الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية بورقبة لعيفة

بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — يوم 08/ماي/2017

الشعبة: تقني رياضي — الاستاذ: خراط–م–

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 ســـا

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول:(04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$, $B(0;1;2)$ و $C(2;-2;1)$.

1) - بين أن النقط $A;B$ و C تعين مستويا - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) ليكن (P) مستوي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=2+\alpha+2\beta \\ y=1+2\alpha \\ z=1-\beta \end{cases}$ $(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$

- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)
- بيّن أنّ تقاطع المستويين (ABC) و (P) هو المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

3) عيّن (Q) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\left(-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$ معينا معادلتها الديكارتية.

4) نفرض أنّ : $(Q): x-2z+5=0$

- أدرس تقاطع المستويات (Q) ، (P) و (ABC)

التمرين الثاني:(04 نقاط)

تعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ النقط $A;B;C;D;I$ ذات اللواحق :

$Z_A=i$; $Z_B=\overline{Z_A}$; $Z_C=-1+\sqrt{3}i$; $Z_D=\overline{Z_C}$ ، I منتصف $[CD]$

1) مثل النقط في المعلم

2) أكتب العدد L على الشكل الأسي ، حيث : $L=\dfrac{Z_A-Z_I}{Z_B-Z_I}$

أ- استنتج طبيعة المثلث ABI

ب- عيّن المركز ω و نصف القطر r للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABI أنشئ الدائرة (C)

3) ليكن R دوران مركزه I و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ، h التحاكي الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D .

أ- عيّن العبارة المركبة لكل من R و h

ب- ما هي طبيعة التحويل hoR محددا عبارته المركبة و عناصره

ج- عيّن معادلة (C') صورة (C) بالتحويل hoR مستعملا طريقتين

3as.ency-education.com

التمرين الثالث:(05 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ، المعادلة ذات المجهول (x,y) : $(E)\ldots\ 7x-3y=8$.

1) أ- بين انه إذا كانت الثنائية (x,y) حل للمعادلة (E) فإن $y\equiv 2[7]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{38}$ في نظام تعداد أساسه y ويكتب $\overline{70}$ في نظام تعداد أساسه x حيث $x\leq 11$ و $y\leq 16$

أ- اوجد القيم الممكنة لـ x , y ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

3) d القاسم المشترك للعددين x,y حيث الثنائية (x,y) هي حل للمعادلة (E)

أ- أوجد القيم الممكنة لـ d ب- أوجد كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) من أجل $d=4$

ج- اوجد الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) حيث $3^{7x}+7^{3y}\equiv 0[11]$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن g دالة عددية معرفة على المجال $D=]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$.

1) أوجد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$. 2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة الدالة g .

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ- أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

جـ - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ).

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1;\frac{3}{2})$.

3) أثبت أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$.

4) مثل المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T).

الجزء الثالث: نضع من أجل x ينتمي إلى D : $h(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1) احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج ؟

2) أوجد بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها:

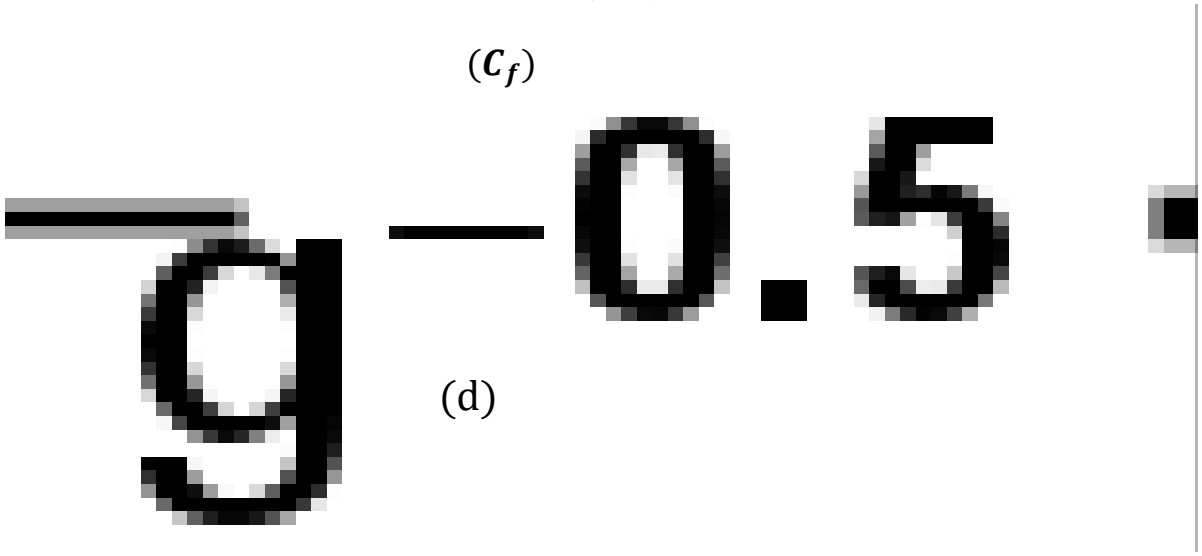
$y=0\ ;\ x=e\ ;\ x=1$.

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(04 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0,5]$ بالعلاقة $f(x)=(x-3)^2+3$ و (d) المستقيم الذي معادلته: $y=x$



1) (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $U_0=\frac{15}{4}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

أ - اعد تمثيل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : U_3,U_2,U_1,U_0 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $3\prec u_n \prec 4$

ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

3) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n=\ln(U_n-3)$

أ- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول V_0

ب- أكتب بدلالة n كلا من V_n و U_n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج - أحسب بدلالة بدلالة n المجموع : $S_n=V_0+V_1+....+V_n$

د- احسب بدلالة n الجداء : $P_n=(u_0-3)(u_1-3)(u_2-3).....(u_n-3)$

التمرين الثاني:(05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $z_A=4+2i$ ، $z_B=3-i$

1) أ) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_B}$.

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO.

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O.

أ) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z'=-iz+1+3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ت) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R.

ث) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

3as.ency-education.com

ج) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z-4-2i| = |z|$.

3) أ) من أجل $z \neq 2+i$ ، نضع: $L = \frac{z'-2-i}{z-2-i}$. بيّن أنّ: $L = -i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث L^n عددًا حقيقيًا.

ت) بيّن أنّ: $(z'-2-i)^2 + (z-2-i)^2 = 0$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $(E): y'+3y = 2e^{-x}$.

1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = a.e^{-x}$ حل للمعادلة (E).

2) نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E'): y'+3y = 0$ حل المعادلة (E').

3) برهن أن الدالة k هي حل للمعادلة (E) إذا وفقط اذا كانت الدالة $(k-g)$ هي حل للمعادلة (E').
ثم استنتج مجموعة حلول المعادلة (E).

4) عين حلا خاصا k للمعادلة (E) بحيث يكون معامل توجيه المماس للمنحنى الممثل للدالة k في النقطة ذات الفاصلة 0 يساوي -4.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1+(x^2+2x)\,e^{-x}$

1) أ- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، ثم بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 1$

ب - ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (**نأخذ** : $g(-\sqrt{2}) = -2,4$ و $g(\sqrt{2}) = 2,2$)

2) أ- بين ان المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، α و β حيث $-2 \prec \alpha \prec -1,9$; $-0,5 \prec \beta \prec -0,4$

ب - إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x+4-(x+2)^2\,e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ- أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب - بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادله $y = x+4$ مقارب مائل لـ للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ج - ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

2) أ - بين انه من جل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f ((**نأخذ :** $f(\alpha) = 2,05$ و $f(\beta) = -0,25$))

3) بين ان المستقيم (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيينها ،
ثم اكتب معادلة المماس الاخر (T) الذي يوازي (Δ)

4) أرسم (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x+m$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية : فارس بن مهل الشهبونية بالمدية

امتحان بكالوريا تجريبي — دورة : ماي 2017

الشعبة : 3 رياضيات + 3 تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$ و الشعاع $\vec{n}$ ، حيث : $\vec{n}=3\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}$

1) بيّن أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .

2) بيّن أن الشعاع $\vec{n}$ عمودي على $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، ثم أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

t عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر النقطتين I و G حيث : I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2)\}$

و G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,t)\}$

3) جد إحداثيتي النقطة I ، ثم عبّر عن الشعاع $\overrightarrow{IG}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{IC}$.

4) من أجل أي قيمة للوسيط t تنطبق النقطة G على منتصف القطعة $[IC]$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^3+1=0$.

2) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، النقط A ، B و C التي لاحقاتها

على الترتيب : $Z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $Z_B=\overline{Z_A}$ و $Z_C=aZ_A$ ، حيث a عدد مركب طويلته α وعمدته θ .

ـ أكتب Z_C بدلالة α و θ على الشكل الأسي .

3) أكتب العددين $(Z_A)^{2017}$ و $(Z_B)^{1438}$ على الشكل الجبري ، ثم تحقق أن $(Z_A)^{2017}-(Z_B)^{1438}=1$.

4) ليكن العدد المركب L حيث : $L=\sqrt{6}-\sqrt{2}-(\sqrt{6}+\sqrt{2})i$

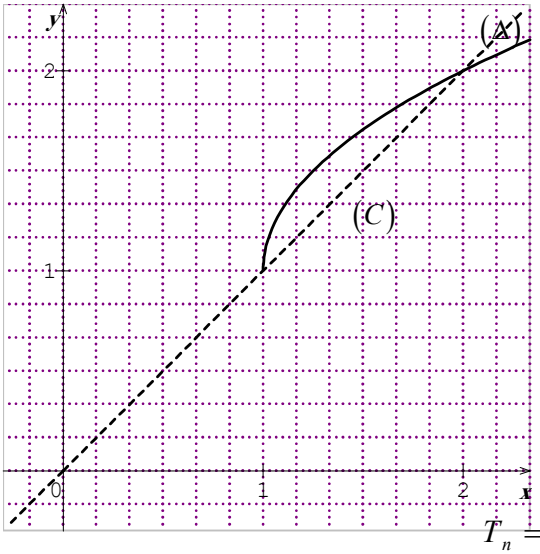
ـ تحقق أن العدد المركب $L^2=-8\sqrt{3}-8i$ ، ثم أكتبه على الشكل المثلثي والأسي .

5) استنتج طويلة وعمدة العدد المركب L ، ثم عين القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{19\pi}{12}$ و $\sin\frac{19\pi}{12}$.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=1+\sqrt{x-1}$ ، و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$. أنظر الشكل (وحدة الطول $2\,cm$)



(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_0=\frac{5}{4}$

1) باستعمال المنحنى (C) والمستقيم (Δ)

ـ علم على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n<2$

ثم أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام : $v_n=e^{-\frac{1}{3}+2n}$.

3) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

4) أحسب المجموعين : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=v_0{}^2+v_1{}^2+\cdots+v_n{}^2$

ثم استنتج العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n=\frac{e^{-\frac{1}{3}}}{1-e^2}\left(1-e^{4036}\right)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=ax-\left(x^2-b\right)e^{-x+1}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن $a=1$ و $b=-1$ بحيث المنحنى (C_f) يقبل في النقطة $A(0;-e)$ مماسا معامل توجيهه $e+1$.

2) احسب $\lim\limits_{n\to-\infty} f(x)$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x)=+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ثم بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث $1,8<\alpha<1,9$.

5) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف عند الفاصلتين 1 و 3 .

6) احسب $f(0)$, $f(3)$ ، ثم أرسم (Δ) و (C_f) ، وناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

7) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}\,dx$.

- بين أن الدالة $x\mapsto -(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto x\,e^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$

ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أن : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ ، ثم احسب $\int_0^1 (x^2+1)e^{-x+1}\,dx$.

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

النقط $A(3;1;0)$ ، $B(1;2;0)$ ، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ ، حيث m عدد حقيقي موجب .

1) احسب القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\widehat{ABC}$ و $\sin\widehat{ABC}$ باستعمال الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

ثم استنتج أن مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC}=\frac{3}{2}$.

2) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $x+2y-2z-5=0$.

3) بيّن أن $ABCD$ رباعي وجوه ، ثم احسب حجمه V_{ABCD} بدلالة m .

4) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$.

- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب m فإن : (S_m) سطح كرة ، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ثم عيّن قيمة m حتى يكون (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، النقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها على الترتيب : $Z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_B=-i\sqrt{3}=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $Z_D=\overline{Z_C}$.

- بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها .

2) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O

- بيّن أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

3) بيّن أنه يوجد دوران R يحول النقطة E إلى النقطة C ، يطلب تعيين مركزه وزاويته .

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$Z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\left(z+i\sqrt{3}\right)$$

- عيّن طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة .

5) بيّن أن المجموعة (Γ) للنقط M والتي تحقق $(Z-Z_B)\overline{(Z-Z_B)}=Z_A.\overline{Z_A}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ، ثم عيّن المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S مع تحديد عناصرها المميزة .

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة وأساسها q معرفة كما يلي : $\begin{cases} u_1+2u_2+u_3=100 \\ u_1\times u_3=256 \end{cases}$

1) احسب كل من u_2 ، u_1 ، u_3 و الأساس q ، ثم تحقق أن $u_n=4^n$.

2) احسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$ و الجداء $P_n=u_1\times u_2\times\cdots\times u_n$.

3) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\ln 4+\ln 4^2+\cdots+\ln 4^n\right]$

ـ احسب S'_n بدلالة n ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S'_n+4n^2+7^{2017}\equiv 0[5]$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2\right)+1 \ ; \ x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2\,cm$) .

1) احسب نهاية f عند $+\infty$ ، ثم ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 0 وفسّر النتيجة هندسيا .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث : $\alpha\geq 0$ و $f(\alpha)=0$ ، ثم تحقق أن : $4,6<\alpha<4,7$.

II) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(x)-2x-\dfrac{1}{2}$

4) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' واستنتج إشارتها على المجال $]0;+\infty[$.

5) حدّد اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (D) ذو المعادلة : $y=2x+\dfrac{1}{2}$ عند الفاصلة 1 .

6) انشئ (D) و (C_f) .

7) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n=\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2\ln x\,dx$

ـ احسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة ، ثم استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) والمستقيمين $x=\dfrac{1}{n}$; $x=1$ ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} A(n)$.

الأستاذ : سي محمد سمير — انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة للبيداغوجية — **المقاطعة الشرقية**
امتحان البكالوريا التجريبي — **لولاية عين الدفلى**
دورة ماي 2017 — **الشعبة : تقني رياضي**

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة : 4 ساعات**

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التـاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقـط)

في االفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(2\,,1\,,2)$, $B(0\,,2\,,-1)$, $H(1\,,1\,,0)$

والمستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-2+6t \\ y=1-2t \\ z=4t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

2) بين أن (AB) و (Δ) لا ينتميان الى نفس المستوي.

3) ليكن (P) المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي (Δ).

أ) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1\,,5\,,1)$ ناظمي للمستوي (P) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).

جـ) أحسب المسافة بين المستوي (P) و المستقيم (Δ).

4) عين احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

5) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من االفضاء بحيث : $MA^2-MB^2=2$

ـ تحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) ثم استنتج طبيعة المجموعة (Γ).

التمرين الثـانـي : (04 نقـط)

1) تحقق أن $5^6\equiv 1[7]$ و استنتج $5^{2016}\equiv 1[7]$

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n=1+5+5^2+\cdots+5^n$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4S_n=5^{n+1}-1$ واستنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n\equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n\equiv 2a[7]$.

جـ) بين أن $4S_{2015}\equiv 0[7]$ واستنتج باقي قسمة S_{2015} على 7.

د) عين اصغر عدد طبيعي n غيرمعدوم بحيث يكون 7 قاسم لـ S_n .

3) ليكن n عدد طبيعي غيرمعدوم , نعتبرفي $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) : $5^nx+S_ny=1$. تحقق أن $(5\,,-4)$ حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3as.ency-education.com

التمرين الثـالث : (05 نقط)

1) ليكن θ عدد حقيقي من المجال $]\ 0\ ,\ \pi\ [$ و z عدد مركب , $P(z)$ كثير حدود معرف بمايلي :

$$P(z) = z^3 - (1 - 2cos\theta)z^2 + (1 - 2cos\theta)z - 1$$

أ) تحقق أن 1 جدر لـ $P(z)$.

ب)عين العددين الحقيقين a , b بحيث : $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$

جـ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$, ولتكن النقط A , B , C لواحقها z_A , z_B , z_C على الترتيب حيث : $z_A = 1$, $z_B = -cos\theta + isin\theta$ و $z_C = -cos\theta - isin\theta$

أ) اكتب z_A , z_B , z_C على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي .

ب) حدد طبيعة المثلث ABC ثم عين قيمه θ حتى يكون قائم في A .

جـ) عين بدلالة θ لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC .

د) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MO}\right\|$

3) نفرض $\theta = \frac{3\pi}{4}$, عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

التمرين الرابع : (07 نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1\ ,+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2x + Ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1\ ,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجا ل $]-1\ ,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{Ln(x+1)}{x+1}$, (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1\ ,+\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

جـ) استنتج أنه إذا كان $x \in [0\ ,4]$ فإن $f(x) \in [0\ ,4]$.

د) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

3) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

III) (U_n) متتالية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بما يلي: $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

1) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل كل من U_0 , U_1 , U_2 , U_3 .

2) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 4$

3) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهاية U_n عند $+\infty$.

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4}$

1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n+4}$

2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $-2 < U_n < 1$

ب) برهن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ) هل المتتالية (U_n) متقاربة ؟

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n = \frac{U_n+2}{1-U_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

جـ) احسب المجموع : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \cdots + \frac{5^n}{V_n}$

التمرين الثاني : (04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1, 4, -5)$, $B(3, 2, -4)$, $C(5, 4, -3)$ و $D(-2, 8, 4)$ و الشعاع $\vec{u}(1, 5, -1)$.

1) بين أن $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و يوازي $\vec{u}$.

3) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة : $x - y - z - 7 = 0$

أ) بين أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$ $t \in R$

ب) بين أن المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي .

4) أ) تعطى النقطتان $E(3, 0, -4)$ و $F(-3, 3, 5)$, تحقق أن $E \in (\Delta)$ و $F \in (T)$.

ب) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE} = \alpha$ مع α عدد حقيقي .

ج) عين قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[EF]$.

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر كثير حدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

1) أ) بين أن $P(z)$ يقبل جذرا تخيلا صرفا يطلب تعيينه .

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $P(z) = (z - i)(z^2 + a\,z + b)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

2) المستوي المركب منسوب الى معلم $(o, \vec{u}, \vec{v})$ متعامد و متجانس. نعتبر النقط A , B , C ذات اللواحق على الترتيب:

3as.ency-education.com

$$Z_C = \overline{Z}_B \quad , \quad Z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \quad , \quad Z_A = i$$

أ) بين أن النقط A , B , C تنتمي الى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) بين أن OABC معين.

3) نضع $Z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ لاحقة النقطة A_1 . Z_n لواحق النقط A_n حيث $Z_n = (Z_1)^n$ ولتكن النقطة A_0 صورة العدد المركب 1.

أ) احسب Z_2 ثم مثل النقط A_0 , A_1 , A_2 في المعلم $(o, \vec{u}, \vec{v})$, (الوحدة $2\ cm$)

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n النقط A_n تنتمي الى الدائرة (C) .

جـ) برهن أن : $Z_{n+1} - Z_n = (Z_1)^n \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

د) استنتج طويلة $Z_{n+1} - Z_n$ ثم المسافة A_nA_{n+1} ثم أثبت أن المثلثات OA_nA_{n+1} متقايسة الأضلاع.

4) نعتبر f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M′ ذات اللاحقة Z′ حيث : $Z' = (1 - i\sqrt{3})Z + i\sqrt{3}$

أ) عين طبيعة التحويل f واذكر عناصره المميزة.

ب) عين وانشئ صورة المثلث OA_1A_2 بالتحويل f .

التمرين الرابع : (07 نقط)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (وحدة الطول $1\ cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0{,}1 < \alpha < 0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

4) ارسم (d) , (T) و (C_f).

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x) = xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x = -1$.

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x = 2$ و $x = 0$.

3as.ency-education.com

الحل النموذجي و سلم التنقط

الشعبة : تقني رياضي — **بكالوريا التجريبي 2017**

الموضوع الأول

التمرين الاول (04 نقاط)

0.5 — -1 أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB)

$$\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ x = 1 + \alpha \\ z = 2 - 3\alpha \end{cases} \quad , \quad \alpha \in R$$

0.25 — ب) $\vec{u}_{(\Delta)}(6,-2,4)$ شعاع توجيه (Δ)

$\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_{\Delta}$ غير مرتبطين لأن

$$\frac{6}{-2} \neq \frac{-2}{1}$$

ندرس التقاطع

$$\begin{cases} 2 - 2\alpha = -2 + 6t \\ 1 + \alpha = 1 - 2t \\ 2 - 3\alpha = 4t \end{cases}$$

0.25 — نجد $t = 2$

بالتعويض في الجملة (1) نجد

$$\begin{cases} \alpha = -4 \\ \alpha = -4 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$

تناقض

ومنه α ليس وحيد اذن المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعان فهما ليسا من نفس المستوي

0.5 — -2 (P) يشمل (AB) ويوازي (Δ) معناه

أ) تحقق ان $\vec{n}(1,5,1)$ ناظمي للمستوي (P)

$$\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$$
$$\vec{n}.\ \vec{u_{\Delta}} = 0$$

ب) معادلة المستوي (P) :

$\vec{n}$ ناظمي لـ (P) معناه

$$(P):\ x + 5y + z + d = 0$$

بما أن $A \in (P)$ معناه :

0.5 — $$2 + 5(1) + 2 + d = 0$$

$$d = -9$$

ومنه

$$(P):\ x + 5y + z - 9 = 0$$

ج) حساب المسافة بين (P) و (Δ)

0.5 — $$d\big((\Delta),(P)\big) = \frac{|-2+6t+5(1-2t)+4t|}{\sqrt{1^2+5^2+1^2}}$$

$$d\big((\Delta),(P)\big) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

0.25 — -3 احداثيات I منتصف $[AB]$

$$I\left(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

معادلة المستوي (Q) المحوري للقطعة $[AB]$

$$-2x + y - 3z + d = 0$$

(Q) يشمل النقطة I

$$d = 2$$

ومنه معادلة المستوي المحوري هي :

0.5 — $$(Q): -2x + y - 3z + 2 = 0$$

-4

$$MA^2 - MB^2 = 2$$

التحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) معناه :

$$HA^2 = 5$$
$$HB^2 = 3$$

0.25 — $$HA^2 - HB^2 = 5 - 3 = 2$$

ومنه $H \in (\Gamma)$

طبيعة المجموعة (Γ) حيث :

$$MA^2 - MB^2 = 2$$
$$\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right)\left(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right) = 2$$
$$\left(2\,\overrightarrow{MI}\right)\left(\overrightarrow{MA} - \left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}\right)\right) = 2$$
$$\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{BA} = 1$$

تكافئ

$$\overrightarrow{BA}\left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HI}\right) = 1$$

تكافئ

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{HI} = 1$$

0.5 — بما أن $H \in (\Gamma)$ معناه $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{HI} = 1$ ومنه نعوض نجد :

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MH} + 1 = 1$$
$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MH} = 0$$

وبالتالي (Γ) هي المستوي الذي يشمل H و $\overrightarrow{BA}$ شعاع ناظمي له

التمرين الثاني (04 نقط)

-1

0.25 — $$5^6 = 15625$$
$$5^6 \equiv 1\,[7]$$

ندرس بواقي قسمة 5^n على 7

0.25 — $$5^0 \equiv 1[7] \quad ,5^1 \equiv 5[7] \quad ,5^2 \equiv 4[7]$$
$$5^3 \equiv 6[7] \quad ,5^4 \equiv 2[7] \quad ,5^5 \equiv 3[7]$$
$$5^6 \equiv 1[7]$$

دورية و دورها $k = 6n$

0.25 — $$5^6 \equiv 1[7]$$
$$5^{2016} \equiv 5^{6n} \equiv 1[7]$$
$$2016 = 6 \times 336 = 6n$$

-2

$$S_n = 1 + 5 + 5^2 + \ldots + 5^n$$

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n و $4S_n = 5^{n+1}$

لذلك نحسب

$$S_n = 1 + 5^0 + 5^1 + 5 \times 5 \ldots 5^n$$

مجموع حدود متتالية هندسية حدها الاول 1 و أساسها $q = 5$

0.25 — $$S_n = 1\left(\frac{5^{n+1} - 1}{5 - 1}\right)$$

3as.ency-education.com

و منه

$4S_n = 5^{n+1} - 1$ 0.25

لدينا $4S_n = 5^{n+1} - 1$

تكتب على الشكل $5 \times 5^n - 4S_n = 1$

يوجد (5, -4) بحيث $5 \times 5^n - 4S_n = 1$ 0.25

ومنه 5^n S_n , أوليان فيما بينهما

ب) بين اذا كان $4S_n \equiv a\ [7]$ فإن $S_n \equiv 2a\ [7]$

لدينا

$4S_n \equiv a\ [7]$

نضرب في 2 0.25

$8S_n \equiv 2a\ [7]$

$8 \equiv 1\ [7]$

ومنه $S_n \equiv 2a\ [7]$

العكس :

بين أنه إذا كان $S_n \equiv 2a\ [7]$ فان $4\ S_n \equiv a\ [7]$

لدينا

$S_n \equiv 2a\ [7]$

نضرب في العدد 4

$4S_n \equiv 8a\ [7]$ 0.25

$8a \equiv a\ [7]$

$4\ S_n \equiv a\ [7]$

جـ) بين أن : $4\ S_{2015} \equiv 0\ [7]$

باستعمال السؤال 1 نجد $5^{2016} \equiv 1\ [7]$ و منه

$4\ S_{2015} \equiv 5^{2016} - 1\ [7]$

$5^{2016} - 1 \equiv 0\ [7]$ 0.25

$4\ S_{2015} \equiv 0\ [7]$

استنتج باقي قسمة S_{2015} على 7

لدينا حسب ما سبق:

$4\ S_{2015} \equiv 0\ [7]$

فان 0.25

$S_{2015} \equiv 2 \times 0\ [7]$

ومنه باقي قسمة على 7 هو العدد 0

د) عين اصغر عدد طبيعي n حيث يكون 7 قاسم لـ S_n

معناه: $S_n \equiv 0\ [7]$

$5^{n+1} - 1 \equiv 0\ [7]$

$5^{n+1} \equiv 1\ [7]$ 0.5

$5^{n+1} \equiv 5^0\ [7]$

$n + 1 = 0,\ n = -1,$ مرفوضة -1

$n + 1 = 6,\ n = 5$, وهو المطلوب

$S_n = \dfrac{5^{n+1} - 1}{4}$

-3 حلول المعادلة (E) هي :

$(x, y) = (KS_n + 5\ , -K \times 5^n - 4)\ ,\quad K \in \mathbb{Z}$ 01

التمرين الثالث(05 نقط)

-1

أ) $P(1) = 0$ 0.25

ب)

$\begin{cases} a = 2\cos\theta \\ b = 1 \end{cases}$ 0.5

ج) حلول المعادلة هي:

$S = \{1;\ -\cos(\theta) + i\sin(\theta)\ ;\ -\cos(\theta) - i\sin(\theta)\}$ 0.5

-2 أ) الشكل المثلثي :

$Z_A = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$ .025

$\cos\ (\pi - \theta) = -\cos\theta$

$\sin\ (\pi - \theta) = \sin\theta$

$Z_B = \cos(\pi - \theta) + i \sin\ (\pi - \theta)$ .025

$Z_C = \overline{Z_B}$

$Z_C = \cos(-\pi + \theta) + i \sin\ (-\pi + \theta)$ ومنه .025

الشكل الأسي:

$Z_A = e^{2i\pi}$

$Z_B = e^{i(\pi - \theta)}$ .075

$Z_C = e^{i(-\pi + \theta)}$

بـ طبيعة المثلث ABC

$|AC| = [Z_C - Z_A] = \sqrt{2 + 2\cos\theta}$ .025

$|AB| = [Z_B - Z_A] = \sqrt{2 + 2\cos\theta}$ .025

ومنه المثلث متساوي الساقين .025

نعين θ حتى يكون المثلث ABC قائم في A :

الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{AC} = 0$ نجد $\theta = \frac{\pi}{2}$ .025

جـ) $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$

$Z_G = \frac{1 - 2\cos\theta}{3}$ .025

د) المجموعة (Γ) حيث :

$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MO}\|$

معناه $MG = MO$

ومنه (Γ) محور القطعة $[OG]$ حيث G مركز ثقل

المثلث ABC 0.5

-3 قيم العدد الطبيعي n حتى يكون :

$\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = \cos\frac{n\pi}{2} + i\sin\frac{n\pi}{2}$

$\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقيا معناه $\cos\frac{n\pi}{2} + i\sin\frac{n\pi}{2}$ حقيقيا

أي $\sin\frac{n\pi}{2} = 0$

ومنه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ 0.5

و بالتالي: $n = 2k$ مع $k \in N$

3as.ency-education.com

التمرين الرابع (07 نقط)

I.

1) المشتقة:

$$g'(x) = 2(x+1) + \frac{1}{x+1}$$ 0.25

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$: $g'(x) > 0$ 0.25

ومنه الدالة متزايدة تماما

جدول التغيرات: 0.25

x	-1	$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$+$
$g(x)$	$\|$	↗

0.25

2) حساب : $g(0) = 0$

اشارة: $g(x) > 0$ لما $x \in]0, +\infty[$ 0.25

$g(x) < 0$ لما $x \in]-1, 0[$

II.

1) النهايات: 0.25

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = +\infty$ 0.25

$x = -1$ مستقيم مقارب

2) 0.5

أ) حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$ 0.25

ب) $f'(x)$ هي من اشارة $g(x)$ ومن ثم الدالة f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-1, 0]$

جدول التغيرات 0.25

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\|$	↘	0	↗	$+\infty$
	$+\infty$				

ج) لدينا: $0 \le x \le 4$ 0.25

بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0, 4]$ فان

$$f(0) \le f(x) \le f(4) :$$

$$0 \le f(x) \le 4 - \frac{ln5}{5} \le 4$$ 0.25

د) $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى:

$\lim_{x \to \infty} [f(x) - x] = 0$

دراسة الوضعية: 0.25

x	-1	0	$+\infty$
$f(x) - x$	$\|$	$+$	$-$
الوضعية	$\|$	أعلى يقطع	أسفل

3) التمثيل البياني (C_f) و (Δ)

4) حساب مساحة الحيز

$$A = \int_0^1 (x - f(x))\, dx$$ 0.25

$$= \int_0^1 \frac{\text{Ln}(x+1)}{x+1}\, dx$$ 0.25

$$= \frac{1}{2}[[\text{Ln}(x+1)]^2]_0^1$$ 0.25

$$= \frac{1}{2}(\text{Ln}(2))^2$$

III.

2) باستعمال البرهان بالتراجع:

نتحقق من أجل $n = 0$ لدينا: $U_0 = 4$

$0 \le U_0 \le 4$

نفرض أن: $0 \le U_n \le 4$ 0.75

بما أن الدالة متزايدة على المجال $[0, 4]$ فان:

$f(0) \le f(U_n) \le f(4)$

$0 \le f(U_n) \le 4$

حسب النتيجة 2) جـ) فان: $0 \le U_{n+1} \le 4$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $0 \le U_n \le 4$

3) المتتالية (U_n) متناقصة لأن من أجل كل x من $[0, +\infty[$ 0.25

$f(x) - x \le 0$

و بما أن من أجل كل عدد طبيعي n :

$0 \le U_n \le 4$

فان: $U_{n+1} - U_n \le 0$ أي $f(U_n) - U_n \le 0$ 0.25

لدينا المتتالية (U_n) متناقصة و محدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة

حساب

$\lim_{n \to +\infty} U_n$

المتتالية (U_n) متقاربة ومنه:

$\lim_{n \to +\infty} U_{n+1} = \lim_{n \to +\infty} U_n = l$

و بما أن $U_{n+1} = f(U_n)$

والدالة f مستمرة على المجال $]-1, +\infty[$ فان: 0.25

$f(l) = l$

ومنه $f(l) - l = 0$

و حسب ما سبق $l = 0$ بالتالي

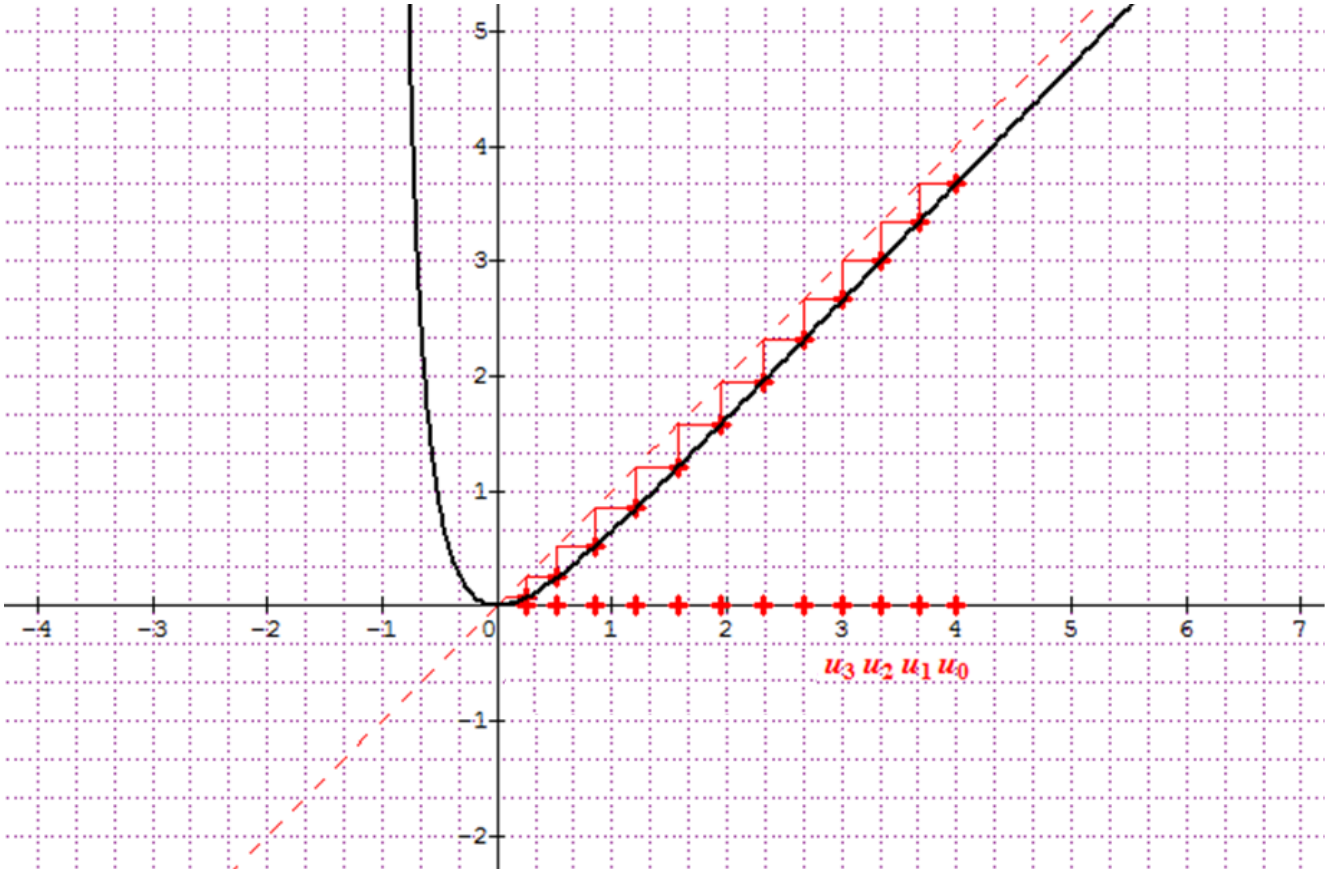
$\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$

3as.ency-education.com

0.5

0.5

0.25



التمثيل البياني للتمرين الرابع للموضوع الأول

3as.ency-education.com

الحل النموذجي و سلم التنقط

الشعبة : تقني رياضي — **بكالوريا التجريبي 2017**

الموضوع الثاني

التمرين الاول (04 نقاط)

-1

$U_{n+1}=\frac{3U_n+2}{U_n+4}$; $U_0=\frac{1}{4}$

تعيين a و b في :

$U_{n+1}=a+\frac{b}{U_n+4}$

و منه :

$U_{n+1}=\frac{a(U_n+4)+b}{U_n+4}$

$\begin{cases}a=3\\b=-10\end{cases}$ $\begin{cases}a=3\\4a+b=2\end{cases}$ 0.5

$U_{n+1}=3-\frac{10}{U_n+4}$

-2

أ) باستعمال البرهان بالتراجع

$-2<U_n<1$

نتحقق:

$P(0):\ -2<U_0<1$

نفرض: 0.75

$-2<U_n<1$

نبرهن أنها صحيحة ن أجل $n+1$

ب) المتتالية U_n متزايدة تماما على N لان:

$U_{n+1}-U_n=\frac{-(U_n-1)(U_n+2)}{U_n+4}$

وبما أن $U_n<1$ فإن $U_n-1<0$ و

$U_n>-2$ فإن $U_n+2>0$ فان 0.75

وعليه فان: $-(U_n-1)(U_n+2)>0$:

ولدينا كذلك $U_n+4>0$ ومن ثم فإن

$U_{n+1}-U_n>0$

جـ) المتتالية (U_n) متقاربة لأنها متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 1 0.25

3) أ) (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ وحدها الأول $U_0=3$ 0.5

ب) $V_n=3\times\left(\frac{5}{2}\right)^n$ 0.25

$U_n=\frac{3\times\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\times\left(\frac{5}{2}\right)^n}$ 0.25

ج) حساب المجموع:

$V_0=3$

$V_1=3\times\left(\frac{5}{2}\right)$

$V_1=3\times\left(\frac{5}{2}\right)^2$

.

$V_n=3\times\left(\frac{5}{2}\right)^n$ 0.25

نعوض نجد :

$S_n=\frac{1}{3}(1+2+2^2+\cdots+2^n)$ 0.5

$S_n=\frac{1}{3}(2^{n+1}-1)$

التمرين الثاني (04 نقط)

(1 $A\in(ABC)\ ;\ B\in(ABC)\ ;\ C\in(ABC)$ 0.75

(2 $\begin{cases}x=k-2\\y=5k+8\\z=-k+4\end{cases}\quad k\in\mathbb{R}$ 0.5

(3

أ) نحل الجملة $\begin{cases}x-2z-11=0\\x-y-z-7=0\end{cases}$ 0.5

ب) ندرس التوازي :

$\vec{u}(1,5,-1)$ ، $\vec{v}(2,1,1)$ ، $\frac{2}{1}\neq\frac{1}{5}$ ومنه (T) و (Δ) غير متوازيان. 0.25

ندرس التقاطع معناه نحل الجملة:

$\begin{cases}2t+11=k-2\\t+4=5k+8\\t=-k+4\end{cases}$

نعوض t في المعادلة 2 نجد $k=0$ ثم نعوض في المعادلة 3 نجد $t=4$ ثم نعوض هذه القيم في المعادلة1 0.5

نجد : $-2=19$ و هذا مستحيل.

