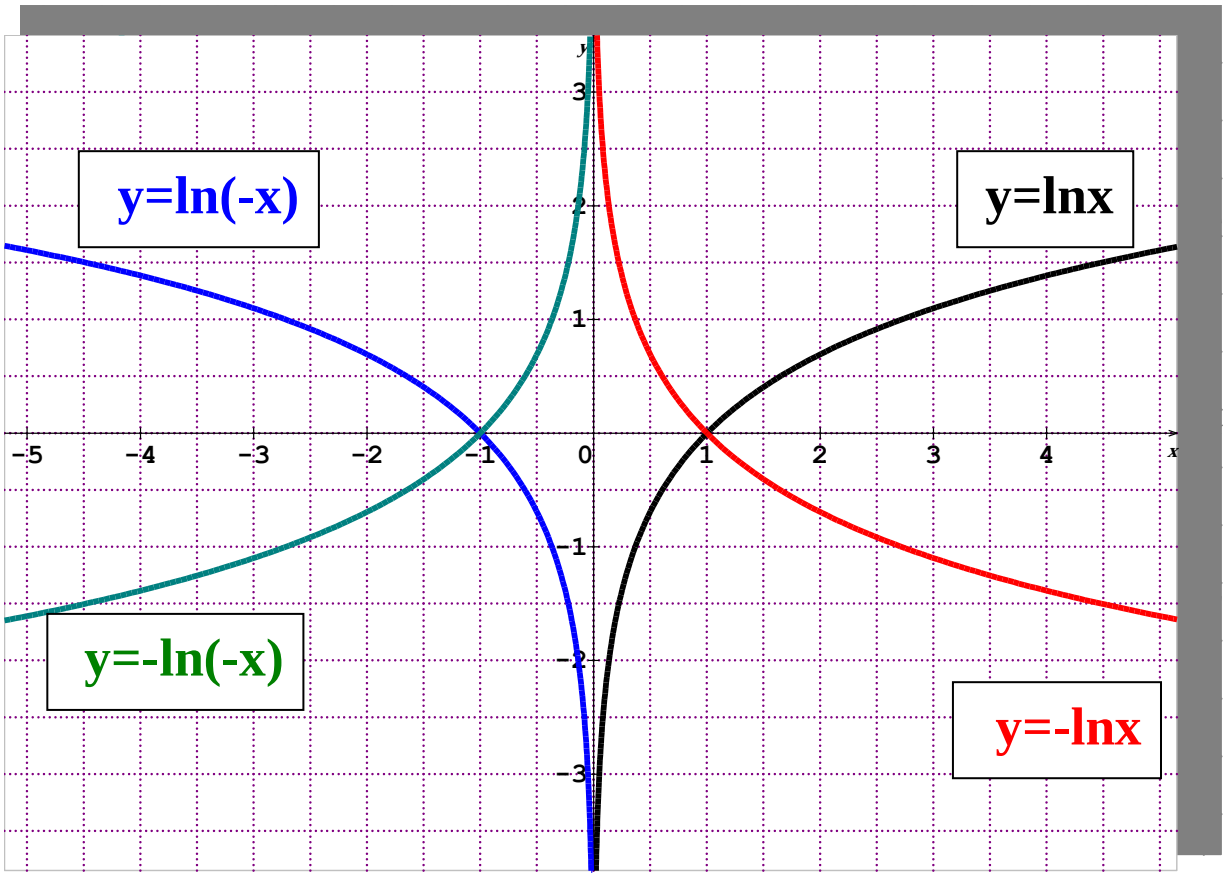
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال اللوغاريتمية في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2020

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

Facebook العربي الجزائري

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال الأسيــة
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

تمارين البكالوريا الجزائرية

الشعب:العلوم التجريبية+تقني رياضي+رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث

تمارين البكالوريات الاجنبية

1)بكالوريا ت جزائرية نظام قديم 2)بكالوريات أجنبية

BAC2020

إعداد :الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

ملخص نظري لدرس الدالة اللوغاريتمية

1)تعريف

الدالة اللوغاريتمية النيبيرية معرفة على $]0;+\infty[$ هي الدالة التي نرمز لها بـ: $\ln$ كمايلي:

من أجل كل $x \succ 0$ و $y \in \mathbb{R}$: $y = \ln x$ تكافئ $x = e^y$.

2)نتائج وخواص

من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما x و y ومن أجل كل عدد صحيح n :

أ) 1) $\ln x = \ln y$ معناه $x = y$ ، 2) $\ln x \prec \ln y$ معناه $x \prec y$

حالة خاصة: $\ln x = 0$ معناه $x = 1$ أي $\ln 1 = 0$ و $\ln x = 1$ معناه $x = e$ أي $\ln e = 1$.

ب) 1) $\ln(x.y) = \ln x + \ln y$ ، 2) $\ln(\frac{x}{y}) = \ln x - \ln y$ ، 3) $\ln x^n = n \ln x$

حالة خاصة: 1) $\ln(\frac{1}{x}) = -\ln x$ ، 2) $\ln \sqrt{x} = \frac{1}{2} \ln x$ ، 3) $\ln x^2 = 2 \ln x$

ج) من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم :

$\ln(x)^n = n \ln|x|$ حيث n عدد زوجي و $\ln(x)^n = n \ln x$ حيث n عدد فردي

3- أ)إشارة العبارة $\alpha \ln(ax+b)+\beta$

$\alpha \ln(ax+b)+\beta$ تنعدم عند القيمة $x_0 = \frac{e^{-\frac{\beta}{\alpha}} - b}{a}$ وإشارة العبارة $\alpha \ln(ax+b)+\beta$ هي:

1) إشارة $\alpha.a$ من أجل كل $x \geq x_0$.

2)عكس إشارة $\alpha.a$ من أجل كل $x \leq x_0$.

حالة خاصة:: من أجل كل $]0;1[$ $x \in$: $\ln x \prec 0$ و من أجل كل $]1;+\infty[$ $x \in$: $\ln x \succ 0$

ب) إشارة العبارة $\ln[u(x)]$

إشارة العبارة $\ln[u(x)]$ هي نفس إشارة العبارة $[u(x)-1]$ حيث $u(x) > 0$

4)حل المعادلة $a(\ln x)^2 + b(\ln x) + c = 0$

المعادلة $a(\ln x)^2 + b(\ln x) + c = 0$ يؤول حلها لحل الجملة : $\begin{cases} X = \ln x \\ aX^2 + bX + c = 0 \end{cases}$

5)النهايات الشهيرة

1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} \ln x = -\infty$ ، 2) $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} x \ln x = 0$ و 3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ 5) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ وتكافئ $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

تعميم : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} x^n \ln x = 0$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ حيث n عدد طبيعي.

6)الدالة المشتقة

1) الدالة $x \to \ln x$ قابلة للإشتقاق من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

2) $\left(\ln(ax+b)\right)' = \frac{a}{ax+b}$ حيث a و b عددان حقيقيان و $ax+b \succ 0$

3) إذا كانت الدالة u موجبة تماما و قابلة للإشتقاق على المجال D فإن الدالة $x \to \ln[u(x)]$ قابلة للإشتقاق على المجال D حيث: $[\ln(u(x))]' = \frac{u'(x)}{u(x)}$ (مشتقة دالة مركبة).

ملاحظة: إذا كانت الدالة u غير معدومة : $\left[\ln|u(x)|\right]' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

حالة خاصة: $\left[\ln\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)\right]' = \left[\ln\left|\frac{ax+b}{cx+d}\right|\right]' = \frac{a.d-b.c}{(ax+b)(cx+d)}$

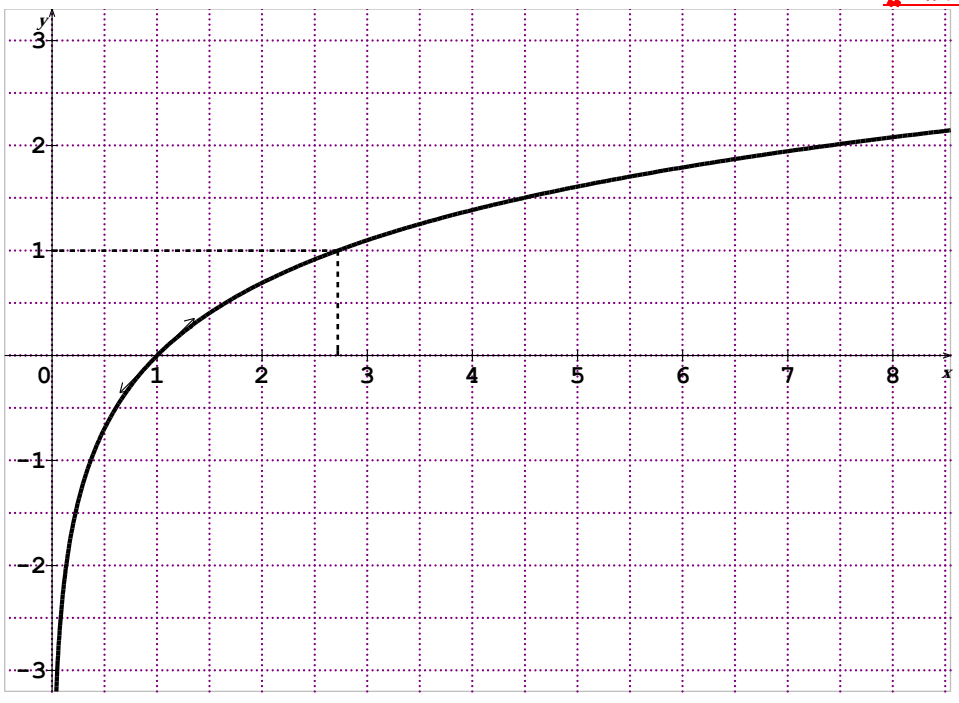
7)دراسة الدالة $x \to \ln x$

أ) دراسة التغيرات

الدالة $x \to \ln x$ مستمرة ومتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ وعليه جدول تغيراتها يكون كما يلي

x	0		1		e		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	‖	+		+		+	
$\ln x$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$
					e		

ب)التمثيل البياني



الجزء الأول: تدريبات متنوعة

التمريـــــن01

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $\ln x-1=0$ ، 2) $\ln(x-1)=0$ ، 3) $\ln|x+1|=0$ ، 4) $\ln(x^2-3x+2)=2\ln\sqrt{2}$ ، 5) $1-(\ln x)^2=0$

6) $\ln(2x-3)=\ln(x-3)+\ln 5$ ، 7) $\ln(4x+5)-\ln(x-1)=5\ln 2+\ln(x)$ ، 8) $(\ln x)^2-\frac{5}{2}\ln x+1=0$

9) $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$ ، 10) $\ln|e^{2x}-1|=x$ ، 11) $\ln(e^{2x}-e^{x}+1)=0$ ، 12) $\ln^3 x+3\ln^2 x-4=0$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $\ln x\geq 1$ ، 2) $\ln(x+1)\leq 0$ ، 3) $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)\leq 0$ ، 4) $\ln(x^2-2x)\leq\ln(4x-5)$ ، 5) $\ln|x^2-1|\leq 0$

5) $(\ln x)^2-\ln x-2\geq 0$ ، 7) $(\ln x+1)(\ln x-1)>0$ ، 8) $\frac{1-\ln x}{1+\ln x}<0$ ، 9) $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2+3\ln x>0$

التمريـــــن02

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x)=-2x^3+3x^2+11x-6$

1) تحقق من أن: $P(x)=(2x-1)(x+2)(3-x)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(x)=0$

2) استنتج مجموعة حلول المعادلتين التاليتين :

$2(\ln x)^3-3(\ln x)^2-11(\ln x)=-6$ ، $2e^{3x}-3e^{2x}=11e^{x}-6$

التمريـــــن03

ليكن كثير الحدود $P(x)$ حيث: $P(x)=x^3-3x-2$

1) أحسب $P(-1)$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$

2) استنتج حلول كلا من: * المعادلة التالية : $(x+1)(\ln^2 x-\ln x-2)=0$.

* المتراجحة التالية: $(x+1)e^{2x}\leq(x+1)(e^{x}+2)$

التمريـــــن04

عين مجموعة تعريف كلا من الدوال التالية ثم أدرس تغيراتها على مجالات تعريفها

1) $f(x)=\ln(x-1)$ ، 2) $f(x)=\ln(x^2+x-2)$ ، 3) $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}$ ، 4) $f(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

5) $f(x)=\ln(x^2+1)-\ln(x^2-1)$ ، 6) $f(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+1)$ ، 7) $f(x)=1+(\ln x)^2$ ، 8) $f(x)=1-\frac{1}{\ln x}$

9) $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ ، 10) $f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$ ، 11) $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ ، 12) $f(x)=\frac{x+1}{x-1}-\ln|x-1|$

التمريـــــن05

عين الإجابة(أو الأجوبة) الصحيحة لكل سؤال من الأسئلة التالية :

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2\ln x}{x}$

1) f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)=x^2+2-2\ln x$

2) على $]0;+\infty[$ إشارة g' هي إشارة $x-1$.

3) g تقبل قيمة حدية عظمى تساوي 3 على $]0;+\infty[$.

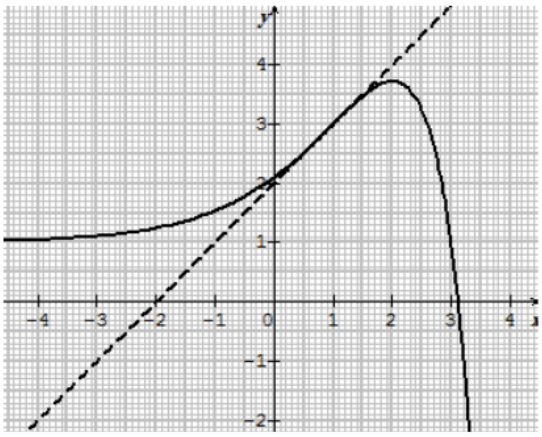
4) f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

5) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث $\alpha\in]1;2[$

6) منحنى الدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$.

التمريـــــن06

التمثيل البياني في الشكل المقابل هو منحنى لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.



المنحنى (C_f) يقبل يشمل النقطة $A(3;1)$ ويقبل مماسا يوازي محور الفواصل عند النقطة $B(2;1+e)$ ويقبل مستقيم مقارب معادلته $y=-1$ عند $-\infty$.

ويقبل مماسا يخترق (C_f) في النقطة $C(1;3)$.

1) عيّن الاعداد التالية : $f''(1)$ ، $f'(1)$ و $f'(2)$

2) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة $C(1;3)$.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]3;+\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة الحلول المعادلة $f(x)=|m|$

5) شكل جدول تغيرات الدالة f.

6) لتكن g دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;\alpha[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) عبّر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) أستنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

التمريـــــن07

اذكر دون تبرير إن كانت العبارات التالية صحيحة أو خاطئة.

1) الدالة ln موجبة تماما على $]1;+\infty[$.

2) الدالة $f : x \mapsto \ln\left[-x(x+1)\right]$ معرفة على $]-1;0[$.

3) الدالة $f : x \mapsto \ln(x^2-1)$ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$.

4) المعادلة $\ln x^2 = \ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$.

5) إذا كانت $f(x) = x\ln x$ فإن $xf'(x) = 1+x$

6) المتراجحة $1+\ln(2-x) \geq 0$ تقبل كمجموعة حلول المجال $]-\infty;2[$.

التمريـــــن08

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل.

1) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2(\ln x)^2 - \ln x - 3$

أ) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$ ، ب) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$ ، جـ) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$

2) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x) = x^2-2x-\ln(x-1)^2$ يقبل محور تناظر معادلته

أ) $x=1$ ، ب) $x=-1$ ، جـ) $x=2$

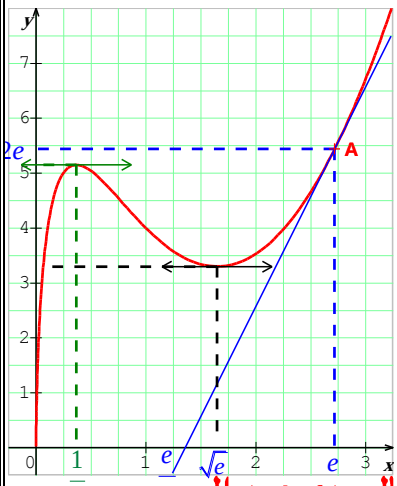
3) حل المعادلة : $\sqrt[3]{5-3x} = 2$ هو : أ) $x=1$ ، ب) $x=-1$ ، جـ) $x=2$

4) الدالة المشتقة للدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x) = 3^{\frac{1}{x}}$ هي:

أ) $f'(x) = \dfrac{-\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$ ، ب) $f'(x) = \dfrac{\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$ ، أ) $f'(x) = \dfrac{\ln 3}{2x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$

التمريـــــن09

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$. في الشكل الموالي مرسوم تمثيلها البياني (C) في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ و مماسه عند النقطة $A(e;2e)$ يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلته $\dfrac{e}{2}$.



نقبل أن $f(x) = 2x\left(a(\ln x)^2 + b\ln x + c\right)$ حيث a، b و c أعداد حقيقية

1. احسب $f'(x)$ بدلالة a ، b و c

2. باستعمال المعلومات في الشكل. عين $f'\left(\dfrac{1}{e}\right)$، $f'\left(\sqrt{e}\right)$ و $f'(e)$.

3. استنتج أن $f(x) = 2x\left(2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2\right)$.

4.عين نهاية f عند 0 (يمكن وضع $t=-\ln x$) ، ثم عين نهاية f عند $+\infty$.

5.بين أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=2(\ln x+1)(2\ln x-1)$

6.ادرس إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f .

التمريـــــن10

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-4;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=x^2+2x-2\ln(1-2x) & ;-4\le x\le 0 \\ f(x)=\ln\left(\dfrac{1+e^x}{2}\right) & ;x>0 \end{cases}$$

والـيكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-أ)احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ ، ثم بين أن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\dfrac{1}{2}$.

ماذا تستنتج بالنسبة للدالة f

ب) اكتب معادلتي نصفي المماسين عند النقطة O مبدأ الاحداثيات.

2-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f(x)-\ln x+\ln 2=0$: $\lim\limits_{x\to+\infty}$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3-أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]-4;+\infty[$.

4- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-4;-3[$ ، جد $f(0)$ ثم استنتج اشارة $f(x)$

5- أرسم المنحنى (C).

6-نعتبر الدالة g_m العددية والمعرفة على المجال $[-4;0]$ بـ:

$g_m(x)=f_m(x)+1$ حيث m وسيط حقيقي غير معدوم.

بيّن أن جميع المنحنيات (C_m) الممثل للدالة g_m تشمل النقطتين $A(0;1)$ و $B(\alpha;1)$

الجزء الثاني: تمارين البكالوريات

شعبة العلوم التجريبية

التمرين 11: دورة 2019

f الدالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+\ln x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا. ب) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير f على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها

3- نسمي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبرية "ln" في المعلم السابق.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)$ ثم فسير النتيجة بيانيا.

ب) ادرس وضعية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (Γ)

4) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f).

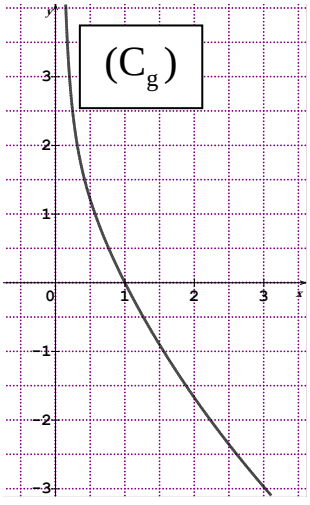
6) g دالة معرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $g(x)=f(-2x)$

دون حساب عبارة $g(x)$ حدّد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها

التمرين 12: دورة 2018

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-\ln x-1$

و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل



احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب x إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ و (C_f)

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2- أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) تبيان أن: $y=\dfrac{e^2}{e-1}x-\dfrac{e}{e-1}$ هي معادلة لـ (T) مماس لـ (C_f) عند نقطة تقاطعه مع محور الفواصل، ثم ا رسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

4) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=e^2x-em$ حلّين متمايزين.

التمرين13: دورة 2017

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2}{3}x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-بين أن الدالة f فردية وفسر ذلك بيانيا.

2-احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

استنتج ان (C_f)يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3-أ-بين أنه من أجل كل x من المجال D: $f'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.

ب- أستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8\prec\alpha\prec1,9$.

5- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=\frac{2}{3}x$ مقارب لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

6-إنشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f).

7-m وسيط حقيقي،ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وحلول المعادلة: $(2-3|m|)x+3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$

التمرين14:دورة 2017 الاستدراكية

I-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\frac{1}{2};+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب النهايتن التاليتين : $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}-\frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2-أ-بين أنه من أجل كل x من $]-\frac{1}{2};+\infty[$: $f'(x)=\frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$.

ب-أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- حل في المجال $]-\frac{1}{2};+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج اشارة $f(x)$.

4- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω يطلب تعيين إحداثياها ، ثم أنشئ (C_f).

التمرين15:دورة 2016

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g.

2) احسب $g(\frac{\sqrt{2}}{2})$ ثم بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $g(x)\succ0$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$

و(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^{+}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)-أ- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب-شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

4)- أ- بيّن أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب-ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Δ).

5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C).

6) m عدد حقيقي . (Δ_m) المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.

أ-تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي m، النقطة $A(1;0)$ تنتمي للمستقيم (Δ_m).

ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$

التمرين16:دورة 2016 الاستدراكية

I- لتكن الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$

1)ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,34\prec\alpha\prec-0,33$.

3)استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$.

II- لتكن الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{e}{x+1}+\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1-أ) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-1^{+}} f(x)=-\infty$ واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x+1)^3}$.

جـ) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

د) ارسم المنحنى (C_f).(نقبل أن $f(\alpha)\simeq 3,16$).

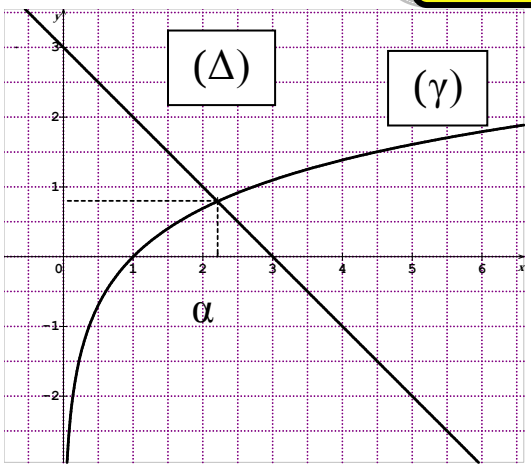
3)نعتبر الدالة العددية k المعرّفة على $]-1;+1[$ بـ: $k(x)=f(-|x|)$ و(C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بيّن أن الدالة k زوجية.

ب)بيّن كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه(دون دراسة الدالة k)

جـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $k(x)=m$.

التمرين17:دورة 2015



المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) (γ)التمثيل البياني للدالة $x\to\ln x$ و(Δ)المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ و αهي فاصلة نقطة تقاطع(γ)و(Δ)

1)بقراءة بيانية حدّد وضعية(γ)بالنسبة لـ(Δ)على$]0;+\infty[$

2)g الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$بـ: $g(x)=x-3+\ln x$

استنتج حسب قيم x إشارة$g(x)$ ثم تحقق أن: $2,2\prec\alpha\prec 2,3$

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$بـ:

$f(x)=(1-\frac{1}{x})(\ln x-2)$ و(C_f)تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل$]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3)بيّن أن: $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ، ثم أنشئ (C_f) على المجال$]0;e^2[$.

التمرين18:دورة 2014

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$بـ: $f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$و(C_f)تمثيلها البياني

1-أ)احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$،فسر النتيجتين هندسيا.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال$]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2-أ)ادرس وضعية المنحنى(C_f)بالنسبة إلى المستقيم (Δ)الذي معادلته: $y=1$.

ب)اكتب معادلة المماس(T) للمنحنى(C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$تقبل حلا وحيدا في المجال$]0;1[$حلا وحيدا α حيث $e^{-0,4}\prec\alpha\prec e^{-0,3}$

3) انشئ (T)والمنحنى (C_f).

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$بـ: $h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$

و(C_h)تمثيلها البياني في في نفس المعلم السابق.

-أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$.ماذا تستنتج؟.

ب)إنشئ المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f).

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $\ln x^2=(m-1)|x|$

التمرين19:دورة 2013

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)استنتج أنه ، من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ ، $g(x)\succ 0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1)-أ)احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}-1} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا. ب-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2)-أ) بيّن أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب)أدرس اتجاه تغير f على $]-1;+\infty[$ ،ثم شكل جدول تغيراتها

جـ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ،ثم تحقق أن $0\prec\alpha\prec 0,5$.

3)-أ)بيّن أن المستقيم $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4)نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة : $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0.

أ) أحسب x_0 . ب)أرسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f)

جـ) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين متمايزين.

التمرين20:دورة 2012

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $f(x)=x+5+6\ln(\dfrac{x}{x-1})$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1)أ-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا. ب-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2)بيّن أنه من أجل كل $x\in]-\infty;0[$: $f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ-بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x+5$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب-ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $-3,5\prec\alpha\prec-3,4$ و $-1,1\prec\beta\prec-1$

5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

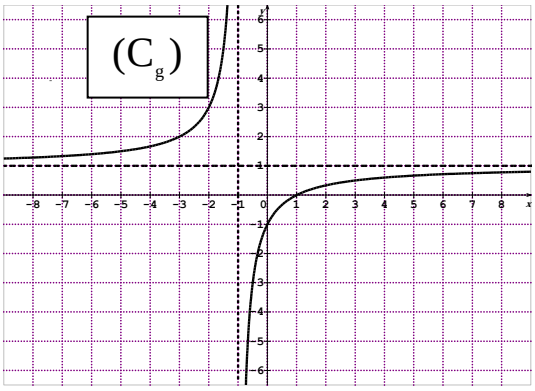
6) أ- نعتبر النقطتين $A(-1;3+6\ln\frac{3}{4})$ و $B(-2;\frac{5}{2}+6\ln\frac{3}{4})$

بيّن أن $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

ب- بيّن أن (AB) يمس (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيينها

التمرين21: دورة 2011

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$.



(C_g) تمثيلها البياني (الشكل المقابل) بقراءة بيانية:

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g

ب- حل بيانيا المتراجحة: $g(x)\succ 0$

جـ- عين بيانيا قيم x التي من أجلها $0\prec g(x)\prec 1$

II) لتكن الدالة f والمعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

2) أ- بين أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$

ب- احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات f

جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_0\in]3,62;3,63[$.

د- أرسم المنحى (C_f).

3- أ- باستعمال الجزء I) السؤال جـ ، عين إشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

التمرين22: دورة 2010

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}} f(x)$

2) بيّن أن f متزايدة تماما على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I: $f(x)=\ln(x+a)+b$

حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) أستنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة ln. ثم ارسم (C) و (C_f).

II) g الدالة المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب g(1)، ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $[1,5;+\infty[$ حلا وحيدا α.

تحقق أن $2\prec\alpha\prec 3$.

ب) ارسم (C_g) منحنى g على $[0,5;5[$ في المعلم السابق

4) استنتج إشارة g(x) على I ثم حدّد ضعية (C_f) و (d)

5) برهن أنه من أجل عدد حقيقي x من المجال $[1;\alpha[$ فإن: f(x) ينتمي إلى المجال $[1;\alpha[$.

التمرين23:دورة 2009

I- h دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1. احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$

2. بين أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$. استنتج اتجاه تغير h، ثم أنجز جدول تغيراتها

3. احسب h(0) واستنتج إشارة h(x).

II- f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ نسمي (C_f) تمثيلها البياني

1. أ) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$، برهن أن $\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$.

جـ) استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

د) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

هـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

2. بين أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. بين أن (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4.

4. أرسم (C_f).

شعبة :تقني رياضي

التمرين24: دورة 2019

I- g الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$$

احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{e\ln x}{x+1}$.

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1-أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$،

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3-أ) بيّن أن المنحنى يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α.

ب) تحقق أن : $0,7\le\alpha\le 0,8$

4- (Γ) التمثيل البياني للدالة : $x\to\ln(x+1)$ على المجال $]0;+\infty[$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x+1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (Γ) و (C_f)

جـ) أرسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)

التمرين25: دورة 2018

I-نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1[$ كمايلي: $g(x)=2-x+\ln x$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g المجال $]0;1[$.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,15\le\alpha\le 0,16$

3- استنتج حسب x إشارة $g(x)$ المجال $]0;1[$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1-2x+\ln x}{x-1}$.

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1- أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. يمكن كتابة f(x) على الشكل $f(x)=\dfrac{1-2x}{x-1}+\dfrac{\ln x}{x-1}$

ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$،

ب) بيّن ان fمتزايدة تماما على $\left]1;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f)و المستقيم (Δ)ذي المعادلة : $y=-2$

4-ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) يعطى $f(\frac{1}{\alpha})=-1,8$

5-عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=m$ حليّن متمايزين.

التمرين26: دورة 2017

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ بـ:$D_f=$ $f(x)=-2x+3+2\ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1-أ-احسب النهايتين التالية : $\lim\limits_{x\to 1^{\prec}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 2^{\succ}} f(x)$ ،ثم فسر النتيجتين بيانيا

ب-أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2-بين أنه من أجل كل x من D_f: $f'(x)=-2-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$،ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x)\in D_f$:$f(3-x)+f(x)=0$

ب- استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيين احداثييه.

4- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $]0,45;0,46[$.

ثم استنتج انها تقبل حلا أخر β يطلب تعيين حصرا له.

5-بيّن أن المستقيم(Δ)ذاالمعادلة:$y=-2x+3$مقارب لـ (C_f)ثم أدرس وضعية (C_f)بالنسبة لـ (Δ)

6-ارسم (Δ)و (C_f).

التمرين27:دورة 2017 الاستدراكية

I--نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2-\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim\limits_{x\to 0^{\succ}} g(x)$ و$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71\prec\alpha\prec 1,72$ثم استنتج إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة العددية fالمعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+2+\dfrac{-1+\ln x}{x}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1-أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2-أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3-نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\beta) = f(\gamma) = 0$ حيث $0,76 \prec \beta \prec 0,77$ و $4,22 \prec \gamma \prec 4,19$.

أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) المنحنى (C_f).

التمرين28:دورة 2016 م1

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

ب) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2-أ) بيّن أن للمعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,4 \prec \alpha \prec 0,5$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بمايلي: $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2-أ) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أن : $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$، نسمي (T_a) المماس للمنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$

أ- تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x) = f'(x) - f'(a)$.

ب-باستعمال اتجاه تغير g، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغير h على المجال $]-1;+\infty[$

جـ-حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a).

4-أ) بيّن أنه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب) ارسم المماسين والمنحنى (C).

التمرين29:دورة 2016 م2

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - x\ln x$.

1)أ-احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب)أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن ان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3,5 \prec \alpha \prec 3,6$

3) استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$.

II)نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بمايلي: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$.

1)بيّن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

2-أ)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$

ب)بيّن أن الدالة f متزايدة على $]0;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

جـ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د)أحسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسّر النتيجة هندسيا.

3)أ-بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.

ب-استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2}) جـ-أرسم (C_f) .

4)نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x وm وسيط حقيقي: $x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)$..(E)

أ-تحقّق أن المعادلة (E) يؤول حلّها إلى حل المعادلة : $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$

ب -عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $h(x)=\dfrac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ- بيّن أن h زوجية. ب-أرسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

التمرين30:دورة 2015

I h دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بمايلي: $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$.

1 $(\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}-2} h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أستنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)\succ 0$.

II) f دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بمايلي: $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}-2} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين بيّن أنه من أجل كل $x\in]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$.

ب)أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4) أ) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.

ب)أرسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f).

III) g دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بمايلي: $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\prec -1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟.

2) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3)انطلاقا من المنحنى (C_f) أرسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

التمرين31:دورة جوان2014

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

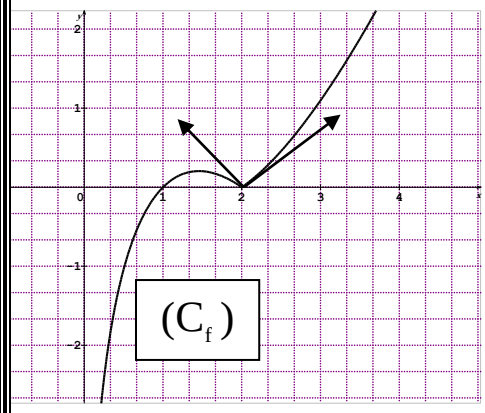
I- g دالة معرفة على $]0;3]$ بـ: $g(x)=x\ln x+x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2-أ)بيّن أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;3]$ ثم تحقق أن $1,45\prec\alpha\prec 1,46$.

ب)استنتج إشارة $g(x)-2$.

II – التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f والمعرفة على المجال $]0;3]$ بـ: $f(x)=|x-2|\ln x$



1)باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق f عند2

2)أثبت صحة تخمينك.

3)أدرس تغيرات الدالة f

III-h الدالة المعرفة على $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ بـ: $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

1)بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x=\dfrac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) حيث (C_h) منحنى الدالة h

2)أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h).

التمرين32:دورة جوان2013 م1

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1)أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2)بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,31 \prec \alpha \prec 0,32$ وأن: $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$

3)استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- f الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2+[2-\ln(x+1)]^2$ و (C_f) تمثيلها البياني

1- احسب $\lim\limits_{\substack{\succ \\ x\to -1}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بيّن أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$

3-ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4-بيّن أن: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2[1+(\alpha+1)^2]$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5-مثّل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2[$.

III- (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=\ln(x+1)$.

A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x.

1-أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة: $AM=\sqrt{f(x)}$.

2-الدالة k معرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $k(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ-بيّن أن للدالتين k و f نفس إتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.

ب-عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ)، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن.

جـ-بيّن أن: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

التمرين33:دورة جوان2013 م2

I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-1)e^x$

1-أدرس تغيرات الدالة g.

2- بيّن أنه، من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $1+(x-1)e^x\geq 0$

II- f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x};x\succ 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

1-أ-بيّن أن f مستمرة على $]0;+\infty[$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2-أ-تحقق أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها.

III- n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$، f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على المجال $]0;+\infty[$. 2-أحسب $\lim\limits_{\substack{\succ \\ x\to 0}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

3- أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4-بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين احداثييها.

5-أ- بيّن أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيد من $]0,3;0,4[$ بحيث: $f_1(\alpha_1)=0$ بحيث: $\alpha_1 \in]0,3;0,4[$.

ب-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن: $f_n(\alpha_1) \leq 0$

ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]\alpha_1;1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n)=0$.

جـ-بالاعتماد على الجزءII ، بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0;1[$: $\frac{e^x-1}{x} \leq e-1$.

التمرين34:دورة جوان2012

I-g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$

1-عيّن العددين الحقيقيين a وb علما أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4

2- نضع : $a=-2$ و $b=2$. أ) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب)بيّن أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]0;+\infty[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II-f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2-\frac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

جـ)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2-أ)بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

ب)بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ثم جد معادلة له

جـ) نأخذ $\alpha=1,25$ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حليّن x_1 و x_2 حيث:

$0,6 \prec x_1 \prec 0,7$ وّ $2,7 \prec x_2 \prec 2,8$. ثم ارسم كلا من (Δ) و (T) و (C_f).

3-ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وحلول المعادلة : $(m+2)x+2\ln(x)=0$

التمرين35:دورة جوان2011

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{a+b\ln(2x)}{4x^2}$ حيث a وb عددان حقيقيان

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)عيّن a وb بحيث يكون المماس في النقطة $A(\frac{1}{2};1)$ لـ (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2) g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1+2\ln(2x)}{4x^2}$ المنحنى الممثل لها في المعلم السابق (C_g)

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة : $g(x)=0$.

د) أنشئ (C_g).

التمرين36:دورة جوان2010

g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=2x+\ln x$

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

جـ) بيّن أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $g(x)\neq 0$.

2) f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$ و (C_f) التمثيل البياني لها

أ) بيّن أن: $f(x)=\frac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$. ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟

جـ) ادرس اتجاه تغير الدالة f. ،شكل جدول تغيرات f

د)ما هي قيمة k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين

هـ)جد معادلة للمماس (Δ_1) لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها1 .

3) h دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(e^x)$ واليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) شكل جدول تغيرات الدالة h. ب)جد معادلة للمماس (Δ_2) لـ (C_h) عند النقطة التي فاصلتها1

جـ)أرسم كلا من (Δ_1)، (Δ_2)، (C_f) و (C_h) في المعلم السابق.

شعبة الرياضيـــات

التمرين37:دورة 2019

f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \;;\quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.الوحدة 3cm

1)برهن أن:

- إذا كان $x>1$ فإن: $1-x-2x\ln x<0$
- إذا كان $0<x<1$ فإن: $1-x-2x\ln x>0$.

2-أ)أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0من اليمين .

أكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

ب) ادرس الوضع النسبي للمماس (Δ) للمنحنى (C_f).

جـ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

د) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4-أ) أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي للمستقيم (Δ)

ب)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا α،ثم تحقق أن $1,76\prec\alpha\prec1,77$.

جـ) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي(Δ) ويشمل النقطة ذات الاحداثيين $(\alpha;0)$

- ارسم كلا من (T) ، (d) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

5) m وسيط حقيقي ، ناقش وحسب قيم m عدد حلول المعادلة : $x^2\ln x+m=0$ في المجال $[0;\alpha]$

التمرين38:دورة 2018

f الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[\cup]0;1[$ كمايلي: $\begin{cases} f(x)=x+1-\dfrac{1}{\ln x};x\in\mathbb{R}_+^*-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) بيّن أن f مستمرة عند 0 بقيم أكبر

ب) أحسب $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

2-أ)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3)بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4)بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1,49<\alpha<1,5$

ثم بيّن أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω هي من الشكل: $y=(\alpha+3+\frac{1}{\alpha})(x-\alpha)$

5) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6) h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=1-x+x\ln x$.

أ)بيّن أن الدالة h متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و اشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) بيّن أنه من أجل كل $x>1$: $f(x)-x+\frac{1}{x\ln x}=\frac{h(x)}{x\ln x}$

واستنتج أنه من أجل كل $x>1$: $x-\frac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$.

7) A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=e$ (e أساس اللوغاريتم النيبري)

بيّن أن : $\frac{1}{2}(e^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1)<A<\frac{1}{2}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$

التمرين39:دورة 2017

I--نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

1- أدرس إتجاه تغير الدالة g.

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من $]1,76;1,77[$ استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $\begin{cases}f(x)=\frac{x+1}{x-\ln x};x\succ 0\\ f(0)=0\end{cases}$

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 من اليمين،ثم أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}\frac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة بيانيا

2- بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.

3-أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4-لتكن h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x-\ln x$.

أ-بين أن: من أجل كل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $h(x)\succ 0$ واستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم الذي معادلته $y=1$.

ب-أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 2,31$)

التمرين40:دورة 2017 الإستثنائية

I--نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=x+2-\ln x$

- أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=\frac{1}{2}\left(-x+e-\frac{\ln(x^2)}{x}\right)$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-بين أن:من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x)=\frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

2-أ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$.

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3-بيّن أن المستقيم(Δ)ذا المعادلة:$y=-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}$مقارب لـ (C_f).ثم ادرس وضعية (C_f)بالنسبة لـ(Δ)

4-أ)أثبت أنه يوجد مماسان للمنحنى (C_f)معامل توجيه كل منهما $\left(-\frac{1}{2}\right)$ثم جد معادلة لكل منهما.

ب)بيّن أن المنحنى(C_f)يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث:

$2<\alpha<2,1$ و $-0,4>\beta>-0,5$.

5- أرسم المماسين و المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6-باستعمال(C_f)،عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة$x(e-2m)=\ln(x^2)$حلا وحيدا

التمرين41:دورة 2016

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=1+x^2+2\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2) بيّن أن المعادلة: $g(x)=0$تقبل في المجال $]0,52\,;0,53[$ حلا وحيدا α.

3) استنتج اشارة $g(x)$ المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2-أ)بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$.

ب)شكل جدول تغيرات الدالة f. جـ) تحقق أن $f(\alpha)=2\left(\frac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم جد حصرا له.

3-أ)احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل (Δ) .

جـ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4) نقبل ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_0 ، x_1 حيث:

$0,22 \prec x_0 \prec 0,23$ و $2,11 \prec x_1 \prec 2,13$.

أنشئ (T)، (Δ) و (C_f).

5) m وسيط حقيقي : ناقش بيانيا وحسب قيم m، عدد حلول المعادلة: $3+2\ln x-mx=0$

التمرين42:دورة جوان2015

f الدالة معرفة بـ: $f(0)=1$ ومن أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x^2\ln x$.

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.

ب) احسب $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2)أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$. ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;+\infty[$.

ب)تحقق أن : $1,531 \prec \alpha \prec 1,532$.

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$.

و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) ادرس شفعيه الدالة g. ب) أنشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2;2]$

التمرين43:دورة جوان2014

1) f الدالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$.

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ)ادرس تغيرات الدالة f.

ب)أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e.

ج) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم أسم (C_f) على المجال $]0;e^2]$

2) g الدالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) ادرس تغيرات الدالة g.

ب)عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم أرسم (C_g) على المجال $]0;e^2]$.

التمرين44:دورة جوان2013

I-1-الدالة u معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=e^x-3x+4-e$

أ- أدرس اتجاه تغيّر الدالة u.

ب-بيّن أنه ، من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $e^x-e\succ 3x-4$

2-الدالة v معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$

أ-بيّن أن: $v'(1)=0$ (v' يرمز إلى المشتقة للدالة v)

ب-أثبت أنه ،من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $v(x)\le 0$

جـ-أثبت أنه ،من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $\frac{-1+\ln x}{x^2}\le 3x-4$

3-أثبت أنه ،من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $e^x-e+\frac{1-\ln x}{x^2}\ge 0$

II-f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=e^x-ex+\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2-بيّن أن f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ وشكّل جدول تغيراتها

3-أحسب $f(1)$ ،ثم مثل المنحنى (C_f) على المجال $]0;2,5]$

التمرين45:دورة جوان2012

I) g دالة معرفة على $]-1;3[$ بـ: $g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم والآخر α يحقق: $-0,8 \prec \alpha \prec -0,7$.

3)عيّن ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

4) h دالة عددية معرفة على $]-1;3]$ بـ: $h(x)=[g(x)]^2$

أ)أحسب $h'(x)$ بدلالة كلا من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب)عيّن إشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

II) f دالة عددية معرفة على $]-1;3]$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1)بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

2)أ-بيّن أنه من أجل كل $x\in]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$. ثم استنتج أتجاه تغير الدالة f

ب- بيّن أن: $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

جـ-أحسب $f(3)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

3)أ-بيّن أنه من أجل كل $x\in]-1;3]$ فإن: $x-\ln(x+1)\geq 0$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T).

4) عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي لـ (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3

5) أرسم (T) ، (T') و (C_f) .

6)ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

التمرين46:دورة جوان2011

1) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln(x^2)-1$

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب)أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

2) f الدالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1-\frac{1}{x^2})(\ln x)$.

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ)بيّن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وأن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x\to \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى للمنحنى (δ) ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذاتستنتج ؟.

- أرسم (δ) و (C_f).

التمرين47:دورة جوان2010

g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=x-1-2\ln x$ و (C_g) المنحنى الممثل لها

1-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

2- أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

ب) أدرس تغيرات الدالة g. جـ) أحسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبلا حلين مختلفين احدهما α حيث $3,5\prec\alpha\prec3,6$.

هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g(\frac{1}{x})$.

3- f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x \;;x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

أ-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب-احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ- بيّن أنه من أجل x من $]0;+\infty[$ فإن $f'(x)=xg(\frac{1}{x})$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f. د-شكل جدول تغيرات الدالة f بيّن أن $f(\frac{1}{\alpha}) = \frac{\alpha - 1}{2\alpha^2}$

و استنتج حصرا للعدد $f(\frac{1}{\alpha})$

4-أرسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$

الجزء الثالث:بكالوريات جزائرية و أجنبية

بكالوريات جزائرية-نظام قديم

التمرين 48:دورة جوان95 ع -ش

1ـ f دالة عددية للمتغيّر الحقيقي x معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\ln x$

أ) احسب نهايات الدالة f عند حدود المجال $]0;+\infty[$

ب)ادرس تغيرات الدالة f

2- نسمي (Γ) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) اكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحنى (Γ).

ب)اكتب معادلة المماس لـ (Γ) عند النقطة ω ذات الترتيب 0

بين ان المنحنى (Γ) يقبل نقطة انعطاف E. اكتب معادلة لمماس للمنحنى (Γ) عند هذه النقطة.

ج)ارسم بعناية المماسين المذكورين سابقا ثم ارسم (Γ)

التمرين 49:دورة جوان98 ع -ش

I ـ ϕ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $\phi(x)=x^2-4x+3+6\ln|x-2|$

1 ـ أحسب $\phi(1)$ و $\phi(3)$.

2 ـ أدرس تغيرات الدالة ϕ و استنتج إشارة $\varphi(x)$

II ـ لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما يلي: $f(x)=x+2-\frac{5}{x-2}-\frac{6\ln|x-2|}{x-2}$

و (Γ) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 ـ أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f'(x)=\frac{\phi(x)}{(x-2)^2}$.

ب) استنتج تغيرات الدالة f.

جـ) بيّن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل يطالب تعيين معادلتهما.

د) احسب $f(-1)$، $f(0)$ ، $f(4)$ و $f(-4)$ بالتقريب إلى $\frac{1}{10}$

ـ تحقّق أنّ النقطة $\omega(2;4)$ مركز تناظر للمنحنى (Γ) ثم أرسم (Γ)

التمرين 50:دورة جوان2001 ع

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ كما يلي: $f(x)=x+\ln|e^x-2|$ وليكن (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1 –أ- أدرس تغيرات الدالة f .

ب- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ ، $f(x)=2x+\ln\left|1-2e^{-x}\right|$

2-أ-بين أن (C)يقبل مستقيمين مقاربين $(\Delta): y=2x$ و $(\Delta'): y=x+\ln 2$

ب- عين نقط تقاطع (C)مع محور الفواصل .

جـ-أنشئ المنحنى (C)

التمرين 51:دورة جوان2004ع

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{x}$

وليكن(C)المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)- أدرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحنى (C)

- أثبت أنّ (C)يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

2) احسب : $f(-x)+f(x)$ ماذا تستنتج ؟.

3) بين ان المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1;-0,5[$.

4) أثبت أن (C)يقبل مماسا (T)يشمل النقطة A(0;1) ويمس المنحنى(C)في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما ثم أوجد معادلة للمماس (T) .

5) أرسم (T)ثم (C)

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

7) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x)=1+\dfrac{\ln x^2}{|x|}$ وليكن(γ) تمثيلها البياني

- بين ان g زوجية .

- دون دراسة تغيرات g ، ارسم (γ) علل ذلك.

بكالوريات اجنبية

التمرين 52:عن بكالوريا تونس 2018

ترجمة وتصرف الا ستاذ:بالعبيدي م العربي

في الجزء المرفق الشكل (Γ) يمثل منحنى الدالة u في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=x-1-4\ln x$.

(Γ) يقبل مقاربين أحدهما حامل محور التراتيب والاخر مائل (D) ذو المعادلة $y=x$ بجوار $+\infty$

(Γ) يقبل مماسا وحيدا يوازي محور التراتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

(Γ) يقطع المحور $(O;\vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و α على الترتيب .

أ) بقراءة بيانية: 1) أحسب كلا من : $u(1)$ ، $u(\alpha)$ ، $u'(4)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^+}u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}u(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{u(x)}{x}$.

2) عيّن إشارة كلا من : $u(x)$ و $u'(x)$.

ب) نعتبر f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^{x-1}}{x^4}-(x-1)+4\ln x$

وليكن (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أ) تحقق انه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن: $f(x)=e^{u(x)}-u(x)$

ب)بيّن أن $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=+\infty$.

2- أ) تحقق انه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=u'(x)\left[e^{u(x)}-1\right]$.

ب)بيّن أنه يكون : $f'(x)>0$ إذا وفقط إذا ، $x\in]1;4[\cup]\alpha;+\infty[$ ،ثم شكل جدول تغيرات f.

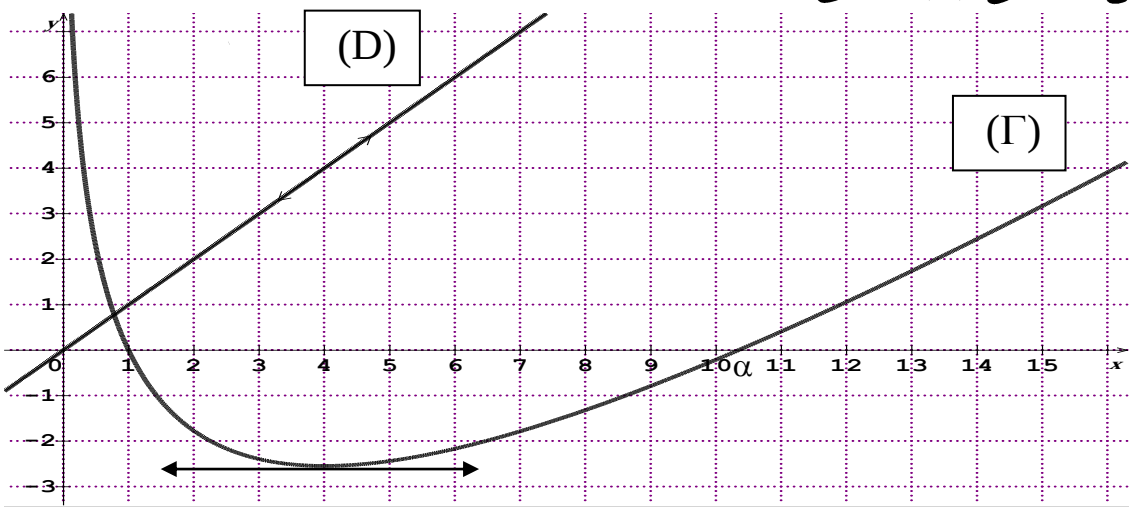
3- أ) تحقق انه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $e^x-2x>0$.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Γ)

جـ) أرسم المنحنى (C) في الجزء الرفق على المجال $]0;15[$

.....

الجزء الرفق:المنحنى (Γ) الممثل للدالة u



التمرين 53:عن بكالوريا المغرب 2017

I) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

1) تحقق ان $g(1)=0$.

2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g المقابل

بيّن : أن $g(x)\le 0$ من أجل كل x من $]0;1]$

: أن $g(x)\ge 0$ من أجل كل x من $[1;+\infty[$

x	0	$+\infty$
g'(x)	+	
g(x)	$-\infty$ ↗	$+\infty$

II) نعتبر الدالة العددية f والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=x+\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ثم فسر النتيجتين بيانيا .

2-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) بيّن أن الدالة متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على المجال $[1;+\infty[$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

3-أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x=0$.

ب) أستنتج أن (C_f) يقطع المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياهما

ج) بيّن أن $f(x)\le x$ من أجل كل x من $[1;2]$، استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (D) على $[1;2]$

4- إنشئ كلا من المستقيم (D) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم السابق على المجال $]0;5[$.

التمرين 54:عن بكالوريا المغرب 2014

(بتصرف /الاستاذ : محمد جبالي)

I) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاولى بيانيا .

2) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم ضع جدول تغيراتها.

4) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $(\ln x)^2+2\ln x+\frac{1}{x^2}-\geq 0$.

5) احسب $f(2)$ ، $f(3)$، $f(4)$ و $f(5)$ ، ثم إنشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

6) لتكن الدالة العددية h والمعرفة على $]-\infty;2[$ كمايلي: $h(x)=(1+\ln(2-x))^2+\frac{1}{(2-x)^2}$

وليكن (C_h) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.

بين أن يمن استنتاج المنحنى (C_h) من (C_f) ثم أنشئه في المعلم السابق.

التمرين 55:عن بكالوريا السنغال 2016

(ترجمة وتصرف بسيط الاستاذ : محمد جبالي)

الجزءأ: لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=-2\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$

1-أ)احسب نهايتي g ، على طرفي مجال تعريفها.

ب)احسب $g'(x)$ ، وادرس إشارته ، ثم شكل جدول تغيرات g.

2-أ)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حليّن أحدهما 0 والآخر α ينتمي إلى المجال $]-0,72;-0,71[$

ب)حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

الجزءب:لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\frac{x^2}{\ln(x+1)};x>-1;x\neq 0 \\ f(x)=(1+x)e^{-x-1};x\leq -1 \end{cases}$ و $f(0)=0$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهايتي f، على طرفي مجال تعريفها.

2-أ) ادرس استمرارية f عند 1- وعند 0.

ب)ادرس اشتقاقية f عند 1-، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

3-أ) بيّن أنه ، من أجل كل x من $]-1;+\infty[-\{0\}$: $f'(x)=\frac{-x.g(x)}{\ln^2(x+1)}$

ب) احسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty;-1[$.

جـ) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f، وشكل جدول تغيراتها.

4-أ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب)أنشئ المماس (T) وكذا نصفي المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1- ، ثم أنشئ المنحنى (C_f).

تعطى: $f(\alpha)\simeq -0;41$ و $f(3)\simeq 6;5$ و $f(-2;5)\simeq -6;7$

التمرين 56:عن بكالوريا المغرب 2015

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 2cm .

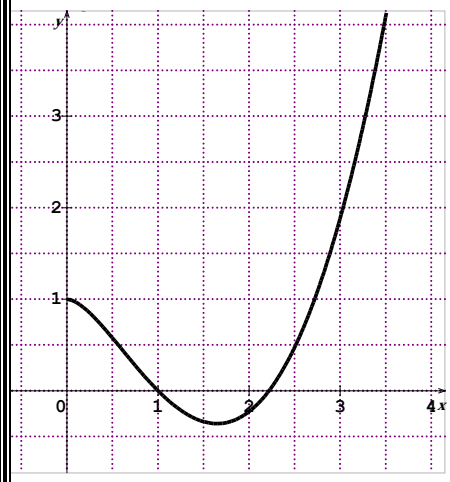
I-1)بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$.

2-أ)احسب $\lim\limits_{x\to e^<} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to e^>} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

جـ) $\lim\limits_{x\to 0^>} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيان بيانيا.(لاحظ : $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)

3-أ)بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.



ب) بيّن أن الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $]1;e]$ و $]e;+\infty[$

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (أنظر الشكل)

1)أ-حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

ب-نعطي جدول القيم التالية:

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	–0,14	–0,02	0,12	0,28

بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

2-أ)تحقق من أنه من أجل كل x من D_f : $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما 1 و α

جـ) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $1;\alpha$

بيّن $f(x)-x\le 0$ من أجل كل x من $1;\alpha$.

3) إنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين 57:عن بكالوريا المغرب 2013

الجزء1: f الدالة العددية المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

1-بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. 2- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليمين.

3- أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

الجزء2: g الدالة العددية المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\ln(x-2\sqrt{x}+2)$.

و(C)تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-\ln x]$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا.

2-أثبت أن $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=-\infty$ وفسر النتيجة بيانيا.

3- أدرس تغيرات الدالة g.

4-أدرس الوضع النسبي للمنحنى(C) والمنحنى (Γ)المثل للدالة $x\to\ln x$.

5-أنشئ المنحنيين (Γ) و (C).

6- أشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى (C')المثل للدالة k المعرفة على المجال $[0;+\infty[$بالعبارة $k(x)=\ln(ex-2e\sqrt{x}+2e)$ ، ثم أرسم المنحنى (C').

التمرين 58: بكالوريا كاليدونيا الجديدة 2010

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$.

1. احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ ، ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2. ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,8\prec\alpha\prec1,9$.

استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1$ و $\|\vec{j}\|=4$.

1. أ. بين أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

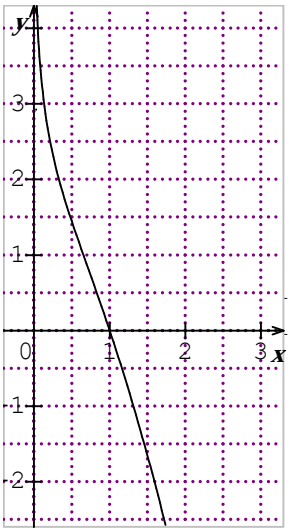
جـ.أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in[1;+\infty[$، $0\le f(x)\le\dfrac{\ln x}{x^2}$.ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

د. بين أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$ ، ثم احصر لعدد $f(\alpha)$.

2-شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.و ارسم المنحنى (C_f)

التمرين 59: بكالوريا فرنسا/Polynésie/تقني/2010

(ترجمة وتصرف بسيط الأستاذ : محمد جبالي)



I) المنحنى (C_g) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ:
$g(x)=1-\ln x-x^2$.

بقراءة بيانيّة عيّن إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=\frac{2\ln x}{x}-2x+4$

يرمز (C_f) إلى منحنيها في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$؛[وحدة الطول $2cm$]

1)ا- احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، و فسّر النتيجة الأولى هندسيّا.

ب- أثبت أنّ المستقيم (D) ذا المعادلة $y=-2x+4$ مقارب مائل لـ C_f .

ج- ادرس الوضعيّة النسبيّة للمنحني C_f والمستقيم (D).

2)ا- بيّن أنه ، من أجل كل عدد x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج تغيّرات f ، و شكّل جدول تغيّراتها.

ج- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّيْن α و β حيث: $0,4\prec\alpha\prec 0.5$ و $2,3\prec\beta\prec 2,4$.

3)ا- أنشئ المنحني C_f .

ب- يُعطى المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y=mx-m+2$ ، حيث m وسيط حقيقي.
بيّن أنه عندما يتغيّر m في $\mathbb{R}$ ، فإنّ (D_m) يدور حول نقطة يطلب تعيين إحداثيّيْها.

ج- ناقش بيانيّا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة
$2\ln x-(m+2)x^2+(m+2)x=0$.

ملاحظة: للأمانة أقول: لقد تصرّفتُ في الموضوع ، حتّى يتناسب مع البرنامج الجزائري و مدّة الامتحان و يتماشى مع العتبة التي حدّدتها وزارة التّربية هذه السّنة.

التمرين 60:عن بكالوريا المغرب 2009

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة كمايلي : $f(x)=2\ln(e^x-2\sqrt{e^x}+2)$.و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-أ-تحقق أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $e^x-2\sqrt{e^x}+2=(\sqrt{e^x}-1)^2+1$ ثم استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$.

ب-بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x: $1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\succ 0$

2- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\ln 4$ وفسر النتيجة الثانية هندسيا.

3- أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x}-1)}{(\sqrt{e^x}-1)^2+1}$ ثم تحقق أن: $f'(0)=0$

ب-أدرس إشارة $(\sqrt{e^x}-1)$ على $\mathbb{R}$ واستنتج أن f متزايدة على $[0;+\infty[$ و متناقصة على $]-\infty;0]$

4-أ-تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2x+2\ln(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x})$.

ب-بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

5-أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-3\sqrt{e^x}+2=(\sqrt{e^x}-1)(\sqrt{e^x}-2)$.

ب-أدرس أشارة $(\sqrt{e^x}-2)$ و $(\sqrt{e^x}-1)(\sqrt{e^x}-2)$ على $\mathbb{R}$.

جـ-استنتج أنه من أجل كل x من $[0;\ln 4]$، $e^x-2\sqrt{e^x}+2\le\sqrt{e^x}$.

د- بيّن أنه من أجل كل x من $[0;\ln 4]$، $f(x)\le x$.

6-إنشئ المنحنى (C).