حول الهندسة في الفضاء

التمرين الأول: تمرين من *(d'après Bac Polynésien française 2001)* :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: نعطي النقط :

$A(2,-1,0)$ ، $B(0,3,-4)$ ، $D(4,1,1)$ ، $S\left(0,3,\frac{1}{2}\right)$

1. عين إحداثيات النقطة C حتى يكون الرباعي متوازي أضلاع
2. احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$
3. أ / اوجد تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABD) ، ب/ استنتج معادلة ديكارتية له
4. أ/ اوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل S و يعامد المستوي (ABD)

   ب/ اوجد إحداثيات النقطة I تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABD)

   ج/ برهن أن I نقطة من القطعة $[BD]$ وحدد موقعها بالنسبة للنقطتين B و D
5. احسب حجم الهرم $ABCDS$

التمرين الثاني تمرين من *(Bac Asie 2003)* : الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: نعتبر النقط :

$A(3,-2,2)$ ، $B(6,1,5)$ ، $C(6,-2,-1)$

I)

1) بين أن المثلث ABC قائم

2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته : $x+y+z-3=0$

- بين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) و يمر من النقطة A

3) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل النقطة A

- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P')

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) ، مستقيم تقاطع (P) و (P')

II)

1. لتكن D النقطة ذات الإحداثيات $(0,4,-1)$ ، بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)
2. احسب حجم رباعي الوجوه $ABDC$
3. بين أن قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان
4. أ/ احسب مساحة المثلث BDC ، ب/ استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BDC)

التمرين الثالث: تمرين من *(Bac France 2005)* : الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

1) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(1,-2,1)$ و $\vec{n}(-2,1,5)$ شعاع ناظمي له

والمستوي (R) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+2y-7=0$

أ) بين أن المستويين (P) و (R) متعامدان

ب) برهن أن تقاطع المستويين (P) و (R) هو المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(-1,4,-1)$ و $\vec{U}(2,-1,1)$ شعاع توجيه له

ج) لتكن النقطة $A(5,-2,-1)$ احسب بعد النقطة A عن المستوي (P) ثم عن المستوي (R)

د) عين بعد النقطة A عن المستقيم (Δ)

2) أ من اجل كل عدد حقيقي t نعتبر النقطة $M_t(1+2t\ ,\ 3-t\ ,t\ )$ ، عين بدلالة t الطول AM_t

ب نرمز لهذ الطول بـ : $\varphi(t)$ و نعرف الدالة φ من $\mathbb{R}$ في $\mathbb{R}$

* ا درس اتجاه تغير الدالة φ واستنتج القيمة الحدية الصغرى لها

* فسر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى

التمرين الرابع تمرين من (Bac marocaine 2006) : الفضاء مزود بمعلم متعامد ممنظم ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$:

النقطة $A(1,-1,3)$ و المستوى (P) الذي معادلته : $x-y+3z=0$

1) أ- تحقق من أن: $(t \in \mathcal{R})$ ، $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA)

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A

ج- تحقق من أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q)

2) نعتبر سطح الكرة (S) الماسة للمستوى (Q) في النقطة A والتي يقطعها المستوى (P) وفق الدائرة (Γ) التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$

a) بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي إلى المستقيم (OA) ثم استنتج أن: $b=-a$، $c=3a$

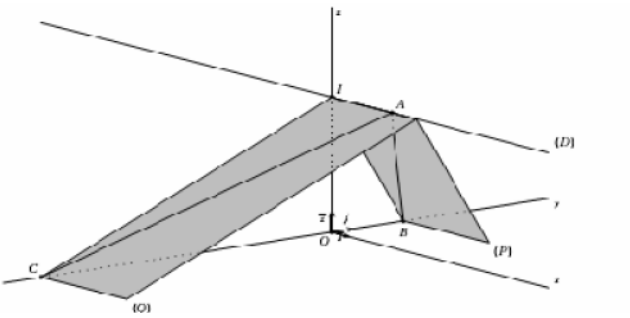
b) بين أن: $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ثم استنتج أن : $a-b+3c=-11$

c) استنتج إحداثيات Ω مركز سطح الكرة (S) وبين أن نصف قطرها يساوي

التمرين الخامس :تمرين من (Bac Antilles-Guyane 2007) :

في معلم متعامد ممنظم ومتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ من الفضاء، نعطي النقطتين : $A(3,0,6)$ و $I(0,0,6)$ وليكن (D) المستقيم الذي يشمل النقطتين A و I ، نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين بالمعادلتين التاليتين:

$(Q): y-2z+12=0$ ، $(P): 2y+z-6=0$



1. بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان
2. بين أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D)
3. بين أن المستويين (P) و (Q) يقطعان المحور $(O,\vec{\jmath})$ في النقطتين B و C على الترتيب
4. اثبت أن : $x+4y+2z-12=0$ هي معادلة للمستوي (T) الذي يشمل B و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له
5. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA)
6. برهن أن المستقيم (OA) والمستوي (T) يتقاطعان في نقطة H يطلب تعيين إحداثياتها
7. ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك

التمرين السادس :تمرين من (Bac Amérique du Nord 2008):

الجزء(أ): نعتبر النقطتان A و D من الفضاء ، ولتكن I منتصف القطعة $[AD]$

1. برهن انه من اجل كل نقطة M من الفضاء فإن : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=MI^2-IA^2$
2. استنتج المجموعة (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=0$

الجزء(ب): الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(3,0,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $C(0,0,4)$ ، $D(-5,0,1)$

1. تحقق أن $\vec{n}(4,2,3)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)، ثم اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
2. اوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) ويشمل النقطة D
3. لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)، استنتج إحداثيات النقطة H

