حوليات البكالوريا

طبعة

2025

الأستاذ: معاشو.ع

ثالثة ثانوي شعبة تسيير وإقتصاد

- المتتاليات العددية
- الدوال العددية
- الدوال الأصلية
- الدوال اللوغاريتمية
- الدوال الأسية
- الحساب التكاملي
- الإحصاء
- الإحتمالات

من 2008 إلى 2024

بكالوريا 2008 الموضوع الأول

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0 = \alpha \ ; \ (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \ ; \ (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$.

1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = -\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) في كل ما يلي $\alpha = 2$، ونعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي: $v_n = u_n + \frac{8}{3}$.

أ) احسب u_1، u_2.

ب) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

ج) اكتب عبارة u_n بدلالة n. واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

بكالوريا 2008 الموضوع الثاني

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$.

1) احسب u_1، u_2 و u_3.

2) أ) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \geq -2$.

ب) جد اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج؟

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = u_n + 2$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية.

ب) عبر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د) احسب بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

بكالوريا 2009 الموضوع الأوّل

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3u_{n+1} = u_n + 4$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، يكون $u_n \leq 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة.

ج) استنتج مع التبرير أن المتتالية (u_n) متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 2$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها

ب) اكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د) احسب بدلالة n، المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + \cdots + u_n$.

بكالوريا 2009 الموضوع الثاني

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

1) احسب u_1، u_2.

2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = u_n - 1$.

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} - u_n = (-4) \times 3^n$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = n - 79$.

بكالوريا 2010 الموضوع الأول

1) n عدد طبيعي، احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = 1 + e + e^2 + \cdots + e^n$.

(S_n مجموع حدود متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول 1، و e يرمز إلى اساس اللوغاريتم النبيري).

2) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n + 4 + e^n$.

بين أن: $w_n = u_n + v_n$.

حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:

$4 + 6 + 8 + \cdots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$

احسب u_1، u_2 و u_3.

4) استنتج المجموع S بدلالة n حيث: $S = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$.

بكالوريا 2010 الموضوع الثاني

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، فإن $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$.

1) احسب u_1، u_2 و u_3.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n < 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب عبارة عبر v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

ج) ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:

$$u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$$

بكالوريا 2011 الموضوع الأول

لا يحتوي على تمرين في المتتاليات العددية.

بكالوريا 2011 الموضوع الثاني

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث: $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > \frac{1}{3}$.

3) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

5) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n :

$v_n = u_n - \frac{1}{3}$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) .

بكالوريا 2012 الموضوع الأول

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{9}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n :

$v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية، يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2\right]$.

ج) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

بكالوريا 2012 الموضوع الثاني

في بداية جانفي 2008 وضع شخص مبلغا من المال قدره $50000DA$ في صندوق التوفير والإحتياط.

يقدم الصندوق فائدة قدرها 5% سنويا.

يسحب هذا الشخص نهاية كل سنة مبلغا قدره $5000DA$ (بعد حساب الفوائد).

يرمز u_n إلى المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في حسابه بداية جانفي من السنة $2008 + n$.

1) أ) احسب كلا من u_0 ، u_1 و u_2 .

ب) هل المتتالية (u_n) هندسية؟ هل هي حسابية؟ برر إجابتك.

ج) بين لماذا من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1,05u_n - 5000$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 100\ 000$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية، حدد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -50\ 000 \times (1,05)^n + 100\ 000$.

3) أ) ما هو المبلغ الذي يكون في حساب هذا الشخص نهاية عام 2015 ؟

ب) ابتداء من أية سنة لا تسمح إدارة الصندوق لهذا الشخص بسحب المبلغ المعتاد على سحبه في نهاية كل سنة ؟

بكالوريا 2013 الموضوع الأول

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3}\right)u_n - \frac{2a+4}{3}$ ، حيث a وسيط حقيقي.

1) عين قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) نفرض $a \neq \frac{5}{2}$. عين قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية، ثم احسب عندئذ u_n ومجموع n حدا الأولى من المتتالية.

