

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: ماي 2024

المؤسسة : ثانوية أحمد زبانه * زهانة *

المدة: ساعتين ونصف

الشعبة : تسيير و اقتصاد

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل

ج	ب	أ	
$\frac{2}{3} - 2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$	$\frac{2}{3} - 2\ln\left(\frac{2}{3}\right)$	$\frac{3}{2} - 2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$	$\int_1^2 \left(x - \frac{2}{x+1}\right) dx$ يساوي
$1 - e^{-2}$	$e^2 - 1$	$e^2 + 1$	حل المعادلة $\ln(x+1) = 2$ في $\square$ هو:
$\ln[2x(x-1)]$	$\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$	$\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$	العبرة $2\ln x - \ln(x-1)$ تساوي:
1 أو 2	0 أو $-\ln 2$	0 أو $\ln 2$	حلول المعادلة $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ يساوي

التمرين الثاني: (4 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012 :

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعملين y_i	21400	32400	48000	75600	121200	207000	280000
$z_i = \ln y_i$							

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$ في معلم آخر مبدؤه $O'(0; 9)$. وبوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 5cm لكل وحدة على محور الترتيب .

(2) جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})

(3) أ) يبين أن معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي : $z = 0,44x + 9,51$.
ب) تحقق أن : $y = k e^{0,44x}$ ، حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه .

(4) بفرض أن عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة ، قدر عددهم سنة 2024

التمرين الثالث : (4 نقاط)

لاحظ رئيس مركز رياضي أنه في كل سنة، المركز يحتفظ بـ 75 % من أعضائه و يستقبل 800 عضوا جديدا في سنة 2005، أحصى هذا المركز الرياضي 1600 عضوا. نرسم بـ U_n إلى عدد الأعضاء في المركز في سنة $2005 + n$

1. تحقق من أن: $U_1 = 2000$ ثم أحسب U_2 .

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن: $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$.

3. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $V_n = 3200 - U_n$

(أ) بين أن المتتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

(ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n .

4. احسب مجموع أعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 إلى سنة 2020

التمرين الرابع (8 نقاط):

I. f دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ كمايلي: $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى

معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا

2. (أ) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f

3. أثبت أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α تحقق: $1 < \alpha < \frac{1}{2}$

4. أحسب $f(2)$ ، $f(3)$ ثم أنشئ المنحنى (C).

II. دالة معرفة على $]0, +\infty[$ بالعبارة: $F(x) = x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

1. بيّن أن F دالة أصلية للدالة f على $]0, +\infty[$

2. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمت التي معادلاتها $(y=0)$ ، $(x=1)$ و $(x=e)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

ج	ب	أ	
$\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}e^3$	$\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}e^3$	$\frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{2}e$	$\int_1^2 (e^{2x-1}) dx$ يساوي
e	-1	1	حل المعادلة $e^{x+1} = 1$ في $\square$ هو:
$\ln[2x(x-1)]$	$\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$	$\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$	العبارة $2 \ln x - \ln(x-1)$ تساوي:
$-e$ أو $-e^2$	e أو $-e^2$	e أو e^2	حلول المعادلة $(\ln x)^2 - 3 \ln x + 2 = 0$ يساوي

التمرين الثاني : (4 نقاط)

تقوم شركة إلكترونيات بصنع هواتف ذكية، قامت هذه الشركة بصنع جيل جديد وقبل الطرح النهائي في السوق قامت بإجراء إختبار، وهذا بطرح 8 نماذج من هذا المنتج وهذا حسب المادة المستخدمة في الصناعة والخصائص التقنية، ودونت النتائج في الجدول التالي:

x_i سعر البيع بالأورو	240	320	400	480	560	640	720	800
y_i عدد المشتريين	402	390	340	230	210	130	70	60

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور الترتيب).
- (2) اوجد إحداثيات النقطة المتوسطة G لهذه السحابة وعلمها (تدور النتيجة إلى 10^{-2}).
- (3) اوجد معادلة لمستقيم الانحدار $y = ax + b$ بالمربعات الدنيا للسلسلة $M_i(x_i; y_i)$.
- (4) جد تقديرا لعدد المشتريين إذا كان سعر طرَح الهاتف الذكي هو € 500.
- (5) ما هو ثمن البيع حتى يكون عدد المشتريين المتوقع هو 300.

التمرين الثالث : (4 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول U_0 وبالعلاقة التراجعية $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$, ($n \in \mathbb{N}$)

1- عين قيمة U_0 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة .

2- نفرض $U_0 = 6$:

أ- أحسب U_1 و U_2 .

ب- (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = \alpha U_n - 2$, حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$.

• عين قيمة العدد α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$.

ج- نضع : $\alpha = -1$ و $q = \frac{1}{2}$

• عبر بدلالة n عن كل من V_n و U_n .

• احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ثم استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة

د- أحسب بدلال n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

التمرين الرابع : (8 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ما ذا يمثل هذا الحل هندسيا ؟

(2) أ- ادرس نهاية f عند $-\infty$. فسر النتيجة بيانيا ؟

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{3 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

ج- استنتج نهاية f عند $+\infty$ فسر النتيجة بيانيا ؟

(3) احسب $f'(x)$ و ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = f(x) - (x+1)$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$

ب- ادرس اتجاه تغير g ، احسب $g(0)$ و ادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x

ت- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

(6) ارسم (T) و (C_f)

بالتوفيق في البكالوريا إن شاء الله

تصحيح (الموضوع الأول) الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد

تنقيط	مبدؤه (0 ; 9) و بوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 5cm لكل وحدة على محور الترتيب	تنقيط	حل التمرين الاول اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل																																																					
	<table><tr><th>x_i</th><th>y_i</th><th>$z_i = \ln y_i$</th><th>$x_i \times z_i$</th><th>$x_i - \bar{X}$</th><th>$(x_i - \bar{X})^2$</th></tr><tr><td>1</td><td></td><td>9.97</td><td>9.97</td><td>-3</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>10.39</td><td>20.78</td><td>-2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>10.79</td><td>32.37</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td></td><td>11.23</td><td>44.92</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>5</td><td></td><td>11.71</td><td>58.55</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>6</td><td></td><td>12.24</td><td>73.44</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>7</td><td></td><td>12.54</td><td>87.78</td><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>28</td><td></td><td>78.87</td><td>327.81</td><td></td><td>28</td></tr></table>	x_i	y_i	$z_i = \ln y_i$	$x_i \times z_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	1		9.97	9.97	-3	9	2		10.39	20.78	-2	4	3		10.79	32.37	-1	1	4		11.23	44.92	0	0	5		11.71	58.55	1	1	6		12.24	73.44	2	4	7		12.54	87.78	3	9	28		78.87	327.81		28	1. $\int_1^2 \left(x - \frac{2}{x+1} \right) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 - 2 \ln(x+1) \right]_1^2$ $= \frac{1}{2} (2)^2 - 2 \ln(2+1) - \left[\frac{1}{2} (1)^2 - 2 \ln(1+1) \right]$ $= \frac{1}{2} \times 4 - 2 \ln(3) - \left[\frac{1}{2} - 2 \ln(2) \right]$ $= 2 - 2 \ln(3) - \frac{1}{2} + 2 \ln(2) = \frac{3}{2} - 2 \ln\left(\frac{3}{2}\right)$ الإجابة (أ) 2. حل المعادلة $\ln(x+1) = 2$ في $\square$ هي لدينا $\ln(x+1) = 2$ معناه $e^{\ln(x+1)} = e^2$ ومنه $x+1 = e^2$ ومنه $x = e^2 - 1$ الإجابة (ب) 3. العبارة $2 \ln x - \ln(x-1)$ تساوي لدينا $2 \ln x - \ln(x-1) = \ln x^2 - \ln(x-1)$ ومنه $= \ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ الإجابة (أ) 4. حلول المعادلة $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ في $\square$ تساوي نضع $X = e^x > 0$ تصبح المعادلة $X^2 - 3X + 2 = 0$ بعد حساب المميز نجد الحلول $X_1 = 1$ او $X_2 = 2$ من اجل $X_1 = 1$ ومنه $e^{x_1} = 1$ ومنه $\ln e^{x_1} = \ln 1$ ومنه $x_1 = 0$ من اجل $X_2 = 2$ ومنه $e^{x_2} = 2$ ومنه $\ln e^{x_2} = \ln 2$ ومنه $x_2 = \ln 2$ وبالتالي $S = \{0; \ln 2\}$ الإجابة (أ) حل التمرين الثاني 1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$ في معلم
x_i	y_i	$z_i = \ln y_i$	$x_i \times z_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$																																																			
1		9.97	9.97	-3	9																																																			
2		10.39	20.78	-2	4																																																			
3		10.79	32.37	-1	1																																																			
4		11.23	44.92	0	0																																																			
5		11.71	58.55	1	1																																																			
6		12.24	73.44	2	4																																																			
7		12.54	87.78	3	9																																																			
28		78.87	327.81		28																																																			
	2. جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$ $\bar{X} = 4$ ومنه $\bar{X} = \frac{28}{7}$ ومنه $\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7}$ $\bar{Z} = \frac{9.97+10.39+10.79+11.23+11.71+12.24+12.54}{7}$ ومنه $\bar{Z} = \frac{78.87}{7}$ ومنه $\bar{Z} = 11.27$ وبالتالي $G(4; 11.27)$ 3. بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $z = 0,44x + 9,51$ هي $(x_i; z_i)$ $a = \frac{\frac{327.81}{7} - (4 \times 11.27)}{\frac{28}{7}}$ حساب a ومنه $a = 0.4375$ ومنه $a \approx 0.44$ حساب b لدينا $b = \bar{Z} - a\bar{X}$ ومنه $b = 11.27 - 0.44 \times 4$ ومنه $b = 9.51$ و بالتالي $z = 0.44x + 9.51$ 4. تحقق أن: $y = k e^{0.44x}$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه لدينا $z = 0.44x + 9.51$ ومنه $\ln y = 0.44x + 9.51$																																																							

ومنه $y = e^{0.44x} \times e^{9.51}$ ومنه $e^{\ln y} = e^{0.44x+9.51}$

ومنه $k = e^{9.51}$

3. عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة قدر عددهم سنة 2024.

رتبة سنة 2024 هي 19 ومنه $y = e^{0.44 \times 19} \times e^{9.51}$
ومنه $y = 57655719$

حل التمرين الثالث

1. التحقق أن $U_1 = 2000$

$U_1 = 0.75 \times 1600 + 800$ ومنه $U_1 = \frac{75}{100} \times U_0 + 800$

و منه $U_1 = 2000$

حساب U_2

$U_2 = 0.75 \times 2000 + 800$ ومنه $U_2 = 0.75 \times U_1 + 800$

ومنه $U_2 = 2300$

2. إثبات أن $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$

$U_1 = \frac{3}{4} \times U_0 + 800$ ومنه $U_1 = \frac{75}{100} \times U_0 + 800$

و $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$ ومنه $U_2 = \frac{3}{4} \times U_1 + 800$

3. إثبات أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعبئ أساسها

$V_{n+1} = 3200 - U_{n+1} = 3200 - \left(\frac{3}{4}U_n + 800\right)$

ومنه $V_{n+1} = 3200 - \frac{3}{4}U_n - 800 = 2400 - \frac{3}{4}U_n$

ومنه $V_{n+1} = \frac{3}{4}V_n$ ومنه $V_{n+1} = \frac{3}{4}(3200 - U_n)$

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$

حدها الأول V_0

لدينا $V_0 = 3200 - U_0$ ومنه $V_0 = 3200 - 1600$

ومنه $V_0 = 1600$

4. حدها العام V_n بدلالة n

لدينا $V_n = V_0 q^n = 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$

عبارة U_n بدلالة n

بما أن $V_n = 3200 - U_n$ ومنه $U_n = 3200 - V_n$

ومنه $U_n = 3200 - 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$

ومنه $U_n = 1600 \left[2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \right]$

5. حساب مجموع اعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 الى سنة 2020

ومنه $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{15}$

$S = (3200 - V_0) + (3200 - V_1) + \dots + (3200 - V_n)$

$S = (3200 + 3200 + \dots + 3200) - (V_0 + V_1 + \dots + V_{15})$

$S = 3200(15 - 0 + 1) - \left(1600 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{15-0+1}}{1 - \frac{3}{4}} \right)$

$S = 54564$ ومنه $S = 3200(16) - \left(1600 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{16}}{\frac{1}{4}} \right)$

حل التمرين الرابع

$f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$ و $D =]0; +\infty[$

1. إيجاد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0:

$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} x = 0^+ \end{cases}$ لان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \frac{\ln x}{x} = -\infty$

التفسير الهندسي $x = 0$ حامل محور الترتيب هو مستقيم مقارب للمنحنى (C).

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ لان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{\ln x}{x} = 1$

التفسير الهندسي $y = 1$ مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

2. التحقق أنه : $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ومنه $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x}{x^2}$

ب - دراسة اتجاه تغير الدالة f

ندرس إشارة $f'(x)$ أي ندرس إشارة $(1 - \ln x)$

$x < e$ ومنه $\ln x < 1$ ومنه $1 - \ln x > 0$

$x = e$ ومنه $\ln x = 1$ ومنه $1 - \ln x = 0$

$x > e$ ومنه $\ln x > 1$ ومنه $1 - \ln x < 0$

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

وبالتالي الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]0; e]$ و الدالة

f متناقصة تماماً المجال $[e; +\infty[$

تشكيل جدول تغيراتها :

3. اثبات ان المنحنى (C) يقطع محور الفواصل في نقطة

وحيدة α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

• الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[$

و $\begin{cases} f(1) = 1 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -0.39 \end{cases}$ ومنه $f\left(\frac{1}{2}\right) \times f(1) = -0.39 < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المنحنى (C) يقطع

محور الفواصل في نقطة وحيدة α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

4. حساب $f(2)$ و $f(3)$

$f(2) = 1.35$ ومنه $f(2) = 1 + \frac{\ln 2}{2}$

$f(3) = 1.37$ ومنه $f(3) = 1 + \frac{\ln 3}{3}$

التمثيل البياني ل (C)

1. اثبات ان F دالة اصلية لدالة f حيث $F(x) = x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

لدينا $F'(x) = 1 + \frac{1}{2} \times 2(\ln x) \times (\ln x)'$

ومنه $F'(x) = 1 + \frac{1}{2} \times 2(\ln x) \times \left(\frac{1}{x}\right)$

ومنه $F'(x) = 1 + \frac{\ln x}{x} = f(x)$

2. حساب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C)

و المستقيمات $x = e$; $x = 1$; $y = 0$

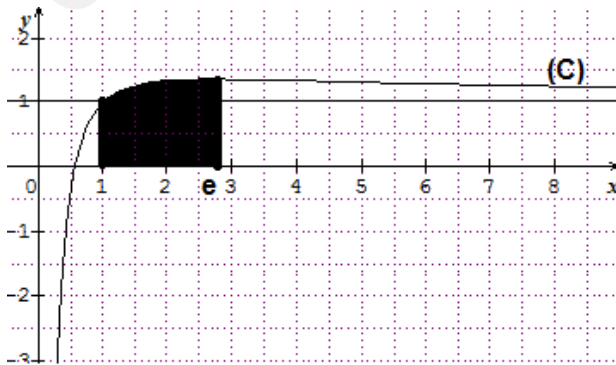
$S = \int_1^e (f(x) - y) dx = \int_1^e \left(1 + \frac{\ln x}{x}\right) dx$

ومنه $S = \left[x + \frac{1}{2}(\ln x)^2 \right]_1^e$

ومنه $S = e + \frac{1}{2}(\ln e)^2 - \left[1 + \frac{1}{2}(\ln 1)^2\right]$

ومنه $S = e + \frac{1}{2} - 1$

$S = e - \frac{1}{2}$



تصحيح (الموضوع الثاني) الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد

حل التمرين الاول اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

$$\int_1^2 (e^{2x-1}) dx = \left[\frac{1}{2} e^{2x-1} \right]_1^2 \quad 1.$$

$$= \frac{1}{2} e^{2 \times 2 - 1} - \frac{1}{2} e^{2 \times 1 - 1} = \frac{1}{2} e^3 - \frac{1}{2} e^1$$

الإجابة (أ)

2. حل المعادلة $e^{x+1} = 1$ في $\square$ هي

$$\ln(e^{x+1}) = \ln 1 \text{ معناه } e^{x+1} = 1 \text{ لدينا}$$

ومن $x+1=0$ ومنه $x=-1$ الإجابة (ب)

3. العبارة $2 \ln x - \ln(x-1)$ تساوي

$$\text{لدينا } 2 \ln x - \ln(x-1) = \ln x^2 - \ln(x-1)$$

$$\text{ومنه } = \ln \left(\frac{x^2}{x-1} \right) \text{ الإجابة (ب)}$$

4. حلول المعادلة $(\ln x)^2 - 3 \ln x + 2 = 0$ في $\square$ تساوي

$$\text{نضع } X = \ln x \text{ تصبح المعادلة } X^2 - 3X + 2 = 0$$

بعد حساب المميز نجد الحلول $X_1 = 1$ او $X_2 = 2$

$$\text{من اجل } X_1 = 1 \text{ ومنه } \ln x_1 = 1$$

$$\text{ومنه } e^{\ln x_1} = e^1 \text{ ومنه } x_1 = e$$

$$\text{من اجل } X_2 = 2 \text{ ومنه } \ln x_2 = 2$$

$$\text{ومنه } e^{\ln x_2} = e^2 \text{ ومنه } x_2 = e^2$$

وبالتالي $S = \{e; e^2\}$ الإجابة (أ)

حل التمرين الثاني

1. تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد

$1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل

و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور التراتيب).

x_i	y_i	$x_i \times y_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$
240	402	96480	-280	79524
320	390	124800	-200	40000
400	340	136000	-120	14400
480	230	110400	-40	1600
560	210	117600	40	1600
640	130	83200	120	14400
720	70	50400	200	40000
800	60	48000	280	79524
4160	1832	766800		271048

2. جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$

$$\bar{X} = \frac{240 + 320 + 400 + 480 + 560 + 640 + 720 + 800}{8}$$

$$\bar{X} = 520 \text{ ومنه } \bar{X} = \frac{4160}{8}$$

$$\bar{Y} = \frac{402 + 390 + 340 + 230 + 210 + 130 + 70 + 60}{8}$$

$$\bar{Y} = 229 \text{ ومنه } \bar{Y} = \frac{1832}{8}$$

وبالتالي $G(520; 229)$

3. معادلة لمستقيم الانحدار $y = ax + b$ بالمربعات الدنيا

للسلسلة $M_i(x_i; y_i)$.

$$a = \frac{\frac{766800}{8} - (520 \times 229)}{\frac{271048}{8}} \quad \text{حساب } a$$

$$\text{ومنه } a = -0.69$$

حساب b

$$\text{لدينا } b = \bar{Y} - a\bar{X} \text{ ومنه } b = 229 - (-0.69) \times 520$$

$$\text{ومنه } b = 587.8 \text{ و بالتالي } y = -0.69x + 587.8$$

تقديرًا لعدد المشتريين إذا كان سعر طرح الهاتف الذكي هو 500.

معناه $x = 500 \in$ ومنه $y = -0.69 \times 500 + 587.8$

ومنه $y \approx 243$ مشتري

ثمن البيع حتى يكون عدد المشتريين المتوقع هو 300.

معناه $y = 300$ ومنه $-0.69x + 587.8 = 300$

ومنه $x = \frac{300 - 587.8}{-0.69} \in$ ومنه $x = 417.10$

حل التمرين الثاني

1. تعيين قيمة U_0 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة

(U_n) ثابتة معناه $U_0 = U_1 = \dots = U_n = U_{n+1}$

بما أن $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$ فإن $U_0 = \frac{1}{2}U_0 - 1$

ومنه $U_0 - \frac{1}{2}U_0 = -1$ ومنه $\frac{1}{2}U_0 = -1$

ومنه $U_0 = -2$

2. نفرض $U_0 = 6$

(أ) حساب U_1 حساب U_2

لدينا $U_1 = \frac{1}{2}U_0 - 1$ لدينا $U_2 = \frac{1}{2}U_1 - 1$

ومنه $U_1 = \frac{1}{2}(6) - 1$ ومنه $U_2 = \frac{1}{2}(2) - 1$

ومنه $U_1 = 2$ ومنه $U_2 = 0$

(ب) تعيين قيمة العدد α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية

أساسها $q = \frac{1}{2}$

لدينا $V_{n+1} = \alpha U_{n+1} - 2$ ومنه $V_{n+1} = \alpha \left(\frac{1}{2}U_n - 1 \right) - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}\alpha U_n - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}\alpha U_n - 1 + 1 - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}(\alpha U_n - 2) + 1 - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n - \alpha - 1$

حتى تكون (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ نضع

$-\alpha - 1 = 0$ ومنه $-\alpha = 1$ ومنه $\alpha = -1$

(ج) نضع: $\alpha = -1$ و $q = \frac{1}{2}$

تعبير عن V_n بدلالة n

حدها الأول V_0

لدينا $V_0 = -U_0 - 2$ ومنه $V_0 = -6 - 2$ ومنه $V_0 = -8$

حدها العام V_n بدلالة n

لدينا $V_n = V_0 q^n = (-8) \times \left(\frac{1}{2} \right)^n$

عبارة U_n بدلالة n

بما أن $V_n = -U_n - 2$ ومنه $U_n = -V_n - 2$

ومنه $U_n = 8 \times \left(\frac{1}{2} \right)^n - 2$

حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[8 \times \left(\frac{1}{2} \right)^n - 2 \right] = -2$

استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة

بما أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -2$ فإن المتتالية (U_n) متقاربة

(د) حساب المجموع S_n بدلالة n حيث:

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

ومنه $S_n = (-U_0 - 2) + (-U_1 - 2) + \dots + (-U_n - 2)$

ومنه $S_n = -(V_0 + V_1 + \dots + V_n) - (2 + 2 + \dots + 2)$

$$f'(x) = \frac{3e^{2x} + 3e^x - 3e^{2x} + e^x}{(e^x + 1)^2} \text{ ومنه}$$

$$f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} \text{ ومنه}$$

• دراسة اتجاه تغير الدالة f

بما ان $4e^x > 0$ و $(e^x + 1)^2 > 0$ فان $f'(x) > 0$

وبالتالي الدالة f متزايدة تماما على

• تشكيل جدول تغيرات الدالة f

4. عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي

فاصلتها 0

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$\begin{cases} f'(0) = \frac{4e^0}{(e^0 + 1)^2} = \frac{4}{2^2} = \frac{4}{4} = 1 \\ f(0) = \frac{3e^0 - 1}{e^0 + 1} = \frac{3 - 1}{1 + 1} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \text{ و}$$

$$\text{ومنه } (T) \dots y = x + 1$$

5. (أ) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x

$$g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$$

$$\text{لدينا } g(x) = f(x) - (x + 1)$$

$$\text{ومنه } g'(x) = f'(x) - 1$$

$$\text{ومنه } g'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} - 1$$

$$\text{ومنه } g'(x) = \frac{-e^{2x} + 2e^x - 1}{(e^x + 1)^2}$$

$$\text{ومنه } g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$$

$$\text{ومنه } g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$$

$$S_n = -\left(-8 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}\right) - 2(n+1) \text{ ومنه}$$

$$S_n = 16\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1) \text{ ومنه}$$

حل التمرين الرابع

1. حل في □ المعادلة $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \text{ معناه } \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} = 0$$

$$\text{معناه } 3e^x - 1 = 0 \text{ لان } e^x + 1 > 0$$

$$\text{ومنه } 3e^x = 1 \text{ ومنه } e^x = \frac{1}{3} \text{ ومنه } x = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{أو } x = -\ln 3$$

يمثل هذا الحل هندسيا فاصلة نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل

2. (أ) حساب نهاية f عند $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3e^x - 1}{e^x + 1}\right) = \frac{-1}{1} = -1$$

التفسير الهندسي $y = -1$ هو مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

$$\text{ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \quad f(x) = \frac{3 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

$$\text{لدينا } f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{e^x \left(3 - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)} = \frac{3 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

ج) استنتاج نهاية f عند $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}\right) = \frac{3}{1} = 3$$

التفسير الهندسي $y = 3$ هو مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

3. حساب $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{3e^x(e^x + 1) - (3e^x - 1)e^x}{(e^x + 1)^2}$$

ب) دراسة اتجاه تغير g

بما ان $g'(x) < 0$ فان الدالة g متناقصة تماما على $\square$

حساب $g(0)$

$$g(0) = f(0) - (0+1) = 1-1 = 0$$

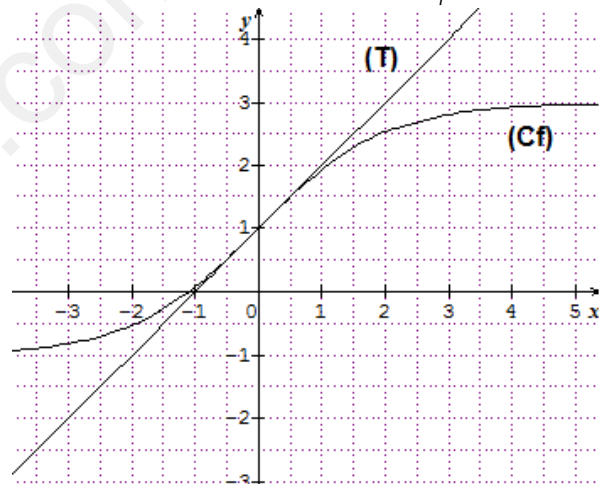
دراسة إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

ت) استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
الوضع النسبي بين (C_f) و (T)	يقع (C_f) فوق (T)		يقع (C_f) تحت (T)
	$(C_f) \cap (T) = \{(0;1)\}$		

ارسم (C_f) و (T)



بالتوفيق في البكالوريا إن شاء الله

أستاذ المادة زراوني عمر

الأستاذ عمر زراوني : Fb