الجمهوريـة الجزائرية الديمقراطيـة الشعبيـة
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : التقني رياضي
اختبار في مادة الريـاضيات

المقاطعة التفتيشية الثانية – ادرار
ثانويات : أولف - رقان – برج باجي مختار
* دورة مـاي 2023 *
المـدة : 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

* التمرين الأول : (04 نقاط)

I. نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

1) احسب $P(6)$، ثم أكتب $P(z)$ على الشكل $P(z)=(z-6)(z^2+az+b)$ حيث a و b عددان حقيقيان

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B و C ذات اللواحق:

$$z_A=3+i\sqrt{3} \quad ، \quad z_B=3-i\sqrt{3} \quad و \quad z_C=6$$

1) – أ – اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي

ب – بيّن أن : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2023}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1444}=0$

ج – عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا موجبا

2) نضع : $Z=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

أ – اكتب العدد Z على الشكل الأسي

ب – استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $|\overline{z}-6|=|iz+\sqrt{3}-3i|$

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها ثلاث كريات زرقاء مرقمة 0 ، 1 ، 2
وأربع كريات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة 1 ، 2 ، 4

✓ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس :

1) أحسب احتمال ل حدث من الأحداث التالية :

الحدث A : " سحب ثلاث كريات من نفس اللون "

الحدث B : " سحب ثلاث كريات أرقامها يمكن أن تشكل العدد 2023 "

الحدث C : " سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها 2 "

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ – عرف قانون الاحتمال للمتغير X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي

ب – عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون : $E(10X+b)=2032$

ج – أحسب $P(e^{X^2-X}=1)$ ، $P\left(X=\frac{6}{5-X}\right)$

www.ency-education.com

* التمرين الثالث : (05 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 واساسها q ، حيث u_0 و q عددان طبيعيان غير معدومين .

1- عين u_0 ، q علما أن u_0 أولي مع q و $3u_0^2 = u_3 - u_1$.

2- نفرض أن $u_0 = 8$ ، $q = 3$ و نضع $S_n = u_0 + u_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + u_n$ و $W_n = u_0 \times u_1 \times \ldots\ldots\ldots \times u_n$

✓ أحسب S_n و W_n بدلالة n .

3- أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 13 .

ب) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $1962^{2022} + 2023^{1954} - 1444$ على 13 .

4- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها S_n مضاعف للعدد 13

5- أ) بين أن 89 عدد أولي .

ب) عين القواسم الطبيعية للعدد 7832 ثم بين أن العددين 981 و 977 أوليان فيما بينهما.

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g(1)$ ؛ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 2 + \dfrac{\ln x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا. ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) – أ – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ حيث: f' الدالة المشتقة للدالة f.

ب – أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

ج/بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له.

4) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث: $0,6 < \alpha < 0,7$ ؛ $2,1 < \beta < 2,2$.

5) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f).

6) ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda > 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذو المعادلتين $x = 1$ و $x = \lambda$.

أ/ باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب: $\int_1^{\lambda} \dfrac{\ln x}{x^2}\,dx$.

ب/ أحسب بدلالة λ ، المساحة $A(\lambda)$ ثم عين $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

* التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E).....9x+4y=22$ ، حيث x و y عددين صحيحان .

1- أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E)فإن $x\equiv 2[4]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2- N عدد طبيعي يكتب $\overline{133\alpha\beta 3}$ في نظام التعداد ذو الأساس 4، ويكتب $\overline{56\alpha 0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7

حيث α و β عددان طبيعيان.

- عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

3- نضع $a=88n+22$ و $b=198n+44$ حيث n عدد طبيعي .

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) باستعمال مبرهنة بيزو بين أن العددين $4n+1$ و $9n+2$ أوليان فيما بينهما .

جـ) جد $PGCD(a;b)$.

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 6 كريات بيضاء تحمل الأرقام :2،1،1،0،0،0 وكرتين سوداويين تحمل الأرقام : 1،0
(لانميز بينها باللمس)نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع .

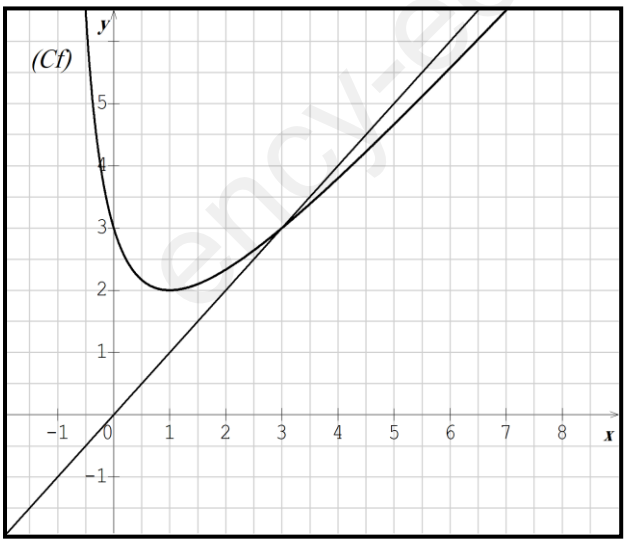
1. احسب إحتمال كل من الأحداث التالية :
   1. A : للكرتين المسحوبتين نفس اللون
   2. B : للكرتين المسحوبتين نفس الرقم
   3. C : للكرتين المسحوبتين لونين مختلفين ورقمين مختلفين
   4. D : جداء الرقمين المسجلين على الكرتين معدوم
2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل عملية سحب للكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما
   - أوجد قانون الإحتمال للمتغير X
   - أحسب الأمل الرياضياتي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير X

* التمرين الثالث : (05 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(أنظر الشكل المقابل)



1) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=1$
ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ/ أنقل الشكل، ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية:
u_0 ، u_1 و u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب/ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ/ باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le 3$.

ب/ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على IN ، ثم استنتج أنها متقاربة.

www.ency-education.com

3) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3-u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3-u_n)$.

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 3-u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots\cdots + u_{n-1}$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3n + 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) \leq S_n \leq 3n$. ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ : $g(x) = e^x - 2x - 1$.

1) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلين فقط أحدهما معدوم و الاخر α حيث: $1,25 < \alpha < 1,26$.

4) شكل جدول إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على IR^* بـ: $f(x) = x\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسياً ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، أعط تفسيرا هندسيا . (لاحظ أن: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^2}$) .

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* : $f'(x) = \frac{e^{2x} g(x)}{(e^x - 1)^3}$.

ب – بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0[$ ومتناقصة تماما على كل من المجالين $]0;\alpha]$ و $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x) - x) = 0$ ثم إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

4) أ- بين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha+1)^2}{4\alpha}$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب - أنشئ (C_f) و (Δ). (نأخذ $f(\alpha) \approx 2.5$).

جـ - عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = |m|x$ حلا وحيدا سالبا .

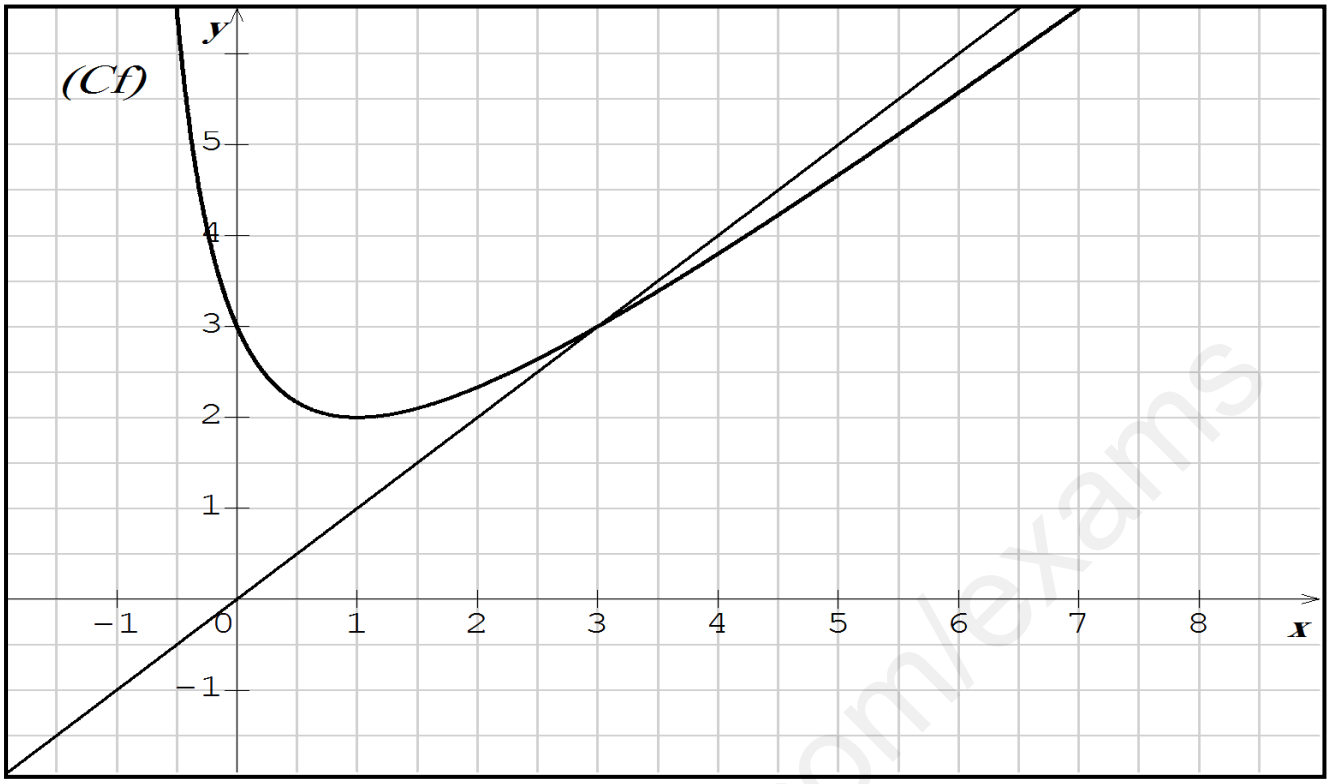
5) أ – بين $\int_e^{e^2} \frac{(2-\ln x)}{2x} = \frac{1}{4}$ ، ثم بإستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_e^{e^2} \frac{(2+\ln x)}{x^2} = \frac{4e-5}{e^2}$.

ب – بين أن من أجل عدد حقيقي x من المجال $[e,e^2]$: $x + \frac{(2-\ln x)}{2x} \leq f(x) \leq x + \frac{(2+\ln x)}{x^2}$.

ج – إستنتج حصرا لمساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = e$ و $x = e^2$.

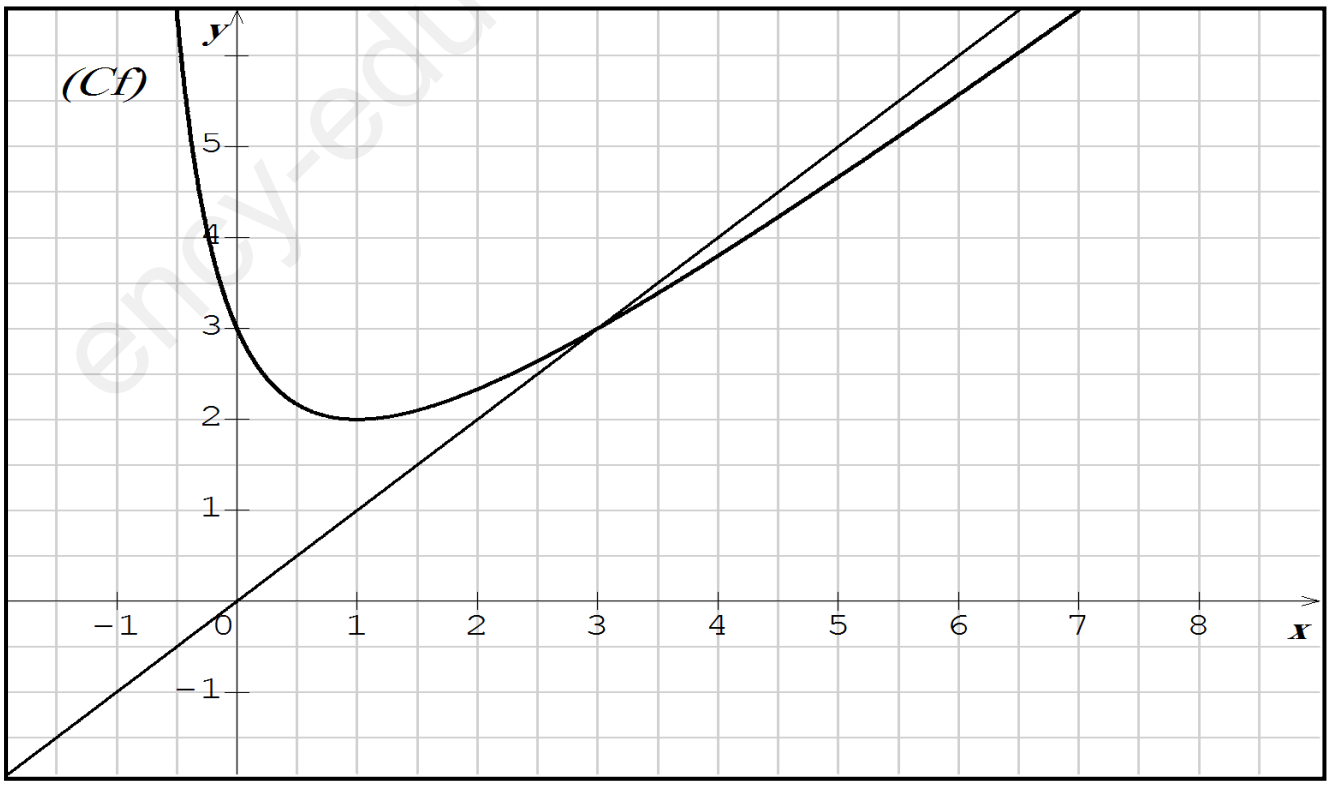
www.ency-education.com

اللقب و الاسم : ..... القسم : .....



.....

اللقب و الاسم : ..... القسم : .....



ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2023

شعبة: التقني رياضي — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 05 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{5}{3} \end{cases}$.

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n < \frac{5}{2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{5}{2} - u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(\frac{5}{2} - u_n\right)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{5}{2} - u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \left(\frac{5}{2} - u_0\right)$، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \ln\left(u_{n+1} - u_n\right)$.

أ. بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 3$ يطلب حساب حدها الأول، ثم اكتب v_n بدلالة n.

ب. احسب بدلالة n الجداء P_n بحيث: $P_n = (u_1 - u_0) \times (u_2 - u_1) \times \ldots\ldots \times (u_{n+1} - u_n)$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة منها 6 كريات بيضاء مرقمة بـ: $0, 2, 2, 2, 2, 4$ و كريتين سوداوين مرقمتين بـ: $0, 1$.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس و نعتبر الحدثين A و B بحيث: الحدث A: الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون و الحدث B: الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها يساوي 4.

1. احسب كلا من $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.

2. بين أن $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$، ثم استنتج $P(A \cup B)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب أصغر الأرقام المحصل عليها أو يساويها.

✓ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

4. نسحب الآن عشوائيا n كرية على التوالي بالإرجاع بحيث $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}$ ونسمي C الحدث: الحصول على n كرية سوداء.

✓ بين أن $P(C) = \left(\frac{1}{4}\right)^n$، ثم أوجد أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $P(\overline{C}) \geq 0,99$.

www.ency-education.com

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الصحيح $(x;y)$: $2x-5y=1$.

1. أ) جد الحل $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0=3y_0$، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن الكسر $\frac{x}{y}$ غير قابل للاختزال.

2. جد قيم العدد الطبيعي λ التي تحقق $\begin{cases}\lambda\equiv 1962[5]\\ \lambda\equiv 2023[2]\end{cases}$، ثم عين باقي قسمة λ على 10.

3. عين الثنائيات الطبيعية $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $10^{\lambda}+x+y\equiv 0[11]$.

4. ليكن N عددا طبيعيا يكتب $\overline{23}$ في النظام ذي الأساس α و يكتب $\overline{54}$ في النظام ذي الأساس β بحيث α و β عددان طبيعيان.

✓ جد العددين α و β علما أن $\beta^2-\alpha=31$، ثم اكتب N في النظام العشري.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة و المتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ بحيث: $g(x)=e^x+x+1$.

1. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن $-1,29<\alpha<-1,27$.

2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$، ثم تحقق أن $e^{-\alpha}=-\frac{1}{\alpha+1}$.

II. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-x+\frac{x}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{-e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بين أن $f(\alpha)=-\alpha$، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1-x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ب) بين أن $f'(-\alpha)=-1$ و $f(-\alpha)=0$، ثم اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$.

4. أنشئ المماس (T) و المستقيمات المقاربة، ثم مثل (C_f).

5. أ) بين أنه من أجل $x\in[0;1]$: $1-x\le f(x)\le 1-\frac{1}{2}x$، ثم استنتج أنه من أجل $x\in[0;1]$: $1-x\le f(x)\le 1-\frac{1}{2}x$.

ب) استنتج حصرا لـ A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و محوري الاحداثيات و المستقيم ذا المعادلة $x=1$.

انتهـــــــــــى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضـــــوع الثانـــــي

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر العددين الطبيعيين a و b بحيث: $\begin{cases} a+b \equiv 7[11] \\ a-b \equiv 5[11] \end{cases}$.

1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11.
   ب) بين أن $a \equiv 6[11]$ ثم استنتج أن $b \equiv 1[11]$.
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد a^n على 11.
3. بين أن العدد A بحيث $A = a^{2023} + a^{1444} - (a-b)^{2021}$ مضاعف للعدد 11.
4. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $(b-a)^{10n+6} + (a+b)n \equiv b^{2973}[11]$.

التمرين الثاني: 05 نقاط

I. جد العددين المركبين α و β بحيث: $\begin{cases} 2\overline{\alpha} - \sqrt{3}\overline{\beta} = 3\sqrt{3} + i \\ \overline{\alpha i - \beta} = 0 \end{cases}$.

II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A = \sqrt{3}+i$، $z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}z_A$ و $z_C = -1+i\sqrt{3}$ على الترتيب.

1. اكتب z_B على الشكلين المثلثي و الجبري، ثم استنتج القيم المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.
2. أ) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}z_A}\right)^n$ تخيليا بحتا سالبا تماما.
   ب) تحقق أن B صورة A بتحويل نقطي S يطلب تعيين طبيعته و تحديد عناصره المميزة.
3. أ) بين أن $\frac{z_C}{z_A} = i$، ثم استنتج طبيعة المثلث AOC.
   ب) تحقق أن $z_B - z_A = z_C$ ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $AOCB$.
4. عين طبيعة المجموعة (E) مجموعة النقط $M(Z)$ بحيث $\left|\frac{\overline{z}-\sqrt{3}+i}{\frac{\sqrt{2}}{2}iz}\right| = \left|\frac{z_B}{z_A}\right|$، ثم عين صورتها بالتحويل النقطي S.

التمرين الثالث: 04 نقاط

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \left(\frac{1+\sqrt{u_n}}{2}\right)^2 \end{cases}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \le u_n \le 1$.

www.ency-education.com

2. بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{4}\left(1-\sqrt{u_n}\right)\left(1+3\sqrt{u_n}\right)$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برر تقاربها.

II. المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\sqrt{u_n}-1$.

1. أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n=\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^2$ و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$.

التمرين الرابع: 07 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln\left(\frac{x^2-2x+2}{x}\right)$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$.

2. أ) تحقق أنه من أجل $x>0$: $f(x)=\ln(x)+\ln\left(1-\frac{2x-2}{x^2}\right)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln(x)\right]$، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ) المنحني الممثل للدالة $x \mapsto \ln(x)$.

3. بين أنه من اجل $x>0$: $f'(x)=\frac{x^2-2}{x\left(x^2-2x+2\right)}$، ثم ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ (لاحظ أن: $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$) و شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. أ) بين أن حل المعادلة $f'(x)=-1$ يؤول إلى حل المعادلة $(x-1)(x^2+2)=0$، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -1 يطلب كتابة معادلة له.

ب) عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5. أنشئ (T) و مثل (Γ) ثم مثل (C_f). يعطى $f\left(\sqrt{2}\right)\approx -0,2$.

6. الدالة g معرفة على $[-2;0[\cup]0;2]$ بـ: $g(x)=-\ln\left(\frac{x^2-2|x|+2}{|x|}\right)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ) بين أن الدالة g زوجية.

ب) ب) بين أنه من أجل $x\in]0;2]$: $g(x)+f(x)=0$، ثم استنتج طريقة لرسم (C_g) انطلاقا من (C_f) و ارسمه.

انتهـــــــــــى الموضـــــوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التجريبي — **ثانوية مسعودي عطية- الجلفة**
الشعبة : **تقني رياضي** — **دورة : ماي 2023**
اختبار في مادة: **الرياضيات** — **2023-05-15** — المدة : 04 سا و 30 د

على المتر شرح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$، المعادلة : $9x+2y=42.....(1)$

1) أ) اثبت انه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) ، فان $x\equiv 0[2]$

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (1).

ج) حل المعادلة (1) ثم استنتج الحلول $(x;y)$ التي تحقق : $xy>0$

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{30\alpha\beta\gamma}$ في النظام ذي الأساس 5 .

ويكتب $\overline{55\alpha\beta}$ في النظام ذي الأساس 7 .

عين الأعداد الطبيعية α ، β ، γ ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : 05 نقاط

لكل سؤال تعطى 4 إجابات واحدة منها فقط صحيحة، حدد الجواب الصحيح مع التعليل.

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$ ، لتكن النقط A,B,C لواحقها على الترتيب:

$z_A=\dfrac{7+3i}{5-2i}$ ، $z_B=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$ ، $Z_C=-1+\sqrt{3}i$ و $Z_J=i$.

1. الشكل الجبري لـ z_A هو : ☐ $\dfrac{7}{5}-\dfrac{3}{2}i$ ☐ $\dfrac{29}{21}+\dfrac{29}{21}i$ ☐ $1+i$ ☐ $\dfrac{10}{3}$

2 . الشكل الآسي للعدد المركب z_C هو: ☐ $2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ☐ $-e^{i\sqrt{3}}$ ☐ $-2e^{-\frac{i\pi}{3}}$ ☐ $\sqrt{2}e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

3. $\arg\left(\dfrac{i-z_B}{z_C-z_A}\right)$ هو قيس للزاوية: ☐ $(\vec{AC},\vec{BI})$ ☐ $(\vec{CA},\vec{BJ})$ ☐ $(\vec{AC},\vec{BJ})$ ☐ $(\vec{BJ},\vec{AC})$.

4. أحد حلي المعادلة $z^2-2z+2=0$ هو: ☐ z_A ☐ z_B ☐ $\dfrac{1+i}{4}$ ☐ $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.

5. مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z-i|=\left|z-\dfrac{1+i}{2}\right|$ هي :

☐ الدائرة ذات المركز B ونصف القطر 1. ☐ محور القطعة $[BJ]$.

☐ المستقيم (BI). ☐ المستقيم (BI) ما عدا النقطة I.

www.ency-education.com

التمرين الثالث: 04 نقاط

(u_n) ، (v_n) المتتاليتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

1) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$

أ) اثبت أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_0 .

ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n .

ج) أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

2) اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة و المتتالية (v_n) متزايدة .

استنتج ان المتتاليتين (u_n) ، (v_n) متجاورتان .

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $T_n = 4u_n + 15v_n$.

أ) اثبت أن المتتالية (T_n) ثابتة واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

ب) باستعمال $w_n = u_n - v_n$ و $T_n = 4u_n + 15v_n$ وعبارة الحد العام w_n

- أوجد عبارة الحد العام u_n و v_n .

التمرين الرابع : 07 نقاط

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) أحسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

2) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 2 + (x+2)e^{-x}$.

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

أ) أحسب نهاية f عند $-\infty$ ، $+\infty$.

ب) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

3) أ) بين أن المنحنى (C) يقبل مماس معامل توجيهه 1 ، ثم اكتب معادلة له .

ب) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته : $y = x - 2$ عند $+\infty$

ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

ج) أنشئ (Δ) و (C).

4) باستعمال المنحنى (C) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$(x - 2 - m)e^x + x + 2 = 0$$

انتهي الموضوع الأول

ency-education.com/exams

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

1) جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 2490 , 32785 , 2905

2) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $7x+6y=79\cdots\cdots(1)$ (لاحظ 7+72=79)

3) اشترى نادي كرة القدم ملابس رياضية للاعبيه . إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو 2905 DA وثمن بذلة اللاعبة هو 2490 DA و علمنا أن النادي دفع في المجموع 32785 DA

- ما هو عدد اللاعبين و اللاعبات؟

4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\beta\lambda}$ في نظام التعداد أساسه 9 حيث : $\lambda;\beta;\alpha$ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\lambda;\beta)$ حلا للمعادلة (1)

- عين $\lambda;\beta;\alpha$ ثم اكتب N في النظام العشري

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحوي كيس أربع قريصات تحمل الأرقام 1،2،3، a ($a\in\mathbb{N}$) .

نسحب قريصة واحدة و نعتبر P_k هو احتمال سحب القريصة ذات الرقم k

1) أحسب الأعداد الحقيقية P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_a إذا علمت أنها بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{18}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي الرقم الذي تحمله كل قريصة مسحوبة .

أوجد قيمة العدد a إذا علمت أن الامل الرياضياتي $E(X)$ يساوي $\frac{43}{9}$.

3) من أجل $a=10$ احسب $P(X^2-3X+2\le 0)$ ، $P(X>2)$

التمرين الثالث: 05 نقاط

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases}u_0+u_4=17e\\ \ln(u_3)-\ln(u_1)=2\ln 2\end{cases}$

حيث ln اللوغاريتم النيبري ذو الاساس e.

1) أ- احسب q أساس المتتالية (u_n) وحدها الأول u_0.

ب- عبر عن u_n بدلالة n.

www.ency-education.com

2) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \ln(u_n) + \ln(u_{n+1})$

أ) أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن (v_n) متتالية حسابية .

ب) عين العدد الطبيعي n بحيث : $v_0 + v_1 + ... + v_n = 32 + 128\ln 4$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I / نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - x\ln x$

1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجالات تعريفها .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3,5 \prec \alpha \prec 3,6$.

4) استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

II / نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f بالنسبة إلى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

1) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$

2) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5) احسب $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$, فسر النتيجة هندسيا.

6) بين أن : $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

7) ارسم (C_f) ثم استنتج إشارة $f(x)$

انتهي الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

BACBLANC2023GHARDAIA2MATHSTECH

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غرداية — **ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02**

امتحان البكالوريا التجريبي — **دورة: ماي 2023**

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدّة: 04 سا و 30 د**

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط):

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $(E)...14x+9y=13$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

أ) عين الثنائية $(x_0;y_0)$ حل المعادلة (E) حيث : $x_0+y_0=2$.

ب) حل المعادلة (E) .

2) ليكن العدد الطبيعي N حيث: $\begin{cases} N\equiv -9[14] \\ N\equiv 4[9] \end{cases}$.

عين قيم العدد الطبيعي N ، ثم استنتج باقي قسمة N على 126

3) حل المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $14x+9y=130$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

4) في ثانوي لتزيين قسم السنة الثالثة تقني رياضي ، اشترك مجموعة من تلاميذ القسم من ذكور وإناث في دفع 130 قطعة نقدية من فئة 20 دينار حيث دفع كل ذكر 14 قطعة نقدية ودفعت كل أنثى 9 قطع نقدية

ماهو عدد الذكور وعدد الإناث في هذا القسم ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

صندوق به ثلاث كريات خضراء تحمل الرقم 0 و كريتان حمراوان تحملان الرقم 5 و كرية واحدة بيضاء تحمل العدد α حيث α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و 10 ، كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس.

سحب لاعب ثلاث كريات في آن واحد.

1) احسب احتمال كل من الحوادث A ، B و C الآتية :

A : "الكريات المسحوبة من نفس اللون " ، B: " الكرات المسحوبة ذات ألوان متمايزة مثنى مثنى "

C : " الكريات المسحوبة من لونين مختلفين".

2) اللاعب يربح بالدينار مجموع الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة.

نعرف المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كريات الربح الذي يتحصل عليه اللاعب.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم بين أن: $P(X=\alpha)=\frac{3}{20}$,

ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم احسب بدلالة α أمله الرياضياتي $E(X)$.

ج) عين قيمة α حتى يكون متوسط ربح اللاعب هو 20 دينارا.

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$

-عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة على $\mathbb{N}$.

II) فيما يلي نضع $u_0=0$.

1) أ) عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1+\dfrac{b}{u_n+3}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n\leq 0$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-(u_n+1)^2}{u_n+3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

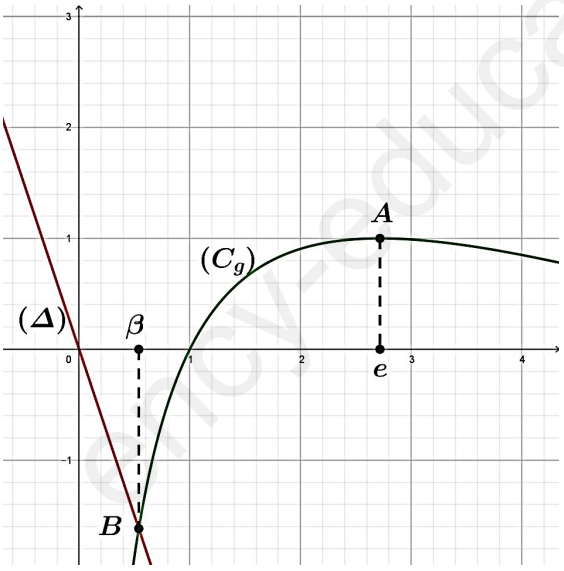
3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ واحسب حدها الأول v_0 .

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ،ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) احسب المجموع S حيث $S=\dfrac{8}{u_0+1}+\dfrac{8}{u_1+1}+.....+\dfrac{8}{u_{2022}+1}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بتمثيلها البياني (C_g) فالمستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-3x$.

النقطة $A(e;1)$ حدّية (ذروة) للمنحنى (C_g) .

و النقطة B ذات الفاصلة β.

I)1) بيّن أن $a=-1$ و $b=2$ علما أن:

$g(x)=a(\ln x)^2+b\ln x$.

2) أ)بقراءة بيانية حدّد وضعية (C_g) بالنسبة إلى (Δ).

ب) استنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$ حيث:

$h(x)=g(x)+3x$.

) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=3\ln x+\dfrac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

www.ency-education.com

) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=3\ln x+\dfrac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$.

ب) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكِّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين أحدهما α حيث: $0,3<\alpha<0,4$ ثم تحقق أن: $\ln\alpha=-3\alpha$.

4) أرسم المنحنى (C_f) . (يعطى $\beta=0,5$ و $f(\beta)=-1,2$)

5) أ) بيّن أن الدالة $u:x\to x\ln x-x$ أصلية للدالة $x\to\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بيّن أن مساحة الحيّز المستوي S_α المحدد بـِ (C_f) وَ المستقيمات ذات المعادلات $y=0$ ، $x=\alpha$ ، $x=1$ هي $S_\alpha=-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

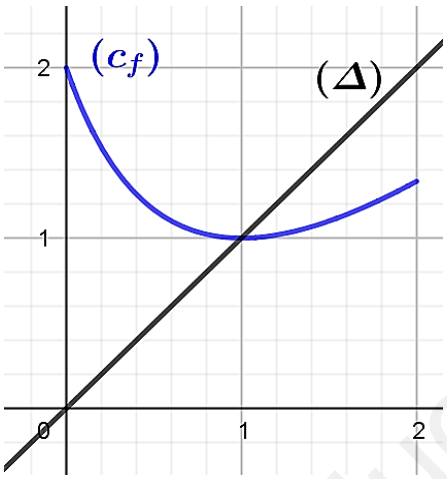
1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد : $1444^{2n+1}+2022^{4n+3}-2\times 2023^{8n}$ على 5 حيث n عدد طبيعي .
3. بين أن العدد 131 أولي
4. أ) a ، b عددان طبيعيان . عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $\begin{cases}3m+7d=2^n-48\\ab=5m\end{cases}$.

حيث $d=pgcd(a;b)$ و $m=ppcm(a;b)$.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات $(a;b)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط).

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;2]$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس وليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$



(انظر الشكل المقابل)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=2$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ) من التمثيل البياني ، حدِّد اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[1;2]$.

ب) انقل الشكل المقابل على ورقة إجابتك ، ثم مَثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 مُبرزا خطوط الإنشاء .

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n\leq 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<\dfrac{u_n-1}{u_n+1}\leq\dfrac{1}{3}$.

ب) تحقَّقْ أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{3}(u_n-1)$.

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n-1\leq\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نضع: $S_n=u_1+u_2+....+u_n$.

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n<S_n\leq n+\dfrac{1}{2}\left[1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A، B و C التي لواحقها $z_A=2+2i$ ، $z_B=2\sqrt{3}-2i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2-2i)(z^2-4z+16)=0$.

2) أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .

3) أ ـ أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب ـ n عدد طبيعي ، عين قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

4) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

التمرين الرابع: (07نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2+(x-2)e^{-x+2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,14<\alpha<1,15$ ثم حدِّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2x-1-(x-1)e^{-x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ- احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) حيث : $y=2x-1$ معادلة له.

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)=g(x)$.

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكِّل جدول تغيّراتها.

ج)بين أن: $f(\alpha)=2\alpha+1+\frac{2}{\alpha-2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها.

5) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f).

6)عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $2m-1-(x-1)e^{-x+2}=0$ حلين متمايزين.

7) ليكن λ عددا حقيقيا حيث: $\lambda>1$. $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\lambda$.

باستعمال التكامل بالتجزئة ، أحسب بالسنتيمتر مربع المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
بكالوريا تجريبي
المستوى: 3 تقني رياضي

مديرية التربية لولاية مستغانم
ثانوية الاخوة عباس –السور
يوم 2023/05/15

امتحان في مادة الرياضيات

المدة أربع ساعات و نصف

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول (05 نقط): نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على IN ب : $\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2-U_n} \end{cases}$

1) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 1$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) , ثم برر تقاربها.

3) لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة على IN ب: $V_n = \frac{4}{1-U_n}$

ا)بين ان (V_n) متتالية حسابية أساسها 4 يطلب تعيين حدها الأول V_0

ب)اكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n . ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4) ا)ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 9 .

ب)عين قيمة العدد الطبيعي α حتى يكون $\begin{cases} 4^n + 4^{n+1} + 4^{n+2} + \alpha - 1 \equiv 0[9] \\ 2020 \leq \alpha \leq 2026 \end{cases}$

التمرين الثاني (04 نقط):

1) P(z) كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z) = (\bar{z}+2)(\bar{z}^2 - 2\bar{z} + 4)$

–*حل في مجموعة الاعداد المركبة* C *المعادلة:* $P(z) = 0$.

2) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ *نعتبر النقط* $A; B; C$ *التي لواحقها على الترتيب* $z_A = 1 + \sqrt{3}i$; $z_B = \bar{z_A}$ و $z_C = -2$.

ا)اكتب كل من الاعداد z_C, z_B, z_A على الشكل الاسي ,ثم استنتج ان النقط A ; B ; C تنتمي الى الدائرة (C) التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ب)عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي موجب .

www.ency-education.com

3) ا)اكتب على الشكل الاسي العدد $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

ب)استنتج ان A صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة. ج)حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC .

4) ا)عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي اضلاع .

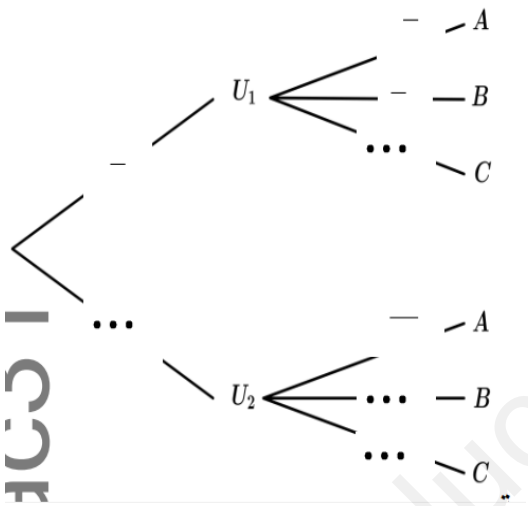
ب)عين طبيعة مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|iz - \sqrt{3} - 1| = |z - 2 - 2\sqrt{3}|$

التمرين الثالث (04 نقط): صندوقين غير شفافين U_2 و U_1 يحتوي الصندوق U_1 على ثلاث كرات سوداء و اربعة كرات حمراء ,و يحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين(كل الكرات متماثلة و لانفرق بينها عند اللمس).

نرمي زهر نرد غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 الى 6. اذا ظهر الرقمان 2 او 4 نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد من الصندوق U_1 و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون ارجاع من الصندوق U_2 ,

نعتبر الاحداث :الحدث A "سحب كرتين حمراوين" .الحدث B : " سحب كرتين سوداوين"

الحدث C : " الحصول عل كريتن مختلفتين في اللون "



1) انقل و اكمل شجرة الاحتمالات.

2) احسب احتمال الحوادث A ; B ; C .

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

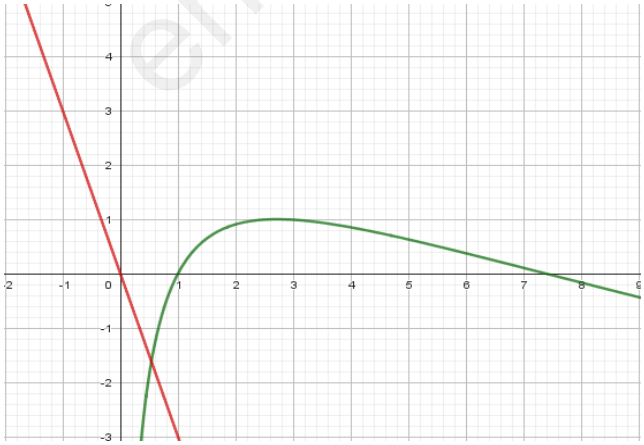
ا)عين قيم المتغير العشوائي X . ب)عرف قانون المتغير العشوائي X.

ج)احسب $E(X)$ الامل الرياضياتي للمغير العشوائي X.

التمرين الرابع (07 نقط):

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب: $g(x) = a(\ln x)^2 + b\ln x$

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y = -3x$, كما هو مبين في الشكل المقابل ,المنحنى (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$.



1) ا)عين $g'(x)$ بدلالة b و a .

ب)تاكد من المعطيات السابقة ان $b = 2$ و $a = -1$

ج)عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) (β هي فاصلة (Δ) و (C_g)).

2) استنتج إشارة $h(x)$ حيث $h(x) = g(x) + 3x$ على المجال $]0;+\infty[$

www.ency-education.com

II.نعتبر الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $f(x)=3\ln x+\frac{(\ln x)^2}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا)بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ان : $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين احدهما α حيث $0.3<\alpha<0.4$.

4) تاكد ان $\ln(\alpha)=-3\alpha$.

أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).يعطى $\beta=0.5$ و $f(\beta)=-1.2$

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $\frac{(\ln x)^2}{x}=mx-3\ln x$ حلين متمايزين.

6) احسب مشتقة الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $x\to x\ln x-x$

ثم بين ان مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ و $x=\alpha$ و $y=0$

هي $S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)\text{ua}$

7) الدالة k المعرفة على IR^* ب $k(x)=3\ln|x|+\frac{(\ln|x|)^2}{|x|}$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق

ا)بين ان الدالة k زوجية

ب)اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

الموضوع الثاني

www.ency-education.com

التمرين الأول(05 نقط)

1)نعتبر المعادلة (E)ذات المجهولين x و y من Z حيث : $4x-13y=7$.

ا)تحقق ان 4 و 13 اوليان فيما بينهما ثم بين ان المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب)عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0-y_0=4$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2) عين الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E)التي تحقق $|13x+y-33|<379$

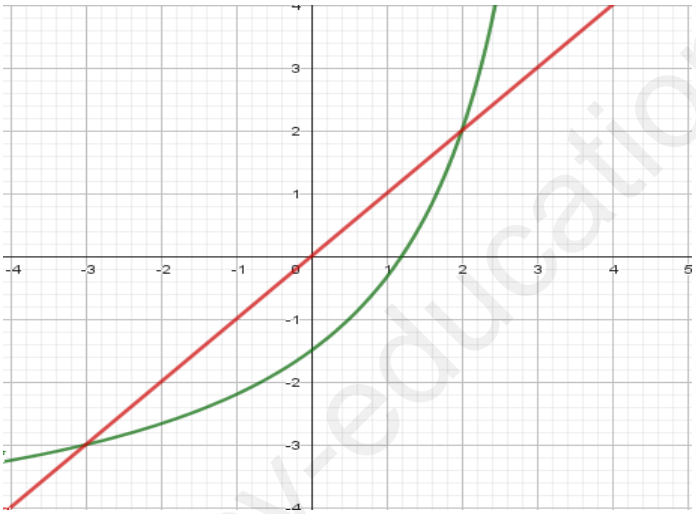
3)ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y .

ا)ماهي القيم الممكنة للعدد d .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E)التي تحقق $d=7$ و $x+y<400$

التمرين الثاني(04 نقط):

fالدالة المعرفة على$[-3;2]$ كما يلي: $f(x)=\frac{5x-6}{4-x}$ (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و نعتبر المستقيم (D) ذي المعادلة $y=x$.



1)ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بين انه من اجل كل xمن $[-3;2]$ فان

$f(x)\in[-3;2]$

I/.نعتبر المتتالية (u_n)المعرفة على INحيث $U_0=\alpha$ و $U_{n+1}=f(U_n)$, حيث α عدد حقيقي.

عين قيمة α حتى تكون (u_n) ثابتة .

II/.في كل من ما يلي نضع $\alpha=0$

1)ا)انقل الشكل ,ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_2,U_1,U_0 , مبرزا خطوط الرسم (بدون حساب)

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية(U_n) و تقاربها.

ج)برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $-3<U_n<2$.

د)ادرس اتجاه تغير المتتالية(U_n) ثم استنتج انها متقاربة.

2)نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in IN}$المعرفة كما يلي : $V_n-1=\frac{5}{U_n-2}$

ا)اثبت ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

www.ency-education.com

ب)اكتب V_n بدلالة n

ج)استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

5) احسب بدلالة n كل من: $S_n = \frac{5}{U_0-2} + \frac{5}{U_1-2} + \cdots .. + \frac{5}{U_n-2}$ و $P_n = V_n \times V_{n+1} \times V_{n+2} \times \ldots . \times V_{2n}$

التمرين الثالث (04 نقط):

يحتوي كيس على 12 كرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس ,منها خمس كرات حمراء مرقمة ب $-1,1,1,0,1$,و اربعة كرات بيضاء مرقمة ب$1, 0, 0, 0$ و ثلاث كرات خضراء مرقمة ب $1, -1, 0$.

نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر الحوادث التالية:

الحدث A : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط" الحدث B : " سحب على الأقل كرة حمراء "

الحدث C : " الكرات الثلاثة المسحوبة لها نفس اللون " الحدث D :"مجموع الأرقام المسحوبة يساوي الصفر"

ا)احسب احتمال الحوادث $A ; B ; C$. ب)بين ان $P(D) = \frac{3}{11}$ و $P(C \cap D) = \frac{1}{44}$.

2)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة

ا)عين قانون الاحتمال للمغير X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$. ب) احسب $P\left(e^{X^2-X} = 1\right)$

التمرين الرابع(07 نقط):

I.نعتبر الدالة g المعرفة على IR كما يلي: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

1)احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2)ادرس اتجاه تغير الدالة g,ثم شكل جدول تغيراتها .

3)احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II.نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي: $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 1cm .

1)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ا)بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

www.ency-education.com

3)ا)بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من IR : $f'(x) = g(x)$.

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f ,ثم شكل جدول تغيراتها.

4)بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3 < \alpha < -3.01$ و $0.7 < \beta < 0.8$.

5)أنشئ (Δ) ثم (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$.

6)ا)باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الاصلية للدالة $x \to xe^{2x}$ و التي تنعدم عند 0.

ب)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد ب (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = 0$

III.نعتبر الدالة h المعرفة على $IR - \{0\}$ كما يلي : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

1)جد عبارة h' الدالة المشتقة للدالة h بدلالة f .

2)استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

بالتوفيق

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ : بوقفة عبد الفتاح — شعبة : ع ت - ت ر - ر

الإختبار التجريبي رقم 04 : Bac 2023

الرياضيات ليست إبرة تحقن في جسمك في بداية السنة لتصبح ممتازا فيها

الرياضيات = حبها + التركيز + المرافقة اليومية

التمرين 01 — 30 دقيقة

ثلاث صناديق غير شفافة U_1 ، U_2 و U_3 . يحتوي الصندوق U_1 على ثلاث كرات حمراء وثلاث كرات بيضاء و يحتوي الصندوق U_2 على كريتين حمراوين وأربع كرات بيضاء ، ويحتوي الصندوق U_3 على كرتين بيضاوين وأربع كرات حمراء (كل الكرات متشابهة ولا نفرق بينها عند اللمس)

نرمي زهر نرد غير مزيف ذا أربعة أوجه مرقمة من 1 إلى 4

إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 ، وإذا ظهر الرقم 2 أو 3 نسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع من الصندوق U_2 وإذا ظهر الرقم 4 نسحب كرتين على التوالي وبإرجاع من الصندوق U_3

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A : " سحب كرتين حمراوين " ، B : " سحب كرتين بيضاوين " ، C : " سحب كرتين من لونين مختلفين "

1. أنجز شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة
2. أ/ أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C

ب/ علما أن الكرتين المسحوبتين حمراوان ، ما إحتمال أن تكونا من الصندوق U_2

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، وأحسب الأمل الرياضياتي

التمرين 02 — 40 دقيقة

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z-4)(z^2-4z+8)=0$

II- نعتبر في المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C ، D ذات اللواحق

$z_A=2-2i$ ، $z_B=4$ ، $z_C=-\overline{z_A}$ ، $z_D=-z_A$ على الترتيب

1. أكتب العدد المركب $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ، ثم إستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S يطلب تعيين عناصره المميزة
2. أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023}$ ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي
3. أكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم عين طبيعة المثلث ACD
4. جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-2),(C;2)\}$

www.ency-education.com

5 (τ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|(1+i)z+4|=8$

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (τ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (τ) وعناصرها المميزة

التمرين 03 — 35 دقيقة

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ :

$$\begin{cases} u_0=\frac{1}{4} \\ u_1=\frac{1}{2} \\ 4u_{n+2}=7u_{n+1}-3u_n \end{cases}$$

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_{n+1}-u_n$

1 أحسب u_2 و v_0

2 بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، أكتب v_n بدلالة n

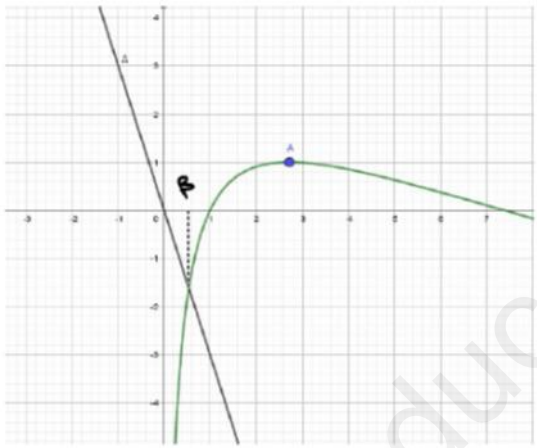
3 عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n-1}$

4 عبر عن u_n بدلالة n ، ثم إستنتج نهاية (u_n)

التمرين 04 — 75 دقيقة

I- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=a(\ln x)^2+bln(x)$

حيث a و b عددان حقيقيان



(C_g) تمثيلها البياني في معلم $(o;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة : $y=-3x$ كما هو مبين في الشكل التالي ، المنحنى (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=e$

1 أ/ عين $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب/ تأكد من المعطيات السابقة أن : $a=-1$ و $b=2$

2 عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) . (β هي فاصلة (C_g) و (Δ))

3 إستنتج إشارة $h(x)$ حيث : $h(x)=g(x)+3x$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=3\ln x+\frac{(\ln x)^2}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(o;\vec{i},\vec{j})$

1 بين أن : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0{,}3<\alpha<0{,}4$

4 تأكد أن : $\ln(\alpha)=-3\alpha$ ، ثم أنشئ (C_f) و (Δ) ، يعطى : $\beta=0{,}5$ و $f(\beta)=-1{,}2$

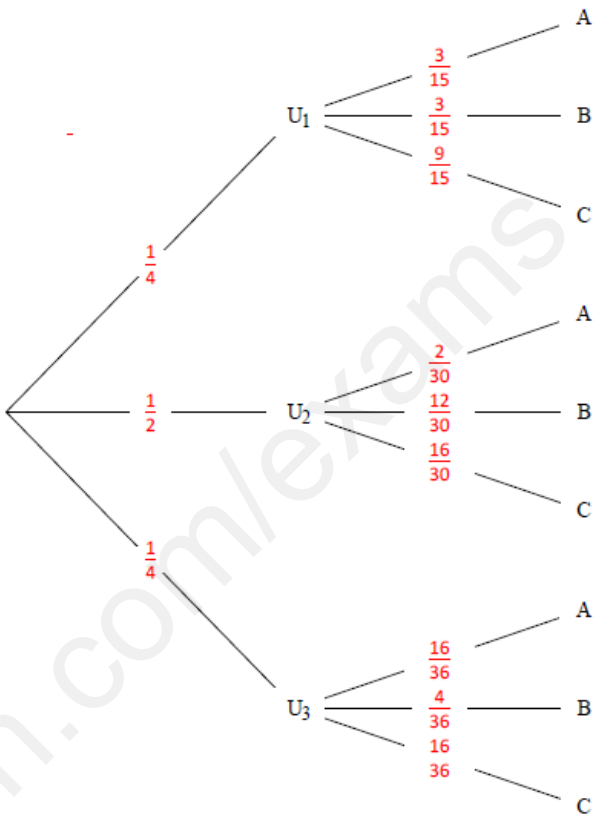
5 أحسب مشتقة الدالة : $x\mapsto xln(x)-x$ ، ثم بين أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=0$ و $x=\alpha$ و $x=1$ هي $S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u_a$

www.ency-education.com

الحل المفصل لإختبار رقم04

التمرين 01

1 شجرة الإحتمالات



2 أ/ أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C

$$P(A) = P(A \cap U_1) + P(A \cap U_2) + P(A \cap U_3)$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{16}{36} = \frac{7}{36}$$

$$P(B) = P(B \cap U_1) + P(B \cap U_2) + P(B \cap U_3)$$

$$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{12}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{36} = \frac{10}{36}$$

$$P(C) = P(C \cap U_1) + P(C \cap U_2) + P(C \cap U_3)$$

$$P(C) = \frac{1}{4} \times \frac{9}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{16}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{16}{36} = \frac{19}{36}$$

ب/ علما أن الكرتين المسحوبتين حمراوان ، ما إحتمال أن تكونا من الصندوق U_2

$$P_A(U_2) = \frac{P(A \cap U_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{30}}{\frac{7}{36}} = \frac{6}{35}$$

3 قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0; 1; 2\}$

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

$$P(X = 0) = P(A) = \frac{7}{36}$$

$$P(X = 1) = P(C) = \frac{19}{36}$$

$$P(X = 2) = P(B) = \frac{10}{36}$$

X_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{36}$	$\frac{19}{36}$	$\frac{10}{36}$

حساب الأمل الرياضي

$$E(X) = 0 \times \frac{7}{35} + 1 \times \frac{19}{36} + 2 \times \frac{10}{36} = \frac{39}{36}$$

التمرين 02

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة

$$(z-4)(z^2-4z+8) = 0$$

ومنه إما $z-4=0$ أو $z^2-4z+8=0$

ومنه إما $z=4$ أو $\Delta = -16 = 16i^2$

ومنه $z_1 = 2+2i$ أو $z_2 = 2-2i$

ومنه $S = \{2-2i; 2+2i; 4\}$

1 أكتب العدد المركب $L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي

$$L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-2-2i-2+2i}{4-2+2i} = \frac{-4}{2+2i} \times \frac{2-2i}{2-2i} = \frac{-8+8i}{2^2+2^2}$$

$$L = -1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

إستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S يطلب تعيين عناصره المميزة

لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ومنه

$$z_C - z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}(z_B - z_A)$$

ومنه C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ومركزه النقطة A

2 أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023}$

لدينا $z_C = -\overline{z_A} = -2-2i = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}$

لدينا $z_D = -z_A = -2+2i = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ومنه

$$\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023} = \left(\frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}}\right)^{2023} = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2023} =$$

$$e^{i\frac{2023\pi}{2}} = e^{i\frac{2024\pi-\pi}{2}} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$$

عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي

ency-education.com/exams

التمرين 03

1 أحسب u_2 و v_0

لدينا $4u_{n+2} = 7u_{n+1} - 3u_n$

ومنه $u_{n+2} = \frac{7u_{n+1}-3u_n}{4}$ ومنه $u_{0+2} = \frac{7u_{0+1}-3u_0}{4}$

ومنه $u_2 = \frac{7\times\frac{1}{2}-3\times\frac{1}{4}}{4} = \frac{\frac{7}{2}-\frac{3}{4}}{4} = \frac{11}{16}$

لدينا $v_0 = u_{0+1} - u_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

2 بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

تكون (v_n) هندسية إذا وفقط إذا كانت

$v_{n+1} = v_n \times q$ حيث $q \in \mathbb{R}^*$

لدينا $v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1}$ ومنه

$v_{n+1} = \frac{7u_{n+1}-3u_n}{4} - u_{n+1} = \frac{7u_{n+1}-3u_n-4u_{n+1}}{4}$

$\frac{3u_{n+1}-3u_n}{4} = \frac{3}{4}(u_{n+1} - u_n) = \frac{3}{4}v_n$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

أكتب v_n بدلالة n

لدينا $v_n = v_0 \times q^n$ ، ومنه $v_n = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n$

3 عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث :

$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$

$S_n = \frac{1}{4}\left[\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{\frac{3}{4}-1}\right] = \frac{1}{4}\left[\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{-\frac{1}{4}}\right] = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

4 عبر عن u_n بدلالة n ، ثم إستنتج نهاية (u_n)

$$\begin{cases} v_0 = u_1 - u_0 \\ v_1 = u_2 - u_1 \\ v_2 = u_3 - u_2 \\ \cdots \\ v_{n-1} = u_n - u_{n-1} \end{cases}$$

بالجمع طرفا لطرف نجد $S_n = -u_0 + u_n$

ومنه $u_n = S_n + u_0$ ومنه $u_n = \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^n = \frac{5}{4}$

$arg\left(\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n\right) = k\pi$ ومنه $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$

ومنه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ حيث $n = 2k$ ومنه $k \in \mathbb{N}$

3 أكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي

$\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C} = \frac{2-2i+2+2i}{-2+2i+2i} = \frac{4}{4i}\times\frac{i}{i} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$

عين طبيعة المثلث ACD

لدينا $\left|\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right| = |-i| = 1$ ، ومنه

$|z_A - z_C| = |z_D - z_C|$ ومنه $CA = CD$

لدينا $arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right) = arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$ ومنه

$(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) = -\frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث ACD قائم في C ومتساوي الساقين

4 جد لاحقة النقطة G

$z_G = \frac{z_A-2z_B+2z_C}{1-2+2} = -10 - 6i$

5 (τ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات

ا اللاحقة z حيث : $|(1+i)z + 4| = 8$

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (τ)

لدينا $|(1+i)z_A + 4| = 8$ أي

$|(1+i)(2-2i) + 4| = 8$ ومنه

$|8| = 8$ أي $|2 - 2i + 2i + 2 + 4| = 8$

ومنه النقطة A تنتمي إلى (τ)

عين طبيعة المجموعة (τ) وعناصرها المميزة

لدينا $|(1+i)z + 4| = 8$ يكافئ

$\left|(1+i)\left(z + \frac{4}{1+i}\right)\right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}\left|z + \frac{4}{1+i}\right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}\left|z + \frac{4}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}\right| = 8$

$\sqrt{2}|z + 2 - 2i| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}|z - (-2 + 2i)| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2}|z - (-2 + 2i)| = 8$ يكافئ

$|z - z_D| = \frac{8}{\sqrt{2}}$ يكافئ $MD = 4\sqrt{2}$ ومنه المجموعة

(τ) هي دائرة مركزها النقطة D ونصف قطرها $4\sqrt{2}$

ency-education.com/exams

التمرين 04

1 أ/ عين $g'(x)$ بدلالة a و b

$$g'(x) = 2a\left(\frac{1}{x}\right)\ln x + b\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$g'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(2a\ln x + b)$$

ب/ تأكد من المعطيات السابقة أن : $a = -1$ و $b = 2$

المنحنى (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$ معناه $g'(e) = 0$ ومنه

$$g'(e) = \left(\frac{1}{e}\right)(2a\ln e + b) = 0$$ ومنه

$$2a + b = 0 \dots (1)$$

المنحني (C_g) يشمل النقطة $(e;1)$ معناه $g(e) = 1$ ، ومنه

$$a(\ln e)^2 + b\ln(e) = 1$$

$$a + b = 1 \dots (2)$$

نحل الجملة $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$ بالطرح نجد $a = -1$

بالتعويض في (2) نجد $b = 2$

ومنه $g(x) = -(\ln x)^2 + 2\ln(x)$

2 عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ)

x	0		β		$+\infty$
$g(x)+3x$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_g) تحت (Δ)		(C_g) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

3 إستنتج إشارة $h(x)$

لدينا $h(x) = g(x) - (-3x)$ ومنه إشارة $h(x)$ لها علاقة بالوضع النسبي بين المنحنى (C_g) و (Δ)

x	0		β		$+\infty$
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$	

II- f هي دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = 3\ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$$

1 بين أن : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \ln x\left(3 + \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$$

تفسير النتيجة هندسيا : المستقيم $x = 0$ مقارب عمودي للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \ln x\left(3 + \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$$

2 أ/ بين أن : $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$

$$f'(x) = \frac{3}{x} + \frac{\left(\frac{2}{x}\ln x\right)(x) - 1(\ln x)^2}{x^2} =$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{3x - 2\ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{h(x)}{x^2}$$

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

بما أن $x^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $h(x)$

ومنه نستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]0;\beta]$

ومتزايدة تماما على المجال $[\beta;+\infty[$

x	0		β		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$f(\beta)$	↗	$+\infty$

3 بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

$f(x) = 0$ تكافئ $3\ln x + \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

تكافئ $\ln x\left(3 + \frac{\ln x}{x}\right) = 0$

إما $\ln x = 0$ أو $3 + \frac{\ln x}{x} = 0$ تكافئ

إما $x = 1$ أو $3 + \frac{\ln x}{x} = 0$

هذه الأخيرة حلها هو α

نعتبر الدالة t المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $t(x) = 3 + \frac{\ln x}{x}$

الدالة t مستمرة ورتيبة على المجال $[0.3;0.4]$

ولدينا $t(0.3) \times t(0.4) < 0$ $\begin{cases} t(0.3) = -1.01 \\ t(0.4) = 0.71 \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $t(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

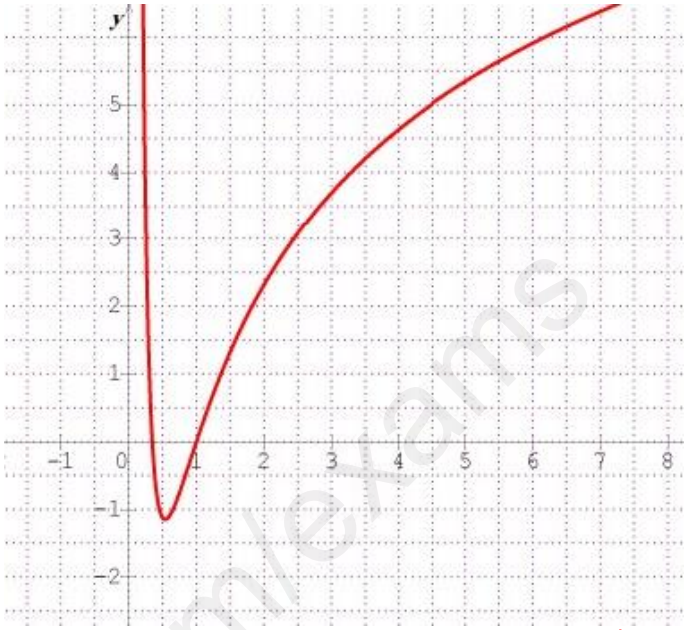
ومنه نستنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

4 تأكد أن : $\ln(\alpha) = -3\alpha$

www.ency-education.com

مما سبق لدينا $3+\frac{\ln x}{x}=0$ تقبل حلا وحيدا α ومنه $3+\frac{\ln \alpha}{\alpha}=0$ ، ومنه $\frac{\ln \alpha}{\alpha}=-3$ ، ومنه $\ln \alpha=-3\alpha$

أنشئ (C_f) و (Δ) ، يعطي : $\beta=0,5$ و $f(\beta)=-1,2$



5 أحسب مشتقة الدالة : $x \mapsto xln(x)-x$

$(xlnx-x)'=1\times \ln x+\frac{1}{x}\times x-1=\ln x$

بين أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=0$ و $x=\alpha$ و $x=1$ هي $S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u_a$

لدينا المنحنى (C_f) يقع تحت محور الفواصل في $[\alpha;1]$ ومنه

$$S_\alpha=-\int_\alpha^1 f(x)dx=\int_1^\alpha f(x)dx$$
$$=\int_1^\alpha \left(3\ln x+\frac{(\ln x)^2}{x}\right)dx$$
$$=\left[3(xlnx-x)+\frac{1}{3}(\ln x)^3\right]_1^\alpha$$
$$=\left[3xlnx-3x+\frac{1}{3}(\ln x)^3\right]_1^\alpha$$
$$=\left(3\alpha ln\alpha-3\alpha+\frac{1}{3}(\ln \alpha)^3\right)-(-3)$$

لدينا مما سبق $\ln \alpha=-3\alpha$ ومنه بالتعويض نجد

$$=\left(3\alpha(-3\alpha)-3\alpha+\frac{1}{3}(-3\,\alpha)^3\right)+3$$
$$=\left(3\alpha(-3\alpha)-3\alpha+\frac{1}{3}(-3\,\alpha)^3\right)+3$$
$$S_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u_a$$

و . هـ . م

رسالتي إليكم تلاميذي الأعزاء

السلام عليكم ورحمة الله ، بسم الله والصلاة والسلام على رسول الله

☺ إلى تلاميذي الأعزاء ، طلبة البكالوريا إني أود أن أرافقكم في هذه الأيام الأخيرة من المراجعة ، مرافقة الأخ الناصح الذي سيسره نجاحكم وتفوقكم في شهادة البكالوريا بإذن الله

☺ تلاميذي المجتهدين فلتعلموا أن الحياة مليئة بالدروب منها السهل ومنها الوعر ، وإني أؤكد لكم بأن البكالوريا ماهي سوى محطة من محطات الحياة ، محطة سنقف عندها مطولا، لأنها وببساطة هي من ستحدد اختيارك لدراسة التخصص ،وبعده الجانب المهني من حياتك وإني لأجزم بأن أغلبكم يضع الآن هدفا نصب عينيه ليحققه ، لذا لا تدعو الفتور يحول بينكم وبين تحقيق أهدافكم وجعل أحلامكم واقعا

☺كونوا على يقين بأن من توكل على الله وفوض أمره إليه لن يخيب ، لكن رافقوا ذلك بالصلاة والدعاء والتقرب إلى الله محبة لا طمعا ، كونوا ربانيين وأسرفوا في ترتيل دعواتكم إلى الله

☺ وبجانب ذلك أدرسوا ، وكافحوا ، انهضوا باكرا ، اصنعوا لأنفسكم مخططا تسيرون عليه هذه الفترة ، شدوا الهمة وجاهدوا بنفس طويل لأجل أهدافكم التمسوا دعوة التوفيق من آبائكم وأمهاتكم

☺ اعتنوا بالجانب الصحي والنفسي لديكم ، فالعقل السليم في الجسم السليم

☺ وأخيرا ، تأكدوا بأن الله قد قسم أرزاق عباده من قبل. والنجاح جزء من هذا الرزق ، ثقوا بالله وبأنفسكم وسلوه عز وجل التوفيق

واعلموا أن أستاذكم عبد الفتاح بوقفة يضع بين أيديكم كل جهوده لنجاحكم ، فلا تترددوا في طلب المساعدة أيام المراجعة وإني أسأل الله أن يبارك خطواتكم نحو العلم وأن يبهج قلوبكم وقلوب والديكم بالنجاح

وفقكم الله

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان الهكالوريا التجريبي
الشعبة : رياضيات + تقني رياضي

مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية الشيخ نصر الدين ناصر ذراع قبيلة
دورة: مـــاي 2023

اختبار في مادة : الرياضيات
المـدة : 04 ســا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــــوع الأول

التمرين الأول (04,5 نقاط) :

1/ (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=4\left(-\frac{1}{U_n}+1\right)$

أ*)احسب الحدود : U_1, U_2 و U_3 .

ب*)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n>2$

ج*) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) على $\mathbb{N}$.ثم برر تقاربها ، عين نهايتها ؟

2/ من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n=\frac{1}{U_n-2}$.

أ*) بين أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب*)عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ أحسب بدلالة n عن المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{2}{U_0-2}+\frac{2}{U_1-2}+\cdots+\frac{2}{U_n-2}$

4/ أحسب الجداء P حيث: $P=e^{2v_0}\times e^{2v_1}\times\cdots\times e^{2v_{2024}}$

التمرين الثاني(04 نقاط) :

ما هي الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية ؟ برر .

الرقم	السؤال	الجواب(أ)	الجواب (ب)	الجواب (ج)
01	$I_n=\int_1^{e^n} x^2\ln x\,dx$, $n\in\mathbb{N}$ التكامل يساوي	$\frac{1}{9}\left(e^{3n}\right)$	$\frac{1}{3}\left((3n-1)e^{3n}\right)$	$\frac{1}{9}\left((3n-1)e^{3n}+1\right)$
02	العدد 2023 يكتب	513 في النظام ذي الأساس20	1207 في النظام ذي الأساس12	1000010101000 في النظام الثنائي
03	أحد حلول المعادلة التفاضلية $2y'+6y=0$ حيث f هو	$f(x)=-2xe^{-3x}$	$f(x)=2\cdot e^{-3x}$	$f(x)=e^{-3(x+1)}-2$
04	إذا كان $Arg(z)=\theta$ و $z'=-5$ $\theta\in\mathbb{R}$	$Arg\left(\overline{z}\cdot z'\right)=\pi-\theta$	$Arg\left(\overline{z}\cdot z'\right)=\theta$	$Arg\left(\overline{z}\cdot z'\right)=-\pi+\theta$
05	n عدد طبيعي نضع $a=11n+3$ و $b=13n-1$ القيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$ هي	$\{0;5;10;15;100\}$	$\{-1;2;5;15\}$	$\{1;2;5;10;25;50\}$

www.ency-education.com

التمرين الثالث(04.5 نقاط):

المستوي المركب منسوب للمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1 – حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-4\sqrt{3}z+16=0$.

2 – A,B نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=2\sqrt{3}+2i$, $z_B=\overline{z_A}$ علّم النقط A,B

3 – أكتب كلا من Z_A,Z_B على الشكل الأسي . برهن أن : $\frac{Z_A}{Z_B}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

4 – عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي سالب

5 – عين لاحقة النقطة G مرجح النقط O,B,A المرفقة بالمعاملات $1,1,2$ على الترتيب .

6 – عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق: $\left|\frac{Z-2\sqrt{3}-2i}{Z-2\sqrt{3}+2i}\right|=1$

-هل G نقطة من المجموعة (E) ؟ .

التمرين الرابع(07 نقاط) :

*) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=3x-2-e^{-x}$

1/ أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2/ أحسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

3/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]0,81;0,82[$ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ ؟

**) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-x^2+(x+1)e^{-x}$

(C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1/أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2/ أحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=xg(x)$

3/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4/ بين أن : $f(\alpha)=\alpha^3+2\alpha^2+\alpha-2$ ثم عين قيمة مقربة $f(\alpha)$

5/ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمنحنى (Γ) ذو المعادلة $y=x^3-x^2$.

6/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

7/ أنشئ بدقة المنحني (C_f) والمنحنى (Γ) (في الوثيقة المرفقة).

***) نعتبر التكامل التالي : $A(\alpha)=\int_{-1}^{\alpha}(f(x)-y)dx$

أ/ أحسب $A(\alpha)$

ب/ بين أن : $A(\alpha)=-3\alpha^2-4\alpha+4+e$.

ج/ استنتج S المساحة المقربة للحيز المحدد بالمستقيمات $x=\alpha, x=-1$ و المنحنى (Γ)

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

التمرين الأول(05 نقاط):

1/ نعتبر المتتالية (I_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $I_n = \int_0^n (1-x\ln 3)e^{-x\ln 3}dx$

أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $I_n = \frac{n}{3^n}$

ب/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3^n > n^2$ ثم استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

2/نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم بـ:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)U_n \end{cases}$$

أ/ احسب الحدود : U_2 و U_3

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

ج/ بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدومn : $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ ماذا تستنتج ؟

3/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $V_n = \frac{U_n}{n}$

أ/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

ج/ أحسب المجموع S حيث : $S = 3 + \frac{2}{U_2} + \cdots + \frac{2023}{U_{2023}}$

التمرين الثاني(05 نقاط):

1/ يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2

4 حمراء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2 , 2

5 خضراء تحمل الأرقام 1 , 2 , 2 , 2 , 0

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

نعتبر الحادثتين : A " سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة خضراء على الأقل "

أ/ أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A , B , $A \cap B$ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة العدد $\frac{(-2)^{(a+b+c)}}{4}$ حيث a ، b و c هي الأرقام المسجلة في كل سحبة

أ/ أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج - أحسب $P\left(2e^{2x} - e^x - 3 \geq 0\right)$

3/ نسحب عشوائيا على التوالي و بالإرجاع n كرة من الكيس

بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل هو : $P(n) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P(n)$ فسر النتيجة

ما هو أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $P(n) \geq 0{,}999$

www.ency-education.com

التمرين الثالث (04 نقاط) :

أ/ أدرس حسب قيم العدد n عدد طبيعي بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11.

ب/ عين قيم n بحيث : $\begin{cases} n \equiv 6[10] \\ 7^n - n^2 \equiv 0[11] \end{cases}$ و $n < 200$

2/ a عدد طبيعي يكتب في النظام العشري : $a = q r_{n-1} r_{n-2} ... r_1 r_0$ وبالتالي ينشر:

$a = q10^n + r_{n-1}10^{n-1} + r_{n-2}10^{n-2} + ... + r_2 10^2 + r_1 10 + r_0$ ، $0 < q < x$ و $0 \le r_\alpha < x$ مع $\alpha \in \{0;1;2;.....;n-1\}$

أ/ " باستعمال $10 \equiv -1[11]$ و $10^n \equiv (-1)^n [11]$" بين أن : a يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا **قبل العدد الناتج من الفرق بين مجموع الأرقام ذات الرتب الزوجية مع مجموع الأرقام ذات الرتب الفردية القسمة على** 11

ب/ هل العدد: $a = 20231444297319621954188 0$ يقبل القسمة على 11 برر باستعمال السؤال السابق؟

ج/ **هل العدد** a يقبل القسمة على 110 (لاحظ : $110 = 11 \times 10$) برّر ؟

التمرين الرابع (06 نقاط):

I) g دالة معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + x - x \ln x$

أ/ احسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,+\infty[$ ثم تحقق أن : $3,58 < \alpha < 3,6$

استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{\ln x}{1+x^2}$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (الوحدة هي $2cm$).

1) احسب النهايات عند أطراف مجالات مجموعة التعريف فسر النتائج هندسيا ؟

2) بين أن f تقبل الاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن $f'(x) = \dfrac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$

أ/ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول التغيرات

ب/ تحقق أن : $f(\sqrt{\alpha}) = \dfrac{1}{2\alpha}$

ب/عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ج/ أنشئ بدقة (T) و (C).

3)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - m$

5) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $h(x) = -2(1+x) f\left(\sqrt{x}\right)$

أ/ عين الدالة H الدالة الأصلية للدالة h التي تحقق : $H(1) = 0$.

ب/ بين مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_h) منحنى الدالة h والمستقيمات $x = \alpha, x = \dfrac{1}{e}$ و $y = 0$ هي $(8\alpha + 4)\,cm^2$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق للجميع وحظ موّفق في شهادة البكالوريا

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية الوطنية لولاية سوق أهراس — ثانوية: أبو مهاجر دينار

امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي — من إعداد الأستاذ: بن جاب الله

الشعبة: تقني رياضي — دورة ماي 2023

اختبار في مادة الرياضيات — المدة 4 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5 نقاط)

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $a=7n+5$ ، $b=2n+1$ ، $c=13n+3$.

و $d=pgcd(a;b)$ ، $d'=pgcd(b;c)$

1. بين أن: $a+b+c\equiv 1444[7]$ إذا وفقط و إذا كان n مضاعف للعدد 7 .
2. عين القيم الممكنة لكل من d و d' ثم استنتج $pgcd(a;b;c)$.
3. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد b قاسما c .
4. نعتبر المعادلة : (E) .... $19x-8y=3$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فان: $x\equiv 1[8]$ ثم حل المعادلة (E) .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) و التي تحقق : $(y-2x)^2\leq 9$.

ج) عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7 ثم عين قيم n التي تحقق : $3^n\equiv xy[7]$ و تحقق: $(y-2x)^2\leq 9$.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=0$ و بالعلاقتين: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$ و $v_n=\ln\left(\frac{\alpha}{u_{n+1}-u_n}\right)$. $\alpha\in\mathbb{R}$.

I. بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r=\ln 3$ ثم عين قيمة α علما أن حدها الأول $v_0=\ln 3$.

II. نضع $\alpha=6$ و نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $w_n=\frac{6}{e^{v_n}}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $w_n=\frac{2}{3^n}$.
2. أحسب المجموع S_n التالي : $S_n=w_0+w_1+.....+w_{n-1}$.
3. بين أن : $S_n+u_0=u_n$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n .
4. أ) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $\frac{1}{3-u_n}\equiv 2023[5]$.

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (4نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : $(0,1,2)$ و أربعة كريات حمراء مرقمة بـ : $(1,1,2,3)$ و ثلاث كريات سوداء مرقمة بـ : $(1,2,3)$. جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس .

نسحب من الكيس 3 كريات في آن واحد و نعتبر الحادثين التاليين : .

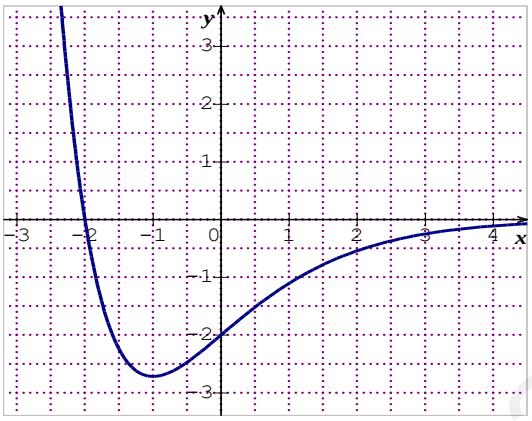
A " الكريات المسحوبة متمايزة اللون مثنى مثنى " B " الكريات المسحوبة متمايزة الرقم مثنى مثنى " .

1. أحسب $P(A)$ و بين أن $P(B)=\frac{5}{12}$.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب أصغر الأرقام المحصل عليها .

أ) ف عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X و بين أن: $E(X)=\frac{47}{60}$.

ب) أحسب العددين T و S حيث : $T=P\left(e^{X-1}-1\geq 0\right)$ و $S=E(1440X+316)$.

التمرين الرابع : (7نقاط)



I.الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-\frac{x+2}{e^x}$

(C_g) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ الشكل المقابل .

أحسب $g(-2)$ ثم حدد إشارة $g(x)$ بقراءة بيانية .

II.الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-3)e^x+3$

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$. (حيث : $\left\|\vec{OI}\right\|=1cm$)

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=3$.

2. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x)=g(-x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها.

3. برهن أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[2;+\infty[$ حيث $2.82\prec\alpha\prec 2.83$.
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 0 ثم أنشئ كل من (T) , (Δ) و (C_f) .
5. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x)=-|m|x$ ثلاث حلول مختلفة .
6. أحسب باستعمال التكامل بالتجزئة العدد A_α مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معدلتيهما $x=0$ و $x=\alpha$.ثم بين أن: $A_\alpha=\frac{3}{3-\alpha}-1$.

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : $(-2,0,2)$ و أربعة كريات حمراءمرقمة بـ : $(-1,0,1,2)$.

جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .نسحب ثلاث كريات عشوائيا و في آن واحد من الكيس .

نعرف الحدثين: A " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها موجب تماما " B " الكريات المسحوبة من لونين مختلفين " .

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(A\cap B)$.
2. نقترح اللعبة التالية . للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha^2(DA)$ (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري) فاذا سحب ثلاث كريات من نفس اللون يتحصل على $85DA$ و اذا سحب ثلاث كريات مختلفة اللون يتحصل على $15DA$ و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

أ) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم بين أن أمله الرياضياتي معطى بدلالة α كمايلي: $E(X)=25-\alpha^2$.

ب) عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب علما أن : $\alpha\equiv 1[3]$.

التمرين الثاني : (4نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=2$ و بالعلاقة: $u_{n+1}=\dfrac{12}{5-u_n}-3$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n . $-1\prec u_n\leq 2$.
2. بين أن (u_n) متتالية متناقصة تماما و استنتج أنها متقاربة .
3. نعتبر المتتالية اللعددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n=\alpha+\dfrac{4}{u_n-3}$ حيث α عدد حقيقي .

عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

4. نضع $\alpha=1$. أ) أكتب v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ب) أحسب الجداء التالي : $P_n=\left(\dfrac{u_0+1}{u_0-3}\right)^2\times\left(\dfrac{u_1+1}{u_1-3}\right)^2\times.....\times\left(\dfrac{u_n+1}{u_n-3}\right)^2$.

ج) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون : ($3^4P_n=\dfrac{1}{729}$)ثم تحقق أن: $2n\equiv 2023[5]$.

التمرين الثالث : (5نقاط)

A و B نقطتين من المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ لاحقتاهما معرفتين كما يلي: $z_A=2i$ و $2z_A+\overline{z_B}=2$.

1. تحقق من أن لاحقة النقطة B هي $z_B=2+4i$.
2. أ) بين أن لاحقة النقطة D هي $1+i$ علما أن $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\dfrac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABD .

www.ency-education.com

3. عين لاحقة النقطة C صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $\left(\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}\right)^n$ حقيقيا .

5. حدد طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق:

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MC}\right\|$ ثم أنشئها .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = 3x + 2 + \ln(x+1)$

1. بين أن g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.47 \prec \alpha \prec -0.46$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

III. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \left(3 - \frac{1}{x+1}\right)\ln(x+1)$

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$. (حيث : $\left\|\vec{OI}\right\| = 1cm$)

1. أحسب كل من $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

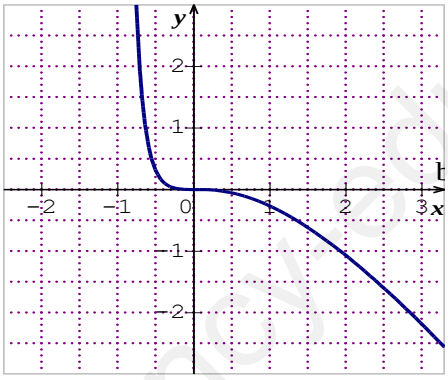
3. أثبت أن : $f(\alpha) = -\frac{(3\alpha+2)^2}{\alpha+1}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 0 .

5. نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$h(x) = \frac{-2x^2 - 2x + (3x+2)\ln(x+1)}{x+1}$$

(C_h) تمثيلها البياني الشكل المقابل.



أ) تحقق أن : $h(x) = f(x) - 2x$ ثم حدد بقراءة بيانية إشارة $h(x)$.

ب) استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (T) .

6. أنشئ كل من (T) و (C_f) .

7. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x) = m$ حلان مختلفان في الإشارة .

8. أ) أحسب الدالة المشتقة على المجال $]-1;+\infty[$ للدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$.

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $]-1;+\infty[$ و التي تنعدم عند 0 .

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية: الشهيد عبيد أحمد – بن ناصر–

مديرية التربية لولاية تقرت — الشعبة : تقني رياضي

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة ماي: 2023

اختبار في مادة: الرياضيات المدة:04ساو 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقــاط)

يحتوي كيس U_1 على أربع كرات حمراء تحمل الارقام 1,1,0,6 وثلاث كرات سوداء تحمل الارقام 6,6,1 وكرتين بيضاوين تحملان الرقمين 1,6 (كل الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب عشوائيا وعلى التوالي دون إرجاع ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية

A: ظهور لونين فقط في الكرات الثلاثة المسحوبة . B:الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة الألوان.

C:الكرات الثلاثة المسحوبة تحمل نفس الرقم . D:مجموعة أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة فردي.

E:الحصول على كرة تحمل الرقم 6 على الاقل. F:الحصول على كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 6.

2) أ- أحسب $P(B \cap C)$ ب- هل الحادثتان B وC مستقلتان ؟

3) نضع الكرات السوداء والحمراء في كيس U_2 .

نعتبر اللعبة التالية :للمشاركة يدفع لاعب y دج (حيث yعدد طبيعي) ,ويقوم بسحب كرتين في آنٍ واحد من الكيسU_2 .بحيث يربح اللاعب 25 دج على كل كرة سوداء مسحوبة ويخسر اللاعب 10 دج على كرة حمراء مسحوبة

- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية سحب الربح أو الخسارة المناسب لها .

أ- عين قيم X. ب- أحسب الأمل الرياضياتي E(X).

ج- عين قيم y حتي تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثاني: (04 نقــاط)

الجزء الأول : (U_n)متتالية عددية معرفة N^* على بحدها الأول $U_1 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n:بـــ : $U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)} U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $U_n \leq 3$

2- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

3- احسب نهاية المتتالية (U_n)

www.ency-education.com

الجزء الثاني :لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على N^* بـــ : $V_n = n(3 - U_n)$

-1 برهن ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب أساسها وحدها الأول V_1 .

-2 عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

-3 احسب نهاية (U_n) مرة اخرى

-4 احسب المجموع S_n التالي : $S_n = \frac{V_1}{3-U_1} + \frac{V_2}{3-U_2} + \cdots + \frac{V_n}{3-U_n}$

التمرين الثالث:(05 نقـــاط)

1)نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

(E)... $\bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 3\bar{z} + 7 = 0$ ، $\bar{z}$ هو مرافق العدد المركب z.

أ*/بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$.

ب*/ حـل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2)في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D لواحقها على الترتيب : $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = \overline{z_B}$ ، $z_D = 3$.

أ*/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا ســـالبا .

ب*/ عين طبيعة المثلث ABC .

1) أ*/أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي،ثم استنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

ب*/ أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD .

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}.k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث k يمسح المجال $[0;+\infty[$

*/عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ).

5)أ*/ عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون : $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

ب*/ عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\right\| \leq 2\left\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$

جـ*/ استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ).

www.ency-education.com

التمرين الرابع:(07نقــاط)

1) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=x^2e^x$

أ*/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب*/ استنتج أنه : إذا كان $0\prec x\prec 1$ فإن $g(x)\prec g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x\succ 1$ فإن $g(x)\succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\left(x^2-2x+2\right)e^x+e^{\frac{1}{x}}-3e$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

h دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}-3e$. (C_h) تمثيلها البياني (**أنظر الملحق**)

أ*/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$.

ب*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب $f'(1)$.

ج*/ شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

3) أ*/بين أن المعادلة: $\left(x^2-2x+2\right)e^x=-h(x)$ تقبل حلين α و β حيث: $1.5\prec\beta\prec 1.6$ و $0.5\prec\alpha\prec 0.6$ ،ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب*/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h).

ج*/ بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته .

4) أ*/ أرسم (T) و (C_f). **(الملحــق يعــاد مع ورقة الإجابـــة)**

ب*/ m عدد حقيقي موجب تماما، أوجد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين:

$$(E)....f(x)=\left(m^2-2m+2\right)e^m+h(m)$$

5) أ*/بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\int_1^x\left[f(t)-h(t)\right]dt=\left(x^2-4x+6\right)e^x-3e$

ب*/ ليكن العدد λ من المجال $]0;1[$ ،

$A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=\lambda$ و $x=1$.

*استنتج $A(\lambda)$ (مقدرة بوحدة المساحة)، ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{\succ}0} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(04 نقــاط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء تحمل الأرقام 1، 1،1 ،1،0- و خمس كرات سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 0، 0، 1- لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الصندوق.

I/ نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط". B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل ".

C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون". D : " الحصول على اللونين الأبيض و الأسود ".

F : " مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي0 ".

1/ أحسب إحتمال الأحداث A، B و C .

2/ بيّن أنّ : $P(D)=\frac{5}{6}$ و $P(F)=\frac{31}{120}$ و $P(C\cap F)=\frac{7}{120}$.

3/ إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون ؟

II/نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة.

1/ عيّن قيم المتغير العشوائي X .

2/ عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني:(04 نقــاط)

1)نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $11x-5y=2$

أ*/ أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 4[11]$.

ب*/ استنتج حلول المعادلة (E).

2)ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضــع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$.

أ*/ عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

ب*/عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون: $PGCD(a;b)=2$.

ج*/ استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

3)من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $A=5n^2+7n+2$ و $B=11n^2+15n+4$.

أ*/ بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B.

ب*/استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين الثالث: (05 نقــاط)

1)عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases}2z_1+iz_2=1+i\sqrt{3}\\(\sqrt{3}+2i)z_1-z_2=(1-\sqrt{3})i\end{cases}$

2)في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ،نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين: $z_A=1-i$ و $z_B=2+\sqrt{3}+i$.

أ*/اكتب z_A على الشكل الأسي .

www.ency-education.com

ب*/بين أن: $\frac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$، ثم استنتج الشكل الأسي للعدد z_B .

ج*/هل توجد قيم للعددالطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي إلى المنصف الأول؟

3)أ*/ أوجد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-\pi}{6}$.

ب*/احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BB']$. (مقـدرة بوحدة المساحة)

ج*/ عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg\left[(z-z_B)^2\right]=\arg(z_B)-\arg(z_{B'})$

د*/عين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيل، ثم اوجد z_I لاحقة مركز ثقله.

4)نضـــع: $f=ros$ (يرمز o إلى تركيب التحويلين S و r) .

أ*/عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S حيث يكون f تشابه مباشر مركزه O ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$

ب*/ أوجد مساحة صورة الدائرة (γ) بالتشابه المباشر S (مقدرة بوحدة المساحة).

5) أ*/ إذا كان $S(M)=M'$ ، ما طبيعة المثلث OMM' ؟

ب*/عين مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM'}=0$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الرابع: (07نقـــاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x-e+\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ*/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+e+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

ب */ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج*/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ*/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما:

$y=x-e$ و $y=-x+\ln 2+e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب*/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

ج*/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f)

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y=mx-m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ*/ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\ ;\ \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب*/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I=\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}\left[f(x)-(x-e)\right]dx$ ، $I_n=\int_0^1\ln\left(1+X^n\right)dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ*/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1.

ب*/ بين أن: $0\le I_n\le \ln 2$

ج*/ عين اتجـــاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

6) باستعمال : $\ln(1+X)\le X$ ، من أجل كل $X\in]0;+\infty[$

أ*/ استنتج أن : $0\le I+I_1\le\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$

ب*/ اعط حصرا للعدد $I+I_1$.

انتهى الموضوع الثاني

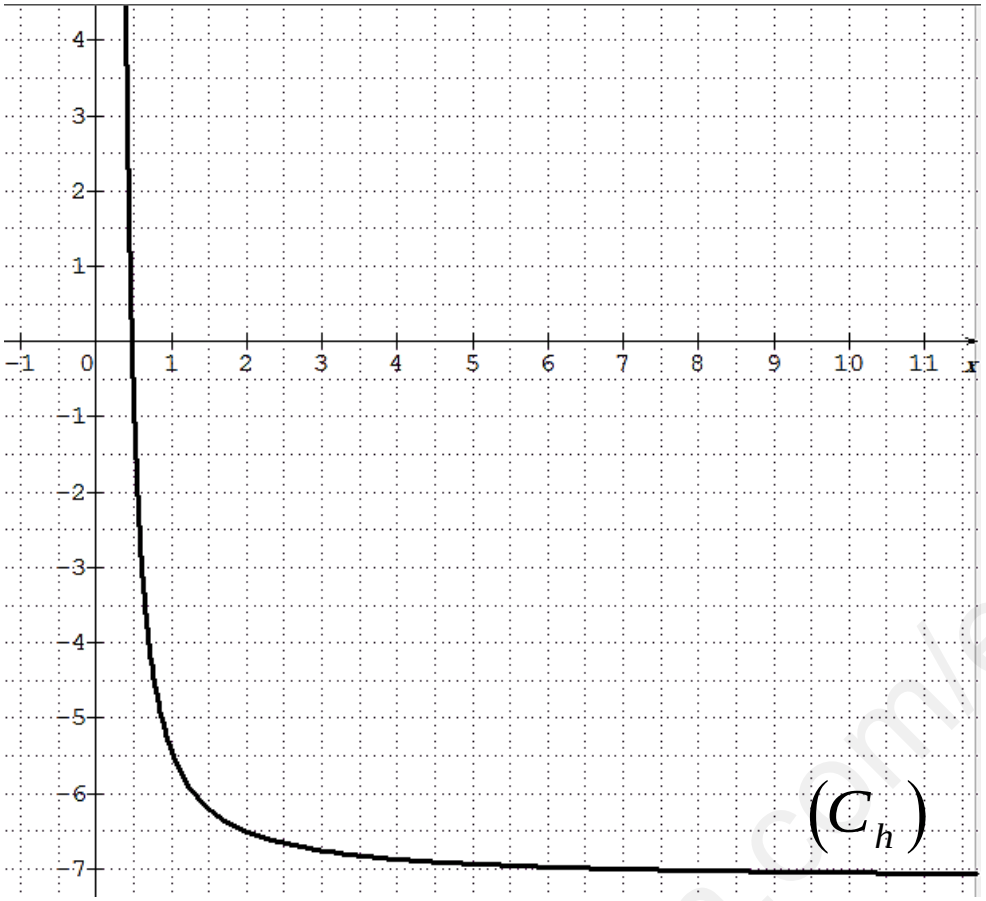
www.ency-education.com

الملحق:

الاسم :.....

اللقب :.....

القسم :.....

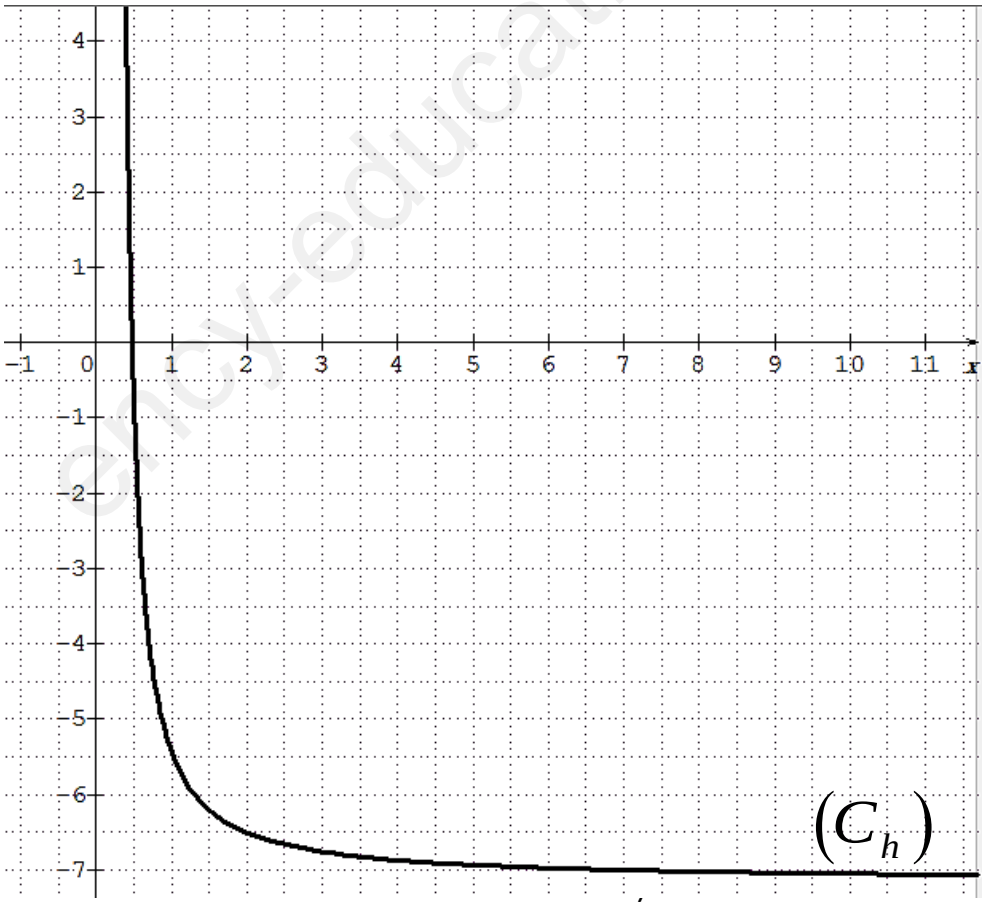


الملحق:

الاسم :.....

اللقب :.....

القسم :.....



ency-education.com/exams

تصحيح البكالوريا التجريبي 2023 تقني رياضي

الموضوع الاول: التمرين الأول:(04 نقاط)

1)كتابة التمثيـل الوسيطي (d) : t وسيط حقيقي

$$(d):\begin{cases}x-2=t\\ \dfrac{y-1}{2}=t\\ 1-z=t\end{cases};t\in\mathbb{R}$$ ومنه: $x-2=\dfrac{y-1}{2}=1-z=t$ أي أن:

إذن:التمثيلالوسيطي للمستقيم (d) هو $\begin{cases}x=t+2\\ y=2t+1\\ z=-t+1\end{cases};t\in\mathbb{R}$

***/ تبيان أن (d) و (d') ليسا من نفس المستوى:**

$\vec{u}(1;2;-1)$ شعاع توجيه (d) ، $\vec{u'}(3;1;2)$ شعاع توجيه (d')

بمأن $\dfrac{1}{3}\neq\dfrac{1}{1}$ فإنالشعاعين $\vec{u}(1;2;-1)$ و $\vec{u'}(3;1;2)$

غير مرتبطين خطيا ، فيكون المستقيمان (d) و (d')

إما ليسا من نفس المستوي و إما متقاطعان من نفس المستوي

لتكن $E(x;y;z)$ نقطة تقاطع (d) و (d') أي :

$$\begin{cases}x=t+2=3t'+4...(1)\\ y=2t+1=t'+3...(2)\\ z=-t+1=2t'+3...(3)\end{cases};(t,t')\in\mathbb{R}^2$$ نبحث عن الثنائية (t,t')

بجمع (1)و(3) : $t'=\dfrac{-4}{5}$ وبتعويضها في (1)أو (3)

نجد: $t=\dfrac{-2}{5}$، الثنائية $\left(\dfrac{-2}{5},\dfrac{-4}{5}\right)$ لا تحقق (2)

ومنـــه: (d) و (d') ليسا من نفس المستوي

2) أ)ايجاد المعادلة الديكارتية للمستويين (p_1)و(p_2)

ويشملان $A(4;-7;5)$ و $(d)\subset(P_1)$و $(d')\subset(P_2)$

تعيين معادلة المستوي (p_1): (p_1) يشمل $A(4;-7;5)$

وموجه بالشعاعين $\vec{u}(1;2;-1)$ شعاع توجيه (d) و

$\overrightarrow{AD}(-2;8;-4)$ حيث $D(2;1;1)$ نقطة من (d)

ليكن $\vec{n}(a;b;c)$: شعاع ناظميللمستوي (p_1) غير معدوم

يكافئ $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{u}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$ بجمع (1)و (2) $\begin{cases}a+2b-c=0 \quad ...(1)\\ -2a+8b-4c=0..(2)\end{cases}$

نجد $6b-3c=0$ ومنه $c=2b$ نأخذ $b=1$: نجد $c=2$ و

تعيين معادلة للمستوي (P_2) : لدينا (P_2) يشمل $A(4;-7;5)$

وموجه بالشعاعين $\vec{u'}(3;1;2)$ شعاع توجيه (d') و

$\overrightarrow{AC}(0;10;-2)$ حيث $C(4;3;3)$ نقطةمن (d')

بنفس الطريقة $(P_2):11x-3y-15z+10=0$

ب)التحقق أن (p_1) و (p_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ)

بما أن: $\dfrac{0}{11}\neq\dfrac{1}{-3}$ فإن $\vec{n}(0;1;2)$ و $\vec{n'}(11;-3;-15)$

غيرمرتبطين خطيا وعليه يكون المستويان (P_1)و(P_2) متقاطعين وفق مستقيم (Δ). لدينا:

$$(P_1):y+2z-3=0\ ،\ (\Delta):\begin{cases}x=\dfrac{-1}{11}+9\alpha\\ y=3-22\alpha\\ z=11\alpha\end{cases};\alpha\in\mathbb{R}$$

$(P_2):11x-3y-15z+10=0$

$(-22\alpha+3)+2(11\alpha)-3=0$ يكافئ $0.\alpha=0$

المعادلة تقبل مالا نهاية من الحلول ومنه $(\Delta)\subset(P_1)$:

$11\left(\dfrac{-1}{11}+9\alpha\right)-3(3-22\alpha)-15(11\alpha)+10=0$ يكافئ $0.\alpha=0$

المعادلة تقبل مالا نهاية من الحلول ومنه $(\Delta)\subset(P_2)$:

نستنتج أن $(\Delta)=(P_1)\cap(P_2)$

3) أ*/إيجاد إحداثيات A' المسقط العمودي لـ A على المستوي $(Q):A'(x';y';z')$ ، $\overrightarrow{n_Q}(11;1;-1)$ ناظمي لـ (Q)

و $A\in(\Delta)$. بما أن: $11x_A+y_A-z_A\neq2$ فإن $A\notin(Q)$

وبالتالي $\overrightarrow{AA'}$ يوازي $\overrightarrow{n_Q}$ يوجد $k\in\mathbb{R}$ حيث $\overrightarrow{AA'}=k\cdot\overrightarrow{n_Q}$

أي $\overrightarrow{AA'}(x'-4;y'+7;z'-5)$

$A'\in(Q)$ ، $\begin{cases}x'=11k+4\\ y'=k-7\\ z'=-k+5\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}x'-4=11k\\ y'+7=k\\ z'-5=-k\end{cases}$ معناه

$11(11k+4)+(k-7)-(-k+5)-2=0$ معناه $k=-\dfrac{10}{41}$

بالتعويض عن قيمة k نجد: $A'\left(\dfrac{54}{41};-\dfrac{297}{41};\dfrac{215}{41}\right)$

ب)استنتاج المسقط العمودي لـ (Δ) على المستوي (Q) :

المسقط العمودي للمستقيم (Δ) على (Q) هوالمستقيم (BA')

4) تعيين طبيعة المجموعة (Γ) حيث $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

www.ency-education.com

$a=0$ ومنه $\vec{n}(0;1;2)$ ناظمي لـ $(P_1): y+2z+d=0$

$A\in(P_1)$ معناه $7+10+d=0$ معناه $d=-3$

ومنـــــه $(P_1): y+2z-3=0$:

التمرين الثاني:(04نقاط) S التشابه المباشر، $A_0B_0=8$

مركزه A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$:، $B_{n+1}=S(B_n)$

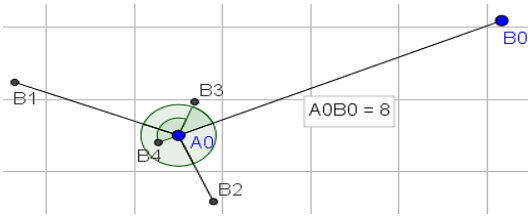
1)انشاء النقط B_1، B_2، B_3 و B_4 :

$B_1=S(B_0)$ يكافئ $\begin{cases}A_0B_1=\frac{1}{2}A_0B_0=4\\(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_1})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$، $k\in\mathbb{Z}$

$B_2=S(B_1)$ معناه $\begin{cases}A_0B_2=\frac{1}{2}A_0B_1=2\\(\overrightarrow{A_0B_1},\overrightarrow{A_0B_2})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$، $k\in\mathbb{Z}$

$B_3=S(B_2)$ معناه $\begin{cases}A_0B_3=\frac{1}{2}A_0B_2=1\\(\overrightarrow{A_0B_2},\overrightarrow{A_0B_3})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$، $k\in\mathbb{Z}$

$B_4=S(B_3)$ معناه $\begin{cases}A_0B_4=\frac{1}{2}A_0B_3=\frac{1}{2}\\(\overrightarrow{A_0B_3},\overrightarrow{A_0B_4})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$، $k\in\mathbb{Z}$



2)اثبات أن المثلثين $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ **متشابهان من أجل كل عدد طبيعي** n **:**

$B_{n+1}=S(B_n)$ معناه $A_0B_{n+1}=\frac{1}{2}A_0B_n$

و $(\overrightarrow{A_0B_n},\overrightarrow{A_0B_{n+1}})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$ ، $k\in\mathbb{Z}$ ، بما أن:

$\frac{A_0B_{n+1}}{A_0B_n}=\frac{\frac{1}{2}A_0B_n}{A_0B_n}=\frac{1}{2}$ و $\frac{A_0B_{n+2}}{A_0B_{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}A_0B_{n+1}}{A_0B_{n+1}}=\frac{1}{2}$ و

$(\overrightarrow{A_0B_{n+1}},\overrightarrow{A_0B_{n+2}})=(\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0B_n},\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0B_{n+1}})=(\overrightarrow{A_0B_n},\overrightarrow{A_0B_{n+1}})$

فإن المثلثين $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان

(ضلعان و زاوية محصورة بينهما)ومنه: $\frac{B_{n+1}B_{n+2}}{B_nB_{n+1}}=\frac{1}{2}$

3)أ*/اثبات أن (u_n) **متتالية هندسية أساسها** $\frac{1}{2}$: نعرف

(Γ) هي سطح كرة قطرها $[AB]$، $AB=\sqrt{\frac{17150}{121}}\approx 11.9$

ومركزها النقطة $I\left(\frac{43}{22};-2;\frac{5}{2}\right)$ منتصف $[AB]$

01

من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=u_0\left(\frac{1}{2}\right)^n=B_0B_1\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ج*/ نضع المجموع: $\delta_n=u_0+u_1+u_2+....+u_n$ ،

حساب δ_n **بدلالة** n **ثم إيجاد** $\lim\limits_{n\to+\infty}\delta_n$: م.ح.م.هندسية δ_n

$$\delta_n=u_0\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)=2B_0B_1\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

ومنه: $\lim\limits_{n\to+\infty}\delta_n=2B_0B_1$

4) أ*/ نحل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ **المعادلة :** $(1)...3x-4y=2$

(1)يكـــافئ $3x=4y+2$ يكـــافئ $3x\equiv 2[4]$

يكـــافئ $7\times 3x\equiv 7\times 2[4]$ يكـــافئ $x\equiv 2[4]$

ومنه: $x=4\lambda+2$ ، $\lambda\in\mathbb{Z}$ بالتعويض في المعادلة (1) نجد

إذن: $y=3\lambda+1$ $S=\{(4\lambda+2;3\lambda+1);\lambda\in\mathbb{Z}\}$

ب*/ تعيين قيم العدد الطبيعي n **التي من اجلها تكون النقطة** B_n **تنتمي إلى المستقيم** (Δ) :

لدينا: (Δ) العمودي على (A_0B_0) في النقطة A_0 وكذلك

$(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_n})=(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_1})+(\overrightarrow{A_0B_1},\overrightarrow{A_0B_2})+...$

$....+(\overrightarrow{A_0B_{n-1}},\overrightarrow{A_0B_n})=\frac{3\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}+...+\frac{3\pi}{4}=n\frac{3\pi}{4}$

B_n تنتمي إلى (Δ) معناه $(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_n})=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ، $k\in\mathbb{Z}$

نجد: $\frac{3\pi}{4}n=\frac{\pi}{2}+k\pi$ يكافئ $3n=4\left(\frac{1}{2}+k\right)$

يكـــافئ $3n=2+4k$ يكـــافئ $3n-4k=2$

ومنه قيم n هـــي $n=4k'+2$ ، $k'\in\mathbb{N}$

التمرين الثالث:(05 نقاط)

1)أ*/نبين أن المعادلة (E) تكافئ $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2-4\bar{z}+7)=0$

لدينا : $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2-4\bar{z}+7)=0\ (E)...\ \bar{z}^3-3\bar{z}^2+3\bar{z}+7=0$

يكافئ $z^{-3}-4z^{-2}+7\bar{z}+\bar{z}^{-2}-4\bar{z}+7=0$

يكافئ $z^{-3}-3\bar{z}^{-2}+3\bar{z}+7=0$

ب* /نحل في $\mathbb{C}$ **المعادلة** (E) **:**

ency-education.com

www.ency-education.com

متتالية (u_n) بـ $u_n = B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n.

(u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ومنـه: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{B_{n+1}B_{n+2}}{B_nB_{n+1}} = \frac{1}{2}$

و حـــدها الأول $u_0 = B_0B_1$

ب*/ كتابة عبارة u_n بـدلالة n:

ومنه : $S = \left\{-1; 2-\sqrt{3}i\ ; 2+\sqrt{3}i\right\}$

2)أ*/تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا:

لدينا

$$(z_B - z_A)^n = (2+\sqrt{3}i+1)^n = (3+\sqrt{3}i)^n$$

ومنه $(z_B - z_A)^n = (2\sqrt{3})^n e^{i\frac{n\pi}{6}}$

$(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا معناه:

$\arg(z_B - z_A)^n = \pi + 2k\pi$ ومنه $\frac{n\pi}{6} = \pi + 2k\pi$

إذن $n = 12k + 6\ ; k \in \mathbb{N}$

ب*/تعيين طبيعة المثلث ABC

$$AC = |z_C - z_A| = |3 - i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

$$AB = |z_B - z_A| = |3 + i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

$$BC = |z_C - z_B| = |-2i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

بما ان : $AB = AC = BC$ فإن المثلث ABC متقايس الأضلاع

3)أ*/كتابة العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي:

$$\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C} = \frac{-1-2+i\sqrt{3}}{3-2+i\sqrt{3}} = \frac{-3+i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

***/استنتاجطبيعة التحويل الذي يحول A إلى D وعناصره المميزة:**

$\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $z_A - z_C = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_D - z_C)$

معناه النقطة A صورة النقطة D بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة C و نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب/تعيين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD

لدينا: $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C} = \sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه

$$\begin{cases} \left|\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}\right| = \sqrt{3} \\ (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

اذن المثلث ACD قائم في C ومنه مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ACD هو النقطة I منتصف الوتر $[AD]$

02

(E) تكافئ $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$

يكافئ $(z+1)(z^2-4z+7) = 0$ يكافئ $\overline{(z+1)(z^2-4z+7)} = 0$

يكافئ $\begin{cases} z = -1 \\ z^2 - 4z + 7 = 0 \end{cases}$ ، $\Delta = -12 = \left(2\sqrt{3}i\right)^2$

$z_1 = 2 - \sqrt{3}i$ و $z_2 = 2 + \sqrt{3}i$

ومنه: من أجل k يمسح المجال $[0;+\infty[$ المجموعة (Γ) هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة A وشعاع توجيهه $\overrightarrow{AB}$

لاحقته : $2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}} = 3 + i\sqrt{3}$

5)أ*/تعيين قيمة العدد α حيث $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$

$-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$

معناه النقطة C هي مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;2),(D;\alpha)\}$

يكافئ $\begin{cases} x_C = \frac{-x_A + 2x_B + \alpha x_D}{-1+2+\alpha} \\ y_C = \frac{-y_A + 2y_B + \alpha y_D}{-1+2+\alpha} \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2 = \frac{1+4+3\alpha}{1+\alpha} \\ -\sqrt{3} = \frac{0+2\sqrt{3}+0\cdot\alpha}{1+\alpha} \end{cases}$ ومنه $\alpha = -3$

ب*/تعيين (E) مجموعةالنقط M من المستوي حيث :

$$(*)\ldots \left\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\right\| \le 2\left\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$$

$(*)$ تكافئ $\left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MD}\right\| \le 2\left\|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC}\right\|$

$(*)$ تكافئ $\left\|-\left(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MD}\right)\right\| \le 2\left\|\overrightarrow{BC}\right\|$

$(*)$ تكافئ $\left\|(-1+2-3)\overrightarrow{CM}\right\| \le 2BC$ تكافئ $CM \le BC$

ومنه مجموعة النقط (E) هي قرص مركزه النقطة C ونصف قطره هو : $BC = 2\sqrt{3}$

جـ*/استنتاج مجموعة نقط تقاطع القرص (E) و نصفالمستقيم $[AB]$: لدينا القرص (E) مركزه C ونصف قطره

$BC = 2\sqrt{3}$ و $AC = 2\sqrt{3}$ معناه A تنتمي إلى القرص (E)

ومنه تقاطع القرص (E) ونصف المستقيم $[AB]$ هو القطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الرابع: (07 نقــاط)

1) g معرفة على $[0;+\infty[$ بـــ: $g(x) = x^2e^x$

أ*/ دراسة اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$: $g'(x) = (x^2+2x)e^x$

بما ان $g'(x) > 0$ فإن الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

www.ency-education.com

لاحقتها $z_I = \frac{z_A + z_D}{2} = \frac{3}{2} - i\frac{1}{2}$

4 */تعيين قيس للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$:

لدينا : $(\vec{u};\overrightarrow{AB}) = \arg(z_B - z_A) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$

***/استنتاج (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث :**

$z - z_A = k(z_B - z_A)$ معناه $z + 1 = 2\sqrt{3}ke^{i\frac{\pi}{6}}$

معناه $\overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB}$

03

2) f معرفة على $]0;+\infty[$: $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + e^{\frac{1}{x}} - 3e$

أ*/حساب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$:

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$

ب*/ نبين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$f'(x) = g(x) - g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم حساب $f'(1)$:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ دالتها المشتقة f' :

$f'(x) = x^2e^x - \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}} = g(x) - g\left(\frac{1}{x}\right)$

ومنه: $f'(1) = g(1) - g\left(\frac{1}{1}\right) = 0$

ج*/ تشكيل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$:

إشـــارة $f'(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$

f متناقصة تماما على $]0;1]$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$-e = -2.71$	↗	$+\infty$

3) أ*/نبين أن المعادلة: $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$

تقبل **حلين** α **و** β **حيث**: $1.5 \prec \beta \prec 1.6$ و $0.5 \prec \alpha \prec 0.6$

$(x^2 - 2x + 2)e^x + h(x) = 0$ تكافئ $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$

تكافئ $f(x) = 0$ ، لدينا: $f(0.5) \approx 1.25$ ، $f(0.6) \approx -0.74$

بما ان الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $[0.5;0.6]$

$f(0.5) \times f(0.6) \prec 0$ فان حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن المعادلة $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$ تقبل حل وحيد α

حيث: $0.5 \prec \alpha \prec 0.6$ ، $f(\alpha) = 0$

ب*/ استنتاج أنه : إذا كان $0 \prec x \prec 1$ فإن $g(x) \prec g\left(\frac{1}{x}\right)$

و إذا كان $x \succ 1$ فإن $g(x) \succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

إذا كان $0 \prec x \prec 1$ فـإن $x \prec \frac{1}{x}$ و لدينا g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ، فـإن $g(x) \prec g\left(\frac{1}{x}\right)$

إذا كان $x \succ 1$ فـإن $x \succ \frac{1}{x}$ ولدينا g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ،فـإن $g(x) \succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

إشارة الفرق $f(x) - h(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

$x^2 - 2x + 2 \succ 0$ من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ لأن $\Delta = -4$

ومنه : (C_f) يقع فوق (C_h) على المجال $]0;+\infty[$

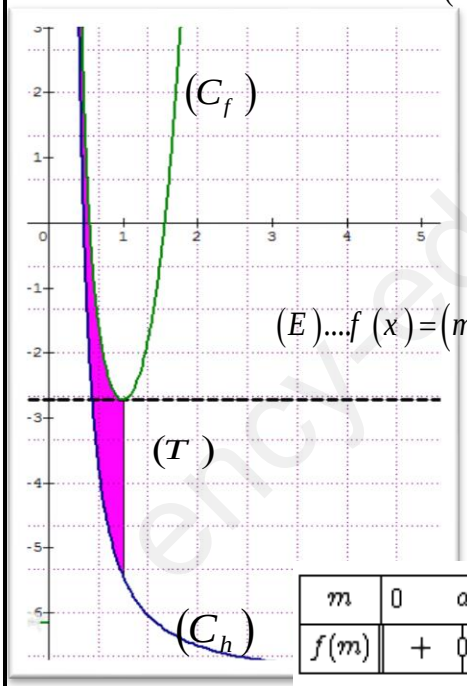
ج*/نبين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته :

بما ان الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ فإن تمثيلها (C_f) يقبل عند كل نقطة فاصلتها من $]0;+\infty[$ مماسا

$(T): y = f'(1)(x-1) + f(1)$ ، $f'(1) = 0 ; f(1) = -e$

ومنه: $(T): y = -e$

4) أ*/رسم (T) و (C_f) :



ب*/إيجاد قيم m حتى تقبلالمعادلة (E)

حلين متمايزين:

لدينا m وسيط حقيقي حيث $m \succ 0$

$(E)....f(x) = (m^2 - 2m + 2)e^m + h(m)$

المعادلة (E) تكـــافئ $f(x) = f(m)$

إشارة $f(m)$ **:**

m	0		α		1		$E+\infty$
$f(m)$	‖ $+$	0	$-$		$-$	0	$+$

من أجـــل $m = 1$ المعادلة (E) تقبل حلا مضاعفا.

ومنـــه: المعادلة (E) تقبل حلين متمايزينلما

$m \in]0;1[\cup]1;+\infty[$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

لدينا: $f(1.5)\approx -0.60$ ، $f(1.6)\approx 0.44$

بما ان الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $[1.5;1.6]$

$f(1.6)\times f(1.5)\prec 0$ فان حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن المعادلة $(x^2-2x+2)e^x=-h(x)$ تقبل حل وحيد β

حيث: $1.5\prec\beta\prec 1.6$ ، $f(\beta)=0$

***/استنتاج أن (C_f) يقطع محور الفواصل فينقطتين:**

بما ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β فإن (C_f) يقطع محور الفواصل فينقطتين فاصلتيهما α و β

ب*/ دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h):

ب*/استنتاج $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\lambda$ و $x=1$

(مقدرة بوحدة المساحة) حيث $\lambda\in[0;1]$:

$$A(\lambda)=\int_1^{\lambda}[f(t)-h(t)]dt=-\int_{\lambda}^{1}[f(t)-h(t)]dt$$

$$A(\lambda)=-\left[(\lambda^2-4\lambda+6)e^{\lambda}-3e\right]$$

$$=\left(3e-(\lambda^2-4\lambda+6)e^{\lambda}\right)u.a$$

***/حساب $\lim\limits_{\lambda\to 0} A(\lambda)$:**

$$\lim_{\lambda\to 0}A(\lambda)=\lim_{\lambda\to 0}\left[3e-(\lambda^2-4\lambda+6)e^{\lambda}\right]=3e$$

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (04 نقاط)

$A(3;1;0)$ ، $B(1;2;0)$ ، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$

1) أ*/حساب $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$: $\overrightarrow{BA}(2;-1;0)$ ، $\overrightarrow{BC}(2;0;1)$

لدينا: $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2(2)+0(-1)+1(0)=4$

***/استنتاج القيمتين المضبوطتين لـ $Cos\,ABC$ و $Sin\,ABC$**

لدينا: $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\|\overrightarrow{BA}\|\cdot\|\overrightarrow{BC}\|Cos\,ABC$

ومنه: $Cos\,ABC=\dfrac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BA}\|\cdot\|\overrightarrow{BC}\|}=\dfrac{4}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\dfrac{4}{5}$

لدينا: $\sin ABC^2=1-Cos\,ABC^2$

ومنه $\sin ABC=\dfrac{3}{5}$ أو $\sin ABC=-\dfrac{3}{5}$

ب*/حساب مساحة المثلث ABC ولتكن S_{ABC}:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}BA\times BC\times\sin ABC=\frac{1}{2}\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{2}ua$$

5) أ*/ نبين أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$:

$$\int_1^x[f(t)-h(t)]dt=(x^2-4x+6)e^x-3e$$

لدينا: $\int_1^x[f(t)-h(t)]dt=\int_1^x(t^2-2t+2)e^t\,dt$

الدالة: $t\to(t^2-2t+2)e^t$ مستمرة على $[0;+\infty[$ فهيتقبل دوالا أصلية على $[0;+\infty[$.

$$\left[(t^2-4t+6)e^t-3e\right]'=(t^2-2t+2)e^t$$

$$\int_1^x(t^2-2t+2)e^t dt=\int_1^x\left[(t^2-4t+6)e^t-3e\right]' dt$$

$$=(x^2-4x+6)e^x-3e$$

04

$D\notin(ABC)$ إذن: $m=-\dfrac{5}{2}$ أي $0+2(0)-2m-5=0$

لأن m عدد حقيقي موجب ومنه: $ABCD$ رباعي وجوه

***/ نبين أن حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو $V=\dfrac{2m+5}{6}uv$**

لدينا $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}\times h$ ، $h=d(D,(ABC))$ هو الارتفاع

$$d(D;(ABC))=\frac{|-2m-5|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{2m+5}{3}$$

ومنه $V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{2m+5}{3}=\dfrac{2m+5}{6}uv$

2)أ*/نبين أن (Q) هو المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$ معادلته الديكارتية $-2x+y=\dfrac{-5}{2}$: هناك عدة طرقنها

***إحداثيات $I(2;\frac{3}{2};0)$ منتصف $[AB]$ تحقق التمثيل الوسيطي لـ (Q) والشعاع $\overrightarrow{AB}(2,-1,0)$ عمودي على شعاعي توجيهه $\vec{u}(-2;-4;-5)$ $\vec{u'}(1;2;0)$ ومنه (Q) مستوي محوري لـ $[AB]$**

***/تعيين معادلة (Q):** لدينا

$$(Q):\begin{cases}x=2-2\alpha+\beta....(1)\\ y=\frac{3}{2}-4\alpha+2\beta....(2)\\ z=-5\alpha.....(3)\end{cases};(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$$

من (1) نجد: $z=-5\alpha$ يكافئ $\alpha=\dfrac{z}{-5}$ بالتعويض في (1) نجد: $x=2-2\left(\dfrac{z}{-5}\right)+\beta$

ومنه: $\beta=x-2-\dfrac{2z}{5}$ نعوض قيمة α و β في (2) نجد:

ومنه: $y=\dfrac{3}{2}-4\left(\dfrac{z}{-5}\right)+2\left(x-2-\dfrac{2z}{5}\right)$: $-2x+y=\dfrac{-5}{2}$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

ج*/نبين أن $\vec{n}(1;2;-2)$ **شعاع ناظمي للمستوي** (ABC):

بما أن $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=1(2)+2(0)-2(1)=0$ وكذلك

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA}=1(2)+2(-1)-2(0)=0$

فإن $\vec{n}(1;2;-2)$ شعاعناظمي للمستوي (ABC)

***/ استنتاج معادلة ديكارتية للمستوي** (ABC)**:**

لدينا $(ABC):x+2y-2z+d=0$

$A\in(ABC)$ تكافئ $3+2+d=0$ تكافئ $d=-5$

ومنه: $(ABC):x+2y-2z-5=0$

د*/تبيان أن $ABCD$ **رباعي وجوه:**

نبين أن النقطة D لا تنتمي الى المستوي (ABC)

نضع $z=t$ (t وسيط حقيقي) نجد $5x-2z-10=0$

إذن: $x=\frac{2}{5}t+2$ و $y=\frac{4}{5}t+\frac{3}{2}$

$$(\Delta):\begin{cases}x=\frac{2}{5}t+2\\ y=\frac{4}{5}t+\frac{3}{2}\\ z=t\end{cases};t\in\mathbb{R}$$

ج*/ حساب $d\left(D;(Q)\right)$ **ثم استنتاج بدلالة** m **المسافة بين** D **و** (Δ)**:**

$$d\left(D;(Q)\right)=\frac{|-4(0)+2(0)+5|}{\sqrt{16+4}}=\frac{5}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

بمأن (Q) و (ABC) متعامدان فإن حسب مبرهنة فيثاغورس

$$d\left(D;(\Delta)\right)^2=d\left(D;(Q)\right)^2+d\left(D;(ABC)\right)^2$$

ومنه: $d\left(D;(\Delta)\right)=\sqrt{\frac{5}{4}+\left(\frac{2m+5}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{16m^2+80m+145}}{6}$

3)أ*/تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي m **سطح كرة** (S_m) **يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها:**

لدينا $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$:

ومنه $x^2+y^2+(z-m)^2=9$ إذن: (S_m) سطح كرة مركزها النقطة $D(0;0;m)$ و نصف قطرها $r=3$.

ب*/تعيين m **حتى يكون المستوي** (ABC) **مماسا لسطحالكرة** (S_m)**:** (ABC) مماس لسطح الكرة (S_m) يعني

$d\left(D;(ABC)\right)=3$ أي أن: $\frac{2m+5}{3}=3$ ومنه $m=2$:

4)معادلة المستوي (P) **الموازي تماما للمستوي** (ABC) **ويمس** (S_m)**:** لدينا $(P):x+2y-2z+d=0$:

المستوي (P) مماس لـ (S_m) يعني :

ومنه معادلة (Q) هي: $-4x+2y+5=0$

***/بطريقة آخرى:** (Q) يشمل $I\left(2;\frac{3}{2};0\right)$ منتصف $[AB]$

و $\overrightarrow{AB}(-2;1;0)$ شعاع ناظمي له والتمثيل الوسيطي يحقق

ومنه المستوي المحوري لقطعةالمستقيم $[AB]$ $(Q):-2x+y=\frac{-5}{2}$

ب*/استنتاج ان المستويين (ABC) و (Q) **متعامدان وهما متقاطعان وفق مستقيم** (Δ) **يطلب تعيينتمثيله الوسيطي:**

بما أن $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=1.(-2)+2.(1)+0.(-2)=0$ فإن (Q) و (ABC) متعامدان فهما متقاطعان وفق مستقيم (Δ).

***/تعيين التمثيل الوسيطي للمستقيم** (Δ):

بطرح (2) من (1) نجد: $\begin{cases}x+2y-2z-5=0....(1)\\ -4x+2y+5=0.....(2)\end{cases}$

05

$n\in\mathbb{N}^*$ ، $b=11n+4$ و $a=5n+2$

$11a-5b=11(5n+2)-5(11n+4)=55n+22-55n-20=2$

ومنه: $d/2$ إذن: $d\in D_2=\{1;2\}$.

ب*/تعيين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون:** $PGCD(a;b)=2$

لدينا $PGCD(a;b)=2$: معناه 2يقسم a و2يقسم b معناه 2يقسم $b-2a$

أي 2يقسم $11n+4-2(5n+2)$ وبالتالي 2يقسم n.

ومنه n عدد زوجي يكتب من الشكل: $n=2\alpha\ /\ \alpha\in\mathbb{N}^*$

ج*/استنتاج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكونالعددان** a و b **أوليان فيما بينهما:** من السؤال السابق

من أجل $PGCD(a;b)=2$ قيم n: $n=2\alpha\ /\ \alpha\in\mathbb{N}^*$

ومنه: قيم n حيث $PGCD(a;b)=1$ هي: $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

3) أ*/نبين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

$n\in\mathbb{N}$ ، $B=11n^2+15n+4$ و $A=5n^2+7n+2$

$B=(n+1)(11n+4)=b(n+1)$ ، $A=(n+1)(5n+2)=a(n+1)$

ومنه : $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

ب*/ استنتاج حسب قيم n **القاسم المشترك الأكبر للعددين** A و B:

$$PGCD(A;B)=PGCD(a(n+1);b(n+1))=(n+1)PGCD(a;b)$$

ومنه نميز حالتين :

الحالة 1: إذا كان $PGCD(a;b)=2$ معناه $n=2\alpha/\alpha\in\mathbb{N}^*$

نجد: $PGCD(A;B)=(2\alpha+1)2=4\alpha+2$

الحالة 2: إذا كان $PGCD(a;b)=1$ معناه $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

نجد: $PGCD(A;B)=(2\alpha+1+1)1=2\alpha+2$

التمرين الثالث (05 نقاط)

1)تعيين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث :

www.ency-education.com

$d(D;(P))=\frac{|-4+d|}{3}=3$ أي $|-4+d|=9$

ومنه $d=13$: أو $d=-5$ هو المستوي (ABC)

إذن: $(p):x+2y-2z+13=0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1)أ*/إثبات أن : $y\equiv 4[11]$ ، $(E)\ldots 11x-5y=2$

$11x-5y=2$ يكافئ $5y=11x+2$ ومنه $5y\equiv -2[11]$ أي

أي $5y\equiv 20[11]$ ومنه: $y\equiv 4[11]$

ب*/استنتاج حلول المعادلة (E) :

$y\equiv 4[11]$ معناه $y=11k+4$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ، نعوض قيمة y في المعادلة (E) نجد: $x=5k+2$

ومنه: $S=\{(11k+4;5k+5)/k\in\mathbb{Z}\}$

2)أ*/تعيين القيم الممكنة لـ $d=PGCD(a;b)$ **:**

***/استنتاج الشكل الأسي للعدد** z_B :

$z_B=z_A(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$

ومنه : $z_B=\sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{12}}$

ج*/تعيين قيم للعدد الطبيعي n **حتى تكون صورة العدد** $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ **تنتمي إلى المنصف الأول إن وجدت :**

معناه $\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n=\frac{\pi}{4}+k\pi$ لدينا : $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n=(1+\sqrt{3})^n e^{i\frac{n\pi}{3}}$

أي : $\frac{n\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+k\pi$ ومنه $\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n\equiv\frac{n\pi}{3}[2\pi]$ ،$k\in\mathbb{Z}$

أي $4n-12k=3$ ، $PGCD(12;4)=4$ لاتقسم 3 ومنه المعادلة لاتقبل حلول اذن لايوجد قيم لـ n تحقق المطلوب .

3) أ*/إيجاد لاحقة النقطة B' **صورة النقطة** B **بالدوران** r **الذي مركزه النقطة** O **وزاويته** $\frac{-\pi}{6}$

عبارة الدوران r من الشكل : $z'=e^{-i\frac{\pi}{6}}z$

$z_{B'}=e^{-i\frac{\pi}{6}}z_B=e^{-i\frac{\pi}{6}}\sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{12}}=\sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{-i\frac{\pi}{12}}$

$z_{B'}=\sqrt{2}(1+\sqrt{3})e^{-i\frac{\pi}{12}}=\overline{z_B}=2+\sqrt{3}-i$

ب*/حساب مساحة الدائرة (γ) **التي قطرها** $[BB']$:لدينا

$R=\frac{BB'}{2}=\frac{|z_{B'}-z_B|}{2}=\frac{|-2i|}{2}=\frac{2}{2}=1$ ، $S=\pi R^2$

ومنه : $s=\pi\ u.a$

ج*/تعيين مجموعة النقط $M(z)$ **من المستوى حيث:**

$\begin{cases}2z_1+iz_2=1+i\sqrt{3}\ldots(1)\\(\sqrt{3}+2i)z_1-z_2=(1-\sqrt{3})i\ldots(2)\end{cases}$ نضرب طرفي

$\begin{cases}-2iz_1+z_2=-i+\sqrt{3}\ldots\ldots(1')\\\sqrt{3}z_1+2iz_1-z_2=i-i\sqrt{3}\ldots(2)\end{cases}$ المعادلة الأولى في $(-i)$ نجد

بجمع (1') و (2): $\sqrt{3}z_1=\sqrt{3}(1-i)$ ومنه $z_1=1-i$

بالتعويض في (1') نجد : $z_2=2+\sqrt{3}+i$

2)أ*/كتابة z_A **على الشكل الأسي :** $z_A=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

ب*/نبين أن : $\frac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$:

$\frac{z_B}{z_A}=\frac{2+\sqrt{3}+i}{1-i}=\frac{(2+\sqrt{3}+i)(1+i)}{2}=\frac{(1+\sqrt{3})+\sqrt{3}(1+\sqrt{3})i}{2}$

ومنه: $\frac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})\frac{(1+\sqrt{3}i)}{2}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$

06

بة لمحور الفواصل ولدينا : $B'(2+\sqrt{3};-1)$ و $A(1;-1)$

أي : AB' لهما نفس الترتيب معناه ينتميان إلى المستقيم معادلته $y=-1$ موازي لمحور الفواصل ومنه نجد :

$z_C=\overline{z_A}=1+i$.

***/ إيجاد** z_I **لاحقة مركز ثقل المستطيل** $AB'BC$

$z_I=\frac{1-i+4+2\sqrt{3}+1+i}{4}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ ومنه $z_I=\frac{z_A+z_B+z_{B'}+z_C}{4}$

4)أ*/تعيين العبارة المركبة للتشابه المباشر S **حيث يكون** f **تشابه مباشر مركزه** O **ونسبته** 2 **وزاويته** $\frac{\pi}{3}$: $f=ros$

S تشابه مباشر مركزه O ونسبته k وزاويته θ أي ros

تشابه مباشر مركزه O ونسبته k وزاويته $\theta-\frac{\pi}{6}$

ومنه : $k=2$ و $\theta-\frac{\pi}{6}\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ أي $\theta\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

ومنه عبارة التشابه S هي : $z'=2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ ونكتب $z'=2iz$

ب*/إيجاد مساحة صورة الدائرة (γ) **بالتشابه المباشر** S **:**

مساحة صورة الدائرة (γ) هي S' حيث : $s'=k^2s=4\pi\ u.a$.

5) أ*/ إذا كان $S(M)=M'$ **،إيجاد طبيعة المثلث** OMM' :

$z'=2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ ومنه : $\frac{z'}{z}=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $\arg\frac{z'}{z}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$

$|z'|=2|z|$ أي $\left|\frac{z'}{z}\right|=2$ و $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'})=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ معناه

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

$\arg\left[(z-z_B)^2\right]=\arg(z_B)-\arg(z_{B'})$ أي أن

$\arg(z-z_B)=\frac{\pi}{12}+k\pi$ ومنه $2\arg(z-z_B)=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{12}+2k\pi$

تفسيرها : $\left(\vec{u};\overrightarrow{BM}\right)=\frac{\pi}{12}+k\pi/k\in\mathbb{Z}$

ومنه مجموعة النقط هي المستقيم (OB) ماعدا النقطة B.

د*/تعيين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيل:

$\left(\overrightarrow{B'B};\overrightarrow{B'A}\right)=\arg\left(\frac{z_A-z_{B'}}{z_B-z_{B'}}\right)=\arg(z_A-z_{B'})-\arg(z_B-z_{B'})$

$\left(\overrightarrow{B'B};\overrightarrow{B'A}\right)=\arg(1-i-2-\sqrt{3}+i)-\arg(2i)=\pi-\frac{\pi}{2}+2k\pi$

ومنه نجد : $\left(\overrightarrow{B'B};\overrightarrow{B'A}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}$

يكفي أن نبين : $\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{AC}$ معناه : $\begin{cases}x_C=1\\y_C=1\end{cases}$ ومنه $z_C=1+i$

بطريقة اخرى :لدينا $z_{B'}=\overline{z_B}$ معناه BB' متناظرتان

$f'(x)=0$ معناه $1-2e^{-2(x-e)}=0$ معناه $x=e+\ln\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$e+\ln\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

الدالة f متزايدة تماما على $\left[e+\ln\sqrt{2};+\infty\right[$

الدالة f متناقصة تماما على $\left]-\infty;e+\ln\sqrt{2}\right]$

تشكيل جدول تغيراتها:

x	$-\infty$	$In2/2+e$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$3In2/2+e$	↗ $+\infty$

2) أ*/ نبين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما: $y=x-e$ و $y=-x+\ln 2+e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ **على الترتيب**: بما أن

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-e)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)=\ln 1=0$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+e+\ln 2)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)-\ln 2\right]=0$

فإن: (D) مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

و (D') مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

ب*/دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (D) و (D')

لدينا: $f(x)-(x-e)=\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

$1+2e^{-2(x-e)}\succ 1$ معناه $\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)\succ\ln 1=0$

معناه $\left|\overrightarrow{OM'}\right|=2\left|\overrightarrow{OM}\right|$ ومنه: المثلث OMM' قائم في O

ب*/تعيين مجموعة النقط M من المستوى التي يكون من أجلها : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM'}=0$: $\overrightarrow{AM}(z-z_A)$ ، $\overrightarrow{AM}(x-1;y+1)$

و $\overrightarrow{AM'}(z'-z_A)$ أي $\overrightarrow{AM'}(2iz-z_A)$ ومنه $\overrightarrow{AM'}(-2y-1;2x+1)$

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM'}=0$ معناه $(x-1)(-2y-1)+(y+1)(2x+1)=0$

معناه $x+3y+2=0$

مجموعة النقط المطلوبة هي مستقيم معادلته $x+3y+2=0$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

1)أ*/التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=-x+e+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

$f(x)=x-e+\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)=x-e+\ln\left(\frac{e^{2(x-e)}+2}{e^{2(x-e)}}\right)$

$=x-e+\ln\left(e^{2(x-e)}+2\right)-\ln\left(e^{2(x-e)}\right)=-x+e+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

ب */حساب النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$

ج*/ دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{1-2e^{-2(x-e)}}{1+2e^{-2(x-e)}}$

07

m وسيط حقيقي.

معناه $y=mx-m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$

معناه $m\left(x-e-\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}-y=0$

$x-e-\frac{\ln 2}{2}=0$ و $\frac{\ln 2}{2}-y=0$ ومنه:جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\,;\frac{\ln 2}{2}\right)$

ب*/مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) :

المستقيم (D_m) يدور حول النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\,;\frac{\ln 2}{2}\right)$

إذا كان $m=1$ فإن (D_m) هو (D) لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m=-1$ فإن (D_m) هو (D') لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m=0$ فإن (D_m) هو $(D_0):y=\ln\sqrt{2}$ لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m\in\left]-1;1\right[$ فإنها لاتوجد نقط تقاطع

إذا كان $m\in\left]-\infty;-1\right[$ فإنها توجد نقطة تقاطع واحدة

إذا كان $m\in\left]1;+\infty\right[$ فإنها توجد نقطة تقاطع واحدة

5) أ*/التفسير الهندسي العدد I :هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (D) والمستقيمين

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

ومنه: $f(x)-(x-e)\succ 0$ إذن (C_f) يقـع فوق م.م (D)

لدينا: $f(x)-(-x+e+\ln 2)=\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)-\ln 2$

$2+e^{2(x-e)}\succ 2$ معنـــاه $\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)\succ \ln 2$ ومنه:

$f(x)-(-x+e+\ln 2)\succ 0$ إذن (C_f) يقـع فوق م.م (D')

من أجل كل عدد حقيقي x

ج*/ نبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f):

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2\left(\frac{\ln 2}{2}+e\right)-x$ من $\mathbb{R}$ ، لدينا

$$f\left(2\left(\frac{\ln 2}{2}+e\right)-x\right)=f(\ln 2+2e-x)$$

$$=-x+e+\ln(2+e^{2(x-e)})=f(x)$$

ومنه: $(\Delta): x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

3) رسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f):

4)أ*/نبين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\,;\frac{\ln 2}{2}\right)$:

$$(D_m): y=mx-m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$$

$0\le X^{n+1}\le X^n$ أي $0\le X^{n+1}+1\le X^n+1$

$0\le \ln\left(X^{n+1}+1\right)\le \ln\left(X^n+1\right)$، $n\in\mathbb{N}^*$ أي أن

$0\le \int_0^1 \ln\left(X^{n+1}+1\right)dX\le \int_0^1 \ln\left(X^n+1\right)dX$ نستنتج أن

$0\le I_{n+1}\le I_n$ ومنه: المتتالية (I_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$

بما ان (I_n) محدودة من الاسفل بالصفر $(0\le I_n\le \ln 2)$

ومتناقصة تماما فإنها متقارية نحو الصفر

ج*/تعيين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتاج أنها متقاربة:

بضرب أطراف المتباينة (1) في X^n نجد $\begin{cases}0\le X\le 1\ldots(1)\\ 0\le X^n\le 1\end{cases}$

$0\le X^{n+1}\le X^n$ أي $0\le X^{n+1}+1\le X^n+1$

$0\le \ln\left(X^{n+1}+1\right)\le \ln\left(X^n+1\right)$، $n\in\mathbb{N}^*$ أي أن

$0\le \int_0^1 \ln\left(X^{n+1}+1\right)dX\le \int_0^1 \ln\left(X^n+1\right)dX$ نستنتج أن

$0\le I_{n+1}\le I_n$ ومنه: المتتالية (I_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$

بما ان (I_n) محدودة من الاسفل بالصفر $(0\le I_n\le \ln 2)$

ومتناقصة تماما فإنها متقارية نحو الصفر

اللذيم معادلتيهما $x=\ln\sqrt{2}+e$ ، $x=\ln\sqrt{3}+e$

حساب العدد I_1: $I_1=\int_0^1 \ln(1+X)dX$ بالمكاملة بالتجزئة

بوضع: $u(X)=\ln(1+X)$ ، $u'(X)=\frac{1}{1+X}$

$v(X)=X$ ، $v'(X)=1$

$$I_1=\left[X\ln(1+X)\right]_0^1-\int_0^1\frac{X+1-1}{X+1}dX$$

$$=\left[X\ln(1+X)\right]_0^1-\int_0^1 1dX+\int_0^1\frac{1}{X+1}dX$$

$$=\left[X\ln(1+X)-X+\ln(1+X)\right]_0^1=\ln 4-1$$

ب*/ نبين أن $I_n=\int_0^1\ln\left(1+X^n\right)dX$ لدينا: $0\le I_n\le \ln 2$

$0\le X\le 1$ معناه $1\le X^n+1\le 2$ معناه $0\le \ln\left(X^n+1\right)\le \ln 2$

ومنه: $0\le \int_0^1\ln\left(X^n+1\right)dX\le \int_0^1\ln 2\,dX$ اذن $0\le I_n\le \ln 2$

ج*/تعيين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتاج أنها متقاربة:

بضرب أطراف المتباينة (1) في X^n نجد $\begin{cases}0\le X\le 1\ldots(1)\\ 0\le X^n\le 1\end{cases}$

08

استعمال: من اجل كل $X\in]0;+\infty[$، $\ln(1+X)\le X$

أ*/ استنتاج أن : $0\le I+I_1\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$

من اجل كل $X\in]0;+\infty[$، $\ln(1+X)\le X$

لدينا: $1+2e^{-2(x-e)}\succ 0$ بوضع: $X=1+2e^{-2(x-e)}$ نجد:

وبالتالي $0\le \ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)\le 2e^{-2(x-e)}$

$$0\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)dx\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx$$

ومنه: $0\le -1+\ln 4\le I+I_1\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$

اذن: $0\le I+I_1\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$

ب*/اعطاء حصرا للعدد $I+I_1$:

$$0\le I+I_1\le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx-1+\ln 4$$

$$\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}2e^{-2(x-e)}dx=-\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}-2e^{-2(x-e)}dx=-\left[e^{-2(x-e)}\right]_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}=\frac{1}{6}$$

www.ency-education.com

$0 \le I + I_1 \le \frac{-5}{6} + \ln 4$ ومنه: $0 \le I + I_1 \le \frac{1}{6} - 1 + \ln 4$

09

eroy-education.com/exams

3) رسم (Δ)