3) عين قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية، ثم عين في هذه الحالة كلا من u_{50} ومجموع 50 حدا الأولى منها.

4) نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن: $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \frac{1}{2}\left(3^{n+1} + 4n + 3\right)$.

بكالوريا 2013 الموضوع الثاني

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 6$.

1) أ) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4.

ب) هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$ ؟ برر إجابتك.

2) أ) بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}-4=-\frac{1}{2}(u_n-4)$.

ب) استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-4$ هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

جـ) اكتب v_n ، ثمّ u_n بدلالة n.

د) بين أن (u_n) متقاربة.

3) باستعمال عبارة u_n ، تأكد ثانية من نتيجة السؤال 1) ب).

بكالوريا 2014 الموضوع الأول

أجب بصحيح أو خطأ، مع التبرير، في كل حالة من الحالات الآتية:

1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما و (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln u_n$.

أ) إذا كانت (u_n) متقاربة فإنّ (v_n) متقاربة.

ب) إذا كانت (u_n) متناقصة فإنّ (v_n) متناقصة.

ج) إذا كانت (u_n) هندسية فإنّ (v_n) حسابية.

2) يتعلق السؤال بالاحصاء.

بكالوريا 2014 الموضوع الثاني

المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ $u_n>-3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج) استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

2) لتكن (v_n) متتالية هندسية متقاربة أساسها q حيث: $v_0=6$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_0+v_1+\cdots+v_n)=18$.

أ) بين أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_0+v_1+\cdots+v_n)=\frac{v_0}{1-q}$.

ب) احسب الأساس q ثمّ عيّن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ج) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=v_n-3$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n.

بكالوريا 2015 الموضوع الأول

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بحدها العام: $u_n=5\times2^n\times3^{n-1}$.

أ) (u_n) حسابية ، **ب)** (u_n) هندسية ، **جـ)** (u_n) ليست هندسية ولا حسابية.

2) (v_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل $v_0=1$ وأساسها 4 ؛ قيمة n التي من أجلها يكون $v_1+v_2+\cdots+v_n=2015$ هي:

أ) $n=31$ ، **ب)** $n=32$ ، **جـ)** $n=33$.

3) خاص بالدوال.

الأسئلة **4)** ، **5)** ، **6)** تتعلق بالاحتمالات.

بكالوريا 2015 الموضوع الثاني

بيّنتْ دراسة أنّ 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يُحالون سنويًا وبالمقابل يُوظّف 3000 عامل سنويًا. علماً أنّ سنة 2012 كان عدد العمّال 50000.

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ: u_n لعدد العمّال سنة $2012+n$ أي $u_0=50$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=0{,}95u_n+3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية.

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=60-u_n$.

أ) بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل.

ب) اكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n.

ج) قدِّر عدد العمال سنة 2017.

د) حدِّد اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n).

هـ) احسب نهاية المتتالية (u_n). هل يمكن أن يصل عدد عمّال المصنع إلى 60000 عامل؟

بكالوريا 2016 الموضوع الأول

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة ومعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل $v_0=18$ والعلاقة: $v_0+v_1+v_2=38$.

1) بين أنّ أساس المتتالية (v_n) هو $q=\frac{2}{3}$.

2) أ) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (v_n).

جـ) احسب نهاية (v_n).

3) نضع $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n-1}$.

أ) احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.

ب) جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n=\frac{3510}{81}$.

بكالوريا 2016 الموضوع الثاني

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=5$ و $u_{n+1}=\frac{4}{7}u_n+\frac{3}{7}$.

1) احسب الحدّين u_1 و u_2.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n>1$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج) ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (u_n)؟

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-1$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية مُعيّنا أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=1+4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.

ج) احسب نهاية (u_n).

بكالوريا 2017 الموضوع الأول

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$.

1) أ) برهن بالتّراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) (v_n) المتتالية المعرّفة بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=3-u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثمّ عيّن حدها الأول.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=3(n-1)+2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

بكالوريا 2017 الموضوع الثاني

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=3u_n-2$.

1) احسب u_1، u_2، u_3 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n).

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة بـ: من أجل كل n طبيعي، $v_n=u_{n+1}-u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يُطلب تعيين حدها الأول.

ب) عيّن v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّ المتتالية (u_n) متزايدة.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n-1}$.

أ) حسب S_n بدلالة n.

ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=S_n+u_0$.

واستنتج عبارة u_n بدلالة n.

بكالوريا استثنائي 2017 الموضوع الأول

لتكن (u_n) المتتالية المعرّفة بحدّها الأوّل $u_0=-2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$.

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<2$.

ب) عيّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=2u_n-4$.

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل v_0.

ب) جد عبارة v_n بدلالة n، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

بكالوريا استثنائي 2017 الموضوع الثاني

نعتبر المتتالية الهندسية (v_n) ذات الأساس e^2 والحد الأول v_0 حيث $v_0=1$. (e أساس اللوغاريتم النّيبيري)

1) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$.

2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرّفتين كما يلي:

من أجل كل عدد طبيعي n، $w_n=2n+4+e^{2n}$ و $u_n=w_n-v_n$.

بيّن أنّ: المتتالية (u_n) حسابية، حدّد أساسها r وحدّها الأول u_0.

3) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n،

$4+6+8+\cdots+(2n+4)=(n+1)(n+4)$.

4) استنتج المجموع T_n بدلالة n حيث، $T_n=w_0+w_1+\cdots+w_n$.

بكالوريا 2018 الموضوع الأول

I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) كما يلي:

$u_0=50$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=0,7u_n+6$

و $v_n=u_n-20$.

1) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $0,7$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0، وكتابة عبارة v_n بدلالة n.

2) أ) اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n.

ب) عيّن اتّجاه تغير المتتالية (u_n) ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

II) تمتلك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة: ونرمز بـ: u_n لعدد المشتركين في سنة $2016+n$ أي $u_0=50$.

1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017 ؟ ثم في سنة 2018 ؟

2) أ) برّر العبارة $u_{n+1}=0,7u_n+6$.

ب) ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

بكالوريا 2018 الموضوع الثاني

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_{n+1}=u_n+6$.

1) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<6$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-6$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يُطلبُ حساب حدّها الأول v_0 .

ب) اكتب v_n بدلالة n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n ما يلي: $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times\cdots\times v_n$.

بكالوريا 2019 الموضوع الأوّل

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=-4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+2$.

1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2 .

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<8$.

2) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $v_n=u_n-\alpha$ ، حيث α عدد حقيقي.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$.

ب) عيّن قيمة العدد α حتّى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0 .

ج) نضع $\alpha=8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$.

4) احسب المجموع S_n بدلالة n ، حيث: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$.

بكالوريا 2019 الموضوع الثّاني

(u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$\begin{cases} u_2+2u_5=27 \\ u_1=\frac{9}{2} \end{cases}.$$

1) احسب حدّها الأوّل u_0 وأساسها r .

2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) بيّن أنّ العدد 2019 حدّ من حدود هذه المتتالية ثمّ احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 . حيث $S_1=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_{1344}$ و $S_2=u_2+u_4+u_6+\cdots+u_{1344}$.

– استنتج حساب المجموع S_3 حيث: $S_3=u_1+u_3+u_5+\cdots+u_{1343}$.

4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=e^{6-2u_n}$.

– احسب المجموع $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+\cdots+\frac{1}{v_n}$.

بكالوريا 2020 الموضوع الأوّل

التمرين الثاني

يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدر بـ 70 000 DA ، في شهر جانفي استهلك منه 80% وابتداءً من شهر فيفري قرّر تخفيض مبلغ الاستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله.

1) أ) ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي ؟

ب) حدّد المبلغ المستهلك في شهر فيفري.

2) نضع: u_1 المبلغ المستهلك في شهر جانفي و u_n المبلغ المستهلك في الشهر n ، حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n واستنتج أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها $0,95$.

3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

4) أ) احسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019 .

ب) أوجد المبلغ المدّخر خلال هذه السنة.

التمرين الثالث

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{3}{2}$.

1) أ) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n<\frac{9}{2}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-\frac{9}{2}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.
احسب S_n بدلالة n .

بكالوريا 2020 الموضوع الثّاني

التمرين الثاني

المتتالية الهندسية (v_n) حدّها الأول v_0 وأساسها q موجبان تماما و :
$$\begin{cases} \ln v_5 + \ln v_3 = 8\ln 2 \\ \ln v_5 - \ln v_3 = 2\ln 2 \end{cases}.$$

1) بيّن أنّ: $v_5 = 32$ و $v_3 = 8$.

2) أ) بيّن أنّ: $q = 2$ و $v_0 = 1$.

ب) اكتب v_n بدلالة n .

جـ) هل العدد 1024 حدّ من حدود المتتالية (v_n) ؟

3) المتتالية (w_n) معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ:
$w_n = 2n - 3 + 2^n$.

أ) تحقّق أنّ: $w_n = u_n + v_n$ ، حيث (u_n) متتالية حسابية
يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول u_0 .

ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$.
بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n :
$S_n = (n+1)(n-3) + 2^{n+1} - 1$.

التمرين الثالث

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0 = 5$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n + \frac{6}{7}$.

1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n > 3$.

2) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ:
$v_n = u_n - 3$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n .

جـ) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2\left(\frac{5}{7}\right)^n + 3$
واحسب نهاية (u_n) .

4) عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها: $u_n < \frac{7}{2}$.

بكالوريا 2021 الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل

المتتالية العددية (u_n) معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ:
$u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$.

1) أ) احسب كلا من u_0 ، u_1 و u_2 .

ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

ج) استنتج اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $v_n = u_n - 1$.

أ) احسب v_0 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n .

ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ وَ
$S_n' = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

أ) احسب بدلالة n عبارة S_n .

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ،
$S_n' = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$.

التمرين الثالث

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير .

1) حساب نهاية دالة.

2) عبارة الحدّ العام للمتتالية الحسابية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول 2 وأساسها $\frac{1}{2}$ هي:

أ) $2\left(\frac{1}{2}\right)^n$. **ب)** $2 + \frac{1}{2}n$. **جـ)** $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

3) معادلة مستقيم مقارب مائل.

4) دالة أصلية.

بكالوريا 2021 الموضوع الثاني

التمرين الأوّل

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل u_0 حيث:
$u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

1) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ،
$u_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

ج) استنتج اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

2) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $v_n = u_n - 3$.
أ) احسب v_0 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n.
ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ وَ $S_n' = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
أ) احسب بدلالة n عبارة S_n.
ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n' = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

التمرين الثالث

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1) الدالة المشتقة.
2) معادلة المماس.
3) a عدد حقيقي، الأعداد a، $a+2$، $a+6$ بهذا التّرتيب هي حُدود متتابعة لمتتالية هندسيّة من أجل:
أ) $a=2$. ب) $a=-2$. ج) $a=4$.
4) المتتالية الحسابية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2n+1$، نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.
من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n يساوي:
أ) n^2. ب) $(n+1)^2$. ج) $\frac{n(n+1)}{2}$.

بكالوريا 2022 الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التّبرير:

1) (u_n) الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بِحدّها العام u_n حيث $u_n = -3n+1$.
قيمة المجموع $S_n = u_{1954} + u_{1955} + \cdots + u_{2022}$ هي:
أ) -11926. ب) -411447. ج) 272356.
2) المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:
أ) هندسية. ب) حسابية. ج) لا حسابية ولا هندسية.
3) خاص بالتكامل.
4) محور تناظر منحنى دالة.

التمرين الثالث

(u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ وأساسها r حيث: $\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases}$.

1) أ) بيّن أنّ: $u_3 = 7$ و $r = 2$ ثمّ استنتج قيمة u_0.
ب) اكتب u_n بدلالة n.
ج) احسب بدلالة n، المجموع S_n حيث $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_{n-1}$.
2) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3 \times 2^{2n}$.
أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$ ثمّ استنتج طبيعة المتتالية (v_n).
ب) احسب بدلالة n، المجموع S_n' حيث $S_n' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$.
3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = \frac{2}{3} v_n$.
أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = 2^{u_n}$.
ب) احسب P_n حيث، $P_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_{n-1}$.

بكالوريا 2022 الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل

1) نضع من أجل كلّ عدد حقيقي x: $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$.
تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $P(x) = (x-3)(x^2+x-3)$.
ثمّ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.
2) (u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأوّل u_0. وأساسها q، حيث $u_0 = 2$ و $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$.
أ) بيّن أنّ $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ ثمّ استنتج قيمة q.
ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 2 \times 3^n$.
3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = \frac{u_n}{3^n}$.
احسب المجموع S_n حيث: $S_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$.

التمرين الثاني

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = 5u_n + 20$.

1) أ) احسب u_1 و u_2.
ب) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$.
2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n > -5$.
ب) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 5$.
تحقّق أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 5 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n .

4) احسب بدلالة n المجموع S_n ، حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين الثالث

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كلّ حالة من الحالات التالية:

1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0 = 1$ و $u_4 = 3$.
العدد 1012 حدّ من حدود (u_n) .

2) دالة أصلية

3) α عدد حقيقي. نضع $a = 3\alpha + 5$ ، $b = 5\alpha + 3$ ، $c = 7\alpha + 1$.
الأعداد بهذا التّرتيب a ، b ، c هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.

4) المقارب المائل.

بكالوريا 2023 الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - \frac{6}{5}$.

1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -3$.

2) بيّن أنّ (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العدديّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 3$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ يُطلبُ تعيين حدّها الأول v_0 .

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 5\left(\frac{3}{5}\right)^n - 3$.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n = \frac{19}{2} - 3n - \frac{15}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$.

التمرين الثالث

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الآتيّة مع التّبرير:

1) (u_n) المتتاليّة الحسابية التي حدّها 3 الأوّل وأساسها -4 . من أجل كلّ عدد طبيعي n :

أ) $u_n = 3\times(-4)^n$. ب) $u_n = 3-4n$.

ج) $u_n = 3-4(n-1)$.

2) معادلة المماس.

3) الدالة الأصلية.

4) القيمة المتوسطة.

بكالوريا 2023 الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.

1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 4$.

2) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العدديّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 4$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ يُطلبُ تعيين حدّها الأول v_0 .

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = -2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n = 4n + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

التمرين الثاني

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الآتيّة مع التّبرير:

1) حل معادلة أسيّة.

2) α عدد حقيقي و (u_n) المتتاليّة المعرّفة بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5u_n - 4$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة من أجل:

أ) $\alpha = 5$. ب) $\alpha = -4$. ج) $\alpha = 1$.

3) دالة أصلية.

4) حساب نهاية دالة لوغاريتمية.

بكالوريا 2024 الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{5}{6}u_n-\frac{1}{3}$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $-2<u_n\leq 0$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) (v_n) المتتالية العدديّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+2$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{6}$.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n،

$u_n=2\left(\frac{5}{6}\right)^n-2$.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) من أجل كلّ عدد طبيعي n، نضع: $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

و $T_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

– احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج T_n بدلالة n.

التمرين الثاني

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الآتيّة مع التّبرير:

1) حل معادلة أسيّة.

2) حساب القيمة العددية لتكامل.

3) (u_n) المتتاليّة العددية المعرّفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=2u_n+1$ عبارة الحدّ العام u_n هي:

أ) $2^{n+1}+1$. **ب)** 2^n-1. **جـ)** e^3-1.

4) حساب نهاية دالة.

بكالوريا 2024 الموضوع الثّاني

التمرين الثّالث

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-\frac{1}{2}$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>-2$.

ب) أثبت أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) (v_n) المتتالية العدديّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+2$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n،

$u_n=6\left(\frac{3}{4}\right)^n-2$.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) احسب بدلالة n كلاّ من المجموعين S_n و T_n حيث:

$S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$ و

$T_n=\frac{1}{2+u_0}+\frac{1}{2+u_1}+\frac{1}{2+u_2}+\cdots+\frac{1}{2+u_n}$.

بكالوريا 2025 الموضوع الأوّل

بكالوريا 2025 الموضوع الثّاني