إذا (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

-4 أ)

$E\in(\Delta)\Leftrightarrow\begin{cases}3=11+2t\\0=4+t\\-4=t\end{cases}$ 0.25

$\begin{cases}t=-4\\t=-4\\t=-4\end{cases}$ نجد t وحيد

$F\in(T)\Leftrightarrow\begin{cases}-3=k-2\\3=5k+8\\5=4-k\end{cases}$

$\begin{cases}k=-1\\k=-1\\k=-1\end{cases}$ نجد k وحيد 0.25

ب) $(\Gamma):\ -6x+3y-9z+54-\alpha=0$ 0.5

و هي معادلة ديكارتيه للمستوي الذي شعاعه الناظمي $\overrightarrow{EF}$.

جـ) $I\left(0,\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ منتصف القطعة $[EF]$. 0.5

$I\in(\Gamma)$ بعد التعويض نجد $\alpha=63$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث (05 نقاط)

1) أ) $P(\alpha i) = 0$ 0.25

نجد $\alpha = 1$ و منه $P(i) = 0$

ب)

$$\begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}$$ 0.5

حلول المعادلة هي:

$$\left\{ i; \frac{-\sqrt{3} - i}{2}; \frac{-\sqrt{3} + i}{2} \right\}$$ 0.5

2) أ) نحسب: 0.25

$$|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = 1$$

ومنه النقط A, B, C تنتمي الى دائرة مركزها المبدأ O 0.25

ونصف قطرها 1

نبين أن

$$\begin{cases} \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \\ OA = OC \end{cases}$$ 0.5

ومنه الرباعي $OABC$ معين

3) أ) حساب

$$Z_2 = {Z_1}^2 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$$ 0.25 0.25

التمثيل البياني

ب)باستعمال البرهان بالتراجع :

نتحقق : من أجل $n = 0$: $OA_0 = 1$ ومنه $A_0 \in (C)$ 0.5

نفرض أن : $A_n \in (C)$ ونبرهن أن $A_{n+1} \in (C)$ أي

لدينا $A_n \in (C)$ معناه : $OA_{n+1} = 1$

$$OA_n = 1 \text{ أي } |Z_n| = |{Z_1}^n| = |Z_1|^n = 1$$

$$OA_{n+1} = |{Z_1}^{n+1}| = |{Z_1}^n| \times |Z_1| = 1$$

ومنه النقط A_{n+1} تنتمي الى الدائرة (C)

جـ) نبرهن أن:

$$Z_{n+1} - Z_n = {Z_1}^{n+1} - {Z_1}^n$$ 0.25

$$= {Z_1}^n (Z_1 - 1)$$

$$= {Z_1}^n (-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2})$$

د) 0.25

$$|Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

المسافة:

$$A_n A_{n+1} = |Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n

$$OA_n = OA_{n+1} = 1$$ 0.25

و

$$A_n A_{n+1} = 1$$

و منه المثلثات OA_nA_{n+1} متقايسة الأضلاع .

4) أ) f تشابه مباشر مركزه النقطة A_0 ذات اللاحقة 1 نسبته2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ 0.5

ب) صورة المثلث OA_1A_2 هو المثلث $O'A'_1A'_2$ حيث

$$O' = f(O) \quad , \quad O'(0, \sqrt{3})$$

$$A'_1 = f(A_1) \quad , \quad A'_1(2, \sqrt{3})$$

$$A'_2 = f(A_2) \quad , \quad A'_2(1, 2\sqrt{3})$$ 0.5

التمرين الرابع (07 نقاط)

I. 1) نحسب المشتقة: $g'(x) = e^{x-2} - 1$ 0.25

جدول التغيرات: 0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$+$	
$g(x)$	↘	0	↗

0.25

2) اشارة : $g(x) \geq 0$ 0.25

II.

1) أ) النهايات:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$ 0.25

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$ 0.25

ب)

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y) = 0$$ 0.25

جـ) وضعية C_f بالنسبة الى (d)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$	$-$	0	$+$
الوضعية	أسفل	يقطع	أعلى

0.25

2) حساب المشتقة : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ 0.5

ومنه اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ اذن الدالة f متزايدة تماما على R 0.25

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0.25

3) أ) معناه نحل المعادلة : $f(x) = 0$ 0.5

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

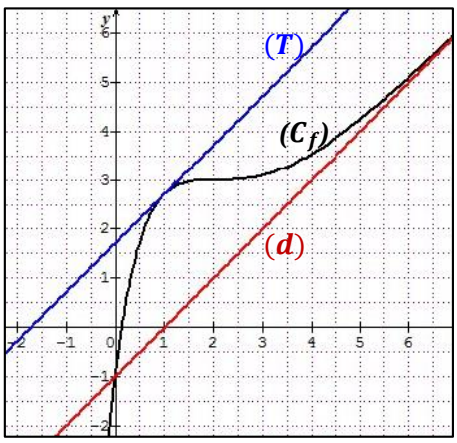
ب) نحسب المشتقة الثانية $f''(x) = 0$ 0.5

اذن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف $I(2,3)$

جـ) معادلة المماس (T) الذي يوازي (d)هي: 0.5

$$y = x - 1 + e$$

5) التمثيل البياني



0.5 0.25 0.25

3as.ency-education.com

		5) المناقشة البيانية: $f(x) = x + m$ $m < -1$ المعادلة تقبل حلا واحدا سالبا $m = -1$ المعادلة تقبل حلا و هو معدوم $-1 < m < e - 1$ حلين موجبين تماما $m = e - 1$ حلا واحدا موجبا $m = e - 1$ ليس لها حلول	0.5
		6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة نضع : $U(x) = x$ و $V'(x) = e^{2-x}$ $H(x) = (-x - 1)e^{2-x}$	0.5
		ب) حساب A: $A = \int_0^2 (f(x) - y)dx$ $A = \int_0^2 \frac{x}{e^{x-2}} dx = \int_0^2 xe^{2-x}\, dx$ $A = [H(x)]_0^2$ $A = H(2) - H(0)$ $A = (e^2 - 3)\ cm^2$	0.5

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية

امتحان باكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي)

الشعبة : تقني رياضي — دورة : ماي 2017

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على IN بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2^n$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \leq 0$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = 2^n - u_n$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 .

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

3) أ - أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.ماذا تستنتج؟

ب - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_{n-1}$

بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = 2^n - \frac{1+3^n}{2}$

4) أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 والعدد 3^n على 4

ب – عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $2017 + (1962)^{2n} + (2967)^n \equiv 0[4]$

ج – عين قيم العدد الطبيعي n التي : $4u_n + 9v_n \equiv 1[20]$

التمرين الثاني:(04 نقط)

I) من أجل كل عدد مركب z ، نضع : $p(z) = z^3 - 13z^2 + 59z - 87$

بيّن أن العدد 3 جذرا لكثير الحدود $p(z)$ ثمّ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $p(z) = 0$

II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب $z_A = 3$: ، $z_B = 5 - 2i$ ، $z_C = \overline{z_B}$.

1) عين طبيعة المثلث ABC .

2) M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z و L عدد مركب حيث : $L = \frac{z-3}{z-5+2i}$

مع $z \neq 5 - 2i$

أ- أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب L .

ب - عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللّاحقة z التي من أجلها يكون L عددا حقيقيا سالبا تماما.

3) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و Ω النقطة ذات اللاحقة $-2i$.

أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه Ω ، زاويته $(-\frac{\pi}{2})$ ونسبته 2 .

ب- عين (C') صورة الدائرة (C) بالتشابه المباشر S.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(4;2;2)$ ، $B(5;-2;3)$ ، $C(1;1;1)$ و المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 1+2t \end{cases} \quad ; \quad t \in R$$

(P) هو المستوي الذي يمر بالنقطة A و عمودي على المستقيم (Δ)

1) أ - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) و أن النقطة C لا تنتمي إلى (P)

2) أ - تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة A لاتنتمي إلى المستقيم (Δ)

ب - عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P)

3) أ - بين أن النقط A , B , C و D ليست من نفس المستوي

ب- عين طبيعة المثلث ABD ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

4) عين مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3

5) m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بالمعادلة $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$

أثبت أنه من اجل كل قيمة للعدد الحقيقي m جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (d)، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4x\,e^{2x}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \succ 0$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = (2x-1)\,e^{2x} + x + 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ - أحسب $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

ب- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ب - أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) أرسم (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) .

5) أ - باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx$

ب – أحسب بـــ: cm^2 مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T)

والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = \frac{1}{2}$ و $x = 0$

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

فيالفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$نعتبر النقط: $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;2)$
و $\Omega(\frac{1}{2};1;1)$ و H المسقط العمودي للنقطة Ωعلى المستوي (ABC)

1)- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2)- أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(H\Omega)$ثم حدد إحداثيات النقطة H.

3)- نعتبر سطح الكرة (S_λ)التي مركزها Ωوطول نصف قطرها λ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما

أ - أعط معادلة ديكارتية لـــ (S_λ).

ب- عين قيمة λفي الحالتين :

- المستوي (ABC)مماسا لسطح الكرة (S_λ).
- تقاطع المستوي (ABC)وسطح الكرة (S_λ)هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

التمرين الثاني :(04 نقط)

1)نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E): 414x-1170y=72$

أ- عين القاسم المشترك الأكبر للأعداد 1170 ، 414 و 72 .

ب- بين أنه اذا كانت الثنائية (x,y) من الأعداد الصحيحة حلا للمعادلة (E)فان : $y\equiv 1[23]$.

جـــ- استنتج حلول المعادلة (E).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta 0\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 5،ويكتب $\overline{\beta\alpha 200}$في نظام التعداد الذي أساسه 6.عين α و β ، ثم أكتب Nفي النظام العشري .

3) أ- حلل العدد 2968 إلى جداء عوامل أولية واستنتج الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم 2968

ب- نضع : $m=ppcm(a,b)$ و $d=p\gcd(a,b)$

- عين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية بحيث : $m^2-42d^2=2968$

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$النقط A ، B , J و K
التي لواحقها على الترتيب : $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_j=i\sqrt{2}$ و $z_k=e^{i\frac{3\pi}{4}}$
لتكن النقطة L نظيرة J بالنسبة إلى K

1) بين أن لاحقة النقطة L تساوي $(-\sqrt{2})$

2) أثبت أن A ، B , J و L تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

3as.ency-education.com

3) نعتبر النقطة D لاحقتها $z_D = -z_B$ ونعتبر الدوران R الذي مركزه المبدأ O ويحول النقطة إلى D .

أ – عين قيسا لزاوية الدوران R

ب- عين لاحقة النقطة C صورة L بالدوران R ثم حدد طبيعة الرباعي $ABCD$ مع التعليل.

4) نعتبر التحويل النقطي T المعرف بـــ : $T = R \circ H$ حيث H هو التحاكي الذي نسبته $\sqrt{2}$ ومركزه O.

-حدّد طبيعة التحويل T ثم عين عناصره المميزة .

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللواحق z التي تحقق: $|z - z_A| = |\overline{z} - 2z_k|$

حيث $\overline{z}$ مرافق z.

التمرين الرابع : (07 نقط)

1) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x) = e^{x-1} - x$

أ - أحسب $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} g(x)$ و تحقق أن : $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

ب - أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

جـــ - أستنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

2) لتكن f دالة معرفة على $R - \{1\}$ ب: $f(x) = 1 + \ln(e^{x-1} - x)$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

أ - أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- بين أن: $f'(x) = \dfrac{e^{x-1} - 1}{e^{x-1} - x}$ من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1.

جـــ- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أحسب $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,75 < \alpha < 1,76$

5) أحسب $f(0)$ و $f(-3)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f).

6) ليكن n عدد طبيعي .

أ - أحسب $I_n = \int_n^{n+1} [x + g(x)]dx$

ب - بين أن (I_n) متتالية هندسية يطلب أساسها و حدها الأول I_0.

جـــ - احسب المجموع: $S_n = I_0 + I_1 + ... + I_n$ بدلالة n ثم أحسب نهاية S_n.

بالتوفيق

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية عين تموشنت

امتحان بكالوريا تجريبي(2) — ثانوية داودي محمد ـ المالح ـ

الشعبة: تقني رياضي — دورة ماي: 2017

اختبار في مادة:الرياضيات — المدة: 4 ساعات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطة $A(0;-1;2)$ والمستقيمين (Δ) و (Δ')

حيث: $(\alpha\in R)$ $(\Delta):\begin{cases}x=-\alpha-1\\y=-\alpha+2\\z=3\alpha-2\end{cases}$ و $(\beta\in R)$ $(\Delta'):\begin{cases}x=\beta+1\\y=-\beta+5\\z=-3\beta+1\end{cases}$

1) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (Δ') .

2) (P) هو المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي: $(P):\begin{cases}x=-t+\lambda\\y=-t-\lambda-1\\z=3t-3\lambda+2\end{cases}$ حيث t و λ وسيطان حقيقيان.

ـ اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

3) (Q) مستو ذو معادلة ديكارتية: $3x+8y-3z+1=0$. بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

4) m عدد حقيقي و (P_m) المستوي ذو المعادلة: $(m+1)x+2(m+2)y-(m+1)z+1=0$

ـ بين أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب إعطاء تمثيلا وسيطيا له .

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: حيث x و y عددان طبيعيان .

1) عين الدالة f حل للمعادلة التفاضلية $y'=(\ln 3)y$ والتي تحقق: $f(0)=3$

2) أ ـ ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب ـ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $f(2016)-10$ على 7 .

3) اوجد بدلالة n عبارة المجموع S_n حيث: $S_n=f(0)+f(1)+\cdots+f(n-2)$

4) عين قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق: $\begin{cases}2S_n\equiv 0[7]\\2012<n<2020\end{cases}$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (5 نقاط)

I) حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2+4z+8=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A، B، C و E

حيث: $z_A=2-2i$ ، $z_B=-2+2i$ ، $z_C=-2-2i$ و $z_E=-1+2i$.

1) اوجد اللاحقة z_D للنقطة D بحيث يكون: $z_D+z_B=z_A+z_C$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

2) α عدد حقيقي غير معدوم و G_α مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$

ـ اوجد بدلالة α إحداثيات النقطة G_α ثم عين طبيعة مجموعة النقط G_α لما يتغير في $\mathbb{R}^*$.

3) S تحويل نقطي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث: $2z'=(1-i)z-3+i$

أ ـ حدد طبيعة التحويل S مع تعيين عناصره المميزة .

ب ـ بين أن: $z'+1-2i=i(z'-z)$ ثم استنتج طبيعة المثلث EMM' .

4) بين أن مساحة الرباعي $A'B'C'D'$ صورة الرباعي $ABCD$ بالتحويل S تساوي $8ua$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-\frac{1}{x^2}-4\ln x$

1) بين أن الدالة g متزايدة على المجال $]0;+\infty[$.

2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4x^2}-(\ln x)^2$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=2cm$

1) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) اثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

4) أ ـ بين أن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(x)-x$ متناقصة تماما على المجال $]0;1[$.

ب ـ بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,54<\alpha<0,56$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$.

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=e^m$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z)=z^4+8-8\sqrt{3}i$ ونعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس النقط A ، B ، C و D حيث: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_C=-z_A$ و $z_D=-z_B$.

1) أ ـ اكتب كلا من الأعداد z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي .

ب ـ استنتج أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

2) بين أن: $\dfrac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=i$ ثم بين أن المثلث ABD قائم في A و متساوي الساقين .

3) نعتبر الدوران $\Re$ الذي مركزه المبدأ O وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ والذي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ من المستوي المركب.

ـ تحقق من أن: $B=\Re(A)$ ، $C=\Re(B)$ و $D=\Re(C)$

4) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $P(z')=P(z)$

ب ـ احسب $P(z_A)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نريد تكوين فريق من ثلاث نوادي مختلفة C_1 ، C_2 و C_3 ، فنختار 5 لاعبين من النادي C_1 يحملون الأرقام من 1 إلى 5، و3 لاعبين من النادي C_2 يحملون الأرقام من 6 إلى 8 ولاعبين اثنين من النادي C_3 يحملان الرقمان 9 و 10 .

نختار الآن لاعبين اثنين من الفريق ليبقيا في الإحتياط علما أن كل الإختيارات متساوية الإحتمال .

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A " اللاعبين المختارين يحملان رقمين فرديين " .

B " اللاعبين المختارين من نفس النادي " .

2) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

3) ما احتمال أن يكون اللاعبين المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين و يحملان رقمين فرديين ؟

4) نريد أن يكون اللاعبين المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين، ما احتمال أن يكونا حاملين لرقمين فرديين ؟

التمرين الثالث: (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(6;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ و $C(0;0;4)$ والشعاع $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$.

1) اوجد إحداثيات النقطة G مرجح الجملة $\{(O,1);(A,2);(B,3)\}$.

2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $(\overrightarrow{MO}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB})\cdot\overrightarrow{MC}=0$

أ ـ بين أن هي سطح كرة يطلب تحديد إحداثيتي مركزها I و نصف قطرها r .

3as.ency-education.com

ب ـ اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

3) (P) مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $MO^2+2MA^2-3MB^2=24$

أ ـ بين أن النقطة G تنتمي إلى (P) .

ب ـ بين أن مجموعة النقط M من (P) تحقق أيضا العلاقة: $\overrightarrow{MG}\cdot\vec{u}=0$

ج ـ حدد طبيعة المجموعة (P) مع إعطاء معادلة ديكارتية لها .

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\left(1-x\sqrt{x}\right)-\ln x$

1) بين أن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

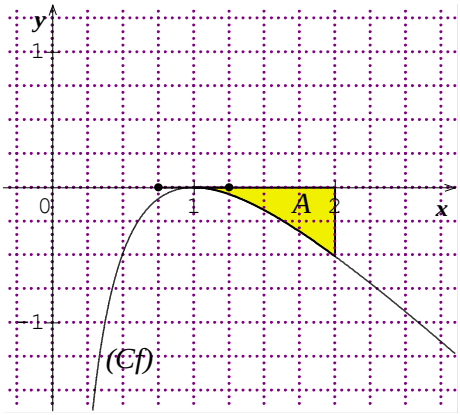
2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ب ـ حدد اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا: $f(x)\le 0$

2) إليك الشكل المقابل الذي يمثل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f .



أ ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد: $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$

ب ـ احسب A مساحة الحيز المستوي الملون في الشكل .

III) نعرف المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ u_0 من $[1;2]$ و من أجل كل من : $u_{n+1}=1+\dfrac{\ln(u_n)}{\sqrt{u_n}}$

1) بين أنه من أجل كل x من $[1;2]$ لدينا: $0\le\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\le 1$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ لدينا: $1\le u_n\le 2$

3) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة نحو نهاية حقيقية l تحقق $f(l)=0$.

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الثانويات: زريمش عيسى(م.حمام دباغ)– بن يوب محمد(ثا.حمام دباغ)

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — هواري بومدين(عين احساينية)– غجاتي علاوة (الركنية) – قالمة

الشعبة : رياضي و تقني رياضي — دورة : ماي 2017

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقـاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر المستقيمين (d)و (d')المعرفين كمايلي:

$$(d): x-2=\frac{y-1}{2}=1-z \quad ، \quad (d'):\begin{cases} x=4+3t' \\ y=3+t' \\ z=3+2t' \end{cases} \quad ;t'\in\mathbb{R}$$

1) أكتب التمثيـل الوسيطي للمستقيم (d) ، ثم بين أن المستقيمين (d) و (d') ليسا من نفس المستوي.

2) أ*/ أوجد المعـادلة الديكـارتية للمستويين (p_1) و (p_2) اللذين يشملان النقطة $A(4;-7;5)$.

حيث المستوي (p_1) يحوي المستقيم (d) و المستوي (p_2) يحوي المستقيم (d') .

ب*/ تحقق أن المستويين (p_1)و (p_2)متقاطعان وفق مستقيم (Δ)معرف بـ: $\alpha\in\mathbb{R}$;

$$(\Delta):\begin{cases} x=\frac{-1}{11}+9\alpha \\ y=3-22\alpha \\ z=11\alpha \end{cases}$$

3) لتكـن $B\left(\frac{-1}{11};3;0\right)$ نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (Q) ذو المعادلة: $11x+y-z=2$.

أ*/ أوجد إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q).

ب*/ استنتج المسقط العمودي للمستقيم (Δ) على المستوي (Q).

4) (Γ) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء تحقق : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

*/ عين طبيعة المجموعة (Γ) محددا عناصرها المميزة.

التمرين الثاني: (04 نقــاط)

A_0 و B_0 نقطتان من المستوي حيث: $A_0B_0=8$ (الوحدة هي السنتيمتر) ، ليـكن Sالتشابـه المباشر الذي مركزه النقطة A_0 ونسبتـــه $\frac{1}{2}$ و زاويتـــه $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتـالية النقـط (B_n) كمـــايلي : $B_{n+1}=S(B_n)$ ، من أجل كل عدد طبيعي n .

3as.ency-education.com

1) أنشئ النقط B_1 ، B_2 ، B_3 و B_4.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان: $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.

3) نعرف متتالية (u_n) بـ : $u_n = B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ*/ أثبت أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب*/ أكتب عبارة u_n بدلالة n.

ج*/ نضع المجموع: $\delta_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ ، أحسب δ_n بدلالة n ثم أوجد $\lim\limits_{n \to +\infty} \delta_n$

4) أ*/ حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة : $3x - 4y = 2$

ب*/ ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0.

*جد قيم العدد الطبيعي n التي من اجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ).

التمرين الثالث: (05 نقـــاط)

1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$(E) \ldots \ \overline{z}^3 - 3\overline{z}^2 + 3\overline{z} + 7 = 0$ ، $\overline{z}$ هو مرافق العدد المركب z .

أ*/ بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $(\overline{z} + 1)\left(\overline{z}^2 - 4\overline{z} + 7\right) = 0$.

ب*/ حـل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o ; \vec{u} ; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D لواحقها على الترتيب : $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = \overline{z_B}$ ، $z_D = 3$.

أ*/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سـالبا .

ب*/ عين طبيعة المثلث ABC .

3) أ*/أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

ب*/ أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD .

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}.k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث k يمسح المجال $[0; +\infty[$

*/ عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \overrightarrow{AB})$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ).

5) أ*/ عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون : $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

ب*/ عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\| -\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM} \right\| \leq 2\left\| \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM} \right\|$

جـ*/ استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ).

3as.ency-education.com

التمرين الرابع:(07 نقـــاط)

1) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=x^2e^x$

أ*/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب*/ استنتج أنه : إذا كان $0\prec x\prec 1$ فإن $g(x)\prec g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x\succ 1$ فإن $g(x)\succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\left(x^2-2x+2\right)e^x+e^{\frac{1}{x}}-3e$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

h دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}-3e$. (C_h) تمثيلها البياني (**أنظر الملحق**)

أ*/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$.

ب*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب $f'(1)$.

ج*/ شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

3) أ*/ بين أن المعادلة: $\left(x^2-2x+2\right)e^x=-h(x)$ تقبل حلين α و β حيـث: $1.5\prec\beta\prec 1.6$ و $0.5\prec\alpha\prec 0.6$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب*/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h).

ج*/ بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته .

4) أ*/ أرسم (T) و (C_f) . **(الملحــق يعــاد مع ورقة الإجابـــة)**

ب*/ m عدد حقيقي موجب تماما ، أوجد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين:

$$(E)\ldots f(x)=\left(m^2-2m+2\right)e^m+h(m)$$

5) أ*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\int_1^x\left[f(t)-h(t)\right]dt=\left(x^2-4x+6\right)e^x-3e$

ب*/ ليكن العدد λ من المجـال $]0;1[$ ،

$A(\lambda)$ مســاحة الحيز المستوي المحـدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=\lambda$ و $x=1$.

* استنتــج $A(\lambda)$ (مقدرة بوحدة المساحة) ، ثم احسـب $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{\succ}0} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(04 نقـــاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(3;1;0)$، $B(1;2;0)$، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ حيث m عدد حقيقي موجب، (Q) مستوي معرف بـ: $\begin{cases} x = 2-2\alpha+\beta \\ y = \frac{3}{2}-4\alpha+2\beta \\ z = -5\alpha \end{cases} ;(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$

1) أ*/ أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $Cos\widehat{ABC}$ و $Sin\widehat{ABC}$.

ب*/ أحسب مساحة المثلث ABC.

ج*/ بين أن $\vec{n}(1;2;-2)$ شعاع نـاظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكـارتية له .

د*/ بين أن $ABCD$ رباعي وجوه و أن حجمـه : $V = \frac{2m+5}{6}uv$

2) أ*/ بين أن: (Q) هو المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$ معادلته الديكارتية : $-2x+y=\frac{-5}{2}$.

ب*/ استنتج ان المستويين (ABC) و (Q) متعامدان و أنهما متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيـله الوسيـطي.

ج*/ أحسب $d(D;(Q))$ ثم استنتج بدلالة m المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ).

3) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$

أ*/ بين أنه من اجل عدد حقيقي m فان (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب*/عين قيمة m حتى يكون المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة (S_m).

4) أكتب معادلة المستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) و يمس سطح الكرة (S_m).

التمرين الثاني:(04 نقـــاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $11x-5y=2$

أ*/ أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 4[11]$.

ب*/ استنتج حلول المعادلة (E).

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضـــع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$.

أ*/ عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب*/عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون: $PGCD(a;b)=2$.

ج*/ استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $A=5n^2+7n+2$ و $B=11n^2+15n+4$.

أ*/ بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب*/ استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقـاط)

1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3}+2i)z_1 - z_2 = (1-\sqrt{3})i \end{cases}$

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين: $z_A = 1-i$ و $z_B = 2+\sqrt{3}+i$.

أ*/ اكتب z_A على الشكل الأسي .

ب*/ بين أن: $\frac{z_B}{z_A} = (1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج الشكل الأسي للعدد z_B .

ج*/هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي إلى المنصف الأول؟

3) أ*/ أوجد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-\pi}{6}$.

ب*/ احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BB']$. (مقـدرة بوحدة المساحة)

ج*/ عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg\left[(z-z_B)^2\right] = \arg(z_B) - \arg(z_{B'})$

د*/ عين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيل، ثم اوجد z_I لاحقة مركز ثقله.

4) نضـــع: $f = ros$ (يرمز o إلى تركيب التحويلين S و r) .

أ*/عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S حيث يكون f تشابه مباشر مركزه O ونسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{3}$

ب*/ أوجد مساحة صورة الدائرة (γ) بالتشابه المباشر S (مقدرة بوحدة المساحة).

5) أ*/ إذا كان $S(M) = M'$ ، ما طبيعة المثلث OMM' ؟

ب*/عين مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM'} = 0$

التمرين الرابع: (07 نقـــاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ*/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

ب */ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج*/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ*/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما:

$y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.

ب*/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

3as.ency-education.com

ج*/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f)

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y=mx-m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ*/ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\ ;\ \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب*/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I=\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}\left[f(x)-(x-e)\right]dx$ ، $I_n=\int_0^1 \ln\left(1+X^n\right)dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ*/ فسر هندسيا العدد I و احسب العدد I_1.

ب*/ بين أن: $0\le I_n\le \ln 2$

ج*/ عين اتجـاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

6) باستعمال : $\ln(1+X)\le X$ ، من أجل كل $X\in]0;+\infty[$

أ*/ استنتج أن : $0\le I+I_1\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$

ب*/ اعط حصرا للعدد $I+I_1$.

انتهى

الموضوع الثاني

بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا

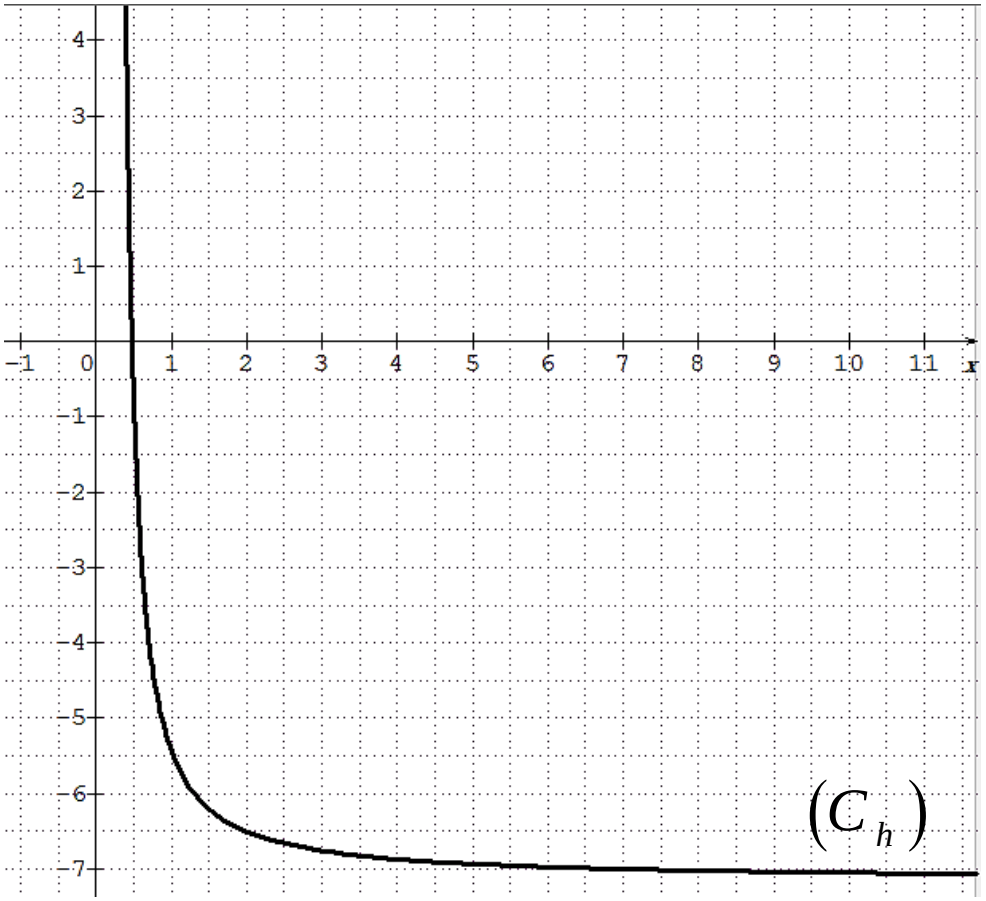
3as.ency-education.com

الملحق:

الاسم :.....

اللقب : .....

القسم :.....

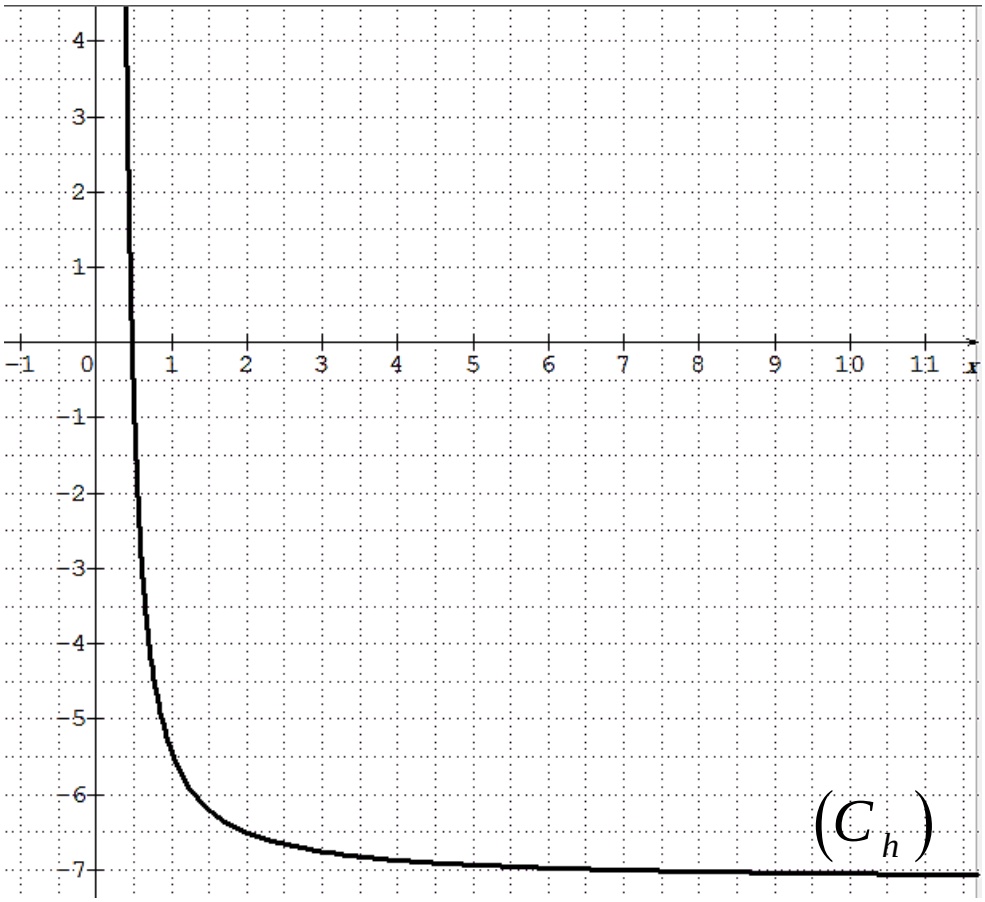


الملحق:

الاسم :.....

اللقب : .....

القسم : .....



3as.ency-education.com

تصحيح البكالوريا التجريبي 2017 رياضي وتقني رياضي

الموضوع الاول: التمرين الأول:(04 نقاط)

1) كتابة التمثيل الوسيطي (d): t وسيط حقيقي

أي أن: $x-2=t$ ومنه: $(d):\begin{cases}x-2=t\\ \dfrac{y-1}{2}=t\\ 1-z=t\end{cases};t\in\mathbb{R}$

إذن:التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) هو $\begin{cases}x=t+2\\ y=2t+1\\ z=-t+1\end{cases};t\in\mathbb{R}$

***/ تبيان أن (d) و (d') ليسا من نفس المستوى:**

$\vec{u}(1;2;-1)$ شعاع توجيه (d)، $\vec{u'}(3;1;2)$ شعاع توجيه (d')

بمأن $\frac{1}{3}\neq\frac{1}{1}$ فإن الشعاعين $\vec{u}(1;2;-1)$ و $\vec{u'}(3;1;2)$

غير مرتبطين خطيا ، فيكون المستقيمان (d) و (d')

إما ليسا من نفس المستوي و إما متقاطعان من نفس المستوي

لتكن $E(x;y;z)$ نقطة تقاطع (d) و (d') أي :

نبحث عن الثنائية (t,t') $\begin{cases}x=t+2=3t'+4...(1)\\ y=2t+1=t'+3...(2)\\ z=-t+1=2t'+3...(3)\end{cases};(t,t')\in\mathbb{R}^2$

بجمع (1)و(3): $t'=\frac{-4}{5}$ وبتعويضها في (1) أو (3)

نجد: $t=\frac{-2}{5}$ ، الثنائية $\left(\frac{-2}{5},\frac{-4}{5}\right)$ لا تحقق (2)

ومنـــه: (d) و (d') ليسا من نفس المستوي

2) أ) ايجاد المعادلة الديكارتية للمستويين (p_1) و (p_2)

ويشملان $A(4;-7;5)$ و $(d)\subset(P_1)$ و $(d')\subset(P_2)$

تعيين معادلة المستوي (p_1): (p_1) يشمل $A(4;-7;5)$

وموجه بالشعاعين $\vec{u}(1;2;-1)$ شعاع توجيه (d) و

$\overrightarrow{AD}(-2;8;-4)$ حيث $D(2;1;1)$ نقطة من (d)

ليكن: $\vec{n}(a;b;c)$ شعاع ناظمي للمستوي (p_1) غير معدوم

يكافئ $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{u}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$ بجمع (1) و (2) $\begin{cases}a+2b-c=0 \quad ...(1)\\ -2a+8b-4c=0..(2)\end{cases}$

نجد $6b-3c=0$ ومنه $c=2b$ نأخذ: $b=1$ نجد $c=2$

و $a=0$ ومنه: $\vec{n}(0;1;2)$ ناظمي لـ $(P_1):y+2z+d=0$

$A\in(P_1)$ معناه $0+10+d=0$ معناه $d=-3$

ومنـــــه: $(P_1):y+2z-3=0$

تعيين معادلة للمستوي (P_2): لدينا (P_2) يشمل $A(4;-7;5)$

وموجه بالشعاعين $\vec{u'}(3;1;2)$ شعاع توجيه (d') و

$\overrightarrow{AC}(0;10;-2)$ حيث $C(4;3;3)$ نقطة من (d')

بنفس الطريقة $(P_2):11x-3y-15z+10=0$

ب) التحقق أن (p_1) و (p_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ)

بما أن: $\frac{0}{11}\neq\frac{1}{-3}$ فإن $\vec{n}(0;1;2)$ و $\vec{n'}(11;-3;-15)$ غير

مرتبطين خطيا وعليه يكون المستويان (P_1) و (P_2) متقاطعين

وفق مستقيم (Δ). لدينا: $(\Delta):\begin{cases}x=\frac{-1}{11}+9\alpha\\ y=3-22\alpha\\ z=11\alpha\end{cases};\alpha\in\mathbb{R}$

$(P_1):y+2z-3=0$ ، $(P_2):11x-3y-15z+10=0$

$(-22\alpha+3)+2(11\alpha)-3=0$ يكافئ $0.\alpha=0$

المعادلة تقبل مالا نهاية من الحلول ومنه : $(\Delta)\subset(P_1)$

$11\left(\frac{-1}{11}+9\alpha\right)-3(3-22\alpha)-15(11\alpha)+10=0$ يكافئ $0.\alpha=0$

المعادلة تقبل مالا نهاية من الحلول ومنه : $(\Delta)\subset(P_2)$

نستنتج أن $(\Delta)=(P_1)\cap(P_2)$

3) أ*/ إيجاد إحداثيات A' المسقط العمودي لـ A على المستوي (Q): $A'(x';y';z')$ ، $\vec{n_Q}(11;1;-1)$ ناظمي لـ (Q)

و $A\in(\Delta)$. بما أن: $11x_A+y_A-z_A\neq2$ فإن $A\notin(Q)$

وبالتالي $\overrightarrow{AA'}$ يوازي $\vec{n_Q}$ يوجد $k\in\mathbb{R}$ حيث $\overrightarrow{AA'}=k\cdot\vec{n_Q}$

أي $\overrightarrow{AA'}(x'-4;y'+7;z'-5)$

$A'\in(Q)$ معناه $11(11k+4)+(k-7)-(-k+5)-2=0$ يكافئ $\begin{cases}x'-4=11k\\ y'+7=k\\ z'-5=-k\end{cases}$ ، $\begin{cases}x'=11k+4\\ y'=k-7\\ z'=-k+5\end{cases}$

$k=-\frac{10}{41}$ معناه

بالتعويض عن قيمة k نجد: $A'\left(\frac{54}{41};-\frac{297}{41};\frac{215}{41}\right)$

ب) استنتاج المسقط العمودي لـ (Δ) على المستوي (Q):

المسقط العمودي للمستقيم (Δ) على (Q) هو المستقيم (BA')

4) تعيين طبيعة المجموعة (Γ) حيث $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

(Γ) هي سطح كرة قطرها $[AB]$ ، $AB=\sqrt{\frac{17150}{121}}\approx11.9$

ومركزها النقطة $I\left(\frac{43}{22};-2;\frac{5}{2}\right)$ منتصف $[AB]$

3as.ency-education.com

التمرين الثاني: (04 نقاط) $A_0B_0=8$ ، S التشابه المباشر مركزه A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ، $B_{n+1}=S(B_n)$:

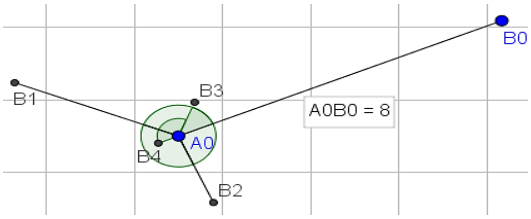
1) انشاء النقط B_1 ، B_2 ، B_3 و B_4:

$B_1=S(B_0)$ يكافئ $\begin{cases}A_0B_1=\frac{1}{2}A_0B_0=4\\(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_1})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$ ، $k\in\mathbb{Z}$

$B_2=S(B_1)$ معناه $\begin{cases}A_0B_2=\frac{1}{2}A_0B_1=2\\(\overrightarrow{A_0B_1},\overrightarrow{A_0B_2})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$ ، $k\in\mathbb{Z}$

$B_3=S(B_2)$ معناه $\begin{cases}A_0B_3=\frac{1}{2}A_0B_2=1\\(\overrightarrow{A_0B_2},\overrightarrow{A_0B_3})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$ ، $k\in\mathbb{Z}$

$B_4=S(B_3)$ معناه $\begin{cases}A_0B_4=\frac{1}{2}A_0B_3=\frac{1}{2}\\(\overrightarrow{A_0B_3},\overrightarrow{A_0B_4})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$ ، $k\in\mathbb{Z}$



2) اثبات أن المثلثين $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ **متشابهان من أجل كل عدد طبيعي** n **:**

$B_{n+1}=S(B_n)$ معناه $A_0B_{n+1}=\frac{1}{2}A_0B_n$

و $(\overrightarrow{A_0B_n},\overrightarrow{A_0B_{n+1}})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$ ، $k\in\mathbb{Z}$ ، بما أن:

$\frac{A_0B_{n+1}}{A_0B_n}=\frac{\frac{1}{2}A_0B_n}{A_0B_n}=\frac{1}{2}$ و $\frac{A_0B_{n+2}}{A_0B_{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}A_0B_{n+1}}{A_0B_{n+1}}=\frac{1}{2}$ و

$(\overrightarrow{A_0B_{n+1}},\overrightarrow{A_0B_{n+2}})=(\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0B_n},\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0B_{n+1}})=(\overrightarrow{A_0B_n},\overrightarrow{A_0B_{n+1}})$

فإن المثلثين $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان (ضلعان و زاوية محصورة بينهما)ومنه: $\frac{B_{n+1}B_{n+2}}{B_nB_{n+1}}=\frac{1}{2}$

3)أ*/اثبات أن (u_n) **متتالية هندسية أساسها** $\frac{1}{2}$: نعرف متتالية (u_n) بـ $u_n=B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{B_{n+1}B_{n+2}}{B_nB_{n+1}}=\frac{1}{2}$ ومنه: (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0=B_0B_1$

ب*/ كتابة عبارة u_n **بدلالة** n :

من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=u_0\left(\frac{1}{2}\right)^n=B_0B_1\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ج*/ نضع المجموع: $\delta_n=u_0+u_1+u_2+....+u_n$ ،

حساب δ_n **بدلالة** n **ثم إيجاد** $\lim\limits_{n\to+\infty}\delta_n$: δ_n م.ح.م هندسية

$$\delta_n=u_0\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)=2B_0B_1\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

ومنه: $\lim\limits_{n\to+\infty}\delta_n=2B_0B_1$

4) أ*/ نحل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ **المعادلة :** $(1)\ldots 3x-4y=2$

(1) يكافئ $3x=4y+2$ يكافئ $3x\equiv 2[4]$

يكافئ $7\times 3x\equiv 7\times 2[4]$ يكافئ $x\equiv 2[4]$

ومنه: $x=4\lambda+2$ ، $\lambda\in\mathbb{Z}$ بالتعويض في المعادلة (1) نجد $y=3\lambda+1$ إذن: $S=\{(4\lambda+2;3\lambda+1);\lambda\in\mathbb{Z}\}$

ب*/ تعيين قيم العدد الطبيعي n **التي من اجلها تكون النقطة** B_n **تنتمي إلى المستقيم** (Δ) :

لدينا: (Δ) العمودي على (A_0B_0) في النقطة A_0 وكذلك

$(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_n})=(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_1})+(\overrightarrow{A_0B_1},\overrightarrow{A_0B_2})+\ldots$

$\ldots.+(\overrightarrow{A_0B_{n-1}},\overrightarrow{A_0B_n})=\frac{3\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}+\ldots+\frac{3\pi}{4}=n\frac{3\pi}{4}$

B_n تنتمي إلى (Δ) معناه $(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_n})=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ، $k\in\mathbb{Z}$

نجد: $n\frac{3\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ يكافئ $3n=4\left(\frac{1}{2}+k\right)$

يكافئ $3n=2+4k$ يكافئ $3n-4k=2$

ومنه قيم n هي $n=4k'+2$ ، $k'\in\mathbb{Z}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أ*/نبين أن المعادلة (E) $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2-4\bar{z}+7)=0$ تكافئ

لدينا : $(E)\ldots \bar{z}^3-3\bar{z}^2+3\bar{z}+7=0$

$\bar{z}^3-4\bar{z}^2+7\bar{z}+\bar{z}^2-4\bar{z}+7=0$ يكافئ $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2-4\bar{z}+7)=0$

يكافئ $\bar{z}^3-3\bar{z}^2+3\bar{z}+7=0$

ب*/ نحل في $\mathbb{C}$ **المعادلة** (E) **:**

(E) تكافئ $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2-4\bar{z}+7)=0$

يكافئ $\overline{(z+1)(z^2-4z+7)}=0$ يكافئ $(z+1)(z^2-4z+7)=0$

يكافئ $\begin{cases}z=-1\\z^2-4z+7=0\end{cases}$ ، $\Delta=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$

$z_1=2-\sqrt{3}i$ و $z_2=2+\sqrt{3}i$

3as.ency-education.com

ومنه : $S=\left\{-1;2-\sqrt{3}i\ ;2+\sqrt{3}i\right\}$

2)أ*/تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا: لدينا

$$(z_B-z_A)^n=(2+\sqrt{3}i+1)^n=(3+\sqrt{3}i)^n$$

ومنه $(z_B-z_A)^n=(2\sqrt{3})^n e^{i\frac{n\pi}{6}}$

$(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا معناه:

$\arg(z_B-z_A)^n=\pi+2k\pi$ ومنه $\frac{n\pi}{6}=\pi+2k\pi$

إذن $n=12k+6\ ;k\in\mathbb{Z}$

ب*/تعيين طبيعة المثلث ABC

$$AC=|z_C-z_A|=|3-i\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$$

$$AB=|z_B-z_A|=|3+i\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$$

$$BC=|z_C-z_B|=|-2i\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$$

بما ان : $AB=AC=BC$ فإن المثلث ABC متقايس الأضلاع

3) أ*/ كتابة العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي:

$$\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\frac{-1-2+i\sqrt{3}}{3-2+i\sqrt{3}}=\frac{-3+i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

***/استنتاج طبيعة التحويل الذي يحول A إلى D وعناصره المميزة:** $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $z_A-z_C=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_D-z_C)$

معناه النقطة A صورة النقطة D بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة C و نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب/تعيين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD

لدينا: $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $\begin{cases}\left|\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right|=\sqrt{3}\\(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA})=\frac{\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\end{cases}$

اذن المثلث ACD قائم في C ومنه مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ACD هو النقطة I منتصف الوتر $[AD]$

لاحقتها $z_I=\frac{z_A+z_D}{2}=\frac{3}{2}-i\frac{1}{2}$

4 /* تعيين قيس للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$:

لدينا : $(\vec{u};\overrightarrow{AB})=\arg(z_B-z_A)=\frac{\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}$

***/استنتاج (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث :**

$z-z_A=k(z_B-z_A)$ معناه $z+1=2\sqrt{3}ke^{i\frac{\pi}{6}}$

معناه $\overrightarrow{AM}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

ومنه :من أجل k يمسح المجال $[0;+\infty[$ المجموعة (Γ) هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة A وشعاع توجيهه $\overrightarrow{AB}$

لاحقته : $2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}=3+i\sqrt{3}$

5) أ*/تعيين قيمة العدد α حيث $-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}+\alpha\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

$-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}+\alpha\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

معناه النقطة C هي مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;2),(D;\alpha)\}$

$\alpha=-3$ ومنه $\begin{cases}2=\frac{1+4+3\alpha}{1+\alpha}\\-\sqrt{3}=\frac{0+2\sqrt{3}+0\cdot\alpha}{1+\alpha}\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}x_C=\frac{-x_A+2x_B+\alpha x_D}{-1+2+\alpha}\\y_C=\frac{-y_A+2y_B+\alpha y_D}{-1+2+\alpha}\end{cases}$

ب*/ تعيين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث :

$$(*)\ldots\left\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{DM}\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|$$

$(*)$ تكافئ $\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MD}\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC}\right\|$

$(*)$ تكافئ $\left\|-\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right)\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{BC}\right\|$

$(*)$ تكافئ $\left\|(-1+2-3)\overrightarrow{CM}\right\|\le 2BC$ تكافئ $CM\le BC$

ومنه مجموعة النقط (E) هي قرص مركزه النقطة C

ونصف قطره هو : $BC=2\sqrt{3}$

جـ*/ استنتاج مجموعة نقط تقاطع القرص (E) و نصف المستقيم $[AB]$: لدينا القرص (E) مركزه C ونصف قطره $BC=2\sqrt{3}$ و $AC=2\sqrt{3}$ معناه A تنتمي إلى القرص (E)

ومنه تقاطع القرص (E) ونصف المستقيم $[AB]$ هو القطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الرابع: (07 نقـــاط)

1) g معرفة على $[0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=x^2e^x$

أ*/ دراسة اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$: $g'(x)=(x^2+2x)e^x$

بما ان $g'(x)\succ 0$ فإن الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

ب*/ استنتاج أنه : إذا كان $0\prec x\prec 1$ فإن $g(x)\prec g\left(\frac{1}{x}\right)$

و إذا كان $x\succ 1$ فإن $g(x)\succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

إذا كان $0\prec x\prec 1$ فـإن $x\prec\frac{1}{x}$ و لدينا g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ، فـــإن $g(x)\prec g\left(\frac{1}{x}\right)$

إذا كان $x\succ 1$ فـإن $x\succ\frac{1}{x}$ ولدينا g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ، فـــإن $g(x)\succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

3as.ency-education.com

2) f معرفة على $]0;+\infty[$: $f(x)=(x^2-2x+2)e^x+e^{\frac{1}{x}}-3e$

أ*/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$

ب*/ نبين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، **ثم حساب** $f'(1)$:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ دالتها المشتقة f' :

$$f'(x)=x^2e^x-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$$

ومنه: $f'(1)=g(1)-g\left(\frac{1}{1}\right)=0$

ج*/ تشكيل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$:

إشـــارة $f'(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$

f متناقصة تماما على $]0;1]$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-e=-2.71$	↗	$+\infty$

3) أ*/نبين أن المعادلة: $(x^2-2x+2)e^x=-h(x)$ تقبل **حلين** α **و** β **حيث**: $1.5<\beta<1.6$ و $0.5<\alpha<0.6$

$(x^2-2x+2)e^x=-h(x)$ تكافئ $(x^2-2x+2)e^x+h(x)=0$

تكافئ $f(x)=0$ ، لدينا: $f(0.5)\approx 1.25$ ، $f(0.6)\approx -0.74$

بما ان الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $[0.5;0.6]$

$f(0.6)\times f(0.5)<0$ فان حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن المعادلة $(x^2-2x+2)e^x=-h(x)$ تقبل حل وحيد α

حيث: $0.5<\alpha<0.6$ ، $f(\alpha)=0$

لدينا: $f(1.5)\approx -0.60$ ، $f(1.6)\approx 0.44$

بما ان الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $[1.5;1.6]$

$f(1.6)\times f(1.5)<0$ فان حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن المعادلة $(x^2-2x+2)e^x=-h(x)$ تقبل حل وحيد β

حيث: $1.5<\beta<1.6$ ، $f(\beta)=0$

***/استنتاج أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين:**

بما ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β فإن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β

ب*/ دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h):

ندرس إشارة الفرق $f(x)-h(x)=(x^2-2x+2)e^x$

لأن $\Delta=-4$ $x^2-2x+2>0$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$

ومنه : (C_f) يقع فوق (C_h) على المجال $]0;+\infty[$

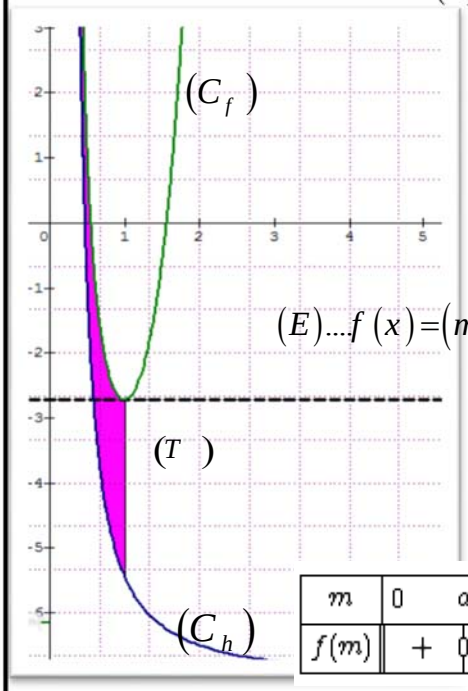
ج*/ نبين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته :

بمان الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ فإن تمثيلها (C_f) يقبل عند كل نقطة فاصلتها من $]0;+\infty[$ مماسا

$(T):y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ، $f'(1)=0;f(1)=-e$

ومنه: $(T):y=-e$

4) أ*/ رسم (T) و (C_f) :



ب*/إيجاد قيم m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين:

لدينا m وسيط حقيقي حيث $m>0$

$(E)\ldots f(x)=(m^2-2m+2)e^m+h(m)$

المعادلة (E) تكـــافئ $f(x)=f(m)$

إشارة $f(m)$ **:**

m	0		α		1		$+\infty$
$f(m)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

من أجـــل $m=1$ المعادلة (E) تقبل حلا مضاعفا .

ومنـــه: المعادلة (E) تقبل حلين متمايزين لما $m\in]0;1[\cup]1;+\infty[$

5) أ*/ نبين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$$\int_1^x[f(t)-h(t)]dt=(x^2-4x+6)e^x-3e$$

لدينا: $\int_1^x[f(t)-h(t)]dt=\int_1^x(t^2-2t+2)e^t\,dt$

الدالة: $t\to(t^2-2t+2)e^t$ مستمرة على $]0;+\infty[$ فهي تقبل دوالا أصلية على $]0;+\infty[$.

$$\left[(t^2-4t+6)e^t-3e\right]'=(t^2-2t+2)e^t$$

$$\int_1^x(t^2-2t+2)e^t dt=\int_1^x\left[(t^2-4t+6)e^t-3e\right]' dt$$

$$=(x^2-4x+6)e^x-3e$$

3as.ency-education.com

ب*/استنتاج $A(\lambda)$ **مساحة الحيز المستوي المحدد بـ** (C_h) و (C_f) **و المستقيمين اللذين معادلتاهما** $x=\lambda$ و $x=1$ (مقدرة بوحدة المساحة) حيث $\lambda \in]0;1[$:

$$A(\lambda)=\int_{1}^{\lambda}[f(t)-h(t)]dt=-\int_{\lambda}^{1}[f(t)-h(t)]dt$$

$$A(\lambda)=-\left[(\lambda^2-4\lambda+6)e^{\lambda}-3e\right]$$

$$=\left(3e-(\lambda^2-4\lambda+6)e^{\lambda}\right)ua$$

/* حساب $\lim\limits_{\lambda \to 0} A(\lambda)$:

$$\lim_{\lambda \to 0} A(\lambda)=\lim_{\lambda \to 0}\left[3e-(\lambda^2-4\lambda+6)e^{\lambda}\right]=3e$$

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (04 نقاط)

$A(3;1;0)$ ، $B(1;2;0)$ ، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$

1) أ*/ حساب $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$: $\overrightarrow{BA}(2;-1;0)$ ، $\overrightarrow{BC}(2;0;1)$

لدينا : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2(2)+0(-1)+1(0)=4$

/* استنتاج القيمتين المضبوطتين لـ $Cos\widehat{ABC}$ و $Sin\widehat{ABC}$: لدينا $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\|\overrightarrow{BA}\|\cdot\|\overrightarrow{BC}\|Cos\widehat{ABC}$

ومنه: $Cos\widehat{ABC}=\dfrac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BA}\|\cdot\|\overrightarrow{BC}\|}=\dfrac{4}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\dfrac{4}{5}$

لدينا: $\sin\widehat{ABC}^2=1-Cos\widehat{ABC}^2$

ومنه $\sin\widehat{ABC}=\dfrac{3}{5}$ أو $\sin\widehat{ABC}=-\dfrac{3}{5}$

ب*/ حساب مساحة المثلث ABC **ولتكن** S_{ABC} :

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}BA\times BC\times\sin\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{2}ua$$

ج*/ نبين أن $\vec{n}(1;2;-2)$ **شعاع ناظمي للمستوي** (ABC) :

بما أن $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=1(2)+2(0)-2(1)=0$ وكذلك

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA}=1(2)+2(-1)-2(0)=0$

فإن $\vec{n}(1;2;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)

/* استنتاج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) **:**

لدينا $(ABC): x+2y-2z+d=0$

$A\in(ABC)$ تكافئ $3+2+d=0$ تكافئ $d=-5$

ومنه: $(ABC): x+2y-2z-5=0$

د*/ تبيان أن $ABCD$ **رباعي وجوه:**

نبين أن النقطة D لا تنتمي الى المستوي (ABC)

لدينا $0+2(0)-2m-5=0$ أي $m=-\dfrac{5}{2}$ إذن: $D\notin(ABC)$

لأن m عدد حقيقي موجب ومنه: $ABCD$ رباعي وجوه

/* نبين أن حجم رباعي الوجوه $ABCD$ **هو** $V=\dfrac{2m+5}{6}uv$

لدينا $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}\times h$ ، $h=d(D,(ABC))$ هو الارتفاع

$$d(D;(ABC))=\frac{|-2m-5|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{2m+5}{3}$$

ومنه $V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{2m+5}{3}=\dfrac{2m+5}{6}uv$

2) أ*/ نبين أن (Q) **هو المستوي المحوري لقطعة المستقيم** $[AB]$ **معادلته الديكارتية** $-2x+y=\dfrac{-5}{2}$: **هناك عدة طرق منها**

***إحداثيات** $I(2;\frac{3}{2};0)$ منتصف $[AB]$ تحقق التمثيل الوسيطي لـ (Q) والشعاع $\overrightarrow{AB}(2,-1,0)$ عمودي على شعاعي توجيهه $\vec{u}'(1;2;0)$ و $\vec{u}(-2;-4;-5)$ ومنه (Q) مستوي محوري لـ $[AB]$

/*تعيين معادلة (Q) : لدينا

$$(Q):\begin{cases}x=2-2\alpha+\beta....(1)\\ y=\frac{3}{2}-4\alpha+2\beta....(2)\\ z=-5\alpha....(3)\end{cases};(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$$

من (1) نجد: $z=-5\alpha$ يكافئ $\alpha=\dfrac{z}{-5}$ بالتعويض في (1) نجد: $x=2-2\left(\dfrac{z}{-5}\right)+\beta$

ومنه: $\beta=x-2-\dfrac{2z}{5}$ نعوض قيمة α و β في (2) نجد:

$$-2x+y=\frac{-5}{2}: \text{ ومنه } y=\frac{3}{2}-4\left(\frac{z}{-5}\right)+2\left(x-2-\frac{2z}{5}\right)$$

ومنه معادلة (Q) هي: $-4x+2y+5=0$

/*بطريقة آخرى: (Q) يشمل $I\left(2;\frac{3}{2};0\right)$ منتصف $[AB]$

و $\overrightarrow{AB}(-2;1;0)$ شعاع ناظمي له والتمثيل الوسيطي يحقق

ومنه المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$: $(Q):-2x+y=\dfrac{-5}{2}$

ب*/استنتاج ان المستويين (ABC) و (Q) **متعامدان و هما متقاطعان وفق مستقيم** (Δ) **يطلب تعيين تمثيله الوسيطي:**

بما أن $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=1.(-2)+2.(1)+0.(-2)=0$ فإن (Q) و (ABC) متعامدان فهما متقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

/*تعيين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) :

$$\begin{cases}x+2y-2z-5=0....(1)\\ -4x+2y+5=0.....(2)\end{cases}$$ بطرح (2) من (1) نجد:

3as.ency-education.com

$5x-2z-10=0$ نضع $z=t$ (t وسيط حقيقي) نجد

$(\Delta):\begin{cases}x=\frac{2}{5}t+2\\ y=\frac{4}{5}t+\frac{3}{2};t\in\mathbb{R}\\ z=t\end{cases}$ إذن: $x=\frac{2}{5}t+2$ و $y=\frac{4}{5}t+\frac{3}{2}$

ج*/ حساب $d\left(D;(Q)\right)$ **ثم استنتاج بدلالة** m **المسافة بين** D **و** (Δ) **:**

$d\left(D;(Q)\right)=\frac{|-4(0)+2(0)+5|}{\sqrt{16+4}}=\frac{5}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

بمأن (Q) و (ABC) متعامدان فإن حسب مبرهنة فيثاغورس

$d\left(D;(\Delta)\right)^2=d\left(D;(Q)\right)^2+d\left(D;(ABC)\right)^2$

ومنه: $d\left(D;(\Delta)\right)=\sqrt{\frac{5}{4}+\left(\frac{2m+5}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{16m^2+80m+145}}{6}$

3)أ*/تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي m **-** (S_m) **سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها:**

لدينا: $x^2+y^2+z^2-2m\ z+m^2-9=0$

ومنه : $x^2+y^2+(z-m)^2=9$ إذن: (S_m) سطح كرة مركزها النقطة $D(0;0;m)$ و نصف قطرها $r=3$.

ب*/تعيين m **حتى يكون المستوي** (ABC) **مماسا لسطح الكرة** (S_m) **:**

(ABC) مماس لسطح الكرة (S_m) يعني $d\left(D;(ABC)\right)=3$ أي أن: $\frac{2m+5}{3}=3$ ومنه : $m=2$

4) معادلة المستوي (P) **الموازي تماما للمستوي** (ABC) **ويمس** (S_m) **:** لدينا: $(P):x+2y-2z+d=0$

المستوي (P) مماس لـ (S_m) يعني :

$d\left(D;(P)\right)=\frac{|-4+d|}{3}=3$ أي $|-4+d|=9$

ومنه : $d=13$ أو $d=-5$ هو المستوي (ABC)

إذن : $(p):x+2y-2z+13=0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1)أ*/إثبات أن : $y\equiv 4[11]$ ، $(E)\ldots 11x-5y=2$

$11x-5y=2$ يكافئ $5y=11x+2$ ومنه $5y\equiv -2[11]$ أي $5y\equiv 20[11]$ أي $y\equiv 4[11]$ ومنه :

ب*/استنتاج حلول المعادلة (E) :

$y\equiv 4[11]$ معناه $y=11k+4$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ،نعوض قيمة y في المعادلة (E) نجد : $x=5k+2$

ومنه: $S=\{(11k+4;5k+5)/k\in\mathbb{Z}\}$

2)أ*/تعيين القيم الممكنة لـ $d=PGCD(a;b)$ **:**

$n\in\mathbb{N}^*$ ، $b=11n+4$ و $a=5n+2$

$11a-5b=11(5n+2)-5(11n+4)=55n+22-55n-20=2$

ومنه : $d/2$ إذن : $d\in D_2=\{1;2\}$.

ب*/تعيين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون:** $PGCD(a;b)=2$

لدينا : $PGCD(a;b)=2$ معناه 2 يقسم a و 2 يقسم b معناه 2 يقسم $b-2a$

أي 2 يقسم $11n+4-2(5n+2)$ وبالتالي 2 يقسم n .

ومنه n عدد زوجي يكتب من الشكل : $n=2\alpha\ /\ \alpha\in\mathbb{N}^*$

ج*/ استنتاج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون العددان** a **و** b **أوليان فيما بينهما:** من السؤال السابق

من أجل $PGCD(a;b)=2$ قيم n : $n=2\alpha\ /\ \alpha\in\mathbb{N}^*$

ومنه : قيم n حيث $PGCD(a;b)=1$ هي : $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

3) أ*/نبين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

$A=5n^2+7n+2$ و $B=11n^2+15n+4$ ، $n\in\mathbb{N}$

$A=(n+1)(5n+2)=a(n+1)$ ، $B=(n+1)(11n+4)=b(n+1)$

ومنه : $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

ب*/ استنتاج حسب قيم n **القاسم المشترك الأكبر للعددين** A و B :

$PGCD(A;B)=PGCD(a(n+1);b(n+1))=(n+1)PGCD(a;b)$

ومنه نميز حالتين :

الحالة 1: إذا كان $PGCD(a;b)=2$ معناه $n=2\alpha/\alpha\in\mathbb{N}^*$

نجد : $PGCD(A;B)=(2\alpha+1)2=4\alpha+2$

الحالة 2: إذا كان $PGCD(a;b)=1$ معناه $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

نجد : $PGCD(A;B)=(2\alpha+1+1)1=2\alpha+2$

التمرين الثالث (05 نقاط)

1)تعيين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث :

$\begin{cases}2z_1+iz_2=1+i\sqrt{3}\ldots(1)\\ (\sqrt{3}+2i)z_1-z_2=(1-\sqrt{3})i\ldots(2)\end{cases}$ نضرب طرفي المعادلة

$\begin{cases}-2iz_1+z_2=-i+\sqrt{3}\ldots\ldots(1')\\ \sqrt{3}z_1+2iz_1-z_2=i-i\sqrt{3}\ldots(2)\end{cases}$ الأولى في(i -)نجد

بجمع (1') و (2): $\sqrt{3}z_1=\sqrt{3}(1-i)$ ومنه $z_1=1-i$

بالتعويض في (1') نجد : $z_2=2+\sqrt{3}+i$

2)أ*/كتابة z_A **على الشكل الأسي :** $z_A=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

ب*/نبين أن : $\frac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$:

$\frac{z_B}{z_A}=\frac{2+\sqrt{3}+i}{1-i}=\frac{(2+\sqrt{3}+i)(1+i)}{2}=\frac{(1+\sqrt{3})+\sqrt{3}(1+\sqrt{3})i}{2}$

ومنه: $\frac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})\frac{(1+\sqrt{3}i)}{2}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$

3as.ency-education.com

*/استنتاج الشكل الأسي للعدد z_B :

$$z_B = z_A(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}} = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$$

ومنه : $z_B = \sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{12}}$

ج*/تعيين قيم للعدد الطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي إلى المنصف الأول إن وجدت :

$\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n = (1+\sqrt{3})^n e^{i\frac{n\pi}{3}}$: لدينا $\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n = \frac{\pi}{4}+k\pi$ معناه

أي : $\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n \equiv \frac{n\pi}{3}[2\pi]$ ومنه : $\frac{n\pi}{3} = \frac{\pi}{4}+k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$

أي $4n-12k=3$ ، $PGCD(12;4)=4$ لا تقسم 3 ومنه المعادلة لا تقبل حلول اذن لايوجد قيم لـ n تحقق المطلوب .

3) أ*/إيجاد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-\pi}{6}$

عبارة الدوران r من الشكل : $z' = e^{-i\frac{\pi}{6}}z$

$$z_{B'} = e^{-i\frac{\pi}{6}}z_B = e^{-i\frac{\pi}{6}}\sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{12}} = \sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{-i\frac{\pi}{12}}$$

$$z_{B'} = \sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{-i\frac{\pi}{12}} = \overline{z_B} = 2+\sqrt{3}-i$$

ب*/حساب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BB']$ لدينا:

$$R = \frac{BB'}{2} = \frac{|z_{B'}-z_B|}{2} = \frac{|-2i|}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ ، } S = \pi R^2$$

ومنه : $s = \pi\ u.a$

ج*/ تعيين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث:

$\arg\left[(z-z_B)^2\right] = \arg(z_B) - \arg(z_{B'})$ أي أن

$\arg(z-z_B) = \frac{\pi}{12}+k\pi$ ومنه $2\arg(z-z_B) = \frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{12}+2k\pi$

تفسيرها : $\left(\vec{u};\overrightarrow{BM}\right) = \frac{\pi}{12}+k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z}$

ومنه مجموعة النقط هي المستقيم (OB) ماعدا النقطة B .

د*/تعيين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيل:

$$\left(\overrightarrow{B'B};\overrightarrow{B'A}\right) = \arg\left(\frac{z_A-z_{B'}}{z_B-z_{B'}}\right) = \arg(z_A-z_{B'}) - \arg(z_B-z_{B'})$$

$$\left(\overrightarrow{B'B};\overrightarrow{B'A}\right) = \arg(1-i-2-\sqrt{3}+i) - \arg(2i) = \pi - \frac{\pi}{2}+2k\pi$$

ومنه نجد : $\left(\overrightarrow{B'B};\overrightarrow{B'A}\right) = \frac{\pi}{2}+2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z}$

يكفي أن نبين : $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AC}$ معناه : $\begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 1 \end{cases}$ ومنه $z_C = 1+i$

بطريقة اخرى :لدينا $z_{B'} = \overline{z_B}$ معناه B و B' متناظرتان بالنسبة لمحور الفواصل ولدينا : $B'(2+\sqrt{3};-1)$ و $A(1;-1)$

أي : AB' لهما نفس الترتيب معناه ينتميان إلى المستقيم معادلته $y=-1$ موازي لمحور الفواصل ومنه نجد :

$z_C = \overline{z_A} = 1+i$.

*/ إيجاد z_I لاحقة مركز ثقل المستطيل $AB'BC$

$z_I = \frac{z_A+z_B+z_{B'}+z_C}{4}$ ومنه $z_I = \frac{1-i+4+2\sqrt{3}+1+i}{4} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

4)أ*/تعيين العبارة المركبة للتشابه المباشر S حيث يكون f تشابه مباشر مركزه O ونسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{3}$: $f = ros$

S تشابه مباشر مركزه O ونسبته k وزاويته θ أي ros

تشابه مباشر مركزه O ونسبته k وزاويته $\theta-\frac{\pi}{6}$

ومنه : $k=2$ و $\theta-\frac{\pi}{6} \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ أي $\theta \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

ومنه عبارة التشابه S هي : $z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ ونكتب $z' = 2iz$

ب*/إيجاد مساحة صورة الدائرة (γ) بالتشابه المباشر S :

مساحة صورة الدائرة (γ) هي S' حيث : $s' = k^2 s = 4\pi\ ua$.

5) أ*/ إذا كان $S(M)=M'$ ،إيجاد طبيعة المثلث OMM' :

$z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ ومنه : $\frac{z'}{z} = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $\arg\frac{z'}{z} = \frac{\pi}{2}+2k\pi$

معناه $\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right) = \frac{\pi}{2}+2k\pi$ و $\left|\frac{z'}{z}\right| = 2$ أي $|z'| = 2|z|$

ومنه :المثلث OMM' قائم في O معناه $\left\|\overrightarrow{OM'}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{OM}\right\|$

ب*/تعيين مجموعة النقط M من المستوى التي يكون من أجلها : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM'}=0$: $\overrightarrow{AM}(z-z_A)$ ، $\overrightarrow{AM}(x-1;y+1)$

و $\overrightarrow{AM'}(z'-z_A)$ أي $\overrightarrow{AM'}(2iz-z_A)$ ومنه $\overrightarrow{AM'}(-2y-1;2x+1)$

معناه $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM'}=0$ $(x-1)(-2y-1)+(y+1)(2x+1)=0$

معناه $x+3y+2=0$

مجموعة النقط المطلوبة هي مستقيم معادلته $x+3y+2=0$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

1)أ*/التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = -x+e+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$$

$$f(x) = x-e+\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right) = x-e+\ln\left(\frac{e^{2(x-e)}+2}{e^{2(x-e)}}\right)$$

$$= x-e+\ln\left(e^{2(x-e)}+2\right)-\ln\left(e^{2(x-e)}\right) = -x+e+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$$

ب */ حساب النهايات $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ج*/ دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{1-2e^{-2(x-e)}}{1+2e^{-2(x-e)}}$

3as.ency-education.com

$f'(x)=0$ معناه $1-2e^{-2(x-e)}=0$ معناه $x=e+\ln\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$e+\ln\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

الدالة f متزايدة تماما على $\left[e+\ln\sqrt{2};+\infty\right[$

الدالة f متناقصة تماما على $\left]-\infty;e+\ln\sqrt{2}\right]$

تشكيل جدول تغيراتها :

x	$-\infty$	$In2/2+e$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$3In2/2+e$	↗ $+\infty$

2) أ*/ نبين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما: $y=x-e$ و $y=-x+\ln 2+e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ **على الترتيب**: بما أن

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-e)\right]=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)=\ln 1=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+e+\ln 2)\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)-\ln 2\right]=0$$

فإن: (D) مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

و (D') مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

ب*/ دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (D) و (D')

لدينا: $f(x)-(x-e)=\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

$1+2e^{-2(x-e)}\succ 1$ معناه $\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)\succ \ln 1=0$

ومنه: $f(x)-(x-e)\succ 0$ إذن (C_f) يقع فوق م.م (D)

لدينا: $f(x)-(-x+e+\ln 2)=\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)-\ln 2$

$2+e^{2(x-e)}\succ 2$ معناه $\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)\succ \ln 2$ ومنه:

$f(x)-(-x+e+\ln 2)\succ 0$ إذن (C_f) يقع فوق م.م (D')

من أجل كل عدد حقيقي x

ج*/ نبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f):

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\left(2\left(\frac{\ln 2}{2}+e\right)-x\right)$ من $\mathbb{R}$، لدينا

$$f\left(2\left(\frac{\ln 2}{2}+e\right)-x\right)=f(\ln 2+2e-x)$$

$$=-x+e+\ln(2+e^{2(x-e)})=f(x)$$

ومنه: $(\Delta):x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

3) رسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f):

4) أ*/ نبين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\;;\frac{\ln 2}{2}\right)$: $(D_m):y=mx-m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$

حيث m وسيط حقيقي.

$y=mx-m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$ معناه

$m\left(x-e-\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}-y=0$ معناه

$x-e-\frac{\ln 2}{2}=0$ و $\frac{\ln 2}{2}-y=0$ ومنه: جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\;;\frac{\ln 2}{2}\right)$

ب*/ مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) :

المستقيم (D_m) يدور حول النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\;;\frac{\ln 2}{2}\right)$

إذا كان $m=1$ فإن (D_m) هو (D) لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m=-1$ فإن (D_m) هو (D') لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m=0$ فإن (D_m) هو $(D_0):y=\ln\sqrt{2}$ لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m\in]-1;1[$ فإنه لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m\in]-\infty;-1[$ فإنه توجد نقطة تقاطع واحدة

إذا كان $m\in]1;+\infty[$ فإنه توجد نقطة تقاطع واحدة

5) أ*/ التفسير الهندسي العدد I : هومساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (D) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\ln\sqrt{3}+e$ ، $x=\ln\sqrt{2}+e$

حساب العدد I_1 : $I_1=\int_0^1\ln(1+X)\,dX$ بالمكاملة بالتجزئة

بوضع: $u(X)=\ln(1+X)$ ، $u'(X)=\frac{1}{1+X}$

$v'(X)=1$ ، $v(X)=X$

$$I_1=\left[X\ln(1+X)\right]_0^1-\int_0^1\frac{X+1-1}{X+1}dX$$

$$=\left[X\ln(1+X)\right]_0^1-\int_0^1 1dX+\int_0^1\frac{1}{X+1}dX$$

$$=\left[X\ln(1+X)-X+\ln(1+X)\right]_0^1=\ln 4-1$$

ب*/ نبين أن $I_n=\int_0^1\ln(1+X^n)dX$ لدينا: $0\le I_n\le\ln 2$

$0\le X\le 1$ معناه $1\le X^n+1\le 2$ معناه $0\le\ln(X^n+1)\le\ln 2$

ومنه: $0\le\int_0^1\ln(X^n+1)dX\le\int_0^1\ln 2\,dX$ اذن $0\le I_n\le\ln 2$

ج*/تعيين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتاج أنها متقاربة:

بضرب أطراف المتباينة (1) في X^n نجد $\begin{cases}0\le X\le 1\ldots(1)\\0\le X^n\le 1\end{cases}$

3as.ency-education.com

$0 \le X^{n+1} \le X^n$ أي $0 \le X^{n+1} + 1 \le X^n + 1$

$0 \le \ln\left(X^{n+1}+1\right) \le \ln\left(X^n+1\right)$، $n \in \mathbb{N}^*$ أي أن

$0 \le \int_0^1 \ln\left(X^{n+1}+1\right)dX \le \int_0^1 \ln\left(X^n+1\right)dX$ نستنتج أن

$0 \le I_{n+1} \le I_n$ ومنه: المتتالية (I_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$

بما ان (I_n) محدودة من الاسفل بالصفر $(0 \le I_n \le \ln 2)$

ومتناقصة تماما فإنها متقاربة نحو الصفر

ج*/تعيين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتاج أنها متقاربة:

$\begin{cases} 0 \le X \le 1 \ldots (1) \\ 0 \le X^n \le 1 \end{cases}$ بضرب أطراف المتباينة (1) في X^n نجد

$0 \le X^{n+1} \le X^n$ أي $0 \le X^{n+1} + 1 \le X^n + 1$

$0 \le \ln\left(X^{n+1}+1\right) \le \ln\left(X^n+1\right)$، $n \in \mathbb{N}^*$ أي أن

$0 \le \int_0^1 \ln\left(X^{n+1}+1\right)dX \le \int_0^1 \ln\left(X^n+1\right)dX$ نستنتج أن

$0 \le I_{n+1} \le I_n$ ومنه: المتتالية (I_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$

بما ان (I_n) محدودة من الاسفل بالصفر $(0 \le I_n \le \ln 2)$

ومتناقصة تماما فإنها متقاربة نحو الصفر

6) باستعمال: $\ln(1+X) \le X$ ، من اجل كل $X \in]0;+\infty[$

أ*/ استنتاج أن : $0 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + \ln 4$

$\ln(1+X) \le X$ ، من اجل كل $X \in]0;+\infty[$

لدينا: $1+2e^{-2(x-e)} \succ 0$ بوضع: $X = 1+2e^{-2(x-e)}$ نجد:

$0 \le \ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right) \le 2e^{-2(x-e)}$ وبالتالي

$0 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)dx \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx$

ومنه: $0 \le -1+\ln 4 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + \ln 4$

اذن: $0 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + \ln 4$

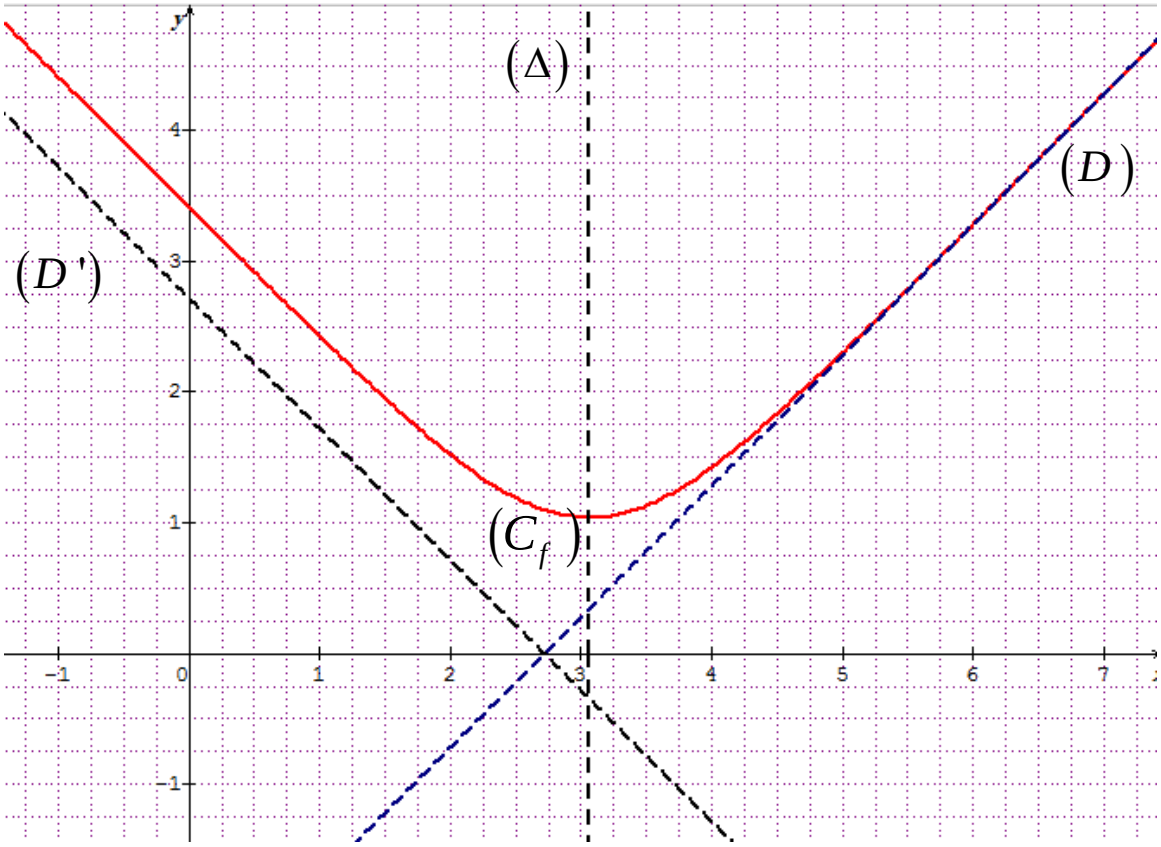
ب*/ اعطاء حصرا للعدد $I + I_1$:

$0 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + \ln 4$

$\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx = -\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} -2e^{-2(x-e)}dx = -\left[e^{-2(x-e)}\right]_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} = \frac{1}{6}$

ومنه: $0 \le I + I_1 \le \frac{1}{6} - 1 + \ln 4$ و $0 \le I + I_1 \le \frac{-5}{6} + \ln 4$

3) رسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f) :



3as.ency-education.com

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت — ثانوية: ابن خلدون – الحيون

المستوى: 3 ت ر — يوم 15 – 05 – 2017 — المدة: 4 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاول

التمرين الأول(04):

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;0;1)$، $B(2;-1;1)$ و $C(0;1;1)$

1. تحقق ان النقط A، B و C لاتعين مستويا وحيدا
2. (P_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $mx-y+(2-m)z+m+4=0$، m عدد حقيقي)
   ا) بين ان (P_m) مستوي من اجل كل عدد حقيقي m
   ب) بين ان جميع المستويات (P_m) تتقاطع في نفس المستقيم(Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له
3. ا) احسب احداثيات النقطة Hالمعرفة بـ $2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+e.\overrightarrow{HC}=\vec{0}$: $(e$ اساس اللوغارتم النيبيري)
   ب) احسب المسافة بين النقطةH والمستقيم (Δ)
4. ا) اوجد(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$من الفضاء التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e.\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{5}.(1+e)$
   ب) اوجد المستويات (P_m)التي تمس المجموعة (S)

التمرين الثاني(05):

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول : $(I)\ldots..\ z^2-2\sqrt{3}z+4=0$
   - اكتب الحلول على الشكل المثلثي
2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقط ،و التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2i$، $z_B=\sqrt{3}+i$، $z_C=\overline{z_B}$ وليكن العدد المركب L حيث : $L=\frac{(1-i)z_B}{z_C}$
   ا) اكتب العدد L على الشكل الاسي ثم احسب L^{2016}
   ب) عين قيم العدد الطبيعيn حتى يكون العدد L^nتخيلي صرف
3. ا) بين انه يوجد دوران r مركزه B ويحولA الى C ، يطلب تعيين زاويته .
   ب) استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته
4. ا) عين(E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد$\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$ حقيقي موجب
   ب) عين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $iz=-1+i\sqrt{3}+2ie^{i\theta}$ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$

التمرين الثالث(04):

1. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-x\ln x$. ادرس تغيرات الدالة f
2. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\frac{e^n}{n^n}$
   احسب الحدود : u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرها ونهايتها

3as.ency-education.com

3. (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $v_n = \ln(u_n)$

ا) اثبت ان : $v_n = n - n\ln(n)$

ب) باستعمال الدالة f ، ادرس اتجاه تغير (v_n) ثم استنتج ان (u_n) متناقصة

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $0 < u_n \leq e$

د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

التمرين الرابع(07):

الجزء 1 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث الوحدة 2cm على محور الفواصل و 5cm على محور التراتيب

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا
2. ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1+e^{-x})$

ب) احسب نهاية f عند $+\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

3. نعتبر على المجال $]-1;+\infty[$ الدالة g المعرفة بـ : $g(t) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

ب) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(t)$ من اجل t موجب تماما

4. ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

ب) استنتج ان f متناقصة تماما على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج) انشئ (C_f)

الجزء 2 :

نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

1. تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي t : $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$
2. باستعمال التكامل بالتجزئة بين ان : $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) - f(x) + 2\ln 2$
3. استنتج مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = \ln 4$ ، $x = 0$

3as.ency-education.com

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت — ثانوية: ابن خلدون – العيون

المستوى: 3 ت ر — يوم 15 – 05 – 2017 — المدة: 4 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول(3.5):

نعتبر المعادلة $(E): 3x - 8y = 5$ حيث x و y صحيحان نسبيان

1) اثبت ان حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x = 8k - 1$، $y = 3k - 1$ و $k \in \mathbb{Z}$

2) ا) لتكن n، x و y ثلاثة اعداد صحيحة تحقق $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$ اثبت ان $(x;y)$ حل للمعادلة (E)

ب) نعتبر الجملة (S) $\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$ حيث n عدد صحيح . اثبت ان n حل للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $n \equiv 23[24]$

3) تأكد ان 2015 حل للجملة (S) ثم استنتج ان $2015^{1436} - 1$ يقبل القسمة على 24

التمرين الثاني(4.5):

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس نعتبر النقط $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ و $D(2;-2;-3)$

$E(1;-1;2)$، $F(1;-1;1)$ والمستقيم (Δ) معرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $t \in]0;+\infty[$; $\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ y = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1 + \ln(e^2 t) \end{cases}$

1. ا) بين ان النقط A، B، C تعين مستويا (ABC)

ب) تحقق ان الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية له

2. ا) اوجد $\vec{u}$ احد اشعة توجيه المستقيم واحداثيات نقطة منه (Δ)

ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم (Δ) اوجد EM^2 بدلالة t

ج) اوجد اصغر قيمة EM^2 ثم استنتج المسافة بين النقطة E والمستقيم (Δ) و استنتج احداثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (Δ)

د) اكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E ويمس المستقيم (Δ)

3. ا) بين ان المثلث ABC قائم في A واحسب مساحته

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

التمرين الثالث(05):

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z) = z^4 + 8 - 8\sqrt{3}i$

1. ا) احسب العدد المركب $(\sqrt{3} + i)^2$ ثم استنتج في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ حلول المعادلتين : $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$ و $z^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$

ب) تحقق انه من اجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z^2 + 2 + 2\sqrt{3}i)(z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i)$

3as.ency-education.com

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C و D ذات اللاحقات $z_A = \sqrt{3} + i$، $z_B = -1 + \sqrt{3}i$، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$ على الترتيب

ا) اكتب الاعداد المركبة A، B، C و D على الشكل الاسي .

ب) علم النقط A، B، C و D ثم بين انها تنتمي الى الدائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها

ج) بين ان : $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D} = i$ ثم اعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}$ واستنتج طبيعة المثلث ABD

3. نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = e^{i\frac{\pi}{2}}z$

ا) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة

ب) تحقق ان $T(A) = B$، $T(B) = C$ و $T(C) = D$

ج) بين انه من اجل كل عدد مركب z : $P(z') = P(z)$

د) احسب $P(z_A)$ ثم استنتج مرة اخرى حلول المعادلة $P(z) = 0$

التمرين الرابع(07):

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - \ln x^2 + 1) & ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$

I. .

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا

3. ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث $\alpha \geq 0$: $f(\alpha) = 0$ ، ثم تحقق ان : $4.6 < \alpha < 4.7$

5. اكتب معادلة للمستقيم (D) المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة 1

II. g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

1. احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g' واستنتج اشارتها على المجال $]0;+\infty[$

2. حدد اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

3. انشئ (D) و (C_f)

III. .

1. من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$

- احسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة

2. استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (D) والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين : $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

3as.ency-education.com

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الاول ثالثة تقني رياضي

عبـــد الله علي

التصحيـــح المفصل	التنقيط
التمرين 01 :	
1. التحقق ان النقط A، B و C لاتعين مستويا وحيدا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$	
بما ان : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}$ فان الشعاعين $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا	0.5
وبالتالي النقط A، B و C على استقامة واحدة ومنه النقط A، B و C تعين ملا نهاية من المستويات وهي حزمة المستويات المتقاطعة وفق المستقيم المار بالنقط الثلاث	
2. $P(m)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق :	
$mx-y+(2-m)z+m+4=0$ ، m عدد حقيقي	
ا) نبين ان $P(m)$ مستوي من اجل كل عدد حقيقي m :	0.5
لدينا من اجل كل m من $\mathbb{R}$ الثلاثية	
$(m;-1;2-m)\neq(0;0;0)$ ومنه $P(m)$ مستوي من اجل كل عدد حقيقي m	
ب) نبين ان جميع المستويات $P(m)$ تتقاطع في نفس المستقيم (Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له :	0.75
$mx-y+(2-m)z+m+4=0$ يكافئ	
$(-y+2z+4)+m(x-z+1)=0$	
$(-y+2z+4)=0$ و $(x-z+1)=0$ يكافئ	
منه (Δ) معرف بالجملة : $\begin{cases}x-z+1=0\\-y+2z+4=0\end{cases}$ اي ان	
$\begin{cases}x=-1+z\\y=4+2z\end{cases}$ بوضع $z=t$ ، t عدد حقيقي	
ومنه التمثيل الوسيطي لـ(Δ) هو : $\begin{cases}x=-1+t\\y=4+2t\\z=t\end{cases}$; $t\epsilon\mathbb{R}$	
3. ا) حساب احداثيات النقطة H حيث :	
$2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+e\overrightarrow{HC}=\vec{0}$	
بما ان : $2-1+e\neq 0$ فان النقطة H موجودة ووحيدة هي مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-1);(C;e)\}$	0.5
$H=C(0;1;1)$ ومنه $\begin{cases}x_H=\frac{2x_A-x_B+ex_C}{2-1+e}=0\\y_H=\frac{2y_A-y_B+ey_C}{2-1+e}=1\\z_H=\frac{2z_A-z_B+ez_C}{2-1+e}=1\end{cases}$	
ب) المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) : لتكن النقطة H' المسقط العمودي لـ(Δ)، $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيهه ، $\overrightarrow{HH'}\begin{pmatrix}x_{H'}\\y_{H'}-1\\z_{H'}-1\end{pmatrix}$	0.5
معناه $\begin{cases}\overrightarrow{HH'}.\vec{u}=0\\H'\epsilon(\Delta)\end{cases}$	

التصحيـــح المفصل	التنقيط
$\begin{cases}x_{H'}+2y_{H'}+z_{H'}-3=0\\x_{H'}=-1+t\\y_{H'}=4+2t\\z_{H'}=t\end{cases}$; $(t\epsilon\mathbb{R})$ معناه : $t=-\frac{2}{3}$	0.5
ومنه $H'\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};-\frac{2}{3}\right)$	
$d(H;(\Delta))=HH'=\frac{5}{\sqrt{3}}$	
4. ا) ايجاد (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي	
تحقق : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\|=\sqrt{5}(1+e)$	
معناه $\|(2-1+e)\overrightarrow{MH}\|=\sqrt{5}(1+e)$ معناه :	0.5
$\|\overrightarrow{MH}\|=\sqrt{5}$ ومنه (S) سطح كرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\sqrt{5}$	
ب) ايجاد المستويات (P_m) التي تمس المجموعة (S)	
المستويات (P_m) تمس المجموعة (S) معناه :	
$d(H;(P_m))=\sqrt{5}$	
$d(H;(P_m))=\frac{\lvert mx_H-y_H+(2-m)z_H+m+4\rvert}{\sqrt{m^2+1+(2-m)^2}}$	0.75
$=\frac{5}{\sqrt{2m^2-4m+5}}$	
$\sqrt{5}\sqrt{2m^2-4m+5}=5$ معناه : $\frac{5}{\sqrt{2m^2-4m+5}}=\sqrt{5}$	
معناه : $m^2-2m=0$ معناه $m=0$ او $m=2$ ومنه :	
$(P_0):-y+2z+4=0$ او $(P_2):2x-y+6=0$	
التمرين 02 :	
1) نحل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$	
$\Delta=-4$ ومنه $z_1=\sqrt{3}-i$ او $z_2=\sqrt{3}+i$ ومنه	0.5
$S=\{\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i\}$	
كتابة الحلول على الشكل المثلثي :	
$z_1=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ ،	0.5
$z_2=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$	
2) كتابة العدد L على الشكل الاسي ثم حساب L^{2016}	
لدينا : $z_B=2e^{i\frac{\pi}{6}}$، $z_C=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	0.5
ومنه : $1-i=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ ، $L=\frac{\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}$	0.5
$L^{2016}=\sqrt{2}^{2016}e^{i2016\frac{\pi}{12}}=\sqrt{2}^{2016}e^{i168\pi}$	
$L^{2016}=\sqrt{2}^{2016}$	
ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون L^n تخيلي صرف :	
لدينا : $L=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$ ، $L^n=\sqrt{2}^n e^{i\left(n\frac{\pi}{12}\right)}$	0.5
L^n عدد تخيلي صرف معناه $n\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنه	
$k\epsilon\mathbb{N}$ ، $n=12k+6$	

3as.ency-education.com

عبـــد الله علي

1) ا) نبين انه يوجد دوران r مركزه النقطة B ويحول A الى C 0.5

يطلب تعيين زاويته :

ليكن r تحويل عبارته المركبة من الشكل $z' = az + b$ حيث a، b عددان مركبان

لدينا معناه $\begin{cases} r(A) = C \\ r(B) = B \end{cases}$ ومنه : $a = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و

$b = z_B(1 - a) = 2\sqrt{3}$

ومنه : $z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3}$ بما ان : 0.5

$|a| = \left|-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = 1$

فان r هو دوران مركزه B وزاويته $arg(a) = \frac{2\pi}{3}$

ب) استنتاج طبيعة المثلث ABC وحساب مساحته

لدينا : $AB = BC$ و $arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = \frac{2\pi}{3}$ اذن 0.5

المثلث ABC متقايس الاضلاع

لتكن $z_{B'}$ لاحقة منتصف $[AC]$، $z_{B'} = \frac{z_B + z_B}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$

$[BB']$ ارتفاع وعمود ومتوسط ومحور متعلق بـ : $[AC]$ في 0.5

المثلث ABC المتقايس الضلعين مساحته $S = \frac{BB' \times AC}{2}$

$AC = |z_C - z_A| = 2\sqrt{3}$ ، $BB' = |z_{B'} - z_B| = 1$

ومنه : $S = \sqrt{3}ua$

1) ا) تعيين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون

العدد $\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$ حقيقي موجب : لدينا $\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i} = \frac{z-z_C}{z-z_A}$ 0.75

$\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$ حقيقي موجب معناه $arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_A}\right) = 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}$

ومنه $arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_A}\right) = (\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MC}) = 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}$ هي (E_1)

المستقيم (AC) باستثناء القطعة $[AC]$

ب) تعيين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون 0.75

$iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$

لدينا : $iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ اي $iz = i(i + \sqrt{3} + 2e^{i\theta})$

اي ان : $z = \sqrt{3} + i + 2e^{i\theta}$

$z = z_B + 2e^{i\theta}$ ، θ يمسح $\mathbb{R}$ ومنه : (E_2) هي دائرة مركزها

النقطة B ونصف قطرها 2

التمرين 03 :

1) دراسة تغيرات الدالة f 0. 5

$f'(x) = -\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	0	↘	$-\infty$

0.5

احسب الحدود : u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 ثم ضع تخمينا حول اتجاه 0.5

1) $u_2 = \frac{e^2}{4} \approx 1.85$، $u_1 = e \approx 2.71$

$u_4 = \frac{e^4}{256} \approx 0.21$، $u_3 = \frac{e^3}{27} \approx 0.74$، 0.25

$u_5 = \frac{e^5}{3125} \approx 0.05$ ، متناقصة ونهايتها 0 0.25

ا) اثبات ان : $v_n = n - n\ln(n)$

1) ا) $v_n = \ln n = n - n\ln n$ 0.5

ب) ادرس اتجاه تغير (v_n) ثم استنتج ان (u_n) متناقصة:

$v_n = f(n)$ والدالة f متناقصة على المجال $[1; +\infty[$

وبالتالي (v_n) متناقصة وبما ان $u_n = e^{v_n}$ والدالة الاسية 0.5

متزايدة فان اتجاه تغير (u_n) هو اتجاه تغير (v_n) اي (u_n)

متناقصة 0.25

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$0 < u_n \leq e$

بما ان (u_n) متناقصة فان $u_n \leq u_0 = e$ ولدينا

$0 < u_n \leq e$ اي $u_n > 0$ وبالتالي $e^n > 0$ و $n^n > 0$ 0.5

د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

(u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل فهي متقاربة . 0.25

ولدينا $\lim_{n\to+\infty} f(n) = -\infty$ اي

$\lim_{n\to+\infty} \ln u_n = -\infty$ وبالتالي $\lim_{n\to+\infty}(u_n) = 0$ 0.5

التمرين 04 :

الجزء 1 : $f(x) = e^{-x}\ln(1 + e^x)$ ، $D_f = \mathbb{R}$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[\frac{\ln(1+e^x)}{e^x}\right]$ بوضع

$t = e^x$ نجد : $\lim_{t\to0}\left[\frac{\ln(1+t)}{t}\right] = 1$ ومنه 0.25

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 1$ 0.25

بجوار $-\infty$

3) ا) لدينا من اجل كل عدد حقيقي x :

$f(x) = e^{-x}[\ln e^x + \ln(e^{-x} + 1)]$ ومنه

$f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1 + e^{-x})$ 0.5

ب) حساب نهاية f عند $+\infty$ وتفسيرها هندسيا :

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ لان

$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1 + e^{-x})\right] = 0$ 0.25

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 0$ 0.25

بجوار $+\infty$

4) $D_g =]-1; +\infty[$ ، $g(x) = \frac{t}{1+t} - \ln(1 + t)$

ا) دراسة تغيرات الدالة g:

النهايات : $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

من اجل كل عدد حقيقي t من $[0; +\infty[$ ولدينا : 0.25

$g'(x) = \frac{1}{(1+t)^2} - \frac{1}{1+t} = \frac{-t}{(1+t)^2}$

3as.ency-education.com

0.5

تغيرها ونهايتها

نلاحظ انه من اجل كل عدد حقيقي t من $[0;+\infty[$: $g'(x) < 0$

جدول التغيرات :

0.5

t	0	$+\infty$
g'(t)	−	
g(t)	0 ↘	$-\infty$

0.75

من جدول التغيرات نستنتج انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما t ان : $g(t) < 0$

1) ا) حساب $f'(x)$:

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

0.5

$$f'(x) = -e^{-x}\ln(1+e^x) + \frac{e^x}{1+e^x} \times e^{-x}$$

ومنه بعد التبسيط نجد : $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

ب) من اجل كل عدد حقيقي x نضع $t = e^x$ نجد $\frac{g(t)}{t} < 0$ ومنه نجد $\frac{g(e^x)}{e^x} < 0$ اي $f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة على مجموعة تعريفها

جدول التغيرات :

0.5

x	$-\infty$	$+\infty$
f'(x)	−	
f(x)	1 ↘	0

ج) انشاء (C_f) : (انظر في اخر الصفحة)

0.5

الجزء 2 : $\int_0^x f(t)dt$

1) لدينا من اجل كل عدد حقيقي t : $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$

2) حساب التكامل بالتجزئة :

0.75

نضع : $\begin{cases} u(t) = \ln(1+e^t) \\ v'(t) = e^{-t} \end{cases}$ و $\begin{cases} u'(t) = \frac{e^t}{1+e^t} \\ v(t) = -e^{-t} \end{cases}$ ومنه :

$$F(x) = [\ln(1+e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x -e^{-t} \times \frac{e^t}{1+e^t}dt$$

$$F(x) = [\ln(1+e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \frac{1}{1+e^t}dt$$

$$F(x) = [\ln(1+e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \left(1 - \frac{e^t}{1+e^t}\right)dt$$

$$= -f(x) - \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + 2\ln 2$$

0.75

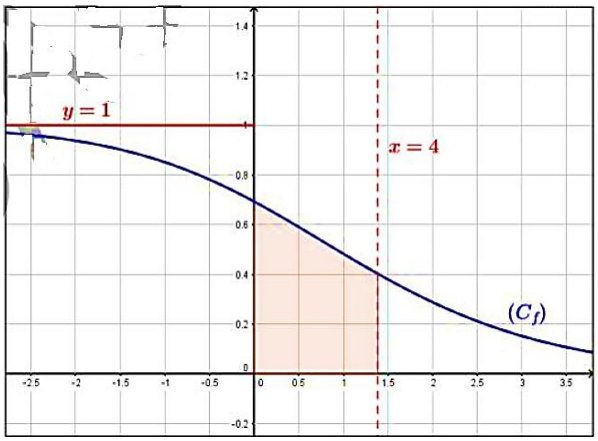
3) حساب المساحة :

$$\int_0^{\ln 4} f(x)dx = \left[-f(x) - \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + 2\ln 2\right]_0^{\ln 4}$$

بعد الحساب نجد :

$$\int_0^{\ln 4} f(x)dx = \frac{-25\ln 5}{2} + 10\ln 2\ cm^2$$

0.5



3as.ency-education.com

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة تقني رياضي

عبـــد اللـــه علي

التصحيح المفصل	التنقيط
التمرين 01 :	
1. اثبت ان حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x=8k-1$ ، $y=3k-1$ و $k\in\mathbb{Z}$	
ومنه : $3(x+1)=8(y+1)$	
3 يقسم الجداء $8(y+1)$ واولي مع فهو يقسم $y+1$	0.5
يعني $y=3k-1$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ وبتعويض في نجد $x=8k-1$	
يستلزم $\begin{cases}n=3x+2\\n=8y+7\end{cases}$ يعني $3x+2=8y+7$	0.5
ومنه $(x;)$ حل للمعادلة (E) $3x-8y=5$	
2. ا) اثبات ان $(x;y)$ حل للمعادلة (E) :	
$\begin{cases}n\equiv 2[3]\\n\equiv 7[8]\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}n=3x+2\\n=8y+7\end{cases}$	0.75
ب) اثبت ان n حل للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $n\equiv 23[24]$	
$(x;y)$ حل للمعادلة (E) حسب السؤال 2 ا) ومنه	
$x=8k-1$ و $y=3k-1$ اذن	
$n=3x+2=24k-1$ يعني : $n\equiv -1[24]$ ومنه	0.75
$n\equiv 23[24]$	
نفرض ان يعني ومنه $\begin{cases}n-2=24k+21\\n-7=24k+16\end{cases}$ ومنه	
$\begin{cases}n\equiv 2[3]\\n\equiv 7[8]\end{cases}$ يعني $\begin{cases}n-2=3(7k+8)\\n-7=8(8k+7)\end{cases}$	0.75
3. ا) تأكد ان 2015 حل للجملة (S):	
لدينا $2015=3\times 671+2$ يعني $2015\equiv 2[3]$ و	0.5
يعني $2015=8\times 251+7$ يعني ان $2015\equiv 7[8]$	
اذن $2015\equiv 23[24]$ اذن $2015^{1436}\equiv(-1)^{1436}[24]$	
اخيرا $2015^{1436}\equiv 1[24]$ $2015^{1436}-1\equiv 0[24]$	0.5
يعني ان $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 24	
التمرين 02 :	
1. ا) اثبات ان النقط A ، B ، C تعين مستويا (ABC) لدينا	0.5
$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\\frac{1}{2}\\-7\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}$:	
بما ان $\frac{3}{4}\neq 8$ فان النقط A ، B ، C	
تعين مستويا	
ب) التحقق ان الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC) نحسب	
$\overrightarrow{AB}.\vec{n}=6-8+2=0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n}=8-7-1=0$	0.5
اذن محققة	

التصحيح المفصل	التنقيط
تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي :	0.5
$2x-2y+z=1$	
1) ا) ايجاد $\vec{u}$ احد اشعة توجيه المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي	
هو $\begin{cases}x=1-\ln(t)\\x=-\ln\left(\frac{e}{t}\right)\\z=-1+\ln(e^2t)\end{cases}$; $t\in]0;+\infty[$ يكافئ	0.75
بوضع $\begin{cases}x=1-\ln(t)\\y=-1+\ln(t)\\z=1+\ln(t)\end{cases}$; $t\in]0;+\infty[$	
نجد $k\in\mathbb{R}$; $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ ومنه $\begin{cases}x=1-k\\y=-1+k\\z=1+k\end{cases}$	
$L(1;-1;1)$ نقطة من (Δ) هي	
ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم (Δ) ايجاد	
EM^2 بدلالة t	
$EM^2=(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2$ ومنه	0.5
اي $EM^2=(\ln(t))^2+(\ln(t))^2+(\ln(t)-1)^2$	
$EM^2=3(\ln(t))^2-2\ln(t)+1$	
ج) ايجاد اصغر قيمة EM^2 نضع $EM^2=f(t)$ وندرس اتجاه	
تغير الدالة f نجد ان $f'(t)=\frac{2(3\ln(t)-1)}{t}$ تنعدم f' عند	0.25
$t=e^{\frac{1}{3}}$ وسالبة على المجال $]0;e^{\frac{1}{3}}[$ ومنه f متناقصة على المجال	
$]0;e^{\frac{1}{3}}[$ ومتزايدة على المجال $]e^{\frac{1}{3}};+\infty[$ اذن اصغر قيمة تصلها	
EM^2 عندما $t=e^{\frac{1}{3}}$ اي $EM^2=\frac{2}{3}$ ومنه المسافة بين النقطة E	
والمستقيم (Δ) هي $\frac{2}{3}$	
د) استنتاج احداثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم	
(Δ) نعوض في التمثيل الوسيطي $t=e^{\frac{1}{3}}$ هي $H\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$	0.25
و) كتابة معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E ويمس	
المستقيم (Δ) هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث	0.5
$x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+\frac{16}{3}=0$ يكافئ	
$(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{2}{3}$	
2) ا) تبيين ان المثلث ABC قائم في A لدينا $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه	0.25
محققة	
حساب مساحة المثلث ABC : $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{87}{4}$	0.5
ب) حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$ نحسب	
$d(D;(ABC))=\frac{4}{3}$ ومنه الحجم	0.5
$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABC}.d=\frac{87}{9}$	

3as.ency-education.com

التمرين 03 :

1. ا) احسب العدد المركب $(\sqrt{3}+i)^2$ — 0.25

$(\sqrt{3}+i)^2 = 2+2\sqrt{3}i$

استنتاج : $z^2 = (\sqrt{3}+i)^2$ معناه : $z^2 = 2+2\sqrt{3}i$ معناه : $z = \sqrt{3}+i$ او $z = -\sqrt{3}-i$ — 0.5

$z^2 = \left(i(\sqrt{3}+i)\right)^2$ معناه : $z^2 = -2-2\sqrt{3}i$

معناه $z = -1+\sqrt{3}i$ او $z = 1-\sqrt{3}i$

$S = \{-\sqrt{3}-i; \sqrt{3}+i; 1-\sqrt{3}i; -1+\sqrt{3}i\}$

ب) التحقق : $P(z) = (z^2+2+2\sqrt{3}i)(z^2-2-2\sqrt{3}i)$ — 0.25

$= z^4+8-8\sqrt{3}i$

2. ا) اكتب الاعداد المركبة A, B, C و D على الشكل الاسي

$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = 2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ ، $z_C = 2e^{i\left(\frac{7\pi}{6}\right)}$ — 0.5

$z_D = 2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ ،

ب) تعليم النقط : — 0.5

$OA = OB = OC = OD = 2$ ونصف قطر الدائرة هو 2 — 0.5

ج) $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D} = i$ و $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D} = \frac{z_A-z_D}{z_A-z_B} = \frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}$ ، — 0.25

التفسير : $AD = AB$ و $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$

فالمثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين — 0.75

3. $T: z' = e^{i\frac{\pi}{2}}z$ — 0.5

ا) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة

T دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب) التحقيق : $T(A) = B$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{\pi}{2}} = z_B$

$T(B) = C$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = z_C$

$T(C) = D$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{7\pi}{6}} = z_D$ — 0.5

ج) $P(z') = P\left(e^{i\frac{\pi}{2}}z\right) = (iz)^4+8-8\sqrt{3}i = P(z)$ — 0.25

د) $P(z_A) = 0$ — 0.25

لدينا : $P(z_A) = P(z_B)$ ومنه $P(z_B) = 0$

$P(z_B) = P(z_C)$ ومنه $P(z_C) = 0$

$P(z_C) = P(z_D)$ ومنه $P(z_D) = 0$ — 0.25

اذا حلول المعادلة $P(z) = 0$ هي :

$S = \{-\sqrt{3}-i; \sqrt{3}+i; 1-\sqrt{3}i; -1+\sqrt{3}i\}$

التمرين 04 :

1. لدينا $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3-\ln x^2+1 \; ; x>0$ و $f(0) = 1$ — 0.25

2. حساب نهاية f عند $+\infty$ — 0.25

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

3. دراسة قابلية اشتقاق f عند 0 — 0.5

من الواضح ان f غير قابلة للاشتقاق عند 0 لانها ليست نعرفة على يسار

لندرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 :

$\lim_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to0} \frac{\frac{1}{2}x^2(3-\ln x^2)+1-1}{x} = 0$

ومنه قابلة للاشتقاق على يمين 0 والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة $(0;1)$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f

حساب المشتق : الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ — 0.5

حيث : $f'(x) = x(3-2\ln x)-x$ ومنه

$f'(x) = 2x(1-\ln x)$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة $(1-\ln x)$ لان $2x>0$

$f'(x) \geq 0$ يكافئ $(1-\ln x) \geq 0$ يكافئ $\ln x \leq 1$

اي $x \leq e$ اي $x \in]0;e]$ اذن :

$f'(x) \geq 0$ يكافئ $x \in]0;e]$ ومنه الدالة f متزايدة تماما

ونستنتج $f'(x) \leq 0$ يكافئ $x \in [e;+\infty[$ ومنه الدالة f متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة f : — 0.5

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	↗	$\frac{1}{2}e^2+1$	↘	$-\infty$
	‖		1		

1) تبيان انه يوجد عدد حقيقي α وحيد حيث : $\alpha \geq 0$ — 0.5

$f(\alpha) = 0$ من جدول التغيرات نجد الدالة f متناقصة تماما على $[e;+\infty[$ ومستمرة على هذا المجال ولدينا :

$f(e) = \frac{1}{2}e^2+1$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ اذن

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[e;+\infty[$ يحقق $f(\alpha) = 0$

التحقق ان : $4.6 \leq \alpha \leq 4.7$ لدينا و $f(4.7) \times f(4.6) < 0$ ومنه $4.6 \leq \alpha \leq 4.7$

2) كتابة معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 :

$(D): y = f'(x)(x-1)+f(1)$ ومنه : — 0.5

$(D): y = 2x+\frac{1}{2}$

ا. لدينا $g(x) = f(x)-2x-\frac{1}{2}$

حساب $g'(x)$ و $g''(x)$:

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث

$g'(x) = f'(x)-2$ اي $g'(x) = 2x(1-\ln x)$ — 0.5

الدالة g' قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث :

$g''(x) = 2(1-\ln x)+2x\left(-\frac{1}{x}\right)$ اي

$g''(x) = -2\ln x$

3as.ency-education.com

دراسة اتجاه تغير g'

$g''(x) \geq 0$ يكافئ $-2\ln x \geq 0$ يكافئ $\ln x \leq 0$ يكافئ $0 < x \leq 1$ اذن الدالة g' متزايدة تماما على $]0;1]$ — 0.5

$g''(x) < 0$ يكافئ $-2\ln x < 0$ يكافئ $\ln x > 0$ يكافئ $x > 1$ اذن الدالة g' متناقصة تماما على $[1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g' : — 0.25

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	$+$	$\parallel$	0	$-$	
$g'(x)$	$\parallel$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

اشارة الدالة g' على المجال $]0;+\infty[$: — 0.25

من جدول التغيرات الدالة g' نجد من اجل كل عدد حقيقي x:

$g'(x) \leq 0$

4. تحديد اتجاه تغير الدالة g : — 0.25

لدينا من السؤال 1 . $g'(x) \leq 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g : — 0.5

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$\parallel$	0	$-$	
$g(x)$	$\parallel$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

من جدول تغيرات الدالة g نجد: $g(x) \geq 0$ من اجل $x\epsilon]0;1]$ ،

$g(x) \leq 0$ من اجل $x\epsilon[1;+\infty[$

استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة الى يعود الى (D) دراسة اشارة الفرق $f(x) - 2x - \frac{1}{2}$ اي اشارة $g(x)$

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	$\parallel$	$+$	0	$-$	
الوضعية	$\parallel$	(D) فوق (C_f)		(D) تحت (C_f)	

— 0.5

5. انشاء (C_f) و (D) : — 0.5

6. 1) حساب بدلالة باستعمال المكاملة بالتجزئة : — 0.75

لدينا : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$

نضع : $\begin{cases} u'(x) = x^2 \\ v(x) = \ln x \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} u(x) = \frac{x^3}{3} \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$

اذن : $I_n = \left[\frac{x^3}{3} \ln x\right]_{\frac{1}{n}}^{1} - \int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{x^3}{3} \times \frac{1}{x} dx$

ومنه بعد التبسيط نجد : $I_n = \frac{1}{3n^3}\left(\frac{1}{3} + \ln n\right) - \frac{1}{9}$

2) استنتاج بدلالة n المساحة $A(n)$: — 0.75

بما ان $0 < \frac{1}{n} \leq x \leq 1$ اي $0 < x < 1$ فان

$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$

حسب السؤال 2 من الجزء II اي من اجل $\frac{1}{n} \leq x \leq 1$ فان

$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$ وبالتالي :

ولدينا : $A(n) = \int_{\frac{1}{n}}^{1} \left(f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right)\right) dx$

$f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2} - x^2 \ln x$

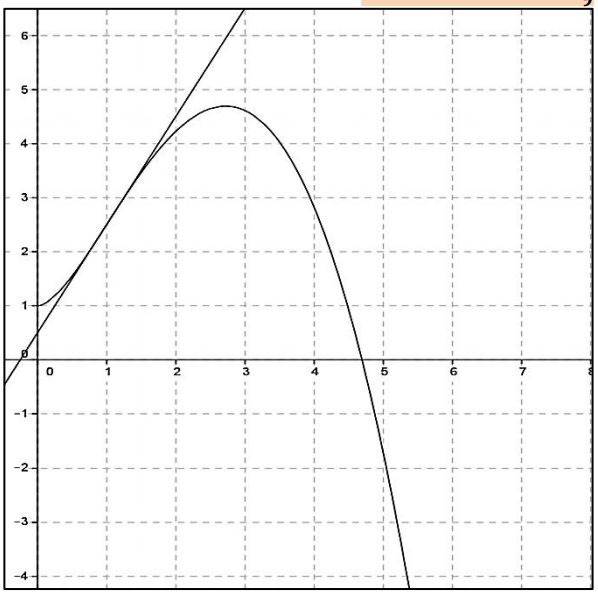
ومنه : $A(n) = \left[\frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{x}{2}\right]_{\frac{1}{n}}^{1} - I_n$ بعد التبسيط نجد :

$A(n) = \left(-\frac{11}{18n^3} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{3}\left(\frac{\ln(n)}{n^3}\right) + \frac{1}{9}\right) \times 4cm^2$

حساب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

لدينا : $\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{n^3} = 0$ ومنه نجد :

$\lim_{n\to+\infty} A(n) = \frac{4}{9}$ — 0.75



3as.ency-education.com