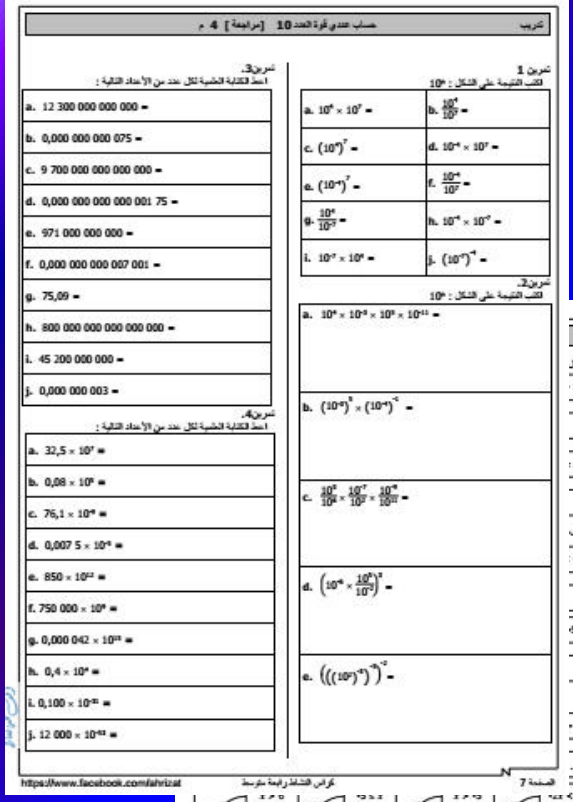
دروس الأنشطة للسنة الرابعة متوسط


تمرين 1
اكتب النتيجة على الشكل : 10^n

a. $10^5 \times 10^7 =$	b. $\frac{10^7}{10^2} =$
c. $(10^7)^7 =$	d. $10^{-4} \times 10^7 =$
e. $(10^{-1})^7 =$	f. $\frac{10^{-4}}{10^2} =$
g. $\frac{10^4}{10^{-3}} =$	h. $10^{-4} \times 10^{-7} =$
i. $10^{-7} \times 10^4 =$	j. $(10^{-7})^{-4} =$

تمرين 2
اكتب النتيجة على الشكل : 10^n

a. $10^4 \times 10^{-9} \times 10^8 \times 10^{-11} =$

b. $(10^{-7})^5 \times (10^{-4})^{-5} =$

c. $\frac{10^5}{10^4} \times \frac{10^7}{10^{-2}} \times \frac{10^{-8}}{10^{-11}} =$

d. $\left(10^{-4} \times \frac{10^{-5}}{10^{-2}}\right)^3 =$

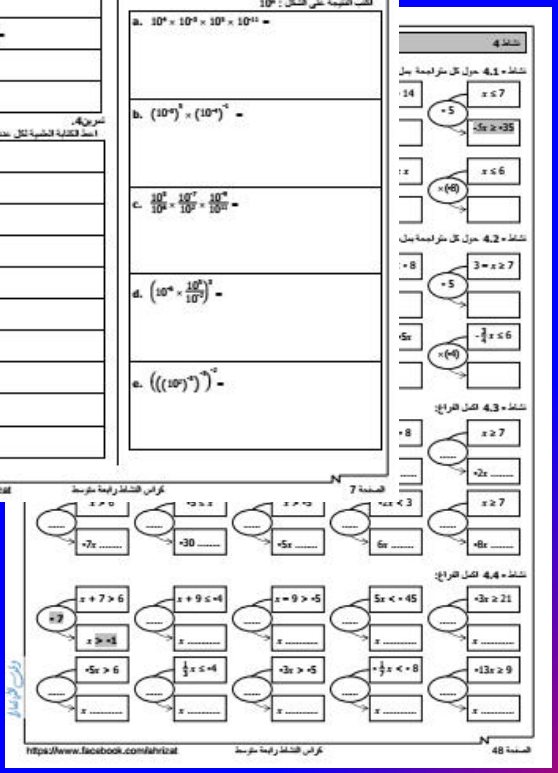
e. $(((10^{-7})^{-5})^{-3})^{-2} =$

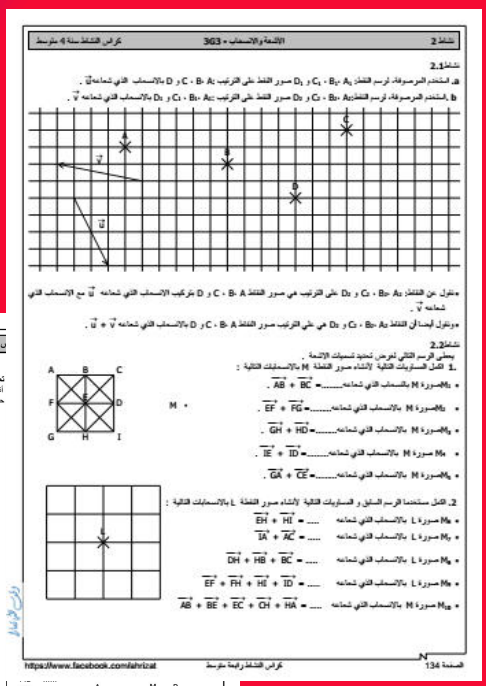
تمرين 3
اكتب الكتابة العشرية لكل عدد من الأعداد التالية :

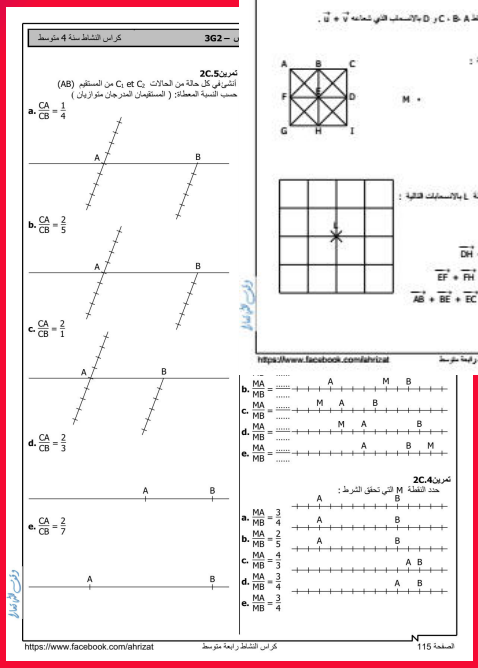
a. 12 300 000 000 000 =	
b. 0,000 000 000 075 =	
c. 9 700 000 000 000 000 =	
d. 0,000 000 000 000 001 75 =	
e. 971 000 000 000 =	
f. 0,000 000 000 007 001 =	
g. 75,09 =	
h. 800 000 000 000 000 000 =	
i. 45 200 000 000 =	
j. 0,000 000 003 =	

تمرين 4
اكتب الكتابة العلمية لكل عدد من الأعداد التالية :

a. $32,5 \times 10^7 =$	
b. $0,08 \times 10^9 =$	
c. $76,1 \times 10^{-9} =$	
d. $0,007\,5 \times 10^{-4} =$	
e. $850 \times 10^{12} =$	
f. $750\,000 \times 10^9 =$	
g. $0,000\,042 \times 10^{23} =$	
h. $0,4 \times 10^4 =$	
i. $0,100 \times 10^{-21} =$	
j. $12\,000 \times 10^{-43} =$	







ترجمة وإخراج: أحريزات عبد الله

2018

Mathsenligne

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمـــــــة

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات، والصلاة والسلام على سيدنا محمد سيد المخلوقات وعلى آله وصحبه أجمعين ومن اهتدى بهديه إلى يوم الدين.

هذا الكراس هو: **كراس النشاط للتلاميذ السنة 4 متوسط** وهو نتاج ترجمة دامت أشهر لملفات من موقع Mathsenligne http://mathsenligne.net/ ،الخاص بالتمارين التدريبية المتدرجة لمادة الرياضيات لترسيخ التعلّمات لدى التلاميذ حسب مستوياتهم ويمسح جميع محاور البرنامج.

كانت بداية الترجمة في رمضان عام 1437هـ وباقتراح مني، وتشجيع من السيدين المفتشين الموقرين:
معمري معمر وحامدي محمد المدني حفظهما الله.

بعدما اكتمل ثلثي العمل تقريبا خصص السيدان المفتشان لقاء مع ثلة من الأساتذة لتصحيح الأخطاء الواردة في ورقات الكراس بما توفر من محاور وتضم الأساتذة الكرام.

✍ طواهري الطاهر	✍ بن يامة دريس	✍ م. م . س
✍ حاصي محمد الصالح.	✍ بحة خالد	✍ نصرات طارق
✍ بالعيد إبراهيم	✍ علية عبد الستار	✍ عباسي زكريا
✍ بوحامد على	✍ حماميد شوقي	✍ احريزات عبد الله

وفي شهر رمضان من عام 1439هـ قررت إكمال المحاور الباقية وتجميعها في ملف واحد وكان لي ذلك بتوفيق من الله وكرمه.

وأخيرا أرجو من الله أن يتقبل هذا العمل خالصا لوجهه الكريم، وان ينفع به تلاميذنا، ويحسن به قدراتهم ويسهل لهم الفهم السليم للمادة. وان يتجاوز الله عنا مما اعتراه من زلل أو خطأ أو تقصير وان يجعله في ميزان حسنات كل من ساهم في هذا العمل آمين

ملاحظة:

لم يكن الوقت كافيا لرصد جميع الأخطاء وهفوات الترجمة (والتي ساعدني أحد الزملاء الأفاضل في تصحيح الكثيرمنها) كذلك لم يتسنى لنا حل كل التمارين والمسائل والتأكد من صحة صياغتها أو نقص معطياتها. لذلك ننصح الزملاء الأساتذة **بحل التدريبات والمسائل قبل منحها للتلاميذ. كما نرجو منكم موافاتنا بالأخطاء والاقتراحات ما أمكنكم ذلك** . (يقول الرسول ﷺ:كل بن آدم خطاء وخير الخطائين التوابون) https://www.facebook.com/ahrizat

ترجمة وإخراج العبد الفقير إلى رحمة ربه
احريزات عبدالله أ.ت.م لمادة الرياضيات
كوينين – الوادي -

وفقك الله تعالى

فهرس كراس النشاط 4 متوسط

1- الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة
2- الحساب الحرفي
3- المعادلات و المتراجحات
4- الجذور التربيعية
5- الدالة الخطية و الدالة التآلفية
6- جملة معادلتين
7- التناسبية و الإحصاء
8- خاصية طالس
9- النسب المثلثية
10- الأشعة و الانسحاب
11- الهندسة التحليلية (المعالم)
12- الدوران و المضلعات المنتظمة
13- الهندسة في الفضاء

الفهرس

الفهرس

الحساب العددي (مراجعة)
مراجعة الأعداد (النسبية - القوى)
مراجعة (الكسور)
مراجعة (قوى العدد 10)
مسائل من شهادات (الأعداد النسبية ـ القوى -الكسور)
مسائل من شهادات (قوى العدد 10 - الكتابة العلمية)
الأعداد الصحيحة والأعداد الناطقة
قواسم عدد صحيح و PGCD
مجموعة القواسم وخوارزمية إ قليدس
خوارزمية إ قليدس
الاعداد الاولية فيما بينها
مسائل من شهادات (PGCD فقط)

I. الأعداد النسبية

a. الجمع والطرح :

1) **إشارة المجموع** هي إشارة العدد الأكبر مسافة (البعيد عن الصفر)

2) **مسافة المجموع** الى الصفر هي :
- مجموع مسافتي العددين عند تماثل إشارتيهما
- فرق مسافتي العددين عند اختلاف إشارتيهما

مثال1 :

تماثل في الإشارة
$+9+5=+14$
$-9-5=-14$

مثال2 :

اختلاف في الإشارة
$+9-5=+4$
$-9+5=-4$

b. الضرب والقسمة :

1) **إشارة الجداء (او حاصل القسمة)** هي :
- $+$ عند تماثل إشارتي العددين
- $-$ عند اختلاف إشارتي العددين

2) **مسافة الجداء (او حاصل القسمة)** هي :جداء (أوحاصل قسمة) مسافتي العددين الى الصفر

أمثلة :

$5\times(-3)=-15$ $\quad\quad$ $-7\times(-2)=14$

$\frac{-12}{4}=-3$ $\quad\quad$ $\frac{-48}{-8}=6$

II. الكسور

a. الجمع والطرح

لـجمع (أو طرح) عددين كسرين :

1) نوحد المقامين

2) نجمع (أو نطرح) البسطين ونحتفظ بالمقام المشترك.

$$A=\frac{4}{3}+\frac{5}{2}$$
$$A=\frac{4\times2}{3\times2}+\frac{5\times3}{2\times3}$$
$$A=\frac{8}{6}+\frac{15}{6}$$
$$A=\frac{23}{6}$$

b. الضرب :

ضرب عددين كسرين : هو عدد كسري بسطه جداء البسطين ومقامه جداء المقامين

$$B=\frac{4}{3}\times\frac{5}{2}$$
$$B=\frac{4\times5}{3\times2}$$
$$B=\frac{20}{6}$$
$$B=\frac{10}{3}$$

c. القسمة :

القسمة على عدد غير معدوم ،هو الضرب في مقلوب هذا العدد.

$$C=\frac{4}{3}:\frac{5}{2}$$
$$C=\frac{4}{3}\times\frac{2}{5}$$
$$C=\frac{4\times2}{3\times5}$$
$$C=\frac{8}{15}$$

III. الكتابة العلمية

a. قوانين الحساب :

الجداء	المقلوب
$10^m\times10^n=10^{m+n}$	$10^{-n}=\frac{1}{10^n}$
مثال : $10^2\times10^3=10^{2+3}=10^5$	**مثال :** $10^{-7}=\frac{1}{10^7}$

قوة قوة	حاصل قسمة
$(10^n)^m=10^{m\times n}$	$\frac{10^m}{10^n}=10^{m-n}$
مثال : $(10^{-5})^2=10^{-5\times2}=10^{-10}$	**مثال :** $10^{7-4}=\frac{10^7}{10^4}$ $\quad 10^3=$

b. الكتابة العلمية :

نسمي كتابة علمية كل كتابة على الشكل: $a\times10^n$

حيث n عدد نسبي و $1\le a<10$

مثال : (احسب ثم أعط الكتابة العلمية للنتيجة)

$$A=\frac{60\times10^9\times7\times10^{-4}}{5\times10^2}$$
$$A=\frac{60\times7}{5}\times\frac{10^9\times10^{-4}}{10^2}$$ ← $[9+(-4)=9-4=5]$
$$A=\frac{420}{5}\times\frac{10^5}{10^2}$$ ← $[5-2=3]$
$$A=84\times10^3$$ ← $[84=8{,}4\times10^1]$
$$A=8{,}4\times10^1\times10^3$$ ← $[10^1\times10^3=10^{1+3}=10^4]$
$$A=8{,}4\times10^4$$

تمرين**1.**
احسب:

a. $-8 + 12 =$	**b.** $13 - 26 =$
c. $-14 - 19 =$	**d.** $32 - 47 =$
e. $1{,}25 - 5{,}25 =$	**f.** $-7{,}5 - 2{,}5 =$
g. $-6{,}2 + 1{,}8 =$	**h.** $9{,}5 - 13{,}9 =$
i. $-(9 + 15) =$	**j.** $-(-24 - 32) =$

تمرين**2.**
احسب:

a. $7 \times (-3) =$	**b.** $-8 \times 6 =$
c. $-4 \times (-3) =$	**d.** $5 \times (-7) =$
e. $-5 \times (-9) =$	**f.** $6 \times (-9) =$
g. $-11 \times 5 =$	**h.** $-12 \times 10 =$
i. $-9 \times 8 =$	**j.** $-7 \times (-8) =$

تمرين**3.**
احسب:

a. $5^2 =$	**b.** $(-3)^2 =$
c. $-3^2 =$	**d.** $-(-3)^2 =$
e. $(-6)^2 =$	**f.** $-9^2 =$
g. $-(-5)^2 =$	**h.** $(-7)^2 =$
i. $-4^2 =$	**j.** $-(-8^2) =$

تمرين**4.**
احسب:

a. $2 \times 3^2 = \mathbf{2 \times 9}$ $\mathbf{= 18}$	**b.** $2 \times 4^2 =$ $=$
c. $7 \times 2^2 =$ $=$	**d.** $5 \times (-2)^2 =$ $=$
e. $-4 \times 3^2 =$ $=$	**f.** $-5 \times (-4)^2 =$ $=$
g. $7(3^2) =$ $=$	**h.** $-3\,(-5)^2 =$ $=$
i. $5(3^2) =$ $=$	**j.** $-4(5^2) =$ $=$

تمرين**5.**
احسب:

a. $2 \times \underline{5^2} - 5 \times 7 = \mathbf{2 \times 25 - 5 \times 7}$ $= \mathbf{50 - 35}$ $= \mathbf{-15}$
b. $9 \times (-3) + (-6)^2 =$ $=$ $=$
c. $-3 \times 2^2 + 5 \times (-3) =$ $=$ $=$
d. $-4 \times 5^2 - 2\,(-3)^2 =$ $=$ $=$
e. $9 \times (-2)^2 - 5 \times 3^2 =$ $=$ $=$

تمرين**5.**
احسب:

a. $2 \times 5^2 - 5 \times 7 =$
b. $9 \times (-3) + (-6)^2 =$
c. $-3 \times 2^2 + 5 \times (-3) =$
d. $-4 \times 5^2 - 2\,(-3)^2 =$
e. $9 \times (-2)^2 - 5 \times 3^2 =$

تمرين**1.**
احسب:

$A = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$	$B = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}$
$C = \frac{1}{2} + \frac{4}{3}$	$D = \frac{5}{-2} - \frac{3}{5}$
$E = \frac{-5}{-3} + \frac{2}{-7}$	$F = -\frac{-1}{6} - \frac{5}{-4}$

تمرين**2.**
احسب:

$A = \frac{-2}{5} \times \frac{-3}{-7}$	$B = \frac{7}{-6} \times \frac{3}{-4}$
$C = \frac{-9}{2} : \frac{3}{-5}$	$D = \frac{1}{-8} \div \frac{-7}{-21}$
$E = \frac{-4}{-5} \div \frac{7}{-13}$	$F = \frac{15}{-7} \times \frac{-14}{-3}$

تمرين**3.**
احسب:

a. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$	**b.** $\left(\frac{4}{5}\right)^2 =$
c. $\left(\frac{-5}{6}\right)^2 =$	**d.** $\left(\frac{7}{-8}\right)^2 =$
e. $\left(\frac{-4}{-3}\right)^2 =$	**f.** $\left(-\frac{9}{8}\right)^2 =$

تمرين**4.**
احسب:

a. $\frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$	$=$
b. $\frac{-7}{3}\left(-\frac{5}{4}\right)^2 =$	$=$
c. $\frac{2}{5}\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$	$=$
d. $\frac{1}{-8}\left(\frac{-5}{-3}\right)^2 =$	$=$
e. $-\frac{3}{4}\left(-\frac{4}{3}\right)^2 =$	$=$

تمرين**5.**
احسب:

$A = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} - \frac{6}{5} \times \frac{7}{4}$	$B = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2$
$C = 5\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{5}{4}$	$D = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{6}{5}\left(\frac{5}{4}\right)^2$

تمرين 1

اكتب النتيجة على الشكل : 10^n

a. $10^4 \times 10^7 =$	**b.** $\frac{10^4}{10^7} =$
c. $(10^4)^7 =$	**d.** $10^{-4} \times 10^7 =$
e. $(10^{-4})^7 =$	**f.** $\frac{10^{-4}}{10^7} =$
g. $\frac{10^4}{10^{-7}} =$	**h.** $10^{-4} \times 10^{-7} =$
i. $10^{-7} \times 10^4 =$	**j.** $(10^{-7})^{-4} =$

تمرين2.

اكتب النتيجة على الشكل : 10^n

a. $10^4 \times 10^{-3} \times 10^5 \times 10^{-11} =$
b. $(10^{-3})^5 \times (10^{-4})^{-1} =$
c. $\frac{10^5}{10^6} \times \frac{10^{-7}}{10^2} \times \frac{10^{-9}}{10^{11}} =$
d. $\left(10^{-6} \times \frac{10^5}{10^{-2}}\right)^3 =$
e. $\left(\left((10^2)^{-3}\right)^{-5}\right)^{-2} =$

تمرين3.

اعط الكتابة العلمية لكل عدد من الأعداد التالية :

a. 12 300 000 000 000 =
b. 0,000 000 000 075 =
c. 9 700 000 000 000 000 =
d. 0,000 000 000 000 001 75 =
e. 971 000 000 000 =
f. 0,000 000 000 007 001 =
g. 75,09 =
h. 800 000 000 000 000 000 =
i. 45 200 000 000 =
j. 0,000 000 003 =

تمرين4.

اعط الكتابة العلمية لكل عدد من الأعداد التالية :

a. $32,5 \times 10^7$ **=**
b. $0,08 \times 10^5$ **=**
c. $76,1 \times 10^{-9}$ **=**
d. $0,007\,5 \times 10^{-5}$ **=**
e. 850×10^{12} **=**
f. $750\,000 \times 10^9$ **=**
g. $0,000\,042 \times 10^{15}$ **=**
h. $0,4 \times 10^4$ **=**
i. $0,100 \times 10^{-31}$ **=**
j. $12\,000 \times 10^{-53}$ **=**

تمرين 2A.1 - POLYNESIE

احسب A بالتفصيل . و أعط النتيجة ككسر.

$$A = \frac{3}{7} + \frac{4}{21} - \frac{5}{2}$$

تمرين 2A.2 - GRENOBLE

نعطي :

$$B = \frac{4-(2-5)^2}{4+5} \qquad A = \left(-4 + 3 \times \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{3}{14}\right)$$

احسب العددين A وB مع كتابة كل الخطوات وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال

تمرين 2A.3 - LYON

احسب العددين A وB وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$B = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \qquad A = 9 \times \frac{3}{2} - 10$$

تمرين 2A.4 - NANTES

اكتب على أبسط شكل ممكن العدد A :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{2}{5}$$

تمرين 2A.5 - PARIS

1-احسب العدد A مع كتابة كل الخطوات وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$$

2-احسب العدد B مع كتابة كل الخطوات وإعطاء النتيجة على شكل عدد نسبي

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) : \frac{1}{9}$$

تمرين 2A.6 - AFRIQUE DU NORD

احسب العدد E مع إعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال .

$$E = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times \left(\frac{5}{2} + 2\right)$$

تمرين 2A.7 - AMERIQUE DU NORD

احسب العدد A و اعط النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$A = \frac{4}{3} + \frac{5}{2} \times \frac{7}{15}$$

تمرين 2A.8 - ANTILLES

احسب العدد A و اعط النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

.

$$A = \frac{7}{6} + \frac{11}{3} \times \frac{5}{4}$$

تمرين 2A.9 - PARIS

اكتب C على شكل كسر (يجب إظهار خطوات الحساب)

$$C = \frac{9}{5} - \frac{3}{4} \times 7$$

تمرين 2A.10 - RENNES

نضع :

$$B = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad C = 5 + \left(1 + \frac{1}{8}\right) : \frac{3}{4}$$

احسب العددين A وB مع كتابة كل الخطوات وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال

تمرين 2A.11 - LILLE

$$A = \frac{8}{3} + 5 : \left(1 - \frac{2}{5}\right)$$

$$B = \frac{55 \times 10^3 \times 2^{10}}{10^4 \times 2^9}$$

اثبت أن A = B.

تمرين 2A.12 - GRENOBLE

احسب A بإظهار خطوات الحساب.

$$A = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$$

تمرين 2A.13 - NANCY-METZ

احسب العدد A باعطاء النتيجة على شكل كسر غير القابل للاختزال.

$$A = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{11}{6}$$

تمرين 2A.14 - PARIS

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \qquad B = \frac{6}{5} : \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right)$$

1. احسب العدد A و اعط النتيجة على شكل كسر غير القابل للاختزال.

2. احسب العدد B و اعط النتيجة على شكل عدد صحيح .

تمرين 2A.15 - AFRIQUE DE L'OUEST

اكتب A على أبسط شكل كسر غير القابل للاختزال مع توضيح كل الخطوات الممكنة :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{15}$$

تمرين 2A.16 - AMERIQUE DU NORD

احسب العددين A وB مع كتابة كل الخطوات وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$B = \frac{7 \times \left(7^{-2}\right)^{-4}}{7^{11}} \qquad A = \frac{7}{9} : \left(\frac{1}{3} - 2\right)$$

تمرين - 1
اكتب الأعداد التالية على شكل كتابة علمية :
D = 0,000 000 000 037 ;
E = 58 300 000 000 ;
$F = 6,2 \times 10^{25} \times 5 \times 10^{-14}$.

تمرين -2
احسب:
$A = 10^{6} \times 10^{-3} \times 0,001$
$B = 0,01 \times 10^{4} \times 10^{-6} \times 10\ 000$

تمرين - 3
احسب بالتفصيل العدد B ، ثم اكتب النتيجة على النحو 10^{n}.
$$B = \frac{10^{7} \times 10^{-3}}{10}$$

تمرين -4
تثبت بالحساب بأن 0,000 25 هو الكتابة العشرية للعدد
$$A = \frac{65 \times 10^{3} \times 10^{-5}}{26 \times 10^{2}}$$
اعط الكتابة العلمية للعدد A.

تمرين - 5.
اعط الكتابة العلمية للعدد F.
$$F = \frac{3 \times 10^{2} \times 1,2 \times 10^{-5}}{15 \times 10^{2}}$$

تمرين- 6.
اعط الكتابة العلمية للعدد A .
$$A = \frac{1,5 \times 10^{7} \times 4 \times 10^{-5}}{25 \times 10^{2}}$$

تمرين - 7.
احسب B واعط النتيجة على شكل كسر غير القابل للاختزال.
$$B = \frac{5 \times 10^{2} \times 0,3 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-5}}$$

تمرين- 8
إعطاء الكتابة العشرية ثم الكتابة العلمية للعدد B .
$$B = \frac{3 \times 10^{5} \times 2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{4}}$$

تمرين 9
إعطاء الكتابة العلمية للعدد B .
$$B = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{4}}{3 \times 10^{5}}$$

تمرين10
إعطاء الكتابة العلمية للعدد C .
$$C = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}$$

تمرين 11
باستخدام الآلة الحاسبة أو بدونها، اكتب B كتابة علمية.
$$B = \frac{3,2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^{2})^{3}}{4 \times 10^{-2}}$$

تمرين - 12
احسب C أولا بإعطاء النتيجة عددا عشريا، ومن ثم كتابة علمية:
$C = 152 \times 10^{-4} + 32 \times 10^{-3} - 16 \times 10^{-5}$

تمرين- 13
اعط الكتابة العشرية للعدد:
$B = -4^{2} + 10^{3} \times 10^{-1} + (-3)^{2}$

تمرين - 14
احسب بالتفصيل العدد B ، ثم اكتبه كتابة علمية بعدها كتابة عشرية
$$C = \frac{4 \times 10^{6}\ 3,3 \times 10^{-7}}{6 \times 10^{3}}$$

تمرين -15
احسب بإظهار خطوات حساب العدد C ، ثم اكتب النتيجة كتابة علمية
$C = 7,5 \times 10^{9} \times 2 \times 10^{-14}$

تمرين - 16
احسب S وأعط النتيجة في شكل كتابة علمية.
$$S = \frac{2 \times 10^{-5} \times 1,2 \times 10^{2}}{3 \times 10^{-7}}$$

تمرين - 17
اعط الكتابة العلمية للعدد: C
$$C = \frac{3,5 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{8}}{0,2 \times 10^{-9}}$$

تمرين- 18
احسب B ، ومن ثم اكتبه النتيجة على شكل كتابة علمية:
$$B = \frac{7 \times 10^{-13} \times 3 \times 10^{4}}{6 \times 10^{-4}}$$

تمرين -19
اكتب D على الشكل $a \times 10^{n}$ حيث a عدد محصور بين 1و9 و n عدد نسبي .
$$D = \frac{18 \times 10^{7}}{0,9 \times 10^{4}}$$

تمرين -20
احسب، مع ابراز خطوات الحساب:
$A = 3 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^{6} \times 1,25$

I. الأعداد الصحيحة والأعداد الناطقة

كل عدد طبيعي غير مسبوق أو مسبوق بإشارة + أو - ، يسمى عددا نسبيا صحيحا .

امثلة : $-\frac{6}{3}$; $\sqrt{4}$; 5 ; 7 - **هي أعداد صحيحة.**

العدد العشري هو العدد الذي يمكن كتابته بعدد محدود من الأرقام بعد الفاصلة .

امثلة: $\frac{3}{2}$; $\frac{354}{1\,000}$; 6,7 **هي أعداد عشرية.**

العدد الناطق هو عدد نتج من قسمة عدد صحيح نسبي على عدد صحيح نسبي عير معدوم .

امثلة : $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{7}$ **هي أعداد الناطقة.**

تنبيه: بعض الأعداد ليست من إي فئة من الفئات السابقة تسمى أعداد غير ناطقة

امثلة: $\sqrt{2}$ و π **هي أعداد غير ناطقة.**

II. القواسم المشتركة لعددين طبيعيين .

a. قواسم عدد طبيعي:

a و b عددان طبيعيان .

نقول ان b قاسم لـ a عندما يكون باقي القسمة الإقليدية لـ a علىb صفرا (أي، حاصل القسمة بالحاسبة لـ a على b هو عدد طبيعي)

مثال:

قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6 و 12 .

$12 : 6 = 2$ / $12 : 4 = 3$ / $12 : 3 = 4$ / $12 : 2 = 6$

1 و 12 قاسمان للعدد 12 للأسباب التالية:

$12 : 12 = 1$ / $12 : 1 = 12$

لكن 5 و 7 ليسا قاسمين للعدد 12 لأن:

$12 : 7 \approx 1,714285714...$ / $12 : 5 = 2,4$

قواسم 12 إذن هي: 1، 2، 3، 4، 6 و 12 .

c. القواسم المشتركة لعددين طبيعيين (مثال):

1، 2، 3، 4، 6و 12 هي قواسم 12.

1 ، 2، 3، 6، 9و 18 هي قواسم 18.

إذن : 1 و 2 و 3 و 6 هي القواسم المشتركة لـ 12 و 18.

d. PGCD :

PGCD هو القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين . الـ PGCD لـ 12 و 18 هو 6 .

ونكتب : $\boxed{PGCD\ (18;12) = 6}$

III. الكسور غير القابل للاختزال .

a. الأعداد الأولية فيما بينها:

نقول عن عددين طبيعيين انهما **أوليان فيما بينهما** عندما تكون لها قاسم مشترك وحيد هو 1.

وهذا يعني أن PGCD لهما 1.

مثال :

15 لديه القواسم 1، 3 ، 5و15

22 لديه القواسم 1 ، 2 ، 11 و22 .

والقاسم المشترك الوحيد لهذين العددين هو 1. لذلك، العددان 15 و22 اوليان فيما بينهما.

b .الكسر غير القابل للاختزال :

يطلق على كسر غير القابل للاختزال إذا كان بسطه ومقامه أوليان فيما بينهما .

امثلة:

$\frac{22}{15}$ غير قابل للاختزال .لكن $\frac{12}{18}$ هو قابل للاختزال و بالفعل $\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$.

نقسم كل من البسط والمقام على الـ PGCD لهما ,نحصل على كسر جديد غير قابل للختزال

تمرين1.1

a. : ميز من هذه القائمة قواسم العدد 21

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21

b. : لون من هذه القائمة مضاعفات العدد: 27

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27

c. ماهي القواسم المشتركة للعددين 21 و 27 ؟

d. استنتج PGCD(27;21) .

تمرين1.2

a.: ميز من هذه القائمة قواسم العدد .30 de

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

b. ميز من هذه القائمة مضاعفات العدد 45 .

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45

c. ما هي القواسم المشترك للعددين 30 و 45 ؟

d. استنتج PGCD(45;30) .

تمرين1.3

a. ميز من هذه القائمة قواسم العدد 210.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120

121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150

151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180

181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210

b. ميز من هذه القائمة قواسم العدد 350 .

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120

121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150

151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180

181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210

211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240

241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270

271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300

301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330

331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350

c. ما هي القواسم المشترك للعددين 350 و 210 ؟

d. استنتج PGCD(210;350) .

تمرين1.4

a. اكتب قائمة قواسم العدد 28 بترتيب تصاعدي :

b. اكتب قائمة قواسم العدد 39 بترتيب تصاعدي :

c.ماهي القواسم المشتركة للعددين 28 و 39 ؟

d. ماهو PGCD(39;28) ؟

تمرين1.5

a. اكتب قائمة قواسم العدد 42 بترتيب تصاعدي :

b. اكتب قائمة قواسم العدد 63 بترتيب تصاعدي :

c.ماهي القواسم المشتركة للعددين 42 و 63 ؟

d. ماهو PGCD(63;42) ؟

نشاط - **2.1** خواص**PGCD** .

a. أكتب في كل خانة قائمة القواسم العددين للعثور على.PGCD

قواسم : 96 قواسم : 28 PGCD لـ 96 و 28 هو :	قواسم : (28 – 96 = 68) 68 قواسم : 28 PGCD لـ 60 و 28 هو :	قواسم : (28 – 68 = 40) 40 قواسم : 28 PGCD لـ 40 و 28 هو :

نستنتج أن PGCD للعددين a و b (a > b) دائما يساوي PGCD لـ b و(a - b) .

مما سبق فإن : PGCD(96 ; 28) = PGCD(68 ; 28) = PGCD(40 ; 28) = 4

ومنه يمكننا القول أن *PGCD* للعددين *a* و*b* حيث: *(a > b)* دائما يساوي *PGCD* لـ *b* و *r* (*r*باقي القسمة الإقليدية للعدد *a* على *b*).

b. أكمل المساويات باستخدام الصيغة: **PGCD (a ; b) = PGCD (b ; r)**

PGCD(453 ; 43) = PGCD(..... ; .....)	PGCD(263 ; 17) = PGCD(..... ; .....)	PGCD(1053 ; 325) = PGCD(..... ; .....)

نشاط – **2.2** خوارزمية إقليدس .

هدفنا البحث عن PGCD لـ 053 1 و325 .

خطوة **1 :** **a = 1 053** **b = 325**

1 053 : 325 = 3,24 ☚ عليه حاصل القسمة هو 3 .

1 053 – 325 × 3 = 78 ☚ ومنه الباقي هو 78.

اذن : PGCD(1 053 ; 325) = PGCD(325 ; 78)

خطوة **2 :** **a = 325** **b = 78**

325 : 78 ≈ 4,166666... عليه حاصل القسمة هو 4.

325 – 78 × 4 = 13 ومنه الباقي هو 13 .

اذن : PGCD(325 ; 78) = PGCD (78 ; 13)

خطوة **3 :** **a = 78** **b = 13**

78 : 13 = 6 ☚ حاصل القسمة هو: 6

78 – 13 × 6 = 0 ☚ الباقي هو: 0 ، نلاحظ ان 78 مضاعف للعدد 13.

ومنه 13 هو القاسم المشترك الأكبرللعددين 78 و13 .

إدن : PGCD (78 ; 13) = 13

الإستنتاج: PGCD(1 053 ; 325) = PGCD(325 ; 78) = PGCD (78 ; 13) = **13**

وتسمى هذه السلسلة من عمليات خوارزمية إقليدس ويمكن أن تجد PGCD لعددين كبيرين باستبدال PGCD لأعداد اقل

←ويمكن عرض هذه النتائج في جدول كالتالي :

الخطوات	a	b	r		**a – bq = r**
1	1 053	325	78	←	1 053 – 325 × 3 = 78 (خطوة **1**)
2	325	78	**13**	←	325 – 78 × 4 = 13 (خطوة **2**)
3	78	13	0	←	78 – 13 × 6 = 0 (خطوة **3**)

← أوجد PGCD لـ 530 و 336 باستعمال الجدول التالي :

الخطوات	a	b	r		**a – bq = r**
1	66	18	194	←	66 – 18 × 3 = 12
2				←	.... – .... × .... = ...
3				←	.... – .... × .... = ...

تمرين2.1

اوجد الـ PGCD لـ 165 و 66 .

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1	165	66		←
2				←

إذن ..... = PGCD (165 ; 66)

تمرين2.2

اوجد الـ PGCD لـ 165 و: 154

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1	165	154		←
2				←

إذن ..... = PGCD (165 ; 154)

تمرين2.3

اوجد الـ PGCD لـ 210 و: 60

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1	210	60		←
2				←

إذن ..... = PGCD (210 ; 60)

تمرين2.4

اوجد الـ PGCD لـ 105 و: 70

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1	105	70		←
2				←

إذن ..... = PGCD (210 ; 66)

تمرين2.5

اوجد الـ PGCD لـ 995 1 و: 342

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←

إذن ..... = PGCD (1 995 ; 342)

تمرين2.6

اوجد الـ PGCD لـ 631 1 و: 932

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←

إذن ..... = PGCD (1 631 ; 932)

تمرين2.7

اوجد الـ PGCD لـ 520 و 336 .

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←

إذن ..... = PGCD (520 ; 336)

تمرين2.8

اوجد الـ PGCD لـ 569 9 و: 070 7

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←
7				←
8				←
9				←

إذن ..... = PGCD (9 569 ; 7 070)

تمرين2.9

اوجد الـ PGCD لـ 432 1 و: 587

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←
7				←
8				←
9				←
10				←

إذن ..... = PGCD (1 432 ; 587)

تمرين3.1

هل 255 و 154 أوليان فيما بينهما ؟

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←
7				←
8				←

تمرين3.2

هل 609 و 465 أوليان فيما بينهما ؟

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←

تمرين3.3

هل 913 11 و 259 7 أوليان فيما بينهما ؟

الخطوات	a	b	r	a – bq = r
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←
7				←
8				←
9				←
10				←
11				←
12				←
13				←

تمرين3.4

أ- هل 140و 99 أوليان فيما بينهما؟

ب-هل 102و 141 أوليان فيما بينهما ؟

ت- هل 45و 37 أوليان فيما بينهما ؟

ث- هل 203و 217 أوليان فيما بينهما ؟

ج- هل 171و 122 أوليان فيما بينهما ؟

تمرين3.5

هل الكسور التالية غير قابلة للاختزال؟

a. $\frac{2}{4}$	**b.** $\frac{2}{3}$
c. $\frac{3}{7}$	**d.** $\frac{6}{9}$
e. $\frac{15}{10}$	**f.** $\frac{7}{13}$
g. $\frac{5}{20}$	**h.** $\frac{22}{23}$
i. $\frac{1}{57}$	**j.** $\frac{42}{33}$

تمرين3.6

هل الكسور التالية غير قابلة للاختزال؟ (يمكن إستعمال نتائج التمارين السابقة)

a. $\frac{255}{154}$	**b.** $\frac{609}{465}$
c. $\frac{7\ 259}{11\ 913}$	**d.** $\frac{140}{99}$
e. $\frac{102}{141}$	**f.** $\frac{37}{45}$
g. $\frac{217}{203}$	**h.** $\frac{171}{122}$

تمرين3.7

اختزل هذه الكسور الى أبسط شكل (يمكننا حساب القاسم المشترك الأكبر للبسط والمقام).

b. PGCD(221 ; 255) = ... $\frac{221}{255} = \frac{.....}{.....}$	**a.** PGCD(42 ; 231) = ... $\frac{42}{231} = \frac{.....}{.....}$
d. PGCD(388 ; 485) = ... $\frac{388}{485} = \frac{.....}{.....}$	**c.** PGCD(385 ; 1 771) = ... $\frac{385}{1\ 771} = \frac{.....}{.....}$
f. PGCD(1 209 ; 899) = ... $\frac{1\ 209}{899} = \frac{.....}{.....}$	**e.** PGCD(663 ; 969) = ... $\frac{663}{969} = \frac{.....}{.....}$

تمرين - 1.

1. احسب PGCD (110 ; 88) .

2. لدي عامل لوحات معدنية مستطيلة 110 cm على 88 cm . وقال انه تلقى التعليمات التالية: "قص كل منها على شكل مربعات متطابقة و كبيرة بقدر الإمكان على ان لا يكون هنالك ضياع " .

- ماهو طول ضلع القطعة المربعة ؟

3. ما عدد القطع المربعة في كل لوحة ؟

تمرين 2.

1. احسب PGCD لـ 400 114 و775 60 .

2. اشرح كيف و دون استعمال اللمسة « » للآلة الحاسبة , تجعل الكسر $\frac{60\,775}{114\,400}$ غير قابل للاختزال .

3. أعط الكتابة المبسطة للكسر $\frac{60\,775}{114\,400}$.

تمرين - 3

ليكن العددان $A = \frac{117}{63}$ و $B = -\frac{8}{7}$.

1. اشرح لماذا الكسر A قابل للاختزال .

2. اختزله بحيث يكون الناتج غير قابل للاختزال .

3. بيّن ,بتوضيح خطوات الحساب بأن A – B هو عدد طبيعي .

تمرين - 4

اكتب الكسر على شكله الغير قابل للاختزال $\frac{630}{924}$ بإبراز تفاصيل الحساب .

تمرين - 5

1. بيّن أن العددين 65 ، 42 أوليان فيما بينهما .

2. أثبت أن : $\frac{65}{42} = \frac{520}{336}$.

تمرين 6

ليكن $M = \frac{20\,755}{9\,488} - \frac{3}{8}$

1. احسب القاسم المشترك الأكبر D للعددين 20 755، 9 488 (اكتب كل خطوات المؤدية لحساب D)

2. اكتب ، بالتفصيل خطوات جعل العدد M بشكل كسر غير قابل للاختزال .

3. العدد M هل هو عشري ؟ برر.

تمرين - 7

باستعمال طريقة من اختيارك لتثبت بها ان العددين 1 432و 587 اوليان فيما بينهما .

تمرين - 8

لدى طوابعي 1631 من الطوابع الجزائرية و932 من الطوابع الأجنبية. يريد أن يبيع مجموعته الكاملة من خلال إجراء تشكيلات مماثلة، أي مع نفس العدد من الطوابع ونفس توزيع الطوابع الجزائرية والأجنبية.

1. احسب الحد الأقصى لعدد التشكيلات.

2. كم يكون عدد الطوابع في هذه الحالة الجزائرية والطوابع الاجنبية في كل توزيع ؟

تمرين - 9

1. اثبت أن $\frac{36}{47}$ هو كسر غير قابل للاختزال.

2. أثبت أن $\frac{216}{282}$ يساوي الكسر $\frac{36}{47}$

تمرين - 10

1. أوجد PGCD لـ 108 و135 .

2. عبد الخالق له 108 كرية حمراء و 135 كرية سوداء. يريد تشكيل مجموعات على نحو الشروط التالية:

- كل المجموعات بها نفس العدد من الكريات الحمراء.
- كل المجموعات بها نفس العدد من الكريات السوداء.
- تستعمل في تشكيل المجموعات كل الكريات التي لديه .

a. ما هو اكبر عدد من المجموعات يمكن تشكيله .

b. كم كرية حمراء وكم كرية سوداء في كل مجموعة

تمرين - 11.

1.احسب PGCD لـ 1 756 و 1 317 (وضح خطوات الحساب الضرورية)

2. بائع الزهور تلقى 1 756 وردة بيضاء و 1 317 وردة حمراء .يود تشكيل باقات متماثلة (أي وجود نفس العدد من الورود وحتى التوزيع بين الورود البيضاء والحمراء باستخدام كل الزهور).

a. ماذا سيكون الحد الأقصى لعدد الباقات ؟ برر الجواب.

b. ما هو تكوين كل باقة ؟

تمرين - 12

1. إعط مساواة تعبر عن القسمة الإقليدية لـ 1 512 على21 .

2. . اجعل الكسر $\frac{720}{1\,521}$ غير قابل للاختزال.

الفهرس

الحساب الحرفي -الجداءات الشهيرة (منهاج)
الحساب الحرفي في - ℝالجداءات الشهيرة (درس)
النشر (في - ℝالجزء1)
النشر والتحليل
النشر (في - ℝالجزء2)
التحليل (العامل المشترك - الجزء1)
التحليل (العامل المشترك - الجزء2)
التحليل (في - ℝالجزء1)
التحليل (في - ℝالجزء 2)
التطبيقات العددية – في ℝ
النشر والتحليل 1
النشر والتحليل والمتطابقات 2
النشر التحليل والمتطابقاتالشهيرة
مكافأة - 1النشر (لعبة البطاقات)
مكافأة - 2التحليل (لعبة البطاقات)

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
الكتابات الحرفية; الجداءات الشهيرة	تحليل عبارات مثل : $(x+1)(x+2)-5(x+2)$; $(2x+1)^2+(2x+1)(x+3)$. معرفة المساويات : $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ واستخدامها في تعابير رقمية أو حرفية بسيطة مثل: $101^2=(100+1)^2=100^2+200+1$, $(x+5)^2-4=(x+5)^2-2^2=(x+5+2)(x+5-2)$	إن معرفة شكل عبارة جبرية تنطوي على معرفة الجداءات الشهيرة وقد تمثل تحديا التي يجب أن تؤخذ في الاعتبار. والعمل ستركز على محورين: استخدام عبارات حرفية لحسابات عددية ؛ استخدام الحساب الحرفي في حل معادلات أو حل مشاكلات. وسوف تهدف الأنشطة لضمان السيطرة على نشر عبارات بسيطة؛ ومن ناحية أخرى، العمل على التحليل والذي سوف تستمر مع التلميذ في الثانوية، كذلك يهدف إلى تطوير الاستقلال الذاتي للتلاميذ في حالات بسيطة. أنه سيوطد الكفاءة في العملية الحسابية على القوى، لا سيما بشأن قوى العدد 10.

I. النشر

نشر جداء، يعني كتابته على شكل جداء (أو فرق).

a. النشر البسيط :

$$k(a+b) = ka + kb$$
$$k(a-b) = ka - kb$$

مثال:

$A = 6(x-4)$
$A = 6x - 24$

b. النشر المضاعف:

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

مثال:

$B = (x+2)(x-3)$
$B = x^2 - 3x + 2x - 6$
$B = x^2 - x - 6$

c. الجداءات الشهيرة .

الجداء الشهير رقم 1	الجداء الشهير رقم 2	الجداء الشهير رقم 3
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)^2 = a^2 - b^2$

مثال:

$A = (x+3)^2$
$A = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$
$A = x^2 + 6x + 9$

مثال:

$A = (x-5)^2$
$A = x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2$
$A = x^2 - 10x + 25$

مثال:

$A = (x+4)(x-4)$
$A = x^2 - 4^2$
$A = x^2 - 16$

II. التحليل :

تحيل مجموع) أو فرق (، أي كتابته على شكل جداء .

a . بالبحث عن العامل المشترك :

$$\underline{k}a + \underline{k}b = \underline{k}(a+b)$$
$$\underline{k}a - \underline{k}b = \underline{k}(a-b)$$

k هو العامل المشترك

مثال:

$A = (x+1)\underline{(x+2)} - 5\underline{(x+2)}$
$A = (x+2)[(x+1) - 5]$
$A = (x+2)(x+1-5)$
$A = (x+2)(x-4)$

$B = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3).$
$B = (2x+1)[(2x+1) + (x+3)]$
$B = (2x+1)(2x+1+x+3)$
$B = (2x+1)(3x+4)$

b. باستخدم الجداءات الشهيرة :

مثال:

$C = x^2 + 6x + 9$
$C = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$
$C = (x+3)^2$

$D = 4x^2 - 12x + 9$
$D = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
$D = (2x-3)^2$

$E = (x+5)^2 - 4$
$E = (x+5)^2 - 2^2$
$E = (x+5+2)(x+5-2)$
$E = (x+7)(x+3)$

نشاط1.1

1. بسط العبارات التالية :

$A = 3x - 8 + 4x + 5$ $\quad B = 3x^2 + 5x - 6 - 2x^2 - 4x - 3$ $\quad C = 5x^2 - 7 - 9x^2 + x - 3x + 9$

$D = 4x^2 - (5x + x^2 - 6x) + 7x$ $\quad E = 3x - (4 + 2x) + (x^2 + 7)$ $\quad F = 3x^2 - (4x - 1) - (x^2 + 5x)$

2. استبدل قيمة x لحساب كل عبارة حرفية:

$A = 7x - 3$ $\quad$ من اجل : $x = 5$

$B = x^2 + x - 9$ $\quad$ من اجل : $x = -2$

$C = -4x^2 - 2x + 2$ $\quad$ من اجل: $x = -3$

$D = 2x - 7 + 3x + 1$ $\quad$ من اجل : $x = 4$

$E = (x - 3)^2$ $\quad$ من اجل : $x = -4$

$F = (2x - 3)(6 - x^2)$ $\quad$ من اجل : $x = 2$

نشاط1.2

1. باستعمال الخاصية « $k(a + b) = ka + kb$ », **انشر** العبارات التالية :

$A = 7(x + 4)$ $\quad B = 4(3 - 2x)$ $\quad C = -3(x + 7)$

$D = -5(3x - 2)$ $\quad E = -2x(5 + 4x)$ $\quad F = 3x^2(1 - 2x)$

2.استعمل الخاصية « $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ », **لنشر** العبارات التالية :

$A = (x + 2)(x + 3)$ $\quad B = (x - 7)(3x - 2)$ $\quad C = (1 + 2x)(3 - x)$

$D = (-7x + 6)(5 - x^2)$ $\quad E = (3x + 4)(-x + 1)$ $\quad F = (3x^2 - 4)(2x + 5)$

3.أكتب المربع على شكل جداء ثم انشر العبارات التالية:

$A = (x + 2)^2$ $\quad B = (1 + x)^2$ $\quad C = (2x + 1)^2$

$D = (3 + 2x)^2$ $\quad E = (3x + 2)^2$ $\quad F = (x^2 + 5)^2$

4 .أكتب المربع على شكل جداء ثم انشر العبارات التالية:

$A = (x - 2)^2$ $\quad B = (x - 7)^2$ $\quad C = (2x + 5)^2$

$D = (-4x + 3)^2$ $\quad E = (3x - 2)^2$ $\quad F = (x^2 - 3)^2$

5 .استعمل الخاصية « $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ », **لنشر** العبارات التالية :

$A = (x + 2)(x - 3)$ $\quad B = (x - 7)(x + 7)$ $\quad C = (2x - 5)(2x + 5)$

$D = (3 - 4x)(3 + 4x)$ $\quad E = (x^2 - 3x)(x^2 + 3x)$ $\quad F = (2x^2 + 4)(2x^2 - 4)$

نشاط1.3

استعمل الخاصية « $ka + kb = k(a + b)$ » لتحليل العبارات التالية:

$A = 3x + 3y$ $\quad B = 5x + 15$ $\quad C = 3 + 3a$

$D = (2x + 1)(x + 4) + (2x + 1)(3x + 2)$ $\quad E = (x + 7)^2 - (3x - 5)(x + 7)$

تمرين – **1A.1** أعط مربع كل عبارة :

a. $(3x)^2 = 9x^2$	***b.*** $(2x)^2 = \ldots\ldots$	***c.*** $(5x)^2 = \ldots\ldots$	***d.*** $(6x)^2 = \ldots\ldots$	***e.*** $(9x)^2 = \ldots\ldots$
f. $(7x)^2 = \ldots\ldots$	***g.*** $(10t)^2 = \ldots\ldots$	***h.*** $(4a)^2 = \ldots\ldots$	***i.*** $(x^2)^2 = \ldots\ldots$	***j.*** $(-5x)^2 = \ldots\ldots$

تمرين – **1A.2** بسط الجداءات التالية :

a. $2 \times 3x \times 4 = 24x$	***b.*** $3 \times 5x \times 2x = \ldots\ldots$	***c.*** $4 \times 2x \times 5 = \ldots\ldots$	***d.*** $x \times 8 \times 2x = \ldots\ldots$	***e.*** $3 \times x \times 2x = \ldots\ldots$
f. $7 \times 4 \times 2x = \ldots\ldots$	***g.*** $2 \times 7x \times 3 = \ldots\ldots$	***h.*** $3 \times 5x \times 2x = \ldots\ldots$	***i.*** $2 \times 6x \times 3x = \ldots\ldots$	***j.*** $4 \times 10x \times 6x = \ldots\ldots$

تمرين – **1A.3** أنشر باستعمال الجداء الشهير $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$A = (3 + x)^2$	$B = (x + 5)^2$	$Z = (x + 3)^2$ $Z = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $Z = x^2 + 6x + 9$
$D = (1 + 3x)^2$	$E = (3x + 2)^2$	$C = (2x + 1)^2$
$G = (x^2 + 1)^2$	$H = (3 + 4x)^2$	$F = (5x + 3)^2$

تمرين - **1A.4** أنشر باستعمال الجداء الشهير $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$A = (x - 2)^2$	$B = (1 - 3x)^2$	$Z = (5 - x)^2$ $Z = 5^2 - 2 \times 5 \times x + x^2$ $Z = 25 - 10x + x^2$
$D = (2x - 1)^2$	$E = (3 - 5x)^2$	$C = (3 - x)^2$
$G = (4x - 3)^2$	$H = (4 - 3x^2)^2$	$F = (3x - 2)^2$

تمرين - **1A.5** أنشر باستعمال الجداء الشهير $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$:

$A = (x + 2)(x - 2)$	$B = (x + 3)(x - 3)$	$Z = (2x + 5)(2x - 5)$ $Z = (2x)^2 - 5^2$ $Z = 4x^2 - 25$
$D = (2x + 1)(2x - 1)$	$E = (5 + 3x)(5 - 3x)$	$C = (3x - 1)(3x + 1)$
$G = (3 + 4x)(3 - 4x)$	$H = (4x^2 + 3)(4x^2 - 3)$	$F = (3x - 2)(3x + 2)$

تمرين - **1B.1** انشر باستخدام الجداء الشهير الذي يناسب:

$A = (x + 4)^2$	$B = (2 - x)^2$	$C = (x + 1)(x - 1)$
$D = (2x + 1)^2$	$E = (3 - 2x)^2$	$F = (7x + 5)^2$
$G = (5x + 6)(5x - 6)$	$H = (4 - 8x)^2$	$I = (3 + 4x)(3 + 4x)$
$J = (3 + x)(x - 3)$	$K = (2 + 9x)^2$	$L = (11x - 12)^2$

تمرين – **1B.2** انشر وبسط :

$Z = (x + 2)^2 + (3 - 2x)(3 + 2x)$ $= x^2 + 4x + 4 + 9 - 4x^2$ $Z = -3x^2 + 4x + 13$ إذن:	$A = (x + 1)^2 + (x - 3)^2$
$B = (3 - x)^2 + (x + 5)^2$	$C = (x - 2)^2 + (x + 4)(x - 4)$
$D = (x + 1)(x - 1) + (x + 4)^2$	$E = (x - 5)^2 + (2x + 7)(2x - 7)$

تمرين **1B.3** انشر وبسط :

$Z = (x + 2)^2 - (3 - 2x)(3 + 2x)$ $= x^2 + 4x + 4 - (9 - 4x^2)$ $= x^2 + 4x + 4 - 9 + 4x^2$ $Z = 5x^2 + 4x - 5$ إذن:	$A = (2x + 1)^2 - (x + 3)^2$
$B = (2x + 3)^2 - (x - 7)(x + 7)$	$C = (x + 2)(x - 2) - (x - 3)^2$
$D = (x - 5)^2 - (2x - 7)(x - 5)$	$E = (3x + 1)(x - 2) - (2x - 3)^2$

تمرين**2A.1**

ضع سطرا تحت **العامل المشترك** في كل عبارة

$A = \underline{3x} + \underline{3y}$

$B = -3a + 3b$

$C = 7x + 12x$

$D = -6(3x-2) - (3x-2)(x-4)$

$E = (x+2)(x+1) + (x+2)(7x-5)$

$F = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$

$G = (x+1)(2x-3) + (x+1)(5x+1)$

$H = (3x-4)(2-x) - (3x-4)^2$

$I = (6x+4)(2+3x) + (2+3x)(7-x)$

$J = (3+x)(5x+2) + (x+3)^2$

تمرين**2A.2**

حلل العبارات مستخدما القاعدة : « $ka + kb = k(a+b)$ »

$A =$	$4x + 4y$	$=$	$4(x+y)$
$B =$	$6 \times 9 + 6 \times 3$	$=$	
$C =$	$8a + 8b$	$=$	
$D =$	$5 \times 3 + 3 \times 14$	$=$	
$E =$	$2 + 2x$	$=$	
$F =$	$7a + 7$	$=$	
$G =$	$4x^2 + 4x$	$=$	
$H =$	$6y + 6y^2$	$=$	
$I =$	$3x^2 + 5x$	$=$	
$J =$	$2ab + b^2$	$=$	

تمرين**2A.3**

أكمل داخل القوسين ,كما هو مبين في المثال :

$A =$	$4a + 12$	$=$	$4($	$a+3$ $)$
$B =$	$2x + 6y$	$=$	$2($	$)$
$C =$	$5x^2 - 30x$	$=$	$5x($	$)$
$D =$	$5(x-1) + 3x(x-1)$	$=$	$(x-1)($	$)$
$E =$	$15x - 20y$	$=$	$5($	$)$
$F =$	$-7xy + 14y$	$=$	$7y($	$)$
$G =$	$a + 2ax$	$=$	$a($	$)$
$H =$	$3x^2 + x$	$=$	$x($	$)$
$I =$	$7x(x+3) - 6(x+3)$	$=$	$(x+3)($	$)$
$J =$	$4xy^2 + 12x^2y$	$=$	$4xy($	$)$

تمرين**2A.4**

أكتب الحد المسطر على شكل جداء ثم حلل العبارة :

$A =$	$4a + \underline{12}$	$=$	$4a + 4 \times 3$	$=$	$4(a+3)$
$B =$	$5x + \underline{10}$	$=$		$=$	
$C =$	$6x - \underline{24}$	$=$		$=$	
$D =$	$\underline{36} - 4x$	$=$		$=$	
$E =$	$7x + \underline{14}$	$=$		$=$	
$F =$	$\underline{35} - 5x$	$=$		$=$	
$G =$	$8x - \underline{24}$	$=$		$=$	
$H =$	$\underline{12}x + \underline{18}$	$=$		$=$	
$I =$	$\underline{6} - \underline{15}x$	$=$		$=$	
$J =$	$\underline{30}x - \underline{42}$	$=$		$=$	

تمرين**2A.5**

حلل العبارات التالية كما المثال:

$Z = 5\underline{(x+1)} + 3\underline{(x+1)}$ $= (x+1)(5+3)$ إذن: $Z = 8(x+1)$	$A = 13(x+2) + 5(x+2)$	$B = 7(2x-3) + 2(2x-3)$
$C = 3x(x+2) - 5(x+2)$	$D = 4(x+3) + 9x(x+3)$	$E = 7x(3x+1) - 10x(3x+1)$

تمرين**2B.1**

a. حلل العبارات التالية على غرار المثال المبين :

$Z = (x+1)(x-2) + 5(x+1)$ $= (x+1)[(x-2)+5]$ إذن: $Z = (x+1)(x+3)$	$A = (x-3)(2x+1) + 7(2x+1)$	$B = (x+1)(x+2) - 5(x+2)$
$C = (3-x)(4x+1) - 8(4x+1)$	$D = 5(1+2x) - (x+1)(1+2x)$	$E = -6(3x-2) - (3x-2)(x-4)$

b. نفس السؤال السابق:

$Z = (x+1)(x-2) + (x+1)(x+7)$ $= (x+1)[(x-2)+(x+7)]$ إذن: $Z = (x+1)(2x+5)$	$A = (x+1)(3-x) + (x+1)(2+5x)$	$B = (x+2)(x+1) + (x+2)(7x-5)$
$C = (x+3)(3-2x) - (x+3)(5+x)$	$D = (2x+1)(x-5) - (3x+1)(2x+1)$	$E = (x-6)(2-x) - (2-x)(3+4x)$

c. نفس السؤال السابق :

$Z = (x+1)^2 + (x+1)(x+7)$ $= (x+1)[(x+1)+(x+7)]$ إذن: $Z = (x+1)(2x+8)$	$A = (x+1)^2 + (x+1)(3x+1)$	$B = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$
$C = (x-3)^2 - (x-3)(4x+1)$	$D = (x+1)(2x-5) + (2x-5)^2$	$E = (3x-4)(2-x) - (3x-4)^2$

تمرين**2B.2**

حول العبارة المسطرة ، لكي يظهر العامل المشترك ، ومن ثمة حلل العبارة:

$Z = (x-1)(x-2) + (2x-2)(x+7)$ $= (x-1)(x-2) + 2(x-1)(x+7)$ $= (x+1)[(x-2)+2(x+7)]$ $= (x+1)(x-2+2x+14)$ إذن: $Z = (x+1)(3x+12)$	$A = (x+1)(x+2) + (2x+2)(3x-4)$	$B = (x-1)(2x+1) + (6x+3)(3-x)$
$C = (10x-5)(x+2) + (1-x)(2x-1)$	$D = (4x+4)(1-2x) + (x+1)^2$	$G = (2x+1)^2 - (x+3)(10x+5)$

تمرين – **3A.1** اكمل الفراغ :

a. $4x^2 = (\ 2x\ )^2$ ***b.*** $9x^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***c.*** $36x^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***d.*** $25x^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***e.*** $49x^2 = (\ \ldots\ )^2$

f. $81x^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***g.*** $100t^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***h.*** $400a^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***i.*** $144b^2 = (\ \ldots\ )^2$ ***j.*** $16y^2 = (\ \ldots\ )^2$

تمرين - **3A.2** حلل مستعملا الجداء الشهير $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$:

$Z = 25x^2 + 30x + 9$ $= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2$ إذن: $Z = (5x + 3)^2$	$A = x^2 + 10x + 25$	$B = x^2 + 6x + 9$
$C = 36 + 12x + x^2$	$D = 4x^2 + 12x + 9$	$E = 16x^2 + 40x + 25$

تمرين - **3A.3** حلل مستعملا الجداء الشهير $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$:

$Z = 9x^2 - 30x + 25$ $= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$ إذن: $Z = (3x - 5)^2$	$A = x^2 - 2x + 1$	$B = 4x^2 - 20x + 25$
$C = 9 - 6x + x^2$	$D = 36x^2 - 12x + 1$	$E = 100 - 40x + 4x^2$

تمرين**3A.4**

a.حلل مستعملا الجداء الشهير $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$:

$Z = x^2 - 81$ $= x^2 - 9^2$ إذن: $Z = (x + 9)(x - 9)$	$A = x^2 - 4$	$B = 9 - x^2$
$C = x^2 - 16$	$D = x^2 - 49$	$E = 25 - x^2$

b.نفس سؤال التمرين السابق :

$Z = 4x^2 - 81$ $= (2x)^2 - 9^2$ إذن: $Z = (2x + 9)(2x - 9)$	$A = 4x^2 - 9$	$B = 16 - 9x^2$
$C = 16x^2 - 25$	$D = 49x^2 - 36$	$E = 4 - 64x^2$

تمرين **3B.1**

a. حلل العبارات باستعمال الجداء الشهير $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$:

$Z = (x + 2)^2 - 81$ $= (x + 2)^2 - 9^2$ $= (x + 2 + 9)(x + 2 - 9)$ إذن: $Z = (x + 11)(x - 7)$	$A = (x + 1)^2 - 4$	$B = (x + 2)^2 - 9$
$C = (2x + 1)^2 - 25$	$D = 16 - (3x + 2)^2$	$E = 36 - (4 - 3x)^2$

b. نفس السؤال :

$Z = (x + 2)^2 - (2x - 3)^2$ $= [(x+2)+(2x-3)][(x+2)-(2x-3)]$ $= (x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$ إذن: $Z = (3x - 1)(-x + 5)$	$A = (x + 1)^2 - (2x + 3)^2$	$B = (2x - 1)^2 - (5 + x)^2$
$C = (4x - 1)^2 - (3x + 4)^2$	$D = (3x - 4)^2 - (6x + 1)^2$	$E = (x + 6)^2 - (3x - 1)^2$

تمرين - **3B.2** حلل العبارة المسطرة لتجد العامل المشترك :

$Z = (x + 2)(x + 1) + \underline{x^2 - 1}$ $= (x+2)(\underline{x+1})+(\underline{x+1})(x-1)$ $= (x+1)[(x+2) + (x-1)]$ $= (x + 1)(x + 2 + x - 1)$ إذن: $Z = (x + 1)(2x + 1)$	$A = (x + 2)(3x - 1) + \underline{x^2 - 4}$	$B = (x + 4)(2x - 1) + \underline{x^2 - 16}$
$C = (x - 3)(x + 1) - (\underline{x^2 - 9})$	$D = (2x + 1)(x - 2) - (\underline{x^2 - 4})$	$E = \underline{25 - x^2} - (x - 5)(2x + 3)$

تمرين4.1

أكتب كل عدد على شكل مجموع ثم استخدم الجداء الشهير $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ للحساب :

مثال:

$A = 101^2$
$= (100 + 1)^2$
$= 100^2 + 200 + 1$
$= 10\,000 + 200 + 1$
إذن: $A = 10\,201$

$B = 102^2$	
$C = 51^2$	$D = 1\,005^2$
$E = 201^2$	$F = 109^2$

تمرين4.2

أكتب كل عدد على شكل فرق ثم استخدم الجداء الشهير $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ للحساب :

مثال:

$A = 99^2$
$= (100 - 1)^2$
$= 100^2 - 200 + 1$
$= 10\,000 - 200 + 1$
إذن: $= 9\,801$

$B = 98^2$	
$C = 49^2$	$D = 990^2$
$E = 199^2$	$F = 91^2$

تمرين4.3

أكتب كل عدد على شكل جداء مجموع وفرق ثم استخدم الجداء الشهير $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ للحساب :

مثال:

$A = 101 \times 99$
$= (100 + 1)(100 - 1)$
$= 100^2 - 1^2$
$= 10\,000 - 1$
إذن: $A = 9\,999$

$B = 105 \times 95$	
$C = 51 \times 49$	$D = 107 \times 93$
$E = 498 \times 502$	$F = 1\,007 \times 993$

تمرين4.4

استخدم الجداء الشهير $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ للتحليل ثم احسب :

مثال:

$A = 101^2 - 99^2$
$= (101+99)(101-99)$
$= 200 \times 2$
إذن: $A = 400$

$B = 105^2 - 95^2$	
$C = 235^2 - 234^2$	$D = 47^2 - 53^2$
$E = 9\,876^2 - 9\,875^2$	$F = 93^2 - 107^2$

النشر والتحليل 1

تمرين 1

انشر ثم بسط ما يلي:

$A=2x(3x+1)+(-5x+2)\times 3x$ * $B=-4x^2(-x-7)(5x-1)-5x(1-2x)$

$C=-5x\left(x^3-2x^2+x-7\right)+3x\left(5x^2+2x-2\right)$ * $D=5x^3(1-x)+2x^2\left(x^3-x^2+x-1\right)-7x^3-2$

$E=5x^3\left(x^2-2\right)-2x^2(x+7)+5x\left(x^3+x-1\right)-4\left(2x^2-x-9\right)$

تمرين 2

حلل ما يلي :

$A=25x^4-5x^2$ * $B=6x(2x+1)-6x(-3x-8)-6x$ * $C=(3x+1)^2-(3x+1)(2x+5)$

$D=3x(-2x-5)-(-2x-5)^2+(-2x-5)$ * $E=(2x+3)(5x+7)-(2x+3)(-x-1)+2x+3$

$F=7x(2x-9)-11(9-2x)$ * $G=(2x+7)(5x-2)-(4x-1)(2-5x)+2(5x-2)$

تمرين 3

انشر ثم بسط ما يلي :

$A=(3x-1)^2-(7x+2)^2+(8x+5)(8x-5)$ * $B=(4x-1)^2-(5-x)^2$ * $C=((x+5)+2)^2$

$D=3x(2x-1)^2+7(x+4)^2$ * $E=(2x-1)^2+2(2x-1)(x+4)+(x+4)^2$

$F=3x^3(x-1)(x+1)+2x^2(x-1)^2-4x(x+1)^2$

تمرين 4

حلل ما يلي :

$A=25x^2-30x+9$ * $B=81x^2-16y^2$ * $C=50x^2-40x+8$ * $D=4x^2+12x+9-(2x+3)$

$E=16x^2-9-(4x-3)(2x+1)$ * $F=(2x-3)(x+1)-4x+6$ * $G=(3x-1)^2-(x+5)^2$

$H=4x^2-9+(2x-3)(x-5)$ * $I=(x+2)^2-2(x+2)(2x-1)+(2x-1)^2$

تمرين 5

انشر ثم بسط ما يلي :

$A=(2x+1)(2x-1)-(5x-3)(5x+3)+(7-x)(7+x)$ * $B=(x-1)^2-(3x+2)^2+(5x-7)(5x+7)$

$C=[(5x+2)-4][(5x+2)+4]$ * $D=[(x-1)+5y]^2$ * $E=[(3x+5)-11]^2-[(3x-5)+11]^2$

تمرين 6

انشر ثم بسط ما يلي :

$A=4-(2x+3)(2x-3)$ * $B=2x(x-3)-(x+1)^2$ * $C=(3x-1)^2-2(x+1)(3x-4)$

$D=(2x-3)^2-(x+1)^2$ * $E=(2x-3)(x+1)-(x-2)(2x+5)$

وفقك الله تعالى

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب" (بالتصرف)

النشر والتحليل 1

تمرين 7

نضع :

$A=(2x+1)^2$;; $B=(2x+1)(2x-1)$;; $C=(2x-1)^2$

1) – انشر ثم بسط : A و B و C .

2) – حلل : A – B .

3) – حلل : A - 2C + B

تمرين 8

حلل ما يلي :

$A=6x^2+12x+6$ * $B=x^2-2x+(x-2)(3x+1)$ * $C=(2x-5)^2-(x+1)^2$ * $D\ (3x+2)^2-25=$

$E=(7x-1)(3x+2)-(1-7x)(5x+5)$ * $F=49-(2x+5)^2+(54+2x)(7x-1)$

النشر والتحليل 2

تمرين 1

احسب مع الاختزال إذا كان ممكنا:

$$A=\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\div\frac{6}{25} \quad ;; \quad B=\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3} \quad ;; \quad C=\frac{-4}{3}\times\frac{15}{24}\times\frac{6}{5} \quad ;; \quad D=\frac{5}{4}\times\frac{16}{3}-\frac{16}{3}$$

$$E=\frac{13}{2}-\frac{13}{2}\div\frac{3}{2} \quad ;; \quad F=\frac{-7}{4}-\frac{4}{3}\times\frac{3}{2} \quad ;; \quad G=\frac{-11}{5}\times\frac{10}{22}\div\frac{3}{2} \quad ;; \quad H=\left(\frac{-2}{5}+\frac{11}{3}\right)\times\left(7-\frac{1}{7}\right)$$

$$I=\frac{3}{17}-\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{17}-\frac{5}{2}\right)-3\right] \quad ;; \quad J=\frac{3+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} \quad ;; \quad K=\frac{5}{3+\frac{1}{4}}\div\frac{3+\frac{1}{4}}{5} \quad ;;$$

تمرين 2

a و b عددان حقيقيان بحيث: $a^2-b^2\neq 0$. بسط ما يلي :

$$A=\frac{\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}}{1+\frac{a}{a^2-b^2}} \quad ;; \quad B=\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}+\frac{(a+b)^2-2ab}{a^2-b^2} \quad ;; \quad C=\frac{\frac{a-1}{a+1}-a}{\frac{a(a-1)}{a+1}+1} \quad (a\neq -1)$$

تمرين 3

a و b عددان حقيقيان . نضع : $a^2+b^2=\frac{5}{4}$ و $ab=\frac{-1}{2}$. احسب ما يلي :

$$A=\frac{a}{b}+\frac{1}{\frac{a}{b}} \quad ;; \quad B=a^3b+ab^3$$

تمرين 4

انشر ثم بسط ما يلي :

$$A=(2x+2)^2 \quad ;; \quad B=(3x-5)^2 \quad ;; \quad C=(4-5x)(4+5x) \quad ;; \quad D=(x-\sqrt{2})^2$$

$$E=(3\sqrt{2}-2x)^2 \quad ;; \quad G=\left(\frac{x}{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \quad ;; \quad F=(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})$$

$$H=x(3x+2)-3x(x+2) \quad ;; \quad I=(2x-5)(4-x+x^2)$$

تمرين 5

نضع : $E=(3x-5)(x+2)-(3x-5)^2$

1) – انشر ثم بسط E .
2) – حلل E .
3) – حل المعادلـة : $E=0$.

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

النشر والتحليل 2

تمرين 6

انشر ثم بسط ما يلي :

$A = 3(2x-7)+(x-1)(3-x)$;; $B = (3x+1)^2-(3-x)^2+(x-2)(x+2)$

$C = (2x-9)^2+(x-3)(x+3)$;; $D = (2x+7)(2x-7)-3(x-1)$

$E = (x+1)^2-(x-3)^2+(x-2)(x+2)$;; $F = (4x^2-2x+3)^2$;; $G = (\sqrt{2}+x\sqrt{3}-1)^2$

تمرين 7

حل المعادلات الآتية :

$4x-7=0$;; $25x^2-16=0$;; $4x^2-12x+9=0$;; $2x(3x-5)=3x-5$

$6x^2+49=0$;; $4x^2-5=0$;; $3x-7=0$;; $2x^2+3x\sqrt{2}+9=0$

تمرين 8

حلل ما يلي :

$A = 2ab^2c+3a^2b-7abc$;; $B = 21a^2bc+7ab^2-14abc^2$;; $C = 8x(2+x)-3x$

$D = 6x(x-1)+18x$;; $E = 3x(2x+1)-(2x+1)(2x+4)$

$F = 6x(2x-3)-4x(2x-3)+2x-3$;; $G = 7x(1-x)-(5x+3)(x-1)$

تمرين 9

نضع : $M = 3x(2x+1)-(2x+1)^2$.

1) – انشر ثم بسط M .

2) – احسب M من أجل : $x = \frac{-2}{5}$.

3) – حلل M

4) – حل المعادلة : M = 0 .

تمرين 10

حلل ما يلي :

$A = (5x+3)(2x-1)-(5x+3)^2$;; $B = (x+4)^2-25$

$C = 7-(x+3\sqrt{7})^2$;; $D = 49x^2-(x+2)^2$

تمرين 11

حل المعادلات الآتية :

$25x^2-16=0$;; $4x^2-3=0$;; $2x^2-9=0$;; $5x^2-7=0$

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب" (بالتصرف)

النشر والتحليل 2

$3x(x+2)-(x+1)(x+2)=0$;; $25x^2=(4x-1)^2$;; $4x^2+12x+9-(2x+3)=0$

$(x-1)(2x+4)-(1-x)(5x+8)=0$;;

تمرين 12

نضع : $N=2x^2+4x+1$. احسب N في كل من لحالات الآتية :

$x=\dfrac{-1}{3}$;; $x=\sqrt{3}$;; $x=2\sqrt{5}$;; $x=1-\sqrt{5}$;; $x=\sqrt{7}+2$

تمرين 13

احسب ثم بسط ما يلي :

$A=\left(\dfrac{-2}{5}\right)\div\dfrac{4}{3}+\dfrac{-7}{3}\div\dfrac{14}{3}$;; $B=\left(\dfrac{2}{5}+\dfrac{-7}{3}\right)\left(11-\dfrac{4}{3}\right)$;; $C=\left(\dfrac{2}{5}+\dfrac{4}{3}\right)\div\dfrac{-5}{7}+\dfrac{1}{11}$

$D=4\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{-4}{5}+\dfrac{2}{3}\div\dfrac{4}{-3}-\dfrac{5}{2}$;; $E=\left(-\sqrt{2}-3\right)-\left(2-\sqrt{2}\right)+\left(5-4\sqrt{2}\right)$;; $F=\dfrac{2\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}}\times\dfrac{2\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}}$

تمرين 14

حل المعادلات الآتية :

$\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{x}{2}=\dfrac{4x+5}{6}$;; $\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{3x-2}{2}=\dfrac{x+3}{8}$

$\dfrac{x}{7}-\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{4x+3}{2}$;; $(x+2)-\dfrac{x}{3}=(3-4x)$

تمرين 15

نعتبر العبارتين :

$A=2x^2-13x-7$;; $B=(2x-5^2-36$

1) – حلل العبارة B.
2) – احسب العبارة $B-2A$.
3) – استنتج تحليلا للعدد A .
4) – احسب العبارة A من أجل $x=\dfrac{-3}{2}$.
5) – حل المعادلة : $A=0$

تمرين 16

احسب ثم بسط ما يلي:

$A=\dfrac{-7}{8}+\dfrac{5}{8}\times\dfrac{9}{8}$;; $B=\dfrac{5}{3}-\dfrac{2}{3}\div\dfrac{4}{5}$;; $C=\dfrac{26}{1+\dfrac{3}{5}}$;; $D=\dfrac{\dfrac{2}{3}+1}{1-\dfrac{2}{3}}$

تمرين 17

نعتبر x عددا حقيقيا.