4 احسب بعد النقطة D على المستوي (ABC)
5 برهن أن النقطة H تنتمي إلى المجموعة (E) المعرفة في الجزء (أ)

التمرين السابع: تمرين من (*Bac Amèrique du Sud 2009*): الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

الجزء الأول: نعتبر المستوي (P) حيث: $ax+by+cz+d=0$ ، $(a\,,b\,,\ c)\neq(0\,,0\,,0)$ معادلة ديكارتية له
A نقطة إحداثياتها $(x_A\,,y_A\,,z_A)$

- برهن أن البعد بين A و(P) هو العدد الحقيقي الموجب : $d(A,(P))=\frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

الجزء الثاني: نعتبر النقط: $A(3\,,-2\,,2)$ ، $B(6\,,-2\,,-1)$ ، $C(6\,,1\,,5)$ ، $D(4\,,0\,,-1)$

1 بين أن المثلث ABC قائم ، ثم احسب مساحته
2 بين أن الشعاع $\vec{n}(3\,,-2\,,1)$ ناظم للمستوي (ABC)
- عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
3 احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)
- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

الجزء الثالث: (φ) مستوي معادلته الديكارتية : $x-2y+z-5=0$

1 عين الوضعية النسبية للمستويين (φ) و (ABC)
2 (φ) يقطع المستقيمات (DA) ، (DB) و(DC) على التوالي في النقط E ، F و G
- عين إحداثيات النقطة E وبرهن أنها تنتمي للقطعة $[DA]$
3 عين حجم رباعي الوجوه $EFGD$

التمرين الثامن: تمرين من (*Bac Liban 2011*): في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،
نعتبر النقط: $A(1\,,2\,,-1)$ ، $B(-3\,,-2\,,3)$ ، $C(0\,,-2\,,-3)$

1) أ- بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية
ب- بين أن الشعاع $\vec{n}(2\,,-1\,,1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC)
2) ليكن (P) المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y-z+2=0$
- بين أن المستويين (P) و(ABC) متعامدان
3) نسمي G مرجح الجملة المثقلة $\{(A\,,1),(B\,,-1),(C\,,2)\}$
a) بين أن إحداثيات النقطة G هي $(2\,,0\,,-5)$
b) أثبت أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (P)
c) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (CG)
d) عين إحداثيات H نقطة تقاطع المستوي (P) مع المستقيم (CG)
4) بين أن المجموعة (S) للنقط M من الفضاء بحيث : $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=12$ هي سطح كرة يطلب تعيين عناصرها المميزة
5) بين أن المستوي (P) وسطح الكرة (S) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزه ونصف قطرها

التمرين التاسع تمرين من (باكلوريا تجريبية ع ت 2015 لثانوية 19 مارس 1962 – الوادي):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط:
$A(-1\,,0\,,1)$، $B(1\,,1\,,0)$ ، $C(0\,,-1\,,-4)$ ، و ليكن (Δ) المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطي التالي :

المستقيم (Δ) : $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t + 3 \\ z = -t + 1 \end{cases}$, $(t \in \mathcal{R})$ ، المستوي (P) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = \alpha + \beta + 3 \\ y = -\alpha + 2 \\ z = \alpha + 2\beta \end{cases}$, $(\alpha \in \mathcal{R})$, $(\beta \in \mathcal{R})$

- أجب بصحيح أو خطأ على الجمل التالية مع التعليل:

1. النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (Δ)
2. المستوي (P) له معادلة ديكارتية من الشكل: $2x + y + z - 8 = 0$
3. المستقيم (Δ) يعامد المستوي (P)
4. النقطة B تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة $[AC]$

التمرين العاشر تمرين من (باكلوريا تجريبية ع ت 2015 لمدرسة أشبال الأمة):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته $-2x + y + z - 6 = 0$
والمستوي (P_2) الذي معادلته : $x - 2y + 4z - 9 = 0$

1) أثبت أنّ : (P_1) و (P_2) متعامدان

2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x = 2t - 7 \\ y = 3t - 8 \\ z = t \end{cases}$ · $(t \in \mathcal{R})$

- أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_2)

3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $(2t - 7 , 3t - 8 , t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9 , -4 , -1)$ ولتكن f الدالة المعرفة على $\mathcal{R}$ بـ : $f(t) = AM_t^{\ 2}$

أ أكتب $f(t)$ بدلالة t

ب أدرس اتجاه تغير الدالة f ، استنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر، ثم عيّن إحداثيات النقطة $I = M_{t_0}$

ج أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D)

د عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (φ) الذي يشمل A والعمودي على المستقيم (D)

التمرين الحادي عشر تمرين من (باكلوريا تجريبية ع ت 2015 لثانوية لحمر عمار سطارة –جيجل): الفضاء منسوب معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، لتكن النقط : $A(0 ,4 ,1)$، $B(1 , 3 ,0)$ ، $C(2 , -1 , -2)$ و $D(2 , -1 , -2)$

1 بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامية

2 ليكن (Δ) المستقيم المار من D و $\vec{U}(2 , -1 ,3)$ شعاع توجيه له

أ/ بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

ب/ أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

جـ/ أوجد إحداثيات H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC)

3 ليكن (P_1) المستوي ذو المعادلة: $x + y + z = 0$ و (P_2) المستوي ذو المعادلة: $x + 4y + 2 = 0$

أ/ بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعان

ب/ تحقق أن المستقيم (d) تقاطع (P_1) و (P_2) تمثيل وسيطي له هو: $\begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t \\ z = 3t + 2 \end{cases}$ · $(t \in \mathcal{R})$

جـ/ هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان