f.
0.75	0.25+0.5	

ency-education.com/sms

	0.75	
1		
	0.25	
0.25	0.25	
		5)
0.5	0.5	6) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة $\int_{e^{-2}}^{1} \frac{lnx}{\sqrt{x}}\, dx = \left[2\sqrt{x}lnx\right]_{e^{-2}}^{1} - \int_{e^{-2}}^{1} \frac{2\sqrt{x}}{x} dx$
		$\left[2\sqrt{x}lnx - 4\sqrt{x}\right]_{e^{-2}}^{1} = 8e^{-1} - 4$
		ب) مساحة للحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = e^{-2}$ و x=1 هي:
		$\int_{e^{-2}}^{1}[(-x+1) - f(x)]\, dx = \int_{e^{-2}}^{1} -\frac{lnx}{\sqrt{x}}\, dx = (-8e^{-1} + 4)u.a$
		III)) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = xe^{-\frac{x}{2}} - e^x + 1$
		1) إثبات انه من أجل كل عدد حقيقي x: $h(x) = f(e^x)$
		2) استنتاج جدول تغيرات الدالة h
		من أجل كل عدد حقيقي x: $h'(x) = e^x f'(e^x)$.
		h متناقصة تماما على المجال$]-\infty; 0]$ و متزايدة تماما على المجال$[0; +\infty[$.
		$\lim_{x\to+\infty} h(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to 0} h(x) = -\infty$

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي دورة ماي 2022 — **شعبة :الرياضيات**

الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول		
$f'(x)=\frac{ax}{\sqrt{1+ax^2}}$ ،من أجل كل $x\in[0;+\infty[$: $f'(x)\geq 0$ 0.5..... /1		
. تقبل طرق أخرى $]0;+\infty[$ متزايدة تماما على		
$0\leq u_n\leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$ ، n أ)برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي /2$(I$		04.5
0.5.....		
بـ) متزايدة . 0.5		
0.5..... $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ **فهي متقاربة .نهايتها** $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ **جـ)متزايدة ومحدودة من الأعلى بـ**		
$a>1$ $(II$		
1. (v_n)متتالية هندسية أساسها a وحدها الأول $v_0=1$ **.5..... ....**		
2. $u_{n+1}^2-u_n^2=a^n$ **ومنه** $v_n=v_0.a^n=a^n$ **.5.....**		
جـ) $S_0=0$ **و من أجل كل** $n\geq 1$ ، $S_n=1+a+a^2+a^3+.....+a^{n-1}$		
0.5 $S_n=\frac{a^n-1}{a-1}$ ، $n\geq 1$ **و من أجل كل** $S_0=0$		
$S_n=\frac{a^n-1}{a-1}$ ، n **ومنه من أجل كل عدد طبيعي**		
$S_n=1+a+a^2+a^3+.....+a^{n-1}$		
د) $S_n=u_1^2-u_0^2+u_2^2-u_1^2+u_3^2-u_2^2+.....+u_n^2-u_{n-1}^2$		
$\lim_{n\to+\infty}u_n=+\infty$ 01..... **و** $u_n=\sqrt{S_n}$ **وبالتالي** $u_n^2=S_n$ **ومنه**		
التمرين الثاني:	4.5	
1. $a=19$ **و** $b=9$ **0.5.....**		
2. **أ)** $19x-9y=3$ **فإن** $x\equiv 0[3]$ **.0.5.....**		
بـ) الحل الخاص $(x_0;y_0)=(3;6)$ **0.25.....**		
عدد صحيح. 0.5..... k **مع حلول المعادلة** $(x;y)=(9k+3;19k+6)$		
3. **أ)** $d|3$ **ومنه** $d\in\{1,3\}$ **0.5.....**		
بـ) نضع $p\gcd(y,3)=d'$ **و** $p\gcd(x,y)=d$ **0.75.....**		
نجد $d=d'$.		

ency-education.com/exams

		جـ) $\frac{y}{x}$ كسر قابلا للإختزال يكافئ $p\gcd(x,y)=3$ 0.5 ..... عدد صحيح . p مع $(x;y)=(27p+3;57p+6)$ .4 $u_p=2+19p$ و $v_q=5+9q$ ومنه $(p;q)=(9k+3;19k+6)$ يكافئ $19p-9q=3$ 01. ..... ومنه $(p;q)\in\{(3,6);(12,25)\}$
04		التمرين الثالث: /1 $p(A_0)=\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{2}{5}$ ، $p(A_1)=\frac{8}{15}$ ، $p(A_2)=\frac{1}{15}$ 0.75..... (أ /2 $p_{A_0}(B_0)=\frac{C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{6}$ ، $p_{A_1}(B_0)=\frac{1}{2}$ ، $p_{A_2}(B_0)=1$ 0.75 ..... ومنه $p(B_0)=\frac{2}{5}$ 0.5..... بـ) $p(B_1)=\frac{8}{15}$ و $p(B_2)=\frac{1}{15}$ 0.5+0.5..... جـ) $p_{B_1}(A_1)=\frac{p(A_1\cap B_1)}{p(B_1)}=\frac{p(A_1)p_{A_1}(B_1)}{p(B_1)}$ نجد $p_{B_1}(A_1)=\frac{1}{2}$ 0.5 .....
		/3 $p(C)=p(A_0\cap B_2)+p(A_1\cap B_1)$ نجد $p(C)=\frac{1}{3}$ 0.5.....
العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
07		التمرين الرابع: I) الدالة متناقصة تماما على $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$ 1. ومتزايدة تماما على $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$ 0.25 .... $xe^x\geq-\frac{1}{e}$ ، x من أجل كل عدد حقيقي . 0.25..... .2 $g'(x)=-(x^2+3x+2)e^x$ 0.25..... $g(x)\geq0$ 0.25..... ، $]-\infty;0]$ من x ومنه من أجل كل

ency-education.com/exams

		$(II$ (أ /1 f عند 0 مستمرة 0.5..... من اليسار 0 قابلة للإشتقاق عند f ب) معدوم $f_g^{'}(0)$ 0.25..... وعددها المشتق $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -\infty$ 0.25..... من اليمين لأن 0 غير قابلة للإشتقاق عند f يقبل نصف مماس من اليمين يوازي حامل محور التراتيب ونصف مماس من البسار يوازي حامل محور الفواصل 0.25.....
		$(II$ (أ .2 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ x0.25 2 .... ب) $\lim_{x \to -\infty} [f(x)-(x+1)] = 0$ 0.25..... (C) يقع أسفل (Δ) على $]-\infty;-1[$ ويقع أعلى (Δ) على $]-1;0]$ 0.5..... ويقطعه في النقطة $A(-1,0)$
		$(II$ على(أ.3 $]-\infty;0]$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(xe^x+1)^2}$ ، f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$...0.25 على $]0;+\infty[$: $f'(x) = 1+\ln\left(\frac{x}{2}\right)$ ، .....0.25 ب)جدول التغيرات 0.5.....
		$(II$ (أ.4 $(T): y = \frac{e}{e-1}(x+1)$ **0.25.....** **ب) وضعية المنحنى** (C) **بالنسبة إلى المماس** (T) **0.5.....**
		$(II$ إنشاء .5 (T) ، (Δ) و (C) **0.75.....**
		$S_n = \int_1^2 f(x) + \int_2^3 f(x) + ... + \int_n^{n+1} f(x)$ $(II$ (أ.6 $S_n = A(n)$ **0.25.....** **ب)** $A(n) = \left[4n + 2(n+1)^2\left[\ln\left(\frac{n+1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right] + \ln(4e)\right] cm^2$ **5 .0.....** $\lim_{n \to +\infty} S_n = \lim_{n \to +\infty} A(n) = +\infty$ **0.25.....**

ency-education.com/exams

وزارة التربية الوطنية

مديريتي التربية لولايتي أدرار و تيميمون — ثانويات المقاطعة الأولى

الشعبة : رياضيـــــات — دورة ماي 2022

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة : أربع ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (03.5 نقاط و نصف)

نعتبر المعادلة التفاضلية: $y' - 2y = (x-3)e^x$.....(E)

1) عين قيمتي العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة $g : x \longmapsto (ax+b)e^x$ حلا لـ (E) .

2) عين حلول المعادلة التفاضلية: $y' - 2y = 0$.....(E') .

3) أثبت أن f حل للمعادلة التفاضلية (E) إذا وفقط إذا كان $f - g$ حلا للمعادلة التفاضلية (E') .

4) استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E) ، ثم استنتج الحل الذي يحقق $y(0) = 4$.

التمرين الثاني: (04.5 نقاط و نصف)

لتكن X_n و Y_n المتتاليتين المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كمايلي:

$$\begin{cases} X_0 = 5 \\ X_{n+1} = 3X_n - 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} Y_0 = 1 \\ Y_{n+1} = 3Y_n + 8 \end{cases}$$

1) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (U_n) بالعبارة: $U_n = X_n - 1$.

أ) بين أن المتتالية (U_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $X_n = 4 \times 3^n + 1$.

2) بين أن: $PGCD(X_{n+1}; X_n)$ يقسم 2 ، ثم استنتج أن: $PGCD(X_{n+1}; X_n) = 1$.

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $5X_n - 4Y_n = 21$.

ب) استنتج عبارة Y_n بدلالة n ، ثم جد القيم الممكنة لـ: $PGCD(X_n; Y_n)$.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) بين أنه إذا كان: $n \equiv 5[6]$ ، فإن: $PGCD(X_n; Y_n) = 7$.

ج) استنتج قيمة $PGCD(X_{2021}; Y_{2021})$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء على n كرية بيضاء ($n \geqslant 2$)، 5 كريات حمر و 3 كريات خضراء. نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

1) ماهو احتمال الحصول على كريتين بيضاوين.

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون.

أ) أ- أثبت أن: $P(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$.

ب) احسب: $\lim_{n\to+\infty} P(n)$ ، ثم فسر النتيجة.

3) نضع $n=4$ ، يقوم لاعب بسحب كريتين من الوعاء في آ ن واحد ثم يرجعهما ويسحب كريتين أخريين، لإجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغا قدره 30 دينارا، وبعد كل سحب يتحصل على 40 دينارا إذا كانت الكريتان من نفس اللون، وإلا تحصل على 5 دنانير فقط.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبين مقدار ربح هذا اللاعب.

أ) عين قيم المتغير X .

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

n عدد طبيعي غير معدوم، f_n الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f_n(x)=\frac{(\ln x)^n}{x^2}$ وليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) نضع $n=1$

أ) احسب $\lim_{x\to+\infty} f_1(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f_1(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f_1 ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_1) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

2) نضع $n=2$

أ) احسب $\lim_{x\to+\infty} f_2(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f_2(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f_2 ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) ادرس إشارة الفرق $f_1(x)-f_2(x)$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2) .

ب) أنشئ كلا من المنحنيين (C_1) و (C_2) .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $I_n=\int_1^e f_n(x)dx$

ا) نضع $F(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ ، احسب $F'(x)$ ثم استنتج I_1 .

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $I_{n+1}=-\frac{1}{e}+(n+1)I_n$.

ج) احسب I_2 ، ثم استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_1) و (C_2) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=e$.

5) ا) اعتمادا على السؤال (4-ب)، برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$\frac{1}{n!}I_n=1-\frac{1}{e}\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+...+\frac{1}{n!}\right)$.

ب) باستعمال حصر للعدد $\ln x$ على المجال $[1;e]$ ، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$0\le I_n\le 1$

ج) استنتج النهاية : $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+...+\frac{1}{n!}\right)$

التمرين الأول: (04 نقاط) **الموضوع الثّاني :**

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نفرض الأعداد: $a_n = 4\times 10^n - 1$ ، $b_n = 2\times 10^n - 1$ و $c_n = 2\times 10^n + 1$

I) 1) احسب a_n ، b_n و c_n من أجل قيم n تساوي: 1 ، 2 و 3 .

2) ماهو عدد أرقام العددين a_n و c_n ؟

3) بين أن العددين a_n و c_n يقبلان القسمة على 3 و بين أن العدد b_3 أولي.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : . $b_n \times c_n = a_{2n}$

5) استنتج تحليلا إلى جداء عوامل أولية للعدد a_6 .

6) باستعمال الخاصية: $PGCD(a;b) = PGCD(a;a-b)$

• بين أن: $PGCD(b_n;c_n) = PGCD(c_n;2)$ ، ثم استنتج أن b_n و c_n أوليان فيما بينهما.

II) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهولين $(x;y)$: $b_3x + c_3y = 1$.....(∗) .

1) برر أن المعادلة (∗) تقبل على الأقل حلا.

2) طبّق خوارزمية إقليدس على b_3 و c_3 لإيجاد حل خاص للمعادلة (∗) .

3) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (∗) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

U_1 صندوق يحتوي على 3 كريات حمراء وكريتين خضراء، و U_2 صندوق آخر يحتوي على كريتين حمراوين و 3 كريات خضراء، الكريات متجانسة لانفرق بينها باللمس، نقوم عشوائيا بسحب كرية من الصندوق U_1 ونضعها في الصندوق U_2 ، ثم نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريتين في آن واحد.

نرمز بـ R_1 للحادثة: "سحب كرية حمراء من الصندوق U_1 " وبالرمز A للحادثة: "سحب كريتين حمراوين من الصندوق U_2 ".

1) احسب الاحتمالين $P(R_1)$ و $P(R_1 \cap A)$.

2) تحقق أن: $P(A) = \frac{11}{75}$ ، هل الحادثتان R_1 و A مستقلتان؟برر

3) علما أن الكريتين المسحوبتين من U_2 حمراوان، ماالاحتمال أن الكرية المسحوبة من U_1 كانت حمراء ؟

4) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم. نضيف n كرية حمراء إلى الصندوق U_1 ، ونعيد التجربة العشوائية السابقة؛ حيث يربح اللاعب 5 دنانير عند كل سحب لكرية خضراء من U_2 ، ويخسر 10 دنانير عند كل سحب لكرية حمراء من الصندوق U_2 .

نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مقدار أرباح اللاعب في هذه اللعبة.

أ) بين أن: $P(X=-5) = \frac{9n+43}{15(n+5)}$.

ب) أعط، بدلالة n ، قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضيتي.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايلي: $u_n = \frac{n^{10}}{2^n}$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون:

$u_{n+1} \leq 0{,}95u_n$ إذا وفقط إذا كان: $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{10} \leq 1{,}9$.

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^{10}$.

أ) ادرس تغيرات الدالة f على مجال تعريفها، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1;+\infty[$ حيث: $f(\alpha)=1,9$.

ج) عين العدد الطبيعي n_0 ، بحيث: $n_0-1<\alpha<n_0$.

د) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 16$ يكون: $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{10}\leq 1,9$.

3) أ) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ابتداء من الرتبة 16 .

ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية (u_n) .

4) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n يحقق $n\geq 16$ يكون: $0\leq u_n\leq (0,95)^{n-16}\times u_{16}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=e^x(x-1)+1$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\geq 0$.

II) لتكن الدالة العددية I المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $I(x)=\int_0^x (x-t)e^t dt$.

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة، أثبت أن : $I(x)=e^x-(1+x)$.

2) ليكن x عددا حقيقيا موجبا، أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0;x]$ يكون: $1\leq e^t\leq e^x$

ثم استنتج أن: $\frac{x^2}{2}\leq I(x)\leq \frac{x^2e^x}{2}$.

3) ليكن x عددا حقيقيا سالبا، أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[x;0]$ يكون: $e^x\leq e^t\leq 1$

ثم استنتج أن: $\frac{x^2e^x}{2}\leq I(x)\leq \frac{x^2}{2}$.

4) استنتج أن: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-(1+x)}{x^2}=\frac{1}{2}$

III) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\frac{e^x-1}{x};x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

3) احسب $f'(x)$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة f .

4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .