

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 س و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: كرتان خضراوان مرقمتان بـ: 1 ، 2 وثلاث كرات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 وخمس كرات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3

(I) نمسح عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A: « الحصول على 3 كرات مختلفة الألوان مثلى مثلى » ، B: « الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم »

C: « الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها 6 »

(1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.ب) احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج حساب $P(A \cup B)$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لـ 3 كرات بالكيفية الشايقة عدد ألوان الكرات المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي.

(II) نمسح عشوائيا من الصندوق 3 كرات على التوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$ أ) احسب الحدين u_1 ، u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 < u_n \leq e^2$ ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) (2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على N بـ: $v_n = \ln u_n - 2 \ln 2$ أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة nب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ب) استنتج بدلالة n الجداء p_n حيث: $p_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

- (1) نعتبر المعادلة: $(E) \dots 7x - 5y = 9$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
- (أ) عيّن الأعداد الصحيحة x التي تحقق: $7x \equiv 9[5]$ ثم حلّ المعادلة (E)
- (ب) نضع: $d = PGCD(x; y)$ حيث الثنائية $(x; y)$ تحقق المعادلة (E)
- عيّن القيم الممكنة للمعد d ثم جد كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $d = 9$
- (2) (أ) لدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بروالي القسمة الإقليدية للمعد 3^n على 7
- (ب) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العد $1446^{2025} + 5n + 2$ قابلاً للقسمة على 7
- (3) عيّن كل الثنائيات الطبيعية $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $3^{y-x} \equiv 5[7]$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

- (I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x-1)^2 e^{-x}$
- (1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ وبيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$
- (ب) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = (x-1)(x-3)e^{-x}$
- (ج) لدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$
- (II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + (x^2 + 1)e^{-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المسطح
- إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm).
- (1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وبيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- (ب) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$
- (2) (أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$
- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) (أ) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماساً (T) موازياً لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.
- (ب) تحقق أن للمنحني (C_f) نقطتي انعطاف ، يُطلب تعيين إحداثيهما.
- (4) احسب $f(-1)$ ثم ارسم كلاً من (Δ) ، (T) و (C_f)
- (5) (أ) عيّن العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدالة $h: x \mapsto (-x^2 + ax + b)e^{-x}$
- أصلية للدالة $k: x \mapsto (x^2 + 1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$
- (ب) استنتج بالمنتج المتينحصر الفرع حساب M مساحة الحيز المستوي المحيّد بالمنحني (C_f) والمستقيمت التي
- معادلاتها: $y = x$ ، $x = 0$ و $x = 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 12 كرة منها: 3 كرات خضراء و 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء.
كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

(I) ن سحب عشوائيا من الصندوق 4 كرات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كرات بالضبط من نفس اللون » ، B : « لا نحصل على أية كرة بيضاء »

C : « الحصول على كرة واحدة بيضاء على الأقل »

(1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج حساب $P(A \cup B)$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لـ 4 كرات بالكيفية الشابة عند الكرات الخضراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

(II) ن سحب عشوائيا من الصندوق 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3+5u_n}{3+u_n}$

أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{12}{3+u_n}$

ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 3$

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $v_n = \frac{-3+u_n}{1+u_n}$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1+u_n} = 1 - v_n$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{4}{1+u_0} + \frac{4}{1+u_1} + \dots + \frac{4}{1+u_n}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) a و b العددان الطبيعيان المكتوبان في نظام التعداد ذي الأساس 7 كما يلي: $a = 4134$ و $b = 4630$ - اكتب كلا من a و b في النظام العشري.

(2) نعتبر المعادلة: $(E) \quad 1446x - 1687y = 241 \dots$ ذات المجولين الصحيحين x و y

(أ) بين أن: $PGCD(1446; 1687) = 241$ ثم حل المعادلة (E)

(ب) جد الثنائية $(x_0; y_0)$ حل المعادلة (E) والتي تحقق: $PPCM(x_0; y_0) = 340$

(3) عين الأعداد الصحيحة α التي تحقق الجملة: $\begin{cases} \alpha \equiv 5[6] \\ \alpha \equiv 6[7] \end{cases}$

(4) A و B عدنان حيث: $A = 7n^2 + 13n + 6$ ، $B = 6n^2 + 11n + 5$ مع n عدد طبيعي.

- بين أن A و B يقبلان القسمة على $n+1$ ثم استنتج بدلالة n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + 2 - 2\ln(x+1)$

(1) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x(x+2)}{x+1}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها. (لا يُطلب حساب النهايات)

(2) استنتج إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1+2\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(ب) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنفني (C_f)

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(3) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{4\ln(x+1)-4}{(x+1)^3}$

(ب) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثياتها.

(4) (أ) احسب $f(0)$ ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $1 + 2\ln(x+1) = m(x+1)$

(5) احسب مساحة الحيز المستوي المحاذ بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x = e - 1 \text{ ، } x = 0 \text{ ، } y = x$$