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

النشر والتحليل 2

نضع : $A=(2x+5)^2-10(2x+5)$

1) – انشر ثم بسط العبارة A .

2) – احسب العبارة A من أجل : $x=\sqrt{7}$ ثم $x=-\frac{1}{2}$.

3) – حلل العبارة A .

4) – حل المعادلة : $A=0$.

تمرين 18

a و b عددان حقيقيان بحيث : $a-b=\frac{7}{5}$ و $ab=\frac{-1}{5}$.

1) – احسب : $E=a-\left(\frac{-4}{3}+b+\frac{7}{5}\right)$.

2) – أثبت أن : $\frac{2}{b}-\frac{2}{a}=-14$

تمرين 19

اليك العبارتين:

$A=x^2-16-(3x-1)(x-4)$ و $B=25-4x^2$.

1) – حلل : A ثم B .

2) – انشر ثم بسط A .

3) – حلل : $B-2A$.

تمرين 20

انشر ثم بسط ما يلي:

$F=(x-3)(x-1)+x^2-6x+9$;; $E=(3x-9)(x+1)-(x^2-9)$

$I=(2x-1)^2-4(6x^2-3x)$;; $H=(x-3)^2-16$;; $G=-3x(2x-5)+2(2x-5)$

تمرين 21

نضع : $M=(x-2)(x+3)+(2x-4)(x+1)$ و $N=x^2-5x+6$.

1) – حلل M .

2) – بين أن : $N=(x-2)(x-3)$.

3) – احسب M و N من أجل $x=2\sqrt{2}$.

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

النشر والتحليل 3

تمرين 1

احسب مع الاختزال إذا كان ممكنا :

$$A=\frac{2+\frac{3}{4}}{5-\frac{1}{2}}+\frac{3-\frac{1}{2}}{6+\frac{5}{4}} \quad ;; \quad B=\frac{2\times\frac{1}{3}-1}{\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\times 3} \quad ;; \quad C=\frac{7+\left(\frac{1}{2}-5\right)\times\frac{3}{2}}{4-\left(\frac{3}{2-1}\right)\times\frac{2}{3}} \quad ;; \quad D=\frac{\frac{5}{2}+\frac{4}{3}-1}{\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+4}$$

$$E=3+\frac{2}{4+\frac{3}{5+\frac{4}{6}}} \quad ;; \quad F=\frac{\frac{2}{3}\times 5-\frac{1}{2}}{4\times\frac{2}{3}+1}\times\frac{2-\frac{5}{2}\times 2}{3\times\frac{7}{2}+4}$$

تمرين 2

احسب ثم بسط ما يلي :

$$A=\frac{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}{(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})} \quad ;; \quad B=\frac{\frac{1}{\sqrt{5}+7}+\frac{2}{\sqrt{5}-7}}{\frac{1}{3-\sqrt{5}}-\frac{2}{3+\sqrt{5}}} \quad ;; \quad C=\frac{(\sqrt{3}-2)^2-(3+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{11}+\sqrt{3})(\sqrt{11}-\sqrt{3})}$$

تمرين 3

أزل الأقواس و الأقواس المعقوفة ثم أحسب:

$$A=\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)-\left[-\left(-\frac{2}{5}+3\right)+\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)\right]-\left(\frac{2}{15}+\frac{3}{5}\right)$$

$$B=-\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{6}\right)-\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{5}{12}+\frac{4}{3}\right)\right]-\left[-\left(3+\frac{1}{2}\right)-5\right]$$

$$C=\frac{5}{7}-\left(\frac{3}{21}+4\right)+\left[-3-\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{7}\right)+\left(\frac{2}{3}-\frac{6}{7}\right)\right]$$

تمرين 4

a و b عددان حقيقيان غير معدومين بحيث: $a-b\neq 0$.

أثبت أن : $\dfrac{-1+\frac{b}{a+b}}{-1+\frac{a}{a+b}}=\dfrac{a}{b}$ و $\dfrac{2-\frac{2a}{a-b}}{-3-\frac{3b}{a-b}}=\dfrac{2b}{3a}$

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

النشر والتحليل 3

تمرين 5

a و b عددان حقيقيان غير منعدمين بحيث : $ab \neq 1$.

1) – أثبت أن :

$$\frac{a}{b} \times \frac{1-\frac{a}{a-\frac{1}{b}}}{1-\frac{b}{b-\frac{1}{a}}} = \frac{a}{b}$$

2) – استنتج حساب :

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\frac{1}{2}}}{1-\frac{2}{2-\frac{1}{\sqrt{2}}}}$$

تمرين 6

a و b و c أعداد حقيقية .

أثبت أن :

$$(a-b+c)^2 = a^2+b^2+c^2-2(ab-ac-bc)$$
$$(a+b-c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab-ac-bc)$$
$$(a-b-c)^2 = a^2+b^2+c^2-2(ab+ac-bc)$$

تمرين 7

انشر ثم بسط ما يلي :

$$A=(2x+y)^2 \;;;\; B=(x-5y)^2 \;;;\; C=(7x+y-1)^2 \;;;\; D=(x-3y+3)^2$$
$$E=(-2x-4y-6)^2 \;;;\; F=x-1+\sqrt{3})^2 \;;;\; G=(2\sqrt{3}-x+4)^2$$

تمرين 8

حل المعادلات الآتية :

$$25x^2-9+(5x+3)^2+(5x+3)=0 \;;;\; (2x-1)^2-(2x-1)(3x+4)-2x+1=0$$
$$4x^2-12x+9-(2x-3)(5x+4)=0 \;;;\; 9x^2+12x+4-(3x+2)+(9x^2-4)=0$$
$$(3x-1)^2-(5x+3)^2=0 \;;;\; (x+1)^2-2(x+1)(3x+4)+(3x+4)^2=0$$
$$x^2-5+2(x-\sqrt{5})=0 \;;;\; x^2-2\sqrt{3}x+3+(x^2-3)=0$$

تمرين 9

نعتبر x عددا حقيقيا .

نضع : $A=9x^2+3x-12$.

1) – أثبت أن : $A=3(x-1)(3x+4)$.

2) – حل المعادلة : $A=0$.

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

النشر والتحليل 3

تمرين 10

x عدد حقيقي.

نضع : $M = 4x^2 - (6x+5)^2$ و $N = (2x+7)(8x+5)$.

1) – أنشر ثم بسط M و N .

2) – حلل M ثم $M+N$.

3) – حل المعادلات : $M=0$ و $N=0$ و $M+N=0$.

تمرين 11

x عدد حقيقي .

نضع : $A = (3x-2)(x+5) - 9x^2 + 4 + (3x-2)^2$.

1) – أنشر ثم بسط العبارة A.

2) – حلل العبارة A.

3) – أحسب A من أجل $x = \frac{-2}{3}$.

4) – أحسب A من أجل $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

5) – حل المعادلة : $A = 0$.

تمرين 12

نعتبر التعابير الآتية :

$A = (2x+1)^2 - (3x-5)^2$;; $B = 4x^2 - 25 - (3x+1)(5-2x) - 20x + 50$

$C = 4x^2 - 20x + 25$

1) – أنشر ثم بسط : A و B .

2) – حلل : A و B و C .

3) – حـل المعادلات : $A=0$ و $B=0$ و $C=1$ و $A=B$.

تمرين 13

نضع :

$E = (3x-9)(x+1) - (x^2-9)$ و $F = (x-3)(x-1) + x^2 - 6x + 9$.

1) – أنشر ثم بسط : E و F .

2) – حلل : E و F .

3) – حـل المعادلتين : $E=0$ و $E=F$.

4) – أحسب E من أجل $x = \sqrt{3}$ و F من أجل $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

النشر والتحليل 3

تمرين 14

إليك العبارات :
$A=(2x-3)(x+1)-(6-4x)(x-1)$ و $B=16x^2-(3x-1)^2$.

1) – انشر ثم بسط A .
2) – أثبت أن : $A=(3x-1)(2x-3)$.
3) – أ) --حلل B . ب) -- أثبت أن : $B=7x^2+6x-1$

تمرين 15

أحسب ما يلي مع الاختزال إذا كان ممكنا :

$$A=\frac{1-\frac{2}{5}+\frac{3}{8}}{12+\frac{37}{3}+\frac{1}{5}+\frac{2}{15}} \quad ;; \quad B=2-\frac{1+\frac{3}{4}}{3+\frac{4}{9}} \quad ;; \quad C=\frac{\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-1}{2-\frac{3}{2}+5}+\frac{4-\frac{3}{2}+7}{-3+\frac{1}{5}-\frac{2}{3}}$$

$$D=\frac{\frac{11}{3}+\frac{2}{7}}{\frac{11}{3}-2}\times\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{7}}{\frac{7}{3}-\frac{5}{7}}\times\frac{\frac{5}{7}+1}{\frac{1}{7}+\frac{1}{3}} \quad ;; \quad E=\frac{\frac{3}{4}+\frac{5}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{5}{3}}\div\frac{1-\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}-1}$$

تمرين 16

a و b و c أعداد حقيقية. بسط ما يلي :

$A=(3a-2b+7)-(-2a+3b+12)$;; $B=2(a-b+c)-3(a+2b-c)+a+b+4$

$C=(a-5)(2a+1)-(b-1)(3b+4)$;; $D=3(2a-b+5c)-7(a+5b-c)+a-5c-b$

تمرين 17

احسب ما يلي :

$$A=\frac{3+\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}-4}+\frac{5-\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}+1} \quad ;; \quad B=\frac{7-\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}-\frac{3+\frac{3}{5}}{11-\frac{1}{2}} \quad ;; \quad C=\frac{2}{3}-\frac{1+\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}+\frac{3}{2}$$

$$D=\frac{\frac{3}{5}+\frac{5}{4}}{3-\frac{4}{5}}\div\frac{2-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{2}} \quad ;; \quad E=\frac{\frac{3}{2}+\frac{2}{3}}{5-\frac{2}{7}}\times\frac{4}{11}\times\frac{4-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+3}$$

تمرين 18

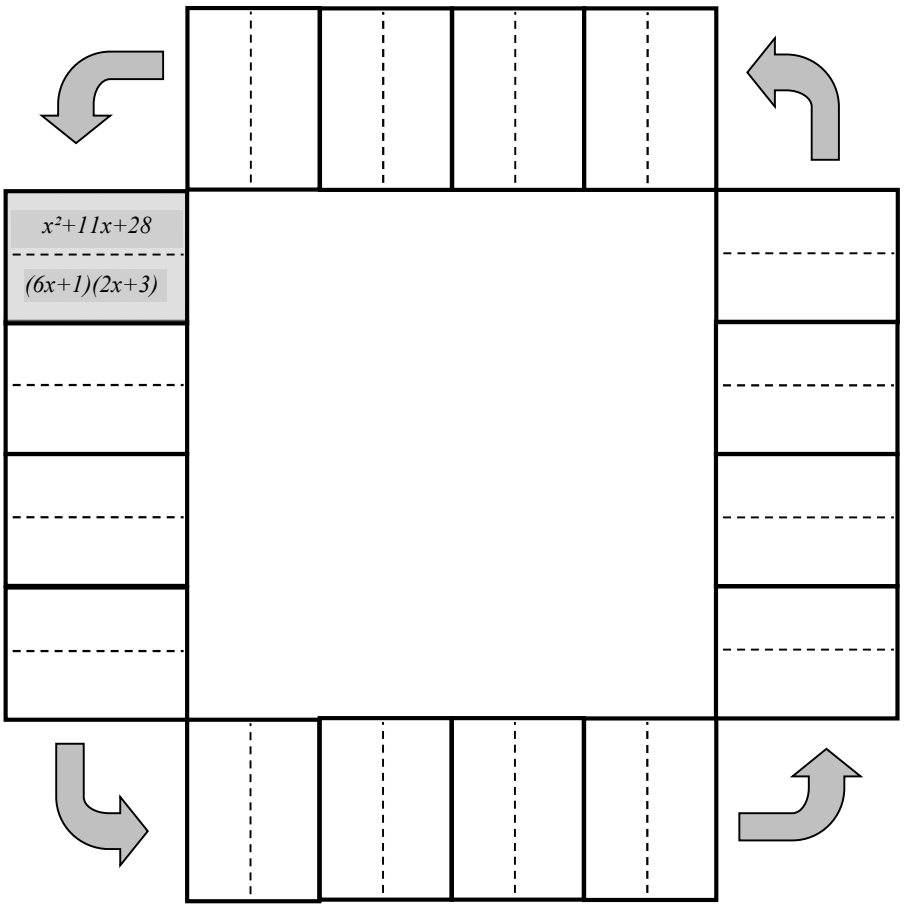
نضع : $A=x^2-x-6$ و $B=x+4$ و $C=x^4+3x^3-10x^2-24x$

1) – بين أن : $A\times B=x^3+3x^2-10x-24$.
2) – تحقق أن : $A=(x-3)(x+2)$.
3) – استنتج تحليل العبارة C .

الأستاذ :المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

انسخ(كتابة او قص)لوضع البطاقات على النحو التالي: يجب **أن يكون الجانبين المتجاورين متساويان**. النشر يدرج في الجدول أدناه.

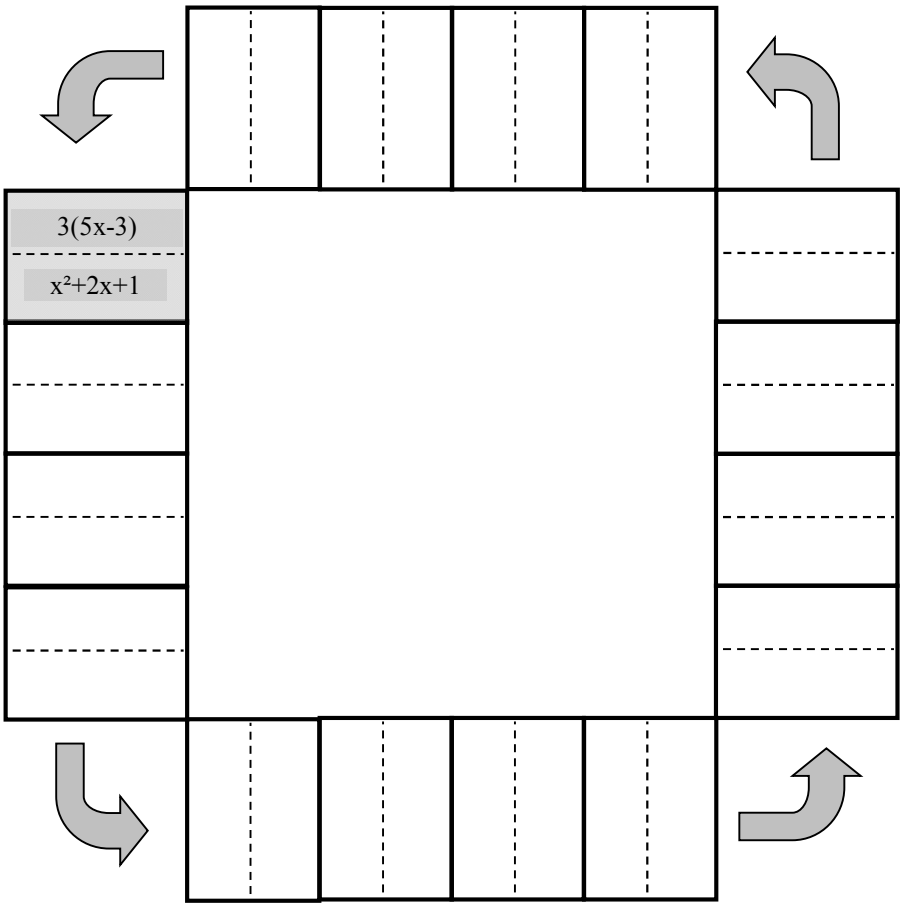
$x^2+11x+28$ $(6x+1)(2x+3)$	$3x^2-x-2$ $(5x+3)^2$	$-8x+12$ $(4x+1)(4x+1)$	$6x-12$ $(x+7)(x-7)$
$-2x^2-6x$ $(2x-4)(2x+4)$	$4x^2-11x+6$ $(-6x+1)(-6x-1)$	$12x^2+20x+3$ $(x+1)^2$	$4x^2-4x+1$ $(3x+2)(x-1)$
x^2-49 $4x(x-5)$	x^2+2x+1 $3(2x-4)$	$36x^2-1$ $(x+4)(x+7)$	$25x^2+30x+9$ $-2x(3+x)$
$16x^2+8x+1$ $(4x-3)(x-2)$	$4x^2-20x$ $(2x-1)^2$	$9x^2-12x+4$ $(2x-3)\times(-4)$	$4x^2-16$ $(2-3x)^2$



$$(6x+1)(2x+3) = 6x \times 2x + 6x \times 3 + 1 \times 2x + 1 \times 3$$
$$= 12x^2 + 18x + 2x + 3$$
$$= 12x^2 + 20x + 3$$

انسخ(كتابة او قص) لوضع البطاقات على النحو التالي: يجب **أن يكون الجانبين المتجاورين متساويان**. التحليل يدرج في الجدول أدناه.

$3(5x-3)$ / x^2+2x+1	$(2x-10)^2$ / $(x+2)^2-9$	$(2x+1)^2$ / $(4x+1)^2-x^2$	$(3x-1)(x+3)$ / $25-x^2$
$x(25-x)$ / $4x^2-40x+100$	$(5+x)(5-x)$ / $16-(x+1)^2$	$(x+1)^2$ / x^2-4	$(x+5)(x-1)$ / $x^2+10x+25$
$(5+8x)(5-8x)$ / $4x^2+4x+1$	$(x+2)(x-2)$ / x^2-6x+9	$(x+5)^2$ / $(2x+1)^2-(x-$	$(x+7)(x-7)$ / $15x-9$
$(2x+3)(2x-3)$ / $25x-x^2$	$(5x+1)(3x+1)$ / x^2-49	$(5+x)(3-x)$ / $25-64x^2$	$(x-3)^2$ / $4x^2-9$



$x^2+2x+1 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$
$= (x+1)^2$

المعادلات و المتراجحات درس

الفهرس

تعويض قيم في عبارات

المعادلة من الشكل $a\,x+b=0$

المعادلة من الشكل $(a\,x+b)(c\,x+d)=0$

التحليل + المعادلات $(a\,x+b)(c\,x+d)=0$

معادلات (مسائل من شهادت دون جذور تربيعية)

معادلات (مسائل من شهادت بجذور تربيعية)

المتراجحة والعمليات

المتراحجة [الإختبار - الحل]

المتراجحة [المستقيم المدرج - مسائل]

المتراجحة [مسائل من شهادات]

معادلات

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى الترتيب والضرب	استخدم تاثير الاعداد النسبية فترتيب ab و ac في نفس ترتيب b و c إذا كانت a موجبة تماما ، في ترتيب عكسي إذا كانت a سالبة تماما.	في هذا القسم ، سنكون قادرين على الاعتماد على الأنشطة التي تم ممارستها بالفعل في الفصول السابقة ، وخاصة تلك الاختبارات عن طريق استبدال الحروف بالقيم العددية .
المتراجحة من درجة الأولى بمجهول		
حل مشاكلات من درجة الأولى أو متراجحات	حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول بالمعاملات العددية تمثيل الحلول على مستقيم متدرج.	
حل المشكلات	حل المعادلة في النموذج A.B = 0 ، حيث يكون A و B عبارتين من الدرجة الأولى بنفس المجهول.	تقع دراسة إشارة جداء أو حاصل قسمة عبارتين من الدرجة الأولى لنفس المتغير خارج البرنامج
الدرجة الأولى	وضع معادلة، وحل مشكلة تؤدي إلى معادلة أو متراجحة أو جملة معادلتين من الدرجة الأولى	تأتي المسائل من أجزاء مختلفة من البرنامج. كما هو الحال في للسنة الثالثة ، سيتم تحديد المراحل المختلفة للعمل في كل مرة: وضع المعادلة ، حل المعادلة وتفسير النتيجة.

I. المعادلات.

المعادلة هي تساوي عبارتين (نسميهماطرفيالمعادلة) فيها تظهر الحروف (المجاهيل). وحل المعادلة هو إعطاء كل قيم المجاهيل التي تجعل المساواة صحيحة.

مثال :

(-2) هوحل للمعادلة : $x^2 + 1 = 3 - x$

اذا كانت: $x = -2$

$x^2 + 1 = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = \mathbf{5}$ و $3 - x = 3 - (-2) = 3 + 2 = \mathbf{5}$

a. المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول:

في معادلة من الدرجة الأولى بمجهول ، هناك مجهول واحد . لحل المعادلة ، يجب أن نجد قيمة (في الغالب ، هناك واحدة فقط) المجهول التي تجعل المساواة صحيحة.

مثال :

حل المعادلة: $4x + 3 = 0$

1- نعزل « x »
2- نقسم على معامل x :

$4x = -3$
$x = \frac{-3}{4}$

b. معادلة الجداء المعدوم:

عندما يكون الجداء معدوما، فهذا يعني أن إحدى العاملين على الأقل معدوم. نسمي معادلة جداء معدوم هي جداء معادلتين من الدرجة الأولى بمجهول، من الشكل:

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

حلول هذه المعادلة هي حلى المعادلين: $ax + b = 0$ و $cx + d = 0$

حل المعادلة : $(2x + 1)(3x - 5) = 0$

يعني أن $3x - 5 = 0$ أو $2x + 1 = 0$

$3x = 5$ أو $2x = -1$

ومنه: $x = \frac{5}{3}$ أو $x = \frac{-1}{2}$

للمعادلة حلان هما $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{2}$.

II. الترتيب والعمليات

a. الجمع والطرح (تذكير):

لا يتغير إتجاه متراجحة عندما نضيف (أو نطرح) نفس العدد إلى الطرفين.

مثال :

اذا كان $x < -6$
فإن: $x - 3 < -6 - 3$
إذن: $x - 3 < -9$

اذا كان $x > 5$
فإن: $x + 3 > 5 + 3$
إذن: $x + 3 > 8$

b. الضرب والقسمة:

لا يتغير إتجاه المتراجحة عندما نضرب (أو نقسم) طرفيها بنفس العدد **الموجب**

مثال :

اذا كان $x < -6$
فإن: $\frac{x}{3} < \frac{-6}{3}$
إذن: $\frac{x}{3} < -2$

اذا كان $x > 5$
فإن: $x \times 3 > 5 \times 3$
إذن: $3x > 15$

انتبه

نغير إتجاه المتراجحة عندما نضرب (أو نقسم) طرفيها بنفس العدد **السالب** .

مثال :

اذا كان $x < -6$
فإن: $\frac{x}{-3} < \frac{-6}{-3}$
إذن: $-\frac{x}{3} > 2$

اذا كان $x > 5$
فإن: $x \times (-3) > 5 \times (-3)$
إذن: $-3x < -15$

c. المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول.

المتراجحة هي متباينة بين عبارتين تظهر فيهما حروف (**مجاهيل**).
في **المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول** ، هناك مجهول واحد فقط .
حل المتراجحة ،هو إ يجاد **كل قيم المجهول** التي تجعل المتراجحة صحيحة .

مثال :

حل المتراجحة:

$4x - 2 > 0$

نجعل المجاهيل في طرف والمعاليم في الطرف الأخر بإضافة 2 نحسب

$4x - 2 + 2 > 0 + 2$

$4x > 2$

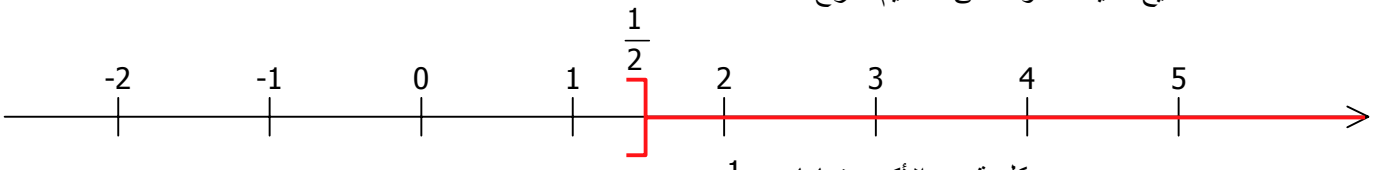
نعزل x بالقسمة الطرفين على 4 : نحسب

$\frac{4x}{4} > \frac{2}{4}$

$x > \frac{1}{2}$

حلول المتراجحة هي: كل قيم x الأكبر تماما من $\frac{1}{2}$.

نستطيع تمثيل الحلول على مستقيم مدرج :



كل قيم x الأكبر تماما من $\frac{1}{2}$.

تمرين1A.1

احسب العبارة $A = 5x - 3$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -2$ $A = 5x - 3$	من أجل $x = -1$ $A = 5x - 3$	من أجل $x = 1$ $A = 5x - 3$

تمرين**1A.2**

احسب العبارة $B = x^2 + 2x$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -2$ $B = x^2 + 2x$	من أجل $x = -1$ $B = x^2 + 2x$	من أجل $x = 1$ $B = x^2 + 2x$

تمرين**1A.3**

احسب العبارة $C = 3x^2 - x$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -2$ $C = 3x^2 - x$	من أجل $x = -1$ $C = 3x^2 - x$	من أجل $x = 1$ $C = 3x^2 - x$

تمرين**1A.4**

احسب العبارة $D = -4x^2 + 3x$ من أجل مختلف قيم x التالية :

من أجل $x = -2$ $D = -4x^2 + 3x$	من أجل $x = -1$ $D = -4x^2 + 3x$	من أجل $x = 1$ $D = -4x^2 + 3x$

تمرين**1A.5**

احسب العبارة $A = 5x - 3$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -\frac{3}{2}$ $A = 5x - 3$	من أجل $x = -\frac{2}{3}$ $A = 5x - 3$	من أجل $x = \frac{1}{2}$ $A = 5x - 3$

تمرين**1A.6**

احسب العبارة $B = x^2 + 2x$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -\frac{3}{2}$ $B = x^2 + 2x$	من أجل $x = -\frac{2}{3}$ $B = x^2 + 2x$	من أجل $x = \frac{1}{2}$ $B = x^2 + 2x$

تمرين**1A.7**

احسب العبارة $C = -3x^2 - x$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -\frac{3}{2}$ $C = -3x^2 - x$	من أجل $x = -\frac{2}{3}$ $C = -3x^2 - x$	من أجل $x = \frac{1}{2}$ $C = -3x^2 - x$

تمرين**1A.8**

احسب العبارة $D = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x$ من أجل مختلف قيم x التالية:

من أجل $x = -\frac{3}{2}$ $D = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x$	من أجل $x = -\frac{2}{3}$ $D = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x$	من أجل $x = \frac{1}{2}$ $D = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x$

تمرين**2A.1**
حل هذه المعادلات:

a. $7x = 21$	**b.** $-3x = 12$
c. $5x - 25 = 0$	**d.** $4x - 3 = 5$
e. $4x + 2 = x + 11$	**f.** $3x - 7 = -2x - 9$

تمرين**2A.2**
ترجم كل جملة لمعادلة، ومن ثم أوجد العدد x:

a. ضعف x يعطى6	**b.** ثلاثة أمثال x يعطى33 .
c . فرق x و 9يعطى 4	**d.**ضعف x مضاف إليه 6 يعطى 0
e .طرح 6 من ثلاثة أمثال x يعطي 9.	**f.** نضيف 2 الى خمسة أمثال x ليعطي x .
g .ضعف مجموع x و3 يعطي x	**h.**مجموع x والعدد 6 يساوي *ثلاثة* أمثال مجموع x و 1

تمرين**2A.3**
حل هذه المعادلات :

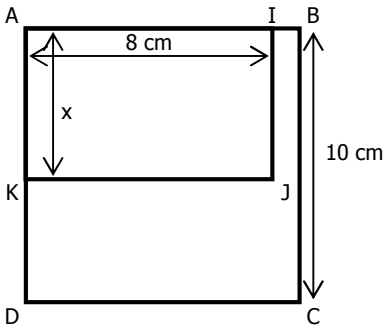
a. $4x = \frac{3}{5}$	**b.** $\frac{2}{3}x = 7$	**c.** $\frac{6}{5}x = \frac{-7}{11}$
d. $-7x = \frac{4}{-3}$	**e.** $\frac{-3}{2}x = 5$	**f.** $\frac{-5}{7}x = \frac{-2}{-3}$

تمرين**2A.4**

- ضع لكل مشكلة معادلة بمجهول x ثم حل هذه المعادلة .

a. تبيع سوق كتبا سعر الواحد 90 DA .في نهاية اليوم جمعوا 2430 DA . كم عدد الكتب المباعة في هذا اليوم؟
b.طول زيد الآن 1,54 m، زاد طوله 7 cm أثناء الصيف الماضي . كم كان طوله قبل الزيادة ؟
c. إشترى عمرو سترة بـ 9900 DA ، و قميصين. فصرف على الكل 12700 DA. ما هو ثمن القميص الواحد؟
d. أراد خالد أن يشتري 3 أوراق مصورة لتعليم الصلاة. ولكن المكتبي اختار له 5 اوراق. بتكلفه إضافية 18 DA أكثر من ثمن 3 أوراق . ما هو ثمن الورقة الواحدة ؟
e. مجموع عددين هو 24. أحد العددين هي ضعف للآخر، اوجد هذين العددين.
f. مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية 24. أوجد هذه الأعداد الثلاثة.
g. إليك قواعد اللعبة:
- إذا فزت، تحصل على 100 DA.
- إذا خسرت، ترجع 40 DA .

لعبت هذه اللعبة 25 مرة، ولقد فقدت 20 DA في المجمل.
كم فزت من المرة؟
h. ABCD مربع طول ضعه 10 cm .
AIJK مستطيل طوله 8 cm وعرضه x .
1.عبر بدلالة x عن مساحة المستطيل AIJK .
2.حدد قيمة x حتى تكون مساحة المستطيل AIJK هو نصف بالضبط من مساحة المربع ABCD .



تمرين**3A.1.**
حل المعادلات التالية :

a. $2x - 3 = 0$ = =	**b.** $7x + 5 = 0$ = =	**c.** $5 + 4x = 0$ = =
d. $7x - 8 = 0$ = =	**e.** $-3x + 5 = 0$ = =	**f.** $-2x - 9 = 0$ = =
g. $-1 - 5x = 0$ = =	**h.** $6x = 0$ = =	**i.** $-12x = 0$ = =

تمرين**3A.2.**
اكمل الفراغ :

a. $(2x + 5)(3x + 1) = 0$

يعني $0 =$ ..... أو $0 =$ .....

b. $6x(-x + 4) = 0$

يعني $0 =$ ..... أو $0 =$ .....

c. $(9 - 4x)(3 + 1) = 0$

يعني.....

d. $5x(-6 + x)(7x + 2) = 0$

يعني.....

e. $(4 - 3x)(x - 7)(6 + 5x) = 0$

يعني.....

تمرين**3A.3.**
حل معادلة جداء معدوم يحرر بهذه الكيفية:

$(2x + 5)(3x - 1) = 0$
يعني:
$2x + 5 = 0$ أو $3x - 1 = 0$
ومنه: **$2x = -5$ أو $3x = 1$**
ومنه: **$x = -\frac{5}{2}$ أو $x = \frac{1}{3}$**
إذن: حلا المعادلة هما **$-\frac{5}{2}$** و **$\frac{1}{3}$** .

a. $(x + 5)(x - 3) = 0$	**b.** $(4x - 1)(6x + 5) = 0$
c. $(-8x + 5)(-2 - 3x) = 0$	**d.** $(3x + 4)(2 - 5x) = 0$
e. $(5 + 3x)(7 - x) = 0$	**f.** $3x(7 + 8x) = 0$
g. $-8x(-3 - 6x) = 0$	**h.** $(4x - 2)(2 - x) = 0$

تمرين3B.1

a.حلل العبارة :

$A = (x + 3)(x + 2) + (x + 3)(x + 1)$

b.حل المعادلة:

$(x + 3)(2x + 3) = 0$

تمرين3B.2

a.حلل العبارة :

$B = (x + 5)(2x + 1) + (x + 5)(x - 7)$

b.حل المعادلة:

$(x + 5)(3x - 6) = 0$

تمرين3B.3

a.حلل العبارة :

$C = (2x - 1)^2 - (3 - x)(2x - 1)$

b.حل المعادلة:

$(2x + 1)(3x - 4) = 0$

تمرين3B.4

a.حلل العبارة :

$D = x^2 - 4$

b.حل المعادلة:

$(x + 2)(x - 2) = 0$

تمرين3B.5

a.حلل العبارة :

$E = (x + 5)^2 - 9$

b.حل المعادلة:

$(x + 8)(x + 2) = 0$

تمرين3B.6

a.حلل العبارة :

$F = 16 - (2x - 1)^2$

b.حل المعادلة:

$(3 + 2x)(5 - 2x) = 0$

تمرين3B.7

a . حلل العبارة :

$G = (4x - 3)^2 - x^2$

b.حل المعادلة:

$(5x - 3)(3x - 3) = 0$

تمرين3B.8

a.حلل العبارة :

$H = 4x^2 - 12x + 9$

b.حل المعادلة:

$(2x - 3)^2 = 0$

تمرين3B.9

a.حلل العبارة :

$H = 25 + 30x + 9x^2$

b.حل المعادلة:

$(5 + 3x)^2 = 0$

تمرين - 3C.1 مرسيليا.
لتكن $D = (2x - 3)(5x + 4) + (2x - 3)^2$:
1.اثبت ، مع التفصيل ، بأن D يمكن كتابته $D = (2x - 3)(7x + 1)$
2.حل المعادلة $(2x - 3)(7x + 1) = 0$.

تمرين - **3C.2 يموج.**
1.ليكن $D = 9x^2 - 1$.
a. ما الجداء الشهير الذي يمكن إستخدامه لتحليل D؟
b. حلل D.
2.لتكن $E = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 1$.
a.أنشر E .
b.حلل E .
c.حل المعادلة: $6x(3x + 1) = 0$.

تمرين - **3C.3 نانت.**
لتكن العبارة:
$$E = (3x + 5)(2x - 1) + 9x^2 - 25$$
1.أنشر و بسط E .
2.حلل $9x^2 - 25$ ، ثم العبارة E .
3.حل المعادلة: $(3x + 5)(5x - 6) = 0$.

تمرين - 3C.4 باريس
$$E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$$
1.حلل $4x^2 - 9$. استعمل هذه النتيجة لتحليلE.
2.أنشرو بسط E.
3. حل المعادلة: $(2x + 3)(3x - 4) = 0$.

تمرين - **3C.5 رين.**
يقول طارق لعقبة: "اختر عدد **x** و ضف 1 إلى ثلاث أضعاف **x** ؛ احسب مربع العدد الناتج واطرح منه 4. »
ما هي النتيجة التي وجدها عقبة إذا اختار: **$x = 5$** ؟
2 واقترح طارق على عقبة تعبيرات أربعة التي يتوافق واحد منها مع الحساب الذي قام به .وفيما يلي هذه التعبيرات الأربعة:
$A = 3(x + 1)^2 - 4$ **$B = 4 - (3x + 1)^2$**
$C = (3x + 1)^2 - 4$ **$D = (x + 3)^2 - 4$**
ما هو التعبير الذي يجب أن يختاره عقبة؟
3. a. حلل: **$C = (3x + 1)^2 - 4$**
b. حل : **$(3x - 1)(3x + 3) = 0$**
c. عقبة يعيد اللعبة ؛ اختار عدد سالب وجد صفر، ما هو العدد الذي اختياره عقبة ؟ ثم تحقق من حساب عقبة.

تمرين - 3C.6 مدغشقر
لتكن العبارتين:
$$E = 4x(x + 3) \text{ و } F = x^2 + 6x + 9$$
1. حل المعادلة $E = 0$.
2. a. أحسب قيمة F من أجل $x = -2$.
b.تحقق أن: $F = (x + 3)^2$.
3. a.أنشر E .
b. بسط E – F.
c. حلل E + F .

تمرين **3C.7 بواتييه.**
لتكن العبارة:
$$A = (2x + 1)^2 - (x - 3)(2x + 1)$$
1.أنشر و بسط A.
2.حلل A .
3.أحسب A من أجل: $x = -\frac{1}{2}$

تمرين - **3C.8 أفريقيا.**
لتكن العبارة: $E = (x - 2)^2 - 4x(x - 2)$.
1.أنشر و بسط E.
2.حلل E.
3.حل المعادلة $(x - 2)(-3x - 2) = 0$:

تمرين- **3C.9 آسيا.**
لتكن $C = (4x - 3)^2 - (6x + 1)(4x - 3)$.
1.أنشر و بسط C.
2.حلل C.
3.حل المعادلة $(4x - 3)(-2x - 4) = 0$:

تمرين **– 3C.10 جزرالانتيل .**
لتكن العبارة: $C = (2x + 1)^2 - 16$.
1.أنشر و بسط C .
2.حلل C .
3.حل المعادلة: $(2x - 3)(2x + 5) = 0$.

تمرين - 3C.11 ليون
لتكن العبارة:
$$D = (4x - 1)^2 + (x + 3)(4x - 1)$$
1. أنشر ثم بسط D.
2. حلل D .
3.حل المعادلة: $(4x - 1)(5x + 2) = 0$.

تمرين - 3C.12 بونديشيري
$$A = (2x - 3)(2x + 3) - (3x + 1)(2x - 3)$$
1. أنشر ثم بسط A.
2. حلل A.
3.حل المعادلة: $(2x - 3)(-x + 2) = 0$.

تمرين - 3C.13 غرونوبل
إليك : $F = (4x - 3)^2 - (x + 3)(3 - 9x)$
1. أنشر و بسط $(4x - 3)^2$
2. أثبت ان : $F = (5x)^2$
3. أوجد القيم التي تجعل : $F = 125$

تمرين - 3C.14 نانت
Soit $A = (7x - 3)^2 - 9$
1. أنشر ثم بسط A.
2. حلل A.
3.حل المعادلة : $7x(7x - 6) = 0$

تمرين - **3C.15 باريس.**
$$A = (x - 5)^2 - (2x - 7)(x - 5)$$
1.أنشر و بسط A .
2.حلل A .
3.حل المعادلة $(x - 5)(-x + 2) = 0$.

وفقك الله تعالى

تمرين - 3D.1 بوردو.

1. إليك العبارة الجبرية:

$E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$

a. أنشر و بسط E.

كيف يمكن أن نستنتج النتيجة، دون آلة حاسبة:

$99\,998 \times 99\,999 - 99\,997^2$؟

a.2 حلل العبارة :

$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$

b. حل المعادلة: $(4x+1)(7-3x) = 0$

تمرين - **3D.2 كليرمون فران.**

نعطي العبارة الجبرية:

$D = (3x+1)(6x-9) - (2x-3)^2$

بين أن: **D** يمكن أن تكتب على الشكل ، بعد النشر والتبسيط :

$D = 14x^2 - 9x - 18$

2. أحسب قيم D من أجل $x = \frac{3}{2}$ ثم من أجل ل $x = \sqrt{2}$ ،أكتب النتيجة الثانية على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث : a و b صحيحان

3. حلل $6x - 9$ ، ثم حلل D.

4 استنتج حلول للمعادلة $D = 0$.

تمرين - **3D.3 يموج.**

1. لتكن. $D = 9x^2 - 1$

a. ما هو الجداء الشهير الذي يمكن استخدامه لتحليل العبارة D ؟

b. حلل D .

2. لتكن: $E = (3x+1)^2 + 9x^2 - 1$

a. أنشر E.

b. حلل E.

c. أوجد حلول المعادلة: $6x(3x+1) = 0$

تمرين - **3D.3 ليون.**

إليك العبارة الجبرية E التالية :

$E = (2x+3)^2 + (x-7)(2x+3)$

1. أنشر و بسط E .

2. حلل E .

3. حل المعادلة : $(2x+3)(3x-4) = 0$

4. احسب قيمة E من اجل $x = \sqrt{2}$.

تمرين - **3D.4 نانت.**

إليك العبارة الجبرية:

$E = (3x+5)(2x-1) + 9x^2 - 25$

1. أنشر و بسط E.

2. حلل $9x^2 - 25$ ، ثم العبارة E .

3. حل المعادلة: $(3x+5)(5x-6) = 0$.

تمرين- - **3D.5 أورليانز- تووررس.**

نعطي العبارة التالية :

$K(x) = (5x-3)^2 + 6(5x-3)$

1. أنشر و بسط العبارة $K(x)$.

2. أحسب $K(\sqrt{2})$.

تمرين - 3D.6 مرسيليا

لتكن: $C = (x-1)(2x+3) + (x-1)^2$

1. أنشر العبارة C وبين أنها تساوي: $3x^2 - x - 2$

2. احسب قيمة C من اجل $x = \sqrt{2}$ ، ثم اكتبها على الشكل $a - \sqrt{2}$, حيث a عدد صحيح .

3. حلل العبارة C.

4. حل المعادلة $(x-1)(3x+2) = 0$:

تمرين - 3D.7 باريس

إليك العبارة الجبرية:

$C = (3x-1)^2 - (3x-1)(2x+3)$

1. أنشر ثم بسط C .

2. حلل C.

3. حل المعادلة $(3x-1)(x-4) = 0$:

4. أحسب C من اجل $x = \sqrt{2}$.

تمرين - 3D.8 بوليينيزيا

إليك العبارة الجبرية:

$D = (3x-2)^2 - 25$

1. أنشر ثم بسط D.

2. حلل D.

3. أحسب D من اجل $x = \sqrt{3}$.

4. حل المعادلة $(4x-1)(5x+2) = 0$:

تمرين - 3D.9 جزر الأنتيل

$C = (3x-1)^2 - 4x(3x-1)$

1. أنشر ثم بسط C.

2. أحسب C من اجل ; $x = 0$ من اجل $x = \sqrt{2}$.

3. حلل C.

4. حل المعادلة $(3x-1)(x+1) = 0$:

تمرين 3D.10 جنوب شرق آسيا

إليك العبارة الجبرية T التالية :

$T = (2x-1)^2 - (2x-1)(x+5)$

1. بعد النشر و والتبسيط ، بين أن العبارة T يمكن كتابتها على الشكل: $T = 2x^2 - 13x + 6$

2. استخدم العبارة المتحصل عليها في السؤال **1** ، لحساب T من اجل $x = \frac{1}{3}$ و من اجل $x = \sqrt{2} + 1$.

تعطى النتائج على أبسط شكل ممكن.

3. حلل العبارة T، ثم قيم x من اجل تكون العبارة T مساوية لـ 0.

تمرين- - 3D.11 كليرمون- فران

إليك العبارة الجبرية:

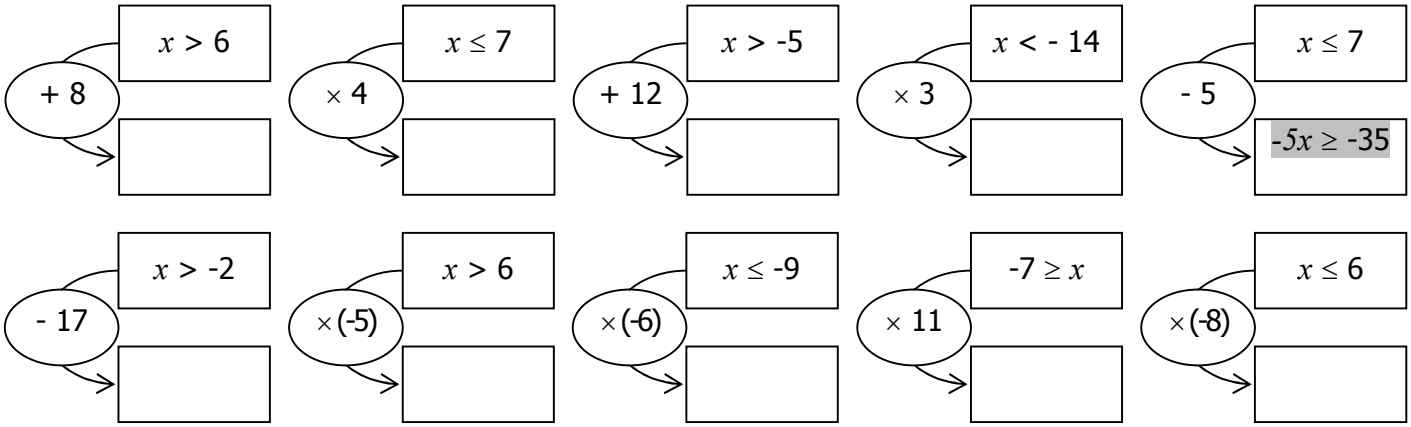
$D = (2x+3)^2 - (x-4)^2$

1. أنشر ثم بسط D.

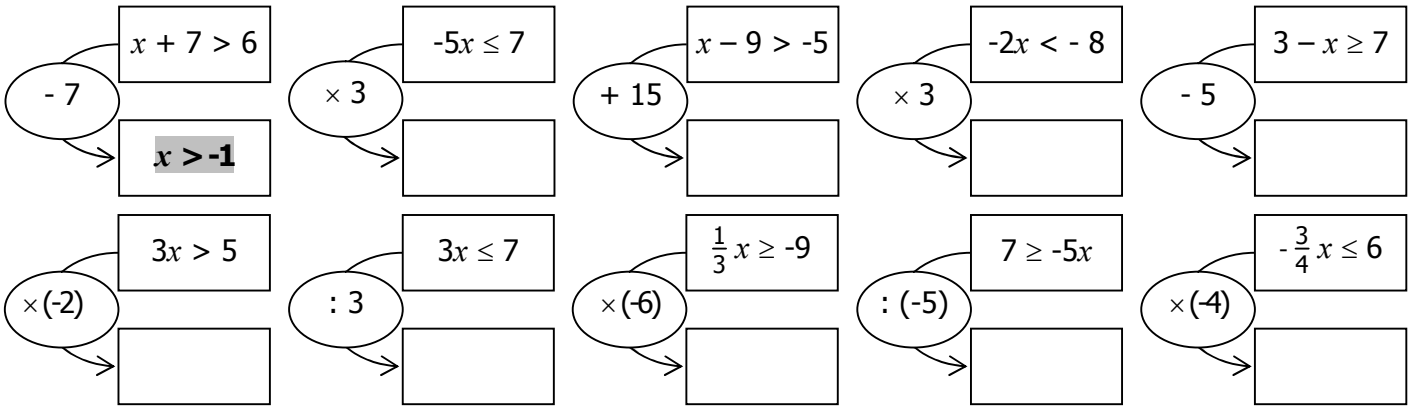
2. اكتب D على شكل جداء عاملين .

3. أحسب D من اجل $x = \sqrt{3}$. (تعطى القيمة المضبوطة لـ على الشكل $a + b\sqrt{3}$ ، مع a و b صحيحان).

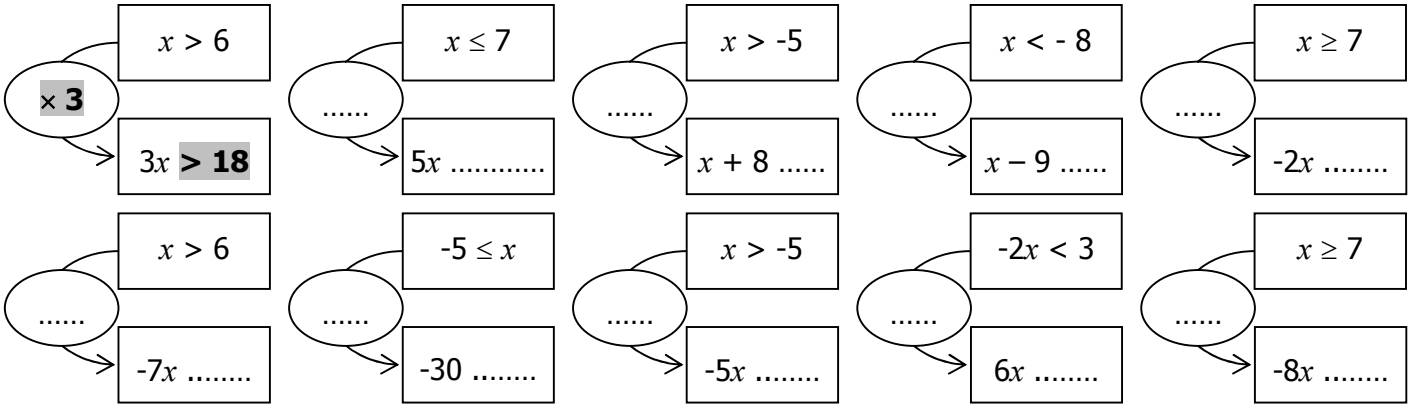
نشاط **- 4.1** حول كل متراجحة بملء الفراغ:



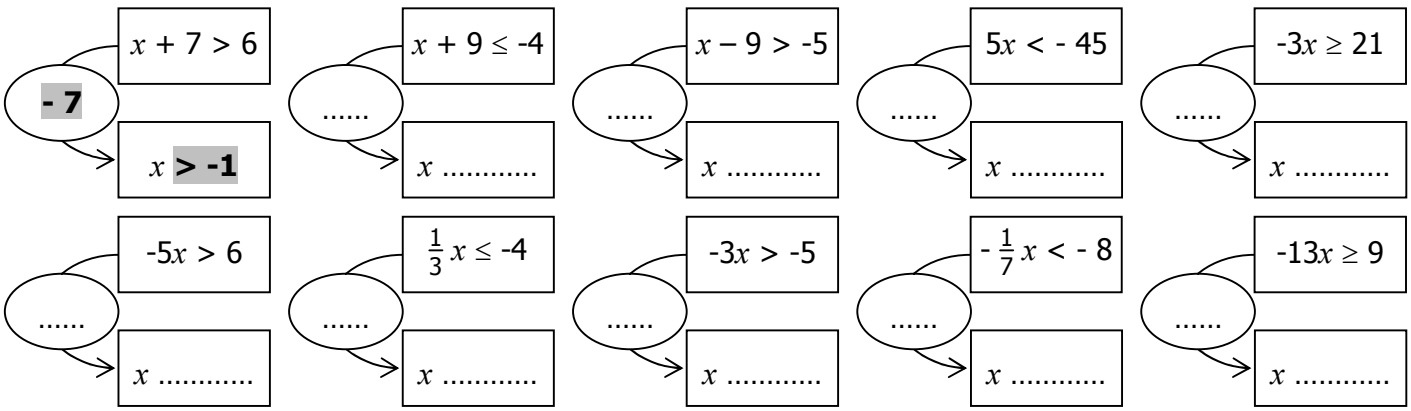
نشاط **- 4.2** حول كل متراجحة بملء الفراغ:



نشاط **- 4.3** اكمل الفراغ:



نشاط **- 4.4** اكمل الفراغ:



تمرين **– 4A.1** (ذهنيا) أشر للذي يكون حلا للمتراجحة من الأعداد الأربعةاسفلها :

$5x > 8$	$7x < -3$	$5x - 9 \geq 0$	$4x + 12 \leq 0$	$3x - 7 > x - 3$
☐ 0 ☐ 2	☐ 0 ☐ 2	☐ 3 ☐ -6	☐ 0 ☐ 2	☐ 0 ☐ 2
☐ -1 ☐ -3	☐ -2 ☐ -1	☐ -1 ☐ 2	☐ -1 ☐ -3	☐ -1 ☐ -3

تمرين **– 4A.2** إختبر المتراجحة $4x - 3 > 9 - 2x$ لمختلف قيم x .

a.إذا كانت $x = 1$

من ناحية: $4x - 3 = 4 \times 1 - 3$

$= 4 - 3$

$= 1$

ومن ناحية آخرى: $9 - 2x = 9 - 2 \times 1$

$= 9 - 2$

$= 7$

بما أن $7 > 1$ ، إذن **1** ليس حل للجملة

b.إذا كانت: $x = 2$

c.إذا كانت: $x = 3$

تمرين **4A.3** إختبر المتراجحة $4x + 18 \leq 4 - 3x$ لمختلف قيم x .

a.إذا كانت: $x = 2$	**b.إذا كانت:** $x = -5$	**c.إذا كانت:** $x = -2$

تمرين **- 4A.4** حل المتراجحات التالية:

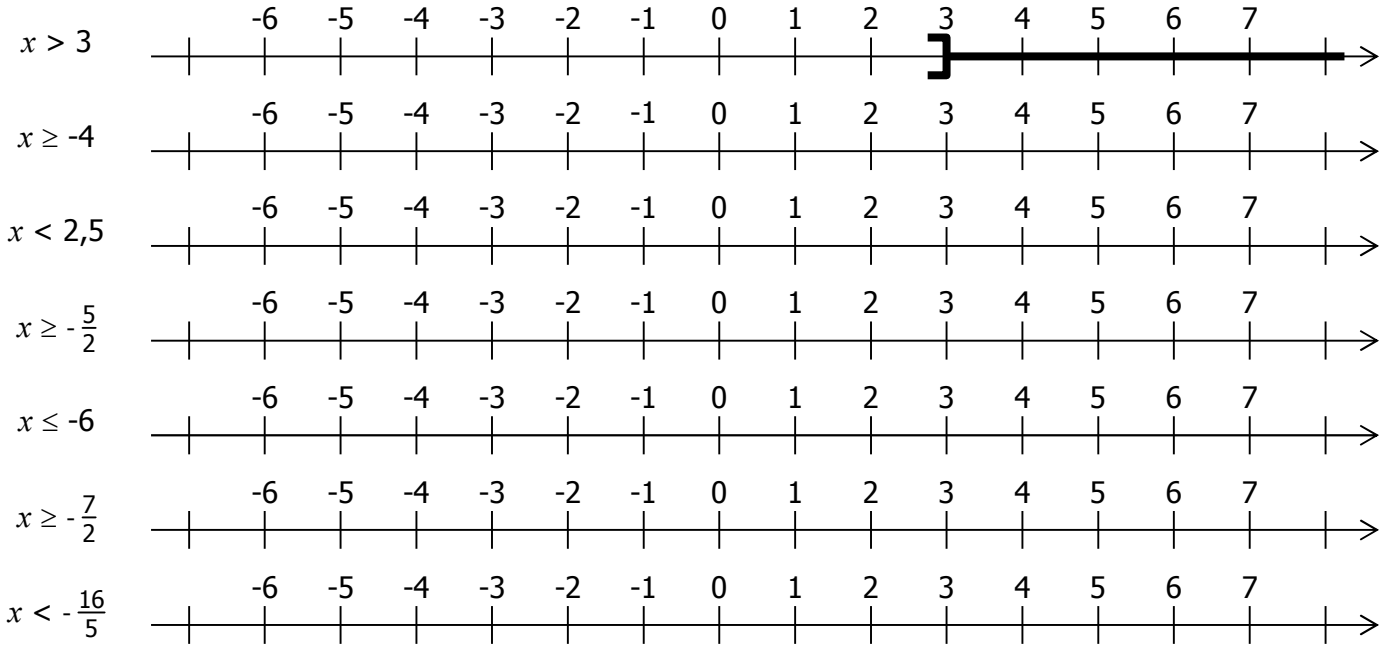
$5x > -2$	$x - 5 \leq 7$	$x + 2 \geq 5$	$7x < -3$	$-2x > 5$
$x > -\frac{2}{5}$				
$-5x \geq -35$	$42 < 6x$	$28 \leq -7x$	$-3x \geq -12$	$3x \leq -4$

تمرين **- 4A.5** حل المتراجحات التالية

$3x + 5 > -2$	$7x + 5 < -3$	$4 - 3x \geq 2$	$8x + 3 \leq 6$	$-3 > -5x + 7$
$3x > -2 - 5$				
$3x > -7$				
$x > -\frac{7}{3}$				
$8 - 7x \leq 4$	$7x + 2 > x + 6$	$-4x + 7 \leq 5 - x$	$5x + 9 < 3 - 4x$	$-7x + 1 \geq 4 + 3x$

تمرين **4B.1**

لون على المحور حلول كل متراجحة :



تمرين **4B.2**

حل المتراجحات التالية ثم مثل الحل

a. $50x + 300 > 1\,700$	**b.** $800x + 3\,000 \leq 14\,000$	**c.** $75x \leq 900 + 30x$	**d.** $9 - 3x > 4,5$
e. $34 - 2x \leq 25$	**f.** $5x - 3 > 7x - 95$	**g.** $3x \geq 24 - \frac{x}{2}$	**h.** $\frac{3x-2}{4} > 2$

تمرين - **4C.1 كليرمون فران.**
توفر شركة للاتصالات **"الو"** اشتراك شهري للهاتف 980 DA و 13DA للدقيقة. وتوفر شركة آخرى **"لاو"** للاتصالات اشتراك 950DA في الشهر و 14.5 DA للدقيقة.
x يعبر عن عدد الدقائق للاتصالات في الشهر.
1- عبر بدلالة x عن مبلغ الفاتورة عن شركة **الو**، ثم مبلغ فاتورة عن شركة **لاو** في شهر .
2- حدد مدد الاتصال الشهرية لكي تمكنك من اختيار عرض شركة الو؟

تمرين – **4C.2 جزر الانتيل .**
حل المتراجحة التالية: $4x - (x + 1) < 8x$.
مثل الحلول على محور (هشر الجزء الذي لا يمثل الحلول).

تمرين - **4C.3 بولينيزي**
حل المتراجحة : $3x - 2 \geq x - 4$.
مثل بيانيا، على مستقيم مدرج هذه الحلول (هشر الجزء الذي لا يناسب الحل).

تمرين – **4C.4 افريقيا**
إليك المتراجحة: $4x + 7 > 2 - 3x$
1. a هل العدد 0 حل لهذا المتراجحة؟ برر الإجابة.
b . هل العدد (-1) حل لهذا المتراجحة؟ برر الإجابة.
2 حل المتراجحة $4x + 7 > 2 - 3x$ ومثل الحلول على مستقيم موجه.

تمرين - **4C.5 بونديشيري.**
حل عدم المساواة التالية: $4x + 1 > -2x - 5$
اعط تمثيل بياني للحلول على مستقيم مدرج (هشر الجزء المظلل الذي لا يناسب).

تمرين- **4C.6 اميان**
1- من بين الأعداد : 0؛ (-4) ; (-5) ماهي التي تمثل حلا للمتراجحة: $-5x - 1 \leq 21$؟
2- حل عدم المساواة : $3x - 2 \geq x - 4$
مثل بيانيا الحلول على مستقيم مدرج (هشر الجزء المظلل الذي لا يناسب).

تمرين - **4C.7 ليموج.**
Soit $A = \frac{3x - 2}{4}$.
1.احسب A من اجل $x = \frac{7}{3}$. ثم العدد $\frac{7}{3}$
هل من حلول للمتراجحة: $\frac{3x - 2}{4} > 2$ ؟
2.حل المتراجحة $\frac{3x - 2}{4} > 2$.

تمرين- **4C.8 اميان.**
لاستخدام منشآتها، يقدم نادي جمباز الخيارات الثلاثة التالية:
الخيار1 : 80 DA لكل حصة ؛
الخيار2 : اشتراك سنوي 1 000 DA و 40 DA لكل حصة ؛
الخيار3 : اشتراك سنوية 3 000 DA وعدد الحصص غير محدود.
1- أكمل الجدول التالي:

عدد الحصص السنوية	10	40	60
التكلفة حسب **الخيار1**			
التكلفة حسب **الخيار2**			
التكلفة حسب **الخيار3**			

2 .عبر ، بدلالة x عدد الحصص السنوية:
a. التكلفة P_A لمستخدم **الخيار 1**
b. التكلفة P_B لمستخدم **الخيار 2**
3 .شخص يريد أن يصرف في السنة 2 400 DA لاستخدام مرافق النادي. كم عدد الحصص إذا اختار **الخيار 2** ؟
4 .لتكن المتراجحة: $80x < 1\,000 + 40x$
a. حل هذه المتراجحة.
b. أعط تفسيرا للنتيجة .

تمرين - **4C.9 مراكز أجنبية .2002**(بالتصرف)
عمر يريد تأجير أقراص علمية في مكتبة التي توفر الخيارين التاليين لإيجار يومي:
خيار 1 : 30 DA لكل قرص مستأجر.
الخيار 2: بطاقة 150 DA لمدة 6 أشهر مع 15 DA لكل قرص مستأجر.
1. a. إكمال الجدول التالي:.

عدد الأقراص المستأجرة خلال 6 أشهر / المبلغ المدفوع بـ DA	4	8	10	12
خبار 1				
خبار 2				

b . حدد الخيار الأكثر فائدة.
2 يسمى x عدد الأقراص المستأجرة من قبل عمر .
a. عبر بدلالة x عن المبلغ المدفوع A(x) حسب الخيار 1.
b.عبر بدلالة x المبلغ المدفوع B(x)حسب الخيار2.
3. حدد بالحساب أقل قيمة لـ x يكون فيها الخيار 2 أكثر فائدة من الخيار1 لمدة 6 شهور-

الاسم : _____

اختر من بين الإجابات الصحيحة منها .

1. $-2(2x - 5) - 5x + 5x + 3x = -4x + 2x + 2x + 3(4x - 4) - 2x$

   [A] $x = -5$
   [B] $x = 2$
   [C] $x = -4$
   [D] $x = 3$
2. $-2(-3x - 3) - 3x - (5x - 3) = -5(-2x - 1) - 2(5x - 5)$

   [A] $x = -3$
   [B] $x = 2$
   [C] $x = -4$
   [D] $x = 0$
3. $-(-x - 5) + 3 - (2x - 4) = -2(-3x - 1) - 2x$

   [A] $x = 2$
   [B] $x = -3$
   [C] $x = 5$
   [D] $x = 3$
4. $-2(-x + 3) - 5 - (2x + 3) = -3(2x - 2) - 3x + 4x$

   [A] $x = 4$
   [B] $x = -3$
   [C] ليس للمعادلة حل
   [D] كل الأعداد الحقيقية
5. $2(-2x + 2) - 2 - 5(3x - 5) = -(-5x - 4) + 5(-3x + 1)$

   [A] $x = -5$
   [B] $x = 1$
   [C] $x = 2$
   [D] $x = 4$
6. $-4(-2x + 2) - (-4x - 5) + 2x = -3x - 3(-3x + 5) - 2(-2x + 4)$

   [A] $x = -1$
   [B] $x = -5$
   [C] ليس للمعادلة حل
   [D] كل الأعداد الحقيقية
7. $2(-3x + 4) - 5 + 2(5x - 1) = -5x - 2(-3x - 2)$

   [A] $x = -1$
   [B] $x = -4$
   [C] $x = 1$
   [D] $x = -2$

8. $5x - 3x + 3x - 2(-5x - 1) = 5(2x + 3) - 2(-5x - 1)$

[A] $x = -3$
[B] $x = -4$
[C] ليس للمعادلة حل
[D] كل الأعداد الحقيقية

حل المعادلات التالية :

1. $4x - 2x - 2(3x + 2) + 3x = -x + 4(2x - 3)$
2. $-3x - 3x - 4(3x + 3) - 3x = 3 + 4 - (-3x + 3) - 4(5x + 3)$
3. $5x - 5x - 3(4x + 2) + 5(5x + 1) = -4(-3x + 1) + 5x - 2x - 3x$
4. $-5x + 4(4x + 2) + 4(-4x + 3) = -x - 4(3x + 3)$
5. $2(-2x - 3) - x - 5x + 4x = -3(-2x + 2) - 3x$
6. $5x + 4(-5x - 5) - 3x + 5x = 4x + 3x - 4(3x + 5) - 2x$
7. $-5(3x - 1) + 3x + 3(-5x - 1) = -2(4x - 1) - 4x$
8. $3(3x - 4) - 2 - 3(-2x - 1) = 5x - (4x - 3)$
9. $-1 - 2(2x + 2) + 4(-x - 2) = 5(-3x - 4) - (-4x - 4)$
10. $-x - 2(-4x + 1) - 5(-x - 1) = -3(5x + 3) + 4(-x + 3)$
11. $-4x - 4x - 3x - (-2x - 3) = 5 - 2(2x + 3) - 2(3x - 2)$
12. $-2(-2x - 4) - 4x - 5x - 2x = -5x + 4(-x - 4) - 4x + 3x - 5x$
13. $1 + 5(4x - 4) - 4(2x - 5) = -3(-4x - 4) - (-4x - 4) + 5$
14. $-3 + 3(-4x - 3) - 5(-5x + 2) = 2(5x - 3) - 5 - 2(2x - 5)$
15. $-5x - x + 2x - 2(4x + 2) = -5x - 2(3x - 4) + 5x$
16. $-4x + 4x - 2x - 4x + 4(-4x - 4) = -2(-3x - 4) - 3(5x + 2) - 5$
17. $-3x - 5(-3x + 1) + 5(-x + 2) = 3x + 3(-2x - 5)$
18. $-2(-x + 3) - 4 + 3(2x + 5) = -2x - (-4x - 3) + 4(2x - 2)$
19. $-(4x + 1) + 3x - 3(2x + 3) = 3x - (5x + 5) - 3x$
20. $4(-4x + 2) - 3 - 3(-x + 1) = 2(4x + 4) + 3x$

21. $4x - 5(-4x + 5) - 2(2x + 1) = 3(3x + 5) - 3(-5x + 2) - 4x$

22. $-(-5x - 3) + 4x + 2(-2x + 4) - 5x = 3x - 5x - (3x + 2) + 5x$

23. $4(3x + 3) - 5(-x + 3) + 3(-3x - 3) = 2 - 2(2x + 4) - 4(-3x + 5)$

24. $-3x + 3(5x + 1) - (3x - 5) = 4x - 3x + 3(3x + 2) - x$

25. $-4(2x - 2) - 4x + 4(-x - 3) = 4(-4x + 1) - 3x + 3x$

26. $4(-3x - 2) + 3(2x + 2) + 5x = -4(2x + 4) - 3(-x - 2) + 2(2x + 4)$

27. $-5(3x - 1) + 1 + 2(5x + 2) = -2(2x - 5) - x$

28. $-4x + 5x - 3(-2x - 4) + 2x = 2(-3x + 1) + 5(3x + 2)$

29. $5(5x + 2) - 4x - 4(3x + 2) + 5x = -(-4x + 1) - 1 - 2(-5x - 2)$

30. $-3x + 5(3x + 2) + 5(4x + 2) = -5(-4x - 4) + 1 + 2 + 3(4x - 1)$

الفهرس

حسابات بسيطة من الجذور التربيعية
حسابات بسيطة من الجذور التربيعية
التعريف والحسابات البسيطة
النشر والتبسيط
المعادلات والحسابات
التبسيط الجذور التربيعية
مسائل شهادات
الجذور التربيعية "تمارين من المغرب "
لعبة الجذور التربيعية

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
العمليات الحسابية الأساسية على الجذور (جذور تربيعية)	*نعرف أنه من اجل كل عدد موجب* a، $\sqrt{a}$ *هو العدد الموجب الذي مربعه* a. ▪ *في الأمثلة العددية حيث:* a *عدد موجب نستخدم المساواة:* $(\sqrt{a})^2 = a$ و $\sqrt{a^2} = a$ ▪ *نحدد في الأمثلة العددية قيم* x *في المعادلة:* $x^2 = a$ *حيث* a *عدد موجب*	▪ اللمسة $\sqrt{\ }$ من الحاسبة ,الذي استعملناه في السنة 3متوسط لنتحصل على قيمة مقربة للجذر التربيعي ▪ العمل المعتمد على المتطابقات الشهيرة يسمح لنا بكتابة مساويات مثل: $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$ $(\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2}$
ضرب وحاصل قسمة جذرين	في الأمثلة العددية، حيث: a و b اعداد طبيعية موجبة نستعمل : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ ، $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (b \neq 0)$ $\sqrt{a^2 b} = a.\sqrt{b}$	هذه النتائج، التي يمكن إثباتها من تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب، تسمح بكتابة المساويات حيث: $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$; $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ يمكن للتلميذ أن يتحصل على كتابة للعدد على شكل أفضل من الشكل المعطى.

الجذر التربيعي لعدد موجب .

ليكن a عددا موجبا

نسمى **الجذر التربيعي** للعدد a (ونكتب $\sqrt{a}$) **العدد** الموجب الذي مربعه a

وهذا يعني:

من أجل كل عدد موجب «a» فإن : $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

أمثلة:

$3^2 = 9$ و $(-3)^2 = 9$ إذن الجذر التربيعي لـ 9 هو 3 .ونكتب $\sqrt{9} = 3$

$(1,5)^2 = 2,25$ و $(-1,5)^2 = 2,25$ إذن الجذر التربيعي لـ 2,25 هو 1,5 .ونكتب $\sqrt{2,25} = 1,5$.

تنويه:

$\sqrt{0} = 0$ (قيمة مقربة)

$\sqrt{1} = 1$

$\sqrt{2} \approx 1,414\ 213\ 562\ldots$ (قيمة مضبوطة)

ملاحظة:

بما أن مربع عدد دائما موجب ، فإنه لا يوجد جذر تربيعي لعدد سالب

II. المعادلات من الشكل « $x^2 = a$ » .

مثال :

المعادلة $x^2 = 5$ تقبل حلين هما $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$.

وفي الواقع:

إذا كانت: $x = \sqrt{5}$ ، إذن $x^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$.

إذا كانت: $x = -\sqrt{5}$ ، إذن: $x^2 = \left(-\sqrt{5}\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$.

قاعدة:

إذا كان: a عدد موجب، المعادلة « $x^2 = a$ » تقبل حلين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.

ملاحظات:

إذا كان: $a = 0$، المعادلة « $x^2 = 0$ » لا تقبل إلا حلا واحدًا لأن : $\sqrt{0} = -\sqrt{0} = 0$.

إذا كان: a سالبا ، المعادلة « $x^2 = a$ » ليس لها حل لأن : مربع عدد دائما موجبا.

III. الحساب على الجذور التربيعية .

إذا كان : a و b عددان موجبان فإن : و

$\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ $\quad \sqrt{a^2.b} = a.\sqrt{b}$ $\quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ حيث **(b≠0)**

أمثلة :

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{5}{3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

من المتفق عليه، اننا نحاول دائما كتابة الجذر التربيعي بصورته البسيطة، يعني:

- نبسط الجذور التربيعية «نخرج المربعات التامة ».
- لانترك جذورا تربيعية في المقام.

كتابة غير مبسطة	$\sqrt{12}$	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
كتابة مبسطة	$2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$

تمرين1A.1
أكمل الفراغ:

a.	$\sqrt{\ldots\ldots} = 3$	إذن	$3^2 = \ldots\ldots$
b.	$\sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$	إذن	$17^2 = 289$
c.	$\sqrt{\ldots\ldots} = 4$	إذن	$4^2 = \ldots\ldots$
d.	$\sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$	إذن	$12^2 = 144$
e.	$\sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$	إذن	$6^2 = \ldots\ldots$
f.	$\sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$	إذن	$\ldots\ldots^2 = 16$
g.	$\sqrt{25} = \ldots\ldots$	إذن	$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots$
h.	$\sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$	إذن	$7^2 = \ldots\ldots$
i.	$\sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$	إذن	$\ldots\ldots^2 = 81$
j.	$\sqrt{64} = \ldots\ldots$	إذن	$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots$

تمرين1A.2
احسب ذهنيا:

a.	$\sqrt{4} =$	**b.**	$\sqrt{100} =$
c.	$\sqrt{900} =$	**d.**	$\sqrt{0,01} =$
e.	$\sqrt{(3,14)^2} =$	**f.**	$\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} =$
g.	$\sqrt{\frac{9}{25}} =$	**h.**	$\sqrt{\frac{49}{36}} =$
i.	$\sqrt{\frac{1}{81}} =$	**j.**	$\sqrt{\frac{121}{100}} =$

تمرين1A.3
احسب ذهنيا:

a.	$\sqrt{3\,600} =$	**b.**	$\sqrt{0,04} =$
c.	$\sqrt{1\,000\,000} =$	**d.**	$\sqrt{10^6} =$
e.	$\sqrt{10^{14}} =$	**f.**	$\sqrt{10^{-4}} =$
g.	$\sqrt{4 \times 10^8} =$	**h.**	$\sqrt{25 \times 10^{-12}} =$
i.	$\sqrt{(-7)^2} =$	**j.**	$\sqrt{(-1)^2} =$

تمرين1A.4
بسط العبارات التالية:

a.	$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2\sqrt{2} =$
b.	$5\sqrt{5} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{5} =$
c.	$-4\sqrt{11} + 11\sqrt{13} + 13\sqrt{11} =$
d.	$3\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 5\sqrt{7} + 7\sqrt{5} =$
e.	$-8\sqrt{2} - 2\sqrt{11} + 3\sqrt{11} - 7\sqrt{2} =$

تمرين1A.5
احسب الجداءات التالية :

a.	$\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} =$	**b.**	$2\sqrt{7} \times 5\sqrt{7} =$
c.	$3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} =$	**d.**	$-\sqrt{2} \times \sqrt{2} =$
e.	$-3\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2}) =$	**f.**	$7\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3}) =$
g.	$5\sqrt{5} \times (-2\sqrt{5}) =$	**h.**	$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} =$

تمرين1A.6
احسب المربعات:

a.	$(\sqrt{5})^2 =$	**b.**	$(3\sqrt{2})^2 =$
c.	$(-2\sqrt{3})^2 =$	**d.**	$(2\sqrt{11})^2 =$
e.	$(5\sqrt{2})^2 =$	**f.**	$(6\sqrt{3})^2 =$
g.	$(-2\sqrt{7})^2 =$	**h.**	$(-9\sqrt{11})^2 =$

تمرين1A.7
اكتب على الشكل « $a + b\sqrt{c}$ » (a, b و c أعداد نسبية صحيحة و$c>0$)

a.	$2(3+\sqrt{5}) =$
b.	$3(6-\sqrt{2}) =$
c.	$5(3\sqrt{2}+4) =$
d.	$-3(5\sqrt{3}-7) =$
e.	$\sqrt{3}(4+\sqrt{3}) =$
f.	$3\sqrt{2}(4+\sqrt{2}) =$
g.	$2\sqrt{3}(5-2\sqrt{3}) =$
h.	$-2\sqrt{5}(3\sqrt{5}+2) =$
i.	$5\sqrt{7}(-4+3\sqrt{7}) =$
j.	$-9\sqrt{11}(-2\sqrt{11}-6) =$

تمرين1B.1
احسب:

$A = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+3)$

$B = (\sqrt{5}+2)(1+\sqrt{5})$

$C = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-3)$

$D = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$

تمرين1B.2
احسب:

$A = (\sqrt{2}+1)^2$

$B = (\sqrt{3}+2)^2$

$C = (\sqrt{5}-2)^2$

$D = (5+\sqrt{7})^2$

تمرين1B.3
احسب:

$A = 3\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$

$B = (2\sqrt{5}+2)(1-3\sqrt{5})$

$C = 7\sqrt{3}(3-5\sqrt{3})$

$D = (5\sqrt{2}-4)(3-8\sqrt{2})$

تمرين1B.4
احسب:

$A = (3\sqrt{2}+1)^2$

$B = (2\sqrt{3}+1)^2$

$C = (2\sqrt{5}+3)^2$

$D = \sqrt{2}(5+3\sqrt{2})^2$

تمرين1B.5
احسب:

$A = 2\sqrt{3}(7\sqrt{3})^2$

$B = 3\sqrt{7}(2-11\sqrt{7})^2$

$C = 2\sqrt{7}(1-3\sqrt{7})(2\sqrt{7}-3)$

تمرين1B.6
انشر :

$A = (x+\sqrt{2})^2$

$B = (\sqrt{3}-x)^2$

$C = (x-2\sqrt{5})(x+2\sqrt{5})$

تمرين2A.1

أوجد حلول المعادلات:

a. $x^2 = 5$ ومنه: $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$ للمعادلة حلان هما: $\sqrt{5}$ و$-\sqrt{5}$	**b.** $x^2 = 3$
c. $x^2 = 16$	**d.** $x^2 = 0$
e. $x^2 = 1$	**f.** $x^2 = -2$

تمرين2A.2

حل المعادلات التالية:

a. $x^2 - 2 = 3$ ومنه: $x^2 = 3 + 2$ ومنه: $x^2 = 5$ ومنه: $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$ للمعادلة حلان هما: $\sqrt{5}$ و$-\sqrt{5}$	**b.** $x^2 + 6 = 8$
c. $5 - x^2 = -2$	**d.** $-13 - x^2 = 11$
e. $5x^2 = 15$	**f.** $3x^2 = 12$
g. $17 - 7x^2 = 3$	**h.** $6 + 2x^2 = 5$
i. $5x^2 + 7 = 2x^2 - 16$	**j.** $x^2 - 14 = 5x^2 - 50$

تمرين 2A.3

أُحْسُبْ بلا حاسبة:

a. $\sqrt{2} \times \sqrt{50} =$	
b. $\sqrt{12} \times \sqrt{3} =$	
c. $\sqrt{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{500} =$	
d. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{6} =$	

تمرين2A.4

أُحْسُبْ بلا حاسبة:

a. $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} =$	
b. $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} =$	
c. $\dfrac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{14} \times \sqrt{3}} =$	
d. $\dfrac{\sqrt{18} \times \sqrt{6}}{\sqrt{15} \times \sqrt{5}} =$	

تمرين2A.5

أُكْتُبْ على شكل $a + b\sqrt{c}$ مع a ، b عدادان صحيحان و c موجب

$A = \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5})$	$B = 5\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 4\sqrt{5})$
$C = (\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$	$D = (3\sqrt{7} - 7\sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{7})$

تمرين2A.6

أُكْتُبْ على شكل $a + b\sqrt{c}$ مع a ، b عدادان صحيحان و c موجب

$A = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$	$B = (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$
$C = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})^2$	$D = (5\sqrt{7} - 3\sqrt{2})^2$

تذكير (مربعات الـ 16 عدد طبيعي الأولى)

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$
$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$
$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$
$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$	$16^2 = 256$

تمرين **2B.1**

اكتب كل عدد على الشكل : « $a^2 \times b$ »

a.	18	=	9×2	= $3^2 \times 2$
b.	12	=	×	= ×
c.	24	=	×	= ×
d.	28	=	×	= ×
e.	45	=	×	= ×
f.	72	=	×	= ×
g.	150	=	×	= ×
h.	675	=	×	= ×
i.	288	=	×	= ×
j.	588	=	×	= ×

تمرين **2B.2**

a. اكتب على الشكل $a\sqrt{2}$ حيث a طبيعي:

$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt{50} =$
$\sqrt{98} =$	$\sqrt{162} =$

b. اكتب على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a طبيعي:

$\sqrt{27} =$	$\sqrt{12} =$
$\sqrt{192} =$	$\sqrt{300} =$

c. اكتب على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a طبيعي:

$\sqrt{45} =$	$\sqrt{20} =$
$\sqrt{245} =$	$\sqrt{80} =$

d. اكتب على الشكل $a\sqrt{6}$ حيث a طبيعي:

$\sqrt{150} =$	$\sqrt{96} =$
$\sqrt{384} =$	$\sqrt{216} =$

e. اكتب على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a طبيعي:

$\sqrt{468} =$	$\sqrt{637} =$
$\sqrt{2\,925} =$	$\sqrt{1\,573} =$

تمرين **2B.3**

اكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ مع a و b طبيعيين و b اقل عدد طبيعي ممكن :

a.	$\sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10}$
b.	$\sqrt{99} =$
c.	$\sqrt{54} =$
d.	$\sqrt{63} =$
e.	$\sqrt{32} =$
f.	$\sqrt{288} =$
g.	$\sqrt{675} =$
h.	$\sqrt{72} =$
i.	$\sqrt{845} =$
j.	$\sqrt{847} =$

تمرين **2B.4**

اكتب على الشكل $\frac{a}{\sqrt{b}}$ مع a و b طبيعيين:

$\sqrt{\frac{16}{5}} =$	$\sqrt{\frac{9}{7}} =$	$\sqrt{\frac{4}{3}} =$

تمرين **2B.5**

اكتب على الشكل $\frac{\sqrt{a}}{b}$ مع a و b طبيعيين:

$\sqrt{\frac{13}{25}} =$	$\sqrt{\frac{5}{36}} =$	$\sqrt{\frac{2}{9}} =$

تمرين **2B.6**

أُكْتُبْ على الشكل $\frac{\sqrt{a}}{b}$ أو $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ مع a ، b ، c أعداد طبيعية:

$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{4}{\sqrt{7}} =$
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} =$	$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{11}} =$
$\sqrt{\frac{4}{5}} =$	$\sqrt{\frac{7}{2}} =$	$\sqrt{\frac{1}{3}} =$

تمرين 3A.1 مرسيليا.

ليكن العدد : $B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$

اكتب B على شكل عدد صحيح.

تمرين - 3A.2 بوردو.

احسب :

$A = \sqrt{1\,053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

تعطى النتيجة على شكل $\mathbf{a\sqrt{13}}$ حيث: a عدد صحيح

تمرين - 3A.3 كاين.

اكتب العدد $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$ على الشكل $\mathbf{a\sqrt{b}}$ حيث a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

تمرين - 3A.4 كليرمون-فران.

اليك العبارة الجبرية :

$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$

1. اثبت ان D بعد النشر والتبسيط تكتب على الشكل :

$D = 14x^2 - 9x - 18$

2. احسب قيمة D من أجل $x = \frac{3}{2}$ ثم من اجل $x = \sqrt{2}$.

أُكْتُبْ النتيجة الثانية على الشكل $a + b\sqrt{2}$ مع a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

تمرين - 3A.5 غرونوبل.

ليكن العدد :

$C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

a. أُكْتُبْ C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث: a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

b. بَيِّنْ ، مع إبراز خطوات الحساب ، بأن C^2 عدد طبيعي

تمرين - 3A.6 ليموج.

ليكن العدد:

$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$

اكتب العدد C على شكل $a + b\sqrt{6}$ حيث: a و b هما عددان نسبيان صحيحان.

تمرين - 3A.7 نانت.

ليكن العدد A حيث: $A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$

اثبت أن: $A = 0$

تمرين - **3A.8 أورليان تورس .**

I. إليك العبارة الجبرية التالية :

$K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$

1. أنشر وبسط العبارة K(x) .

2. أحسب $K(\sqrt{2})$.

II . نضع:

$N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

أُكْتُبْ العدد N على شكل $p\sqrt{q}$ ، حيث: p عدد نسبي و q عدد طبيعي أصغر ما يمكن

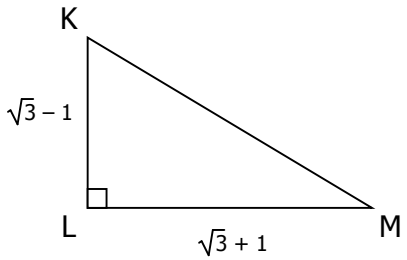
تمرين- - 3A.9 باريس.

1. $D = \sqrt{3} - 1$ و $E = \sqrt{3} + 1$

a. أنشر D^2 و E^2 ثم أعط النتيجة على الشكل $a + \sqrt{b}$ حيث: a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

b . بين أن: $D \times E$ عدد طبيعي .

2 . المثلث KLM قائم في L .



a . احسب القيمة المضبوطة للطول KM.

b . احسب مساحة المثلث KLM.

تمرين - 3A.10 أفريقيا.

ليكن العدد:

$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$

اكتب A على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث:a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

تمرين - 3A.11 أفريقيا.

ليكن العدد:

$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

اكتب B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث:a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

تمرين - 3A.12 جزر الأنتيل.

ليكن العدد:

$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$

اكتب B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث:a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

تمرين – 3A.13 بوند يشيري.

1. احسب:

$B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$

2. احسب:

$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$

تعطى النتيجة على الشكل a عدد صحيح و b عدد طبيعي اصغر ما يمكن .

تمارين حول الجذور التربيعية

تمرين 1

بسط ما يلي:

$$\sqrt{16} \;;;\; \sqrt{81} \;;;\; \sqrt{25} \;;;\; (-\sqrt{3})^2 \;;;\; \frac{1}{(-\sqrt{7})^{-4}} \;;;\; \sqrt{50} \;;;\; \sqrt{0,001}$$

$$\sqrt{\frac{16}{9}} \;;;\; \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} \;;;\; (\sqrt{7})^8 \;;;\; (\sqrt{5})^5$$

تمرين 2

بسط ما يلي:

$$A = 3\sqrt{2} - 11\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \;;;\; B = 5\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{8} \;;;\; C = \frac{1}{2}\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \frac{3}{4}\sqrt{20}$$

$$D = \left(\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)^2 \left(\sqrt{\sqrt{5}+2}\right)^2 \;;;\; E = 9\sqrt{7}^2 - 12\sqrt{21} + 4\sqrt{3}^2$$

تمرين 3

أحسب ما يلي:

$$A = \sqrt{25} + 2\sqrt{16} - 7\sqrt{81} \;;;\; B = 3\sqrt{(-7)^2} \times (-\sqrt{36}) + \frac{1}{\sqrt{4}} \times 2\sqrt{100}$$

$$C = 5\sqrt{400} - 2\sqrt{1} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \;;;\; D = \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2 - \left(\frac{2}{2\sqrt{3}}\right)^{-2} + \frac{\sqrt{3}^2}{-\sqrt{11}^2}$$

تمرين 4

أنشر ثم بسط ما يلي:

$$A = \sqrt{5}(-1+\sqrt{5}) \;;;\; B = -\frac{\sqrt{2}}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2}\right) \;;;\; C = (2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1)$$

$$D = (\sqrt{5}-2\sqrt{6})(\sqrt{5}+2\sqrt{6}) \;;;\; E = -\sqrt{2}(1-\sqrt{3}) + \sqrt{3}(-\sqrt{2}+2) \;;;$$

$$F = (3\sqrt{2}+1)^2 - (5-4\sqrt{2})^2 + (3-5\sqrt{2})(3+5\sqrt{2})$$

تمرين 5

x عدد حقيقي. أنشر ثم بسط ما يلي:

$$A = (x+\sqrt{2})^2 \;;;\; B = (3x-2\sqrt{3})^2 \;;;\; C = (x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7})$$

$$D = (2x-\sqrt{5})(2x+\sqrt{5}) \;;;\; E = (3x\sqrt{2}-\sqrt{11})(3x\sqrt{2}+\sqrt{11})$$

الأستاذ: المهدي عنيس "المغرب" (بالتصرف)

تمرين 6

x عدد حقيقي. حلل ما يلي:

$$A=9x^2-5 \quad ;; \quad B=7-x^2 \quad ;; \quad C=2x^2-11 \quad ;; \quad D=x^2-\frac{3}{16}$$

$$E=9x^2-\frac{5}{3} \quad ;; \quad F=3x^2-\frac{6}{9} \quad ;; \quad G=\frac{1}{3}x^2-8 \quad ;; \quad H=\frac{3}{4}x^2-\frac{5}{9}$$

تمرين 7

اكتب ما يلي بدون الجذر التربيعي:

$$a=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \quad ;; \quad b=\frac{\sqrt{28}}{2\sqrt{63}} \quad ;; \quad c=\frac{\sqrt{50}+3\sqrt{8}}{5\sqrt{2}} \quad ;; \quad d=\frac{\sqrt{3\times4\times9}}{\sqrt{3}\times\sqrt{144}}$$

$$e=2\sqrt{5}\times3\sqrt{20} \quad ;; \quad f=\sqrt{6}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3} \quad ;; \quad g=\frac{\sqrt{5}(1-2\sqrt{5})}{\sqrt{5}-10} \quad ;; \quad h=\sqrt{\frac{27}{0,7}}\times\sqrt{\frac{70}{3}}$$

تمرين 8

اكتب ما يلي على شكل عدد عشري:

$$a=\sqrt{0,9}\times\sqrt{0,4} \quad ;; \quad b=\sqrt{2,5}\times\sqrt{3,6} \quad ;; \quad c=\sqrt{3}\times\sqrt{0,27}$$

$$d=\sqrt{1,5}\times\sqrt{0,1}\times\sqrt{0,6} \quad ;; \quad e=\sqrt{2,5}\times\sqrt{0,5}\times\sqrt{5} \quad ;; \quad f=\frac{\sqrt{1,44}}{\sqrt{0,04}}$$

تمرين 9

حل المعادلات الآتية:

$$x^2-7=0 \quad ;; \quad x^2=11 \quad ;; \quad x^2+3=0 \quad ;; \quad x^2-25=0 \quad ;; \quad x^2=121 \quad ;; \quad \frac{x^2}{4}=5$$

$$4x^2=16 \quad ;; \quad 9x^2-8=0 \quad ;; \quad 3x^2-4=0 \quad ;; \quad 7x^2=5 \quad ;; \quad 2x^2=6 \quad ;; \quad \frac{2x^2}{3}=4$$

تمرين 10

احسب الجذر التربيعي لكل من الأعداد الآتية:

$$81 \quad ;; \quad 169 \quad ;; \quad (-4)^2 \quad ;; \quad \left(\frac{-7}{3}\right)^4 \quad ;; \quad 10^8$$

$$0,0009 \quad ;; \quad 10^{-8} \quad ;; \quad \frac{9}{16} \quad ;; \quad \frac{-25}{-9}$$

تمرين 11

اجعل مقامات النسب التالية أعداد ناطقة:

$$a=\frac{3}{\sqrt{11}} \quad ;; \quad b=\frac{11}{2\sqrt{5}} \quad ;; \quad c=\frac{-2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$$

$$d=\frac{1}{\sqrt{3}+1} \quad ;; \quad e=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-4} \quad ;; \quad f=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$$

تمرين 12

الأستاذ: المهدي عنيس "المغرب" (بالتصرف)

احسب وبسط ما يلي:

$$E=\sqrt{2}\times\sqrt{8} \quad ;; \quad F=\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} \quad ;; \quad G=\sqrt{3}+\sqrt{12}-\frac{3}{4}\sqrt{48} \quad ;; \quad H=\sqrt{\frac{11}{9}+\sqrt{\frac{25}{81}}}$$

$$I=9\sqrt{8}-6\sqrt{50}+4\sqrt{18} \quad ;; \quad J=\sqrt{27}-\frac{4}{7}\sqrt{147} \quad ;; \quad K=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{12}{16}}-3\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$L=2\sqrt{18}-3\sqrt{8} \quad ;; \quad M=\frac{\sqrt{75}\times\sqrt{48}}{\sqrt{12}} \quad ;; \quad N=\sqrt{0,08}\times\sqrt{32}$$

تمرين 13

اجعل مقامات النسب التالية أعداد ناطقة:

$$\frac{2}{\sqrt{7}} \quad ;; \quad \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{5}+2} \quad ;; \quad \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \quad ;; \quad \frac{4}{3-\sqrt{2}} \quad ;; \quad \frac{2+3\sqrt{2}}{2-3\sqrt{2}} \quad ;; \quad \frac{\sqrt{5}+2}{3-\sqrt{2}}$$

تمرين 14

بسط الأعداد الآتية:

$$A=2\sqrt{18}-3\sqrt{8} \quad ;; \quad B=\sqrt{63}-\sqrt{112}+\sqrt{700} \quad ;; \quad C=\sqrt{45}+\sqrt{80}-\sqrt{45}-\sqrt{80}$$

$$D=-8\sqrt{27}+\frac{5}{2}\sqrt{12} \quad ;; \quad E=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{40} \quad ;; \quad F=\sqrt{0,08}\times\sqrt{32} \quad ;; \quad G=5\sqrt{0,72}$$

$$H=\frac{\sqrt{75}\times\sqrt{48}}{\sqrt{12}} \quad ;; \quad I=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{70}}{\sqrt{5}} \quad ;; \quad J=\sqrt{\frac{8}{7}}\times\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{24}}$$

تمرين 15

بسط ما يلي:

$$\sqrt{a^7\times b^3} \quad ;; \quad \sqrt{a^5\times b^4} \quad ;; \quad \sqrt{a^4\times b^6}$$

$$\sqrt{3^2\times 5^5} \quad ;; \quad \sqrt{3^3\times 2^7} \quad ;; \quad \sqrt{396}$$

تمرين 16

بسط الأعداد الآتية:

$$\sqrt{20}\times\sqrt{45} \quad ;; \quad \sqrt{20}+\sqrt{45} \quad ;; \quad \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$$

$$A=2\sqrt{3}+\sqrt{27}-3\sqrt{48} \quad ;; \quad B=\sqrt{245}-2\sqrt{0}+\frac{1}{3}\sqrt{45} \quad ;; \quad C=\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2$$

تمرين 17

1) – انشر $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$

2) – استنتج تبسيطا للعدد : $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

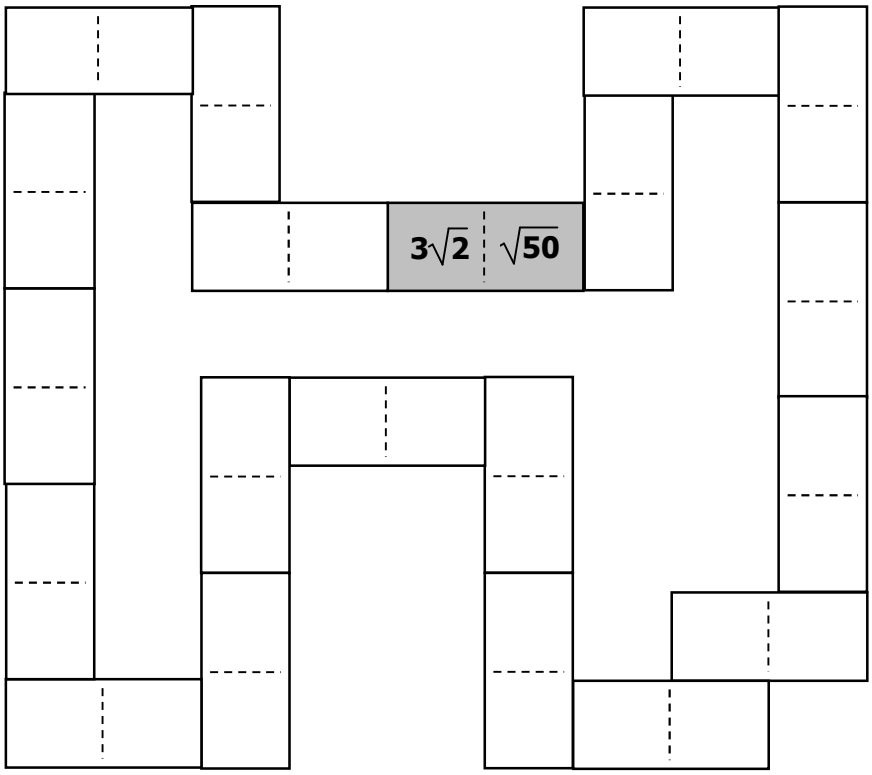
3) – احسب ما يلي : $A=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}$;; $B=\sqrt{7-4\sqrt{3}}\times\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

وفقك الله تعالى

الأستاذ: المهدي عنيس "المغرب " (بالتصرف)

انسخ هذه البطاقات في كل بطاقة عددين و التي تشه الدومينو :**نضع كل عدد بجانب العدد المساوي له من البطاقة الموضوعة.** بين العمليات الحسابية في الجدول أدناه.

$6\sqrt{3}$ | $\sqrt{12}$	$4\sqrt{5}$ | $\sqrt{18}$	$4\sqrt{3}$ | $\sqrt{20}$	$2\sqrt{3}$ | $\sqrt{24}$
$5\sqrt{3}$ | $\sqrt{27}$	$8\sqrt{2}$ | $\sqrt{32}$	$3\sqrt{6}$ | $\sqrt{45}$	$5\sqrt{2}$ | $\sqrt{48}$
$3\sqrt{2}$ | **$\sqrt{50}$**	$2\sqrt{5}$ | $\sqrt{54}$	$6\sqrt{5}$ | $\sqrt{72}$	$4\sqrt{6}$ | $\sqrt{75}$
$11\sqrt{2}$ | $\sqrt{80}$	$2\sqrt{6}$ | $\sqrt{96}$	$10\sqrt{2}$ | $\sqrt{98}$	$3\sqrt{5}$ | $\sqrt{108}$
$3\sqrt{3}$ | $\sqrt{128}$	$4\sqrt{2}$ | $\sqrt{180}$	$6\sqrt{2}$ | $\sqrt{200}$	$7\sqrt{2}$ | $\sqrt{242}$



$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

الفهرس

- دوال خطية - دوال تآلفية (توجيه)
- اكتشاف الدوال الخطية والتآلفية
- تمثيلات بيانية
- تصنيفات مختلفة
- دوال خطية (حسابات)
- دوال خطية (حسابات – تمثيل بياني)
- دوال تآلفية (حسابات)
- دوال تآلفية (تحديد a وb)
- دوال تآلفية (التمثيل البياني)
- دوال تآلفية (التمثيل البياني 2)
- الدوال الخطية والنسب المئوية
- النسب (تغيرات السعر)
- النسب المئوية (الفضول)
- مسائل من شهادات
- مسائل من شهادات (النسب المئوية)

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
الدالة الخطية	التعرف على الكتابة $x \longrightarrow a\,x$ من أجل قيمة ثابتة لـ a	التعرف على دالة خطية، ذات المعامل a ، يعتمد على دراسة حالات التناسبية في السنوات السابقة يمكن استخدامها في جداول تناسبية وسيسلط الضوء على مطابقة عملية "أضرب في العدد a " وكذلك للنسب المئوية بالزيادة أو بالنقصان ؛ على سبيل المثال، زيادة بنسبة % 5 يتم الضرب في 1.05 وتخفيض بنسبة % 5 هو أن نضرب في 0.95.
	تحديد العبارة الجبرية لدالة خطية من البيانات الخاصة بعدد غير صفري وصورتها. تمثيل دالة خطية بيانيا. قراءة صورة عدد معطى وقراءة عدد لصورة معطاة في التمثيل البياني لدالة خطية	دراسة الدالة الخطية أيضا فرصة لاستعمال ترميز $x \mapsto a.x$ صورة عدد بدالة. وأيضا الكتابات f(2)، f(-0,25)، .. تجدر الإشارة إلى أن الأقواس لها توظيفات أخرى في الحساب الجبري خاصية طالس تسمح بإثبات أن التمثيل البياني لدالة خطية هو مستقيم يمر بالمبدأ؛ هذا المستقيم له معادلة من الشكل $y = a\,x$. وسيتم التفسير البياني للعدد a، المسمى معامل التوجيه. هذه هي فرصة لتعلم بوجود دوال تمثيلها البياني ليس مستقيم (على سبيل المثال، تبحث كيفية تغير مساحة مربع حيث طول ضلعه يتغير من 1 إلى 3).
الدالة التآلفية. الدالة التآلفية والدالة الخطية المرتبطة بها.	معرفة الكتابة $x \longmapsto ax+b$ حيث العددين a و b ثابتين تحديد دالة تآلفية بإعطاء عددين وصورتيهما الرسم البياني لدالة تآلفية . القراءة على التمثيل البياني لدالة تآلفية صورة عدد معين كذلك عدد لصورة معينة	بالنسبة للقيمتين a و b الثابتتين، سيتم أيضًا توضيح عملية المطابقة بأنها "أضرب في a ، ثم أضيف b " . يمكن الحصول على التمثيل البياني لدالة تآلفية بانسحاب دالة خطية مرتبطة. وهو عبارة عن مستقيم له معادلة من الشكل $y = ax + b$. والتفسير البياني لمعامل التوجيه aوالترتيب إلى المبدأb ؛ سنلاحظ تناسبية المتزايدة لـ x و y لتحديد الدالة التآلفية المرتبطة بمستقيم معين في معلم ، سيتم تدريب الطلاب للعمل من نقطتين مأخوذتين على المستقيم واستغلال التمثيل البياني. سيتم الإشارة إلى أن الدالة الخطية دالة تآلفية. يمكن استخدام حجز المنحنيات البيانية التي تمثل دوال غير تآلفية لدعم تكوين جداول القيم أو للبحث عن خصائص دالة معينة: إحداثيات النقاط واتجاه التباين على مدى فترة زمنية معينة والحد الأقصى والحد الأدنى. لا توجد معرفة محددة مطلوبة حول هذا الموضوع.

I. الدوال التآلفية .

a. تعريف:

ليكن « a » عدد ثابت .

نرفق بكل عدد « x » العدد « ax » يسمى « صورة x », نعرف **دالة خطية** ذات المعامل a.

و نعبر عنها بالكتابة: $f : x \longmapsto ax$

صور x تكتب $f(x)$:

مثال : ليكن f دالة خطية ذات المعامل 2 .

نكتب : $f : x \longmapsto 2x$

إذن :

صورة 5 هي: $f(5) = 2 \times 5 = 10$

صورة (-3)هي: $f(-3) = 2 \times (-3) = -6$

صورة (1)هي: $f(1) = 2 \times (1) = 2$

ملاحظة: يمكن تجميع هذه النتائج في جدول:

x	5	-3	1
$f(x)$	10	-6	2

هذا جدول تناسب. ومعامل التناسبية الذي يسمح بالتعبير عن f (x) بدلالة x هو.... 2 . حيث المساواة: $f(x) = 2 \times x$.

c. التمثيل البياني:

لتكن الدالة الخطية المعرفة بـ: $f : x \longmapsto ax$

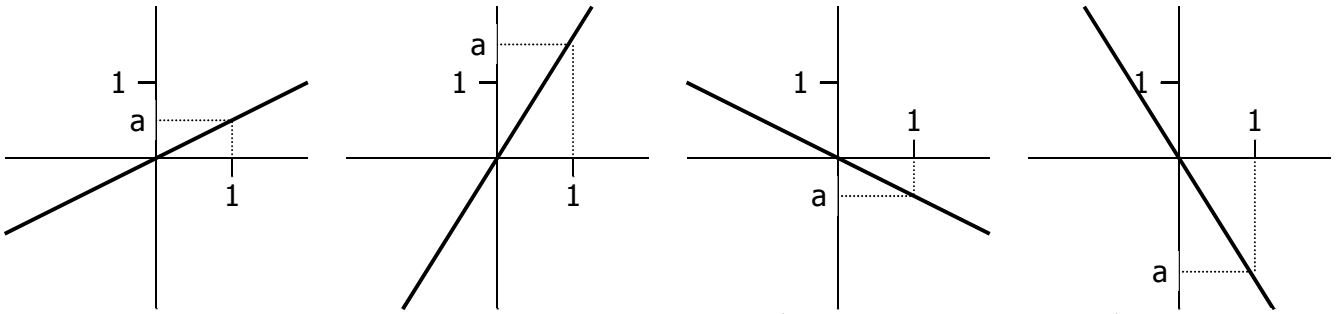
مجموعة النقاط ذات الإحداثيات $(x\ ;\ ax)$ تسمي تمثيل بياني للدالة الخطية .

في معلم ,هذا التمثيل هو مستقيم مار بـ:

- مبدأ المعلم
- والنقطة التي إحداثيتاها $(1\ ;\ a)$

نقول أن المستقيم له معادلة $y = ax$. :

« a »هو **معامل التوجيه** المستقيم .وهو يشير إلى*انحناء* المستقيم.



« a صغير و موجب» « a كبير وموجب» « a صغير سالب » « a كبير و سالب »

ملاحظة :

اذا كان a = 0, فإن المستقيم الممثل للدالة ينطبق على محور الفواصل .

d. تطبيق على النسب المئوية **(مثال :)**

	أخذ **5%** من x .	زيادة 5% لـ x .	تخفيض5% من x .
إنجاز الحساب	الضرب في **0,05**	الضرب في **1,05**	الضرب في **0,95**
الدالة الخطية	$f : x \longmapsto 0{,}05\ x$	$g : x \longmapsto 1{,}05\ x$	$h : x \longmapsto 0{,}95\ x$
مثال:	أخذ 5% من 20 : $f(20) = 0{,}05 \times 20 = 1$	زيادة 5% إلى 20 : $g(20) = 1{,}05 \times 20 = 21$	تخفيض 5% من20 : $h(20) = 0{,}95 \times 20 = 19$

II الدالة التآلفية .

a. تعريف :

ليكن « a » و « b » عددان ثابتان .

نرفق بكل عدد « x » العدد «$ax + b$ » يسمى صورة «x » , نعرف بذلك دالة خطية .

ونكتب; $g : x \longmapsto ax + b$.

صورة x تكتب: $g(x)$

مثال :

لتكن g هي دالة تآلفية معرفة بـ: $g : x \longmapsto 2x - 3$.

إذن :

صورة 5 هي.7 $g(5) = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 =$:

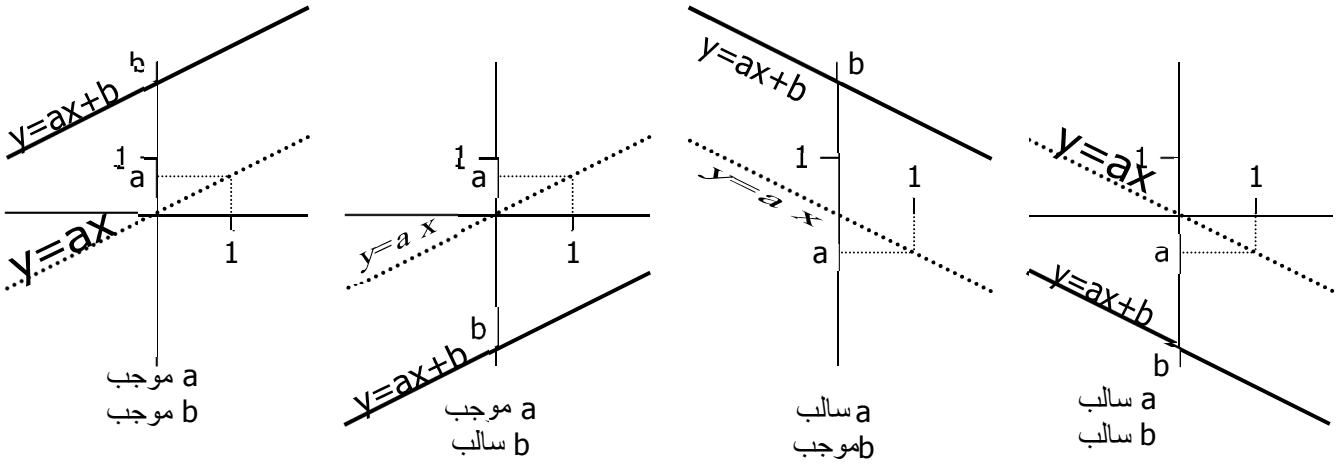
صورة (-3) هي-9 $g(-3) = 2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 =$:

صورة 0 هي.-3 $g(0) = 2 \times 0 - 3 = 0 - 3 =$:

ملاحظة:
$g : x \longmapsto 2x$ هي الدالة الخطية المرافقة لـ f.

b. التمثيل البياني:
ليكن g هي الدالة التآلفية المعرفة بـ: $g : x \longmapsto ax + b$.
ويطلق على مجموعة نقاط الإحداثيات $(x\,;\, ax + b)$ التمثيل البياني للدالة التآلفية ، هذا التمثيل في معلم هو المستقيم الذي:
-يوازي المستقيم الذي يمثل الدالة الخطية المرتبطة.
- يمر على النقطة التي إحداثياتها $(0\,;\, b)$
نقول أن هذا المستقيم له **معادلة** : $y = ax + b$

« a » هو **معامل التوجيه** .
« b »هو الترتيب **إلى المبدأ** . . يشير إلى "الارتفاع" الذي يتقاطع عنده المستقيم مع محور التراتيب



ملاحظات:
-إذا كان $a = 0$، المستقيم ذات المعادلة: $y = ax + b$ يوازي محور الفواصل.
-كل مستقيم غير موازي لمحور التراتيب يقبل معادلة من الشكل $y = a\,x + b$، وبالتالي يمثل دالة تآلفية .

يقدم مدير قاعة سينما خيارين لعملائه:
الخيار 1: يدفع العميل 70 DA لكل جلسة.
الخيار 2: يدفع العميل اشتراك سنوي بقيمة 400 DA و 20DA لكل جلسة.

نشاط 12**.** (نختار **الخيار2**)

a. اكمل **الجدول : 2**

عدد الجلسات	2	4	8	12
السعر بالخيار**2**				

b. الجدول 2 هل هو جدول تناسبية ؟
☐ نعم ☐ لا
التبرير:
.....
.....

c. ارسم في المعلم الرسم البياني الذي يمثل **الجدول**2 (عدد الجلسات على محور الفواصل ، السعر في محور التراتيب).

d. نعبر عن **x** عدد الجلسات التي يحضرها المتفرج في السنة و **g(x)** إنفاقه السنوي بالدينار إذا كان قد اختار **الخيار 2**
. عبر عن g(x) بدلالة x : .....
g تسمى .....
ونكتب هذه الدالة:.....
g (x) تسمى .....

e. أكمل:

g(4) =	g(15) =	g(0) =	g(18) =

نشاط **1.1** (نختار **الخيار1**)

a. اكمل **الجدول : 1**

عدد الجلسات	2	4	8		12
السعر بالخيار**1**					

b. الجدول 1 هل هو جدول تناسبية ؟
☐ نعم ☐ لا
التبرير:
.....
.....

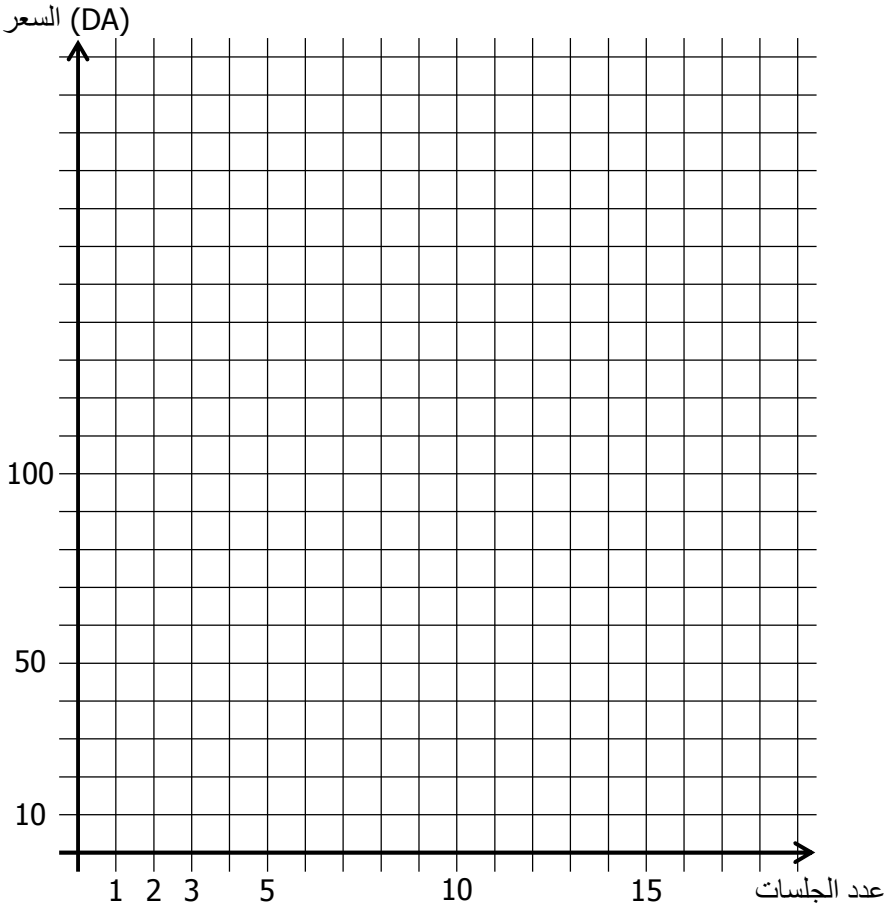
c. ارسم في المعلم الرسم البياني الذي يمثل **الجدول**1 (عدد الجلسات على محور الفواصل ، السعر في محور التراتيب).

d. نعبر عن **x** عدد الجلسات التي يحضرها المتفرج في السنة و **f(x)**إنفاقه السنوي بالدينار إذا كان قد اختار **الخيار 1**
.عبر عن f(x) بدلالة x : .....
f تسمى .....
ونكتب هذه الدالة:.....
f(x) تسمى .....

e. أكمل :

f(4) =	f(15) =	f(0) =	f(18) =

نشاط **1.2** (نختار الخيار**2**)



نشاط **1.3**
نريد ان نحدد بيانيًا، بدلالة x عدد الجلسات، الخيار الأكثر فائدة للمُشاهد.

إذا كانت , ... x **فالخيار 1** هو الأكثر فائدة للمشاهد
إذا كانت , ... x **فالخيار2** هو الأكثر فائدة للمشاهد
إذا كانت , ... = x

نشاط 2.1

شركة للهاتف المحمول يقدم 3 خيارات مختلفة .واختار لتمثل التكاليف لمختلف الصيغ في شكل مخطط:

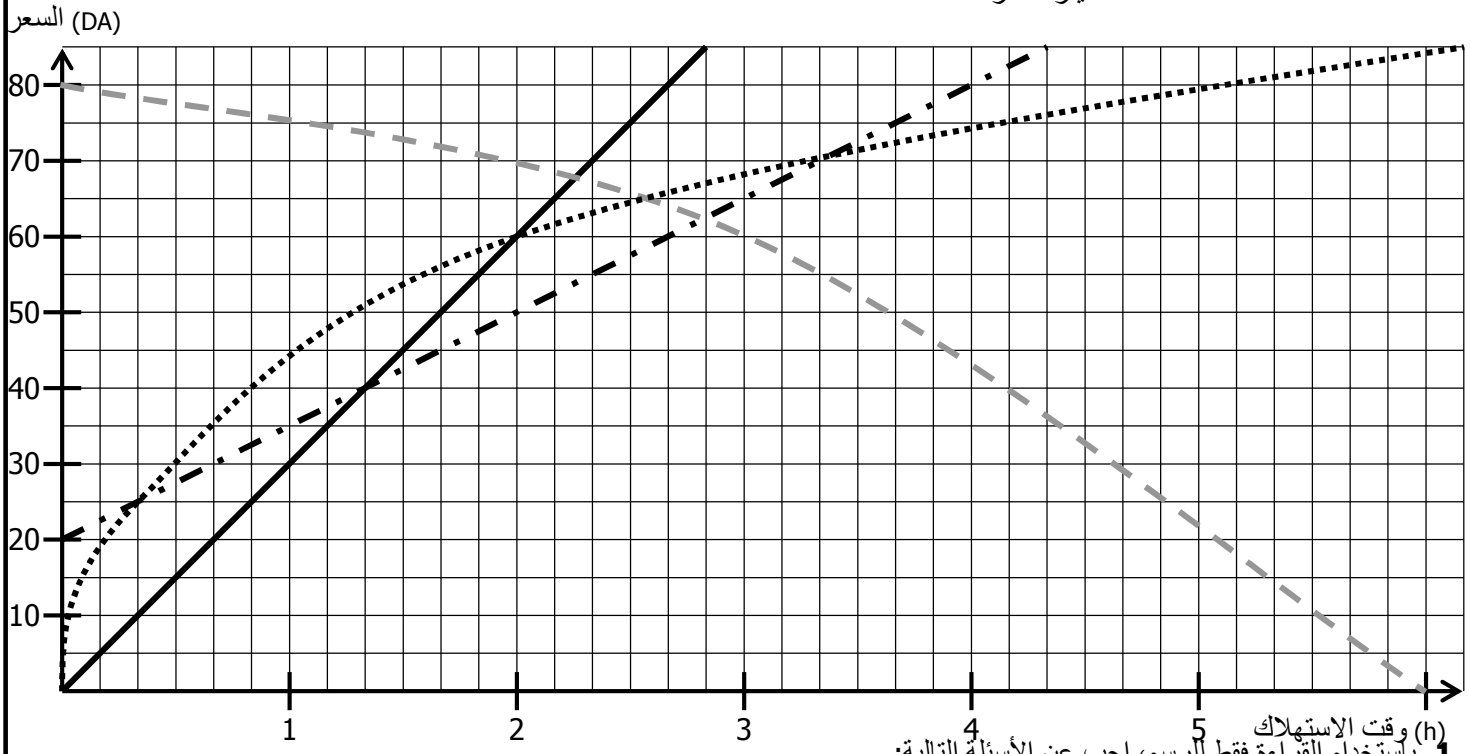
- وقت الاتصال على محور الفواصل (1 h يمثل 3 cm)
- سعر الاتصال على محور التراتيب (10 DA يمثل 1 cm)

ويمثل كل منحنى تكلفة كل صيغة (بالدينار) تبعاً للوقت (بالساعات)

الخيار« موفر »

الخيار« عائلي »

الخيار«للشركات »



1- باستخدام القراءة فقط للرسم، اجب عن الأسئلة التالية:

a . مع الصيغة "موفر"، ما هو سعر 1h30 اتصال ؟.....

b. مع الصيغة "عائلي"، كم يدفع مقابل ساعتين و 20 دقيقة اتصال؟ .....

c. مع الصيغة "للشركات "، كم يدفع مقابل 4h10 اتصال ؟ .....

d. مع الصيغة " موفر "، كم من الوقت يمكن الحصول عليه مقابل 50 DA ؟.....

e. مع الصيغة "عائلي"، كم من الوقت يمكن ؟...

f. مع الصيغة "للشركات "، كم من الوقت يمكن الحصول عليه مقابل 70 DA ؟.....

g. ما الوقت في كل من صيغة 'موفر' و "عائلي" تكون التكلفة نفسها؟.....

h. ما هو السعر في كل من صيغة 'موفر' و 'للشركات ' يكون وقت الاتصال نفسه ؟.....

i. ما هو وقت الاتصال في 'عائلي' و "للشركات" بنفس التكلفة ؟.....

j. لماذا المنحنى المتقطع بالنقاط الرمادية يمثل صيغة معقولة؟.....

2. اكمل السعر المناسب بـ: (DA)

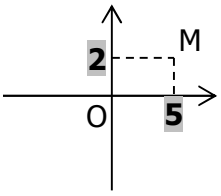
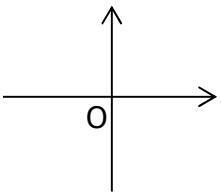
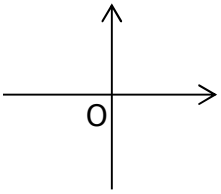
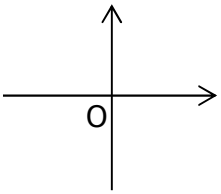
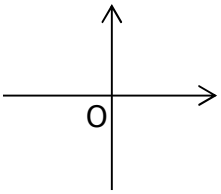
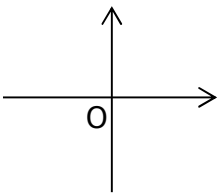
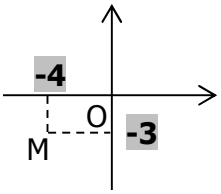
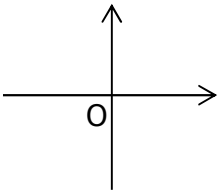
	1h	2h	3h	4h	5h	6h
الصيغة« موفر »						
الصيغة« عائلي »						
الصيغة« للشركات »						

3. اكمل وقت الإتصال المناسب بـ (h):

	10 DA	20 DA	30 DA	40 DA	50 DA	60 DA	70 DA	80 DA
« موفر » الصيغة								
« عائلي » الصيغة								
« للشركات » الصيغة								

نشاط 3 :

أكمل الفراغ والرسوم البيانية

	النقطة M ذات الإحداثيتين (5 ; 2) من التمثيل البياني للدالة f	5 صورته 2 بالدالة f	2 هي صورة 5 بالدالة f	f : 5 → 2	f(5) = 2
	النقطة M ذات الحداثيتين (... ; ...) من التمثيل البياني للدالة.....	...صورته ... بالدالة...	...هي صورة ... بالدالة...	... : ... → ...	f(3) = 4
	النقطة M ذات الحداثيتين (... ; ...) من التمثيل البياني للدالة.....	...صورته ... بالدالة...	...هي صورة ... بالدالة...	g : -1 → 3	...(...) = ...
	النقطة M ذات الحداثيتين (... ; ...) من التمثيل البياني للدالة.....	...صورته ... بالدالة...	6 هي صورة 4 بالدالة h	... : ... → ...	...(...) = ...
	النقطة M ذات الحداثيتي (... ; ...) من التمثيل البياني للدالة.....	-7 صورته 5 بالدالة f	...هي صورة ... بالدالة...	... : ... → ...	...(...) = ...
	لنقطة M ذات الحداثيتي (-3 ; 1) من التمثيل البياني للدالة g .	...صورته ... بالدالة...	...هي صورة ... بالدالة...	... : ... → ...	...(...) = ...
	لنقطة M ذات الحداثيتي (... ; ...) من التمثيل البياني للدالة .. h	...صورته ... بالدالة...	...هي صورة ... بالدالة...	... : ... → ...	...(...) = ...
	النقطة M ذات الحداثيتي (... ; ...) من التمثيل البياني للدالة.....	-9 صورته ... بالدالة...	7 هي صورة ... بالدالة...	f : ... → ...	...(...) = ...

مثال:

من اجل التمارين (1A.3 - 1A.2 - 1A.1)

لتكن الدالة الخطية $f : x \longmapsto 2x$

الأسئلة:

- ماهي صورة 2 ؟..**4**..

- ما هو العدد الذي صورته 2 ؟**1**

- أكمل :

f(20) = **40**

f(**10**) = 20

x	f(x)
x	2x
1	**2**
2	4
10	**20**
20	40

تمرين1A.1

لتكن الدالة الخطية $f : x \longmapsto 5x$

الأسئلة:

- ماهي صورة 2 ؟.....

- ما هو العدد الذي صورته 50 ؟.....

- أكمل :

f(50) = ...

f(.....) = 5

x	f(x)
x	5x
1	
2	
10	
	250

تمرين**1A.2**

لتكن الدالة الخطية $g : x \longmapsto -3x$

الأسئلة:

- ماهي صورة 3 ؟.....

- ما هو العدد الذي صورته 12 ؟.....

- أكمل :

g(5) = ...

g(.....) = -9

x	g(x)
x	3x
3	
	-6
-4	
	15

تمرين**1A.3**

لتكن الدالة الخطية $h : x \longmapsto -4x$

الأسئلة:

- ماهي صورة 32 ؟.....

- ما هو العدد الذي صورته 32 ؟.....

- أكمل :

h(-2) = ...

h(.....) = -4

x	h(x)
x	-4x
2	
	8
32	
	32

مثال:

من اجل التمارين (1A.6 - 1A.5 - 1A.4)

لتكن الدالة الخطية $f : x \longmapsto 2x$

a. أوجد صورة 3.

$$f(x) = 2x$$
$$f(3) = 2 \times 3$$
$$f(3) = 6$$

إذن:

f(**3**) = **6**

b. احسب العدد الذي صورته (-8).

$$f(x) = 2x$$
$$-8 = 2x$$
$$-4 = x$$

إذن:

f(**-4**) = **-8**

تمرين1A.4

لتكن الدالة الخطية $f : x \longmapsto 5x$

a. أوجد صورة 3.

إذن:

f(.....) = ...

b. احسب العدد الذي صورته.(-15)

إذن:

f(.....) = ...

تمرين1A.5

لتكن الدالة الخطية $g : x \longmapsto 3x$

a. أوجد صورة.(-4)

إذن:

g(.....) = ...

b. احسب العدد الذي صورته.(-15)

إذن:

g(.....) = ...

تمرين1A.6

لتكن الدالة الخطية $h : x \longmapsto -7x$

a. أوجد صورة.(-2)

إذن:

h(.....) = ...

b. احسب العدد الذي صورته.35

إذن:

h(.....) = ...

التمرين1B.1

لتكن الدالة الخطية $f : x \longmapsto a\,x$.

a. أوجد معامل الدالة حيث : $f(2) = -4$

b. أوجد معامل الدالة حيث: $f(12) = -4$

c. أوجد معامل الدالة حيث : $f(2) = 7$

التمرين1B.2

لتكن الدوال الخطية التالية f و g و h .

a. مع العلم أن : $f(3) = g(-5) = h(1) = 15$, أوجد معاملات هذه الدوال:

$f : x \longmapsto$ .....

$g : x \longmapsto$ .....

$h : x \longmapsto$ .....

b. أكمل :

$f(5) =$	$g(6) =$	$h(-2) =$ .....
$g(.....) = 30$	$h(.....) = -30$	$f(.....) = 30$
$h(.....) = 5$	$f(.....) = 2$	$g(.....) = -4$

التمرين1B.3

Rappel : في المعلم ، التمثيل البياني للدالة $f : x \longmapsto ax$ هو المستقيم المار بمبدأالمعلم وبالنقطة التي إحداثياتها (a ; 1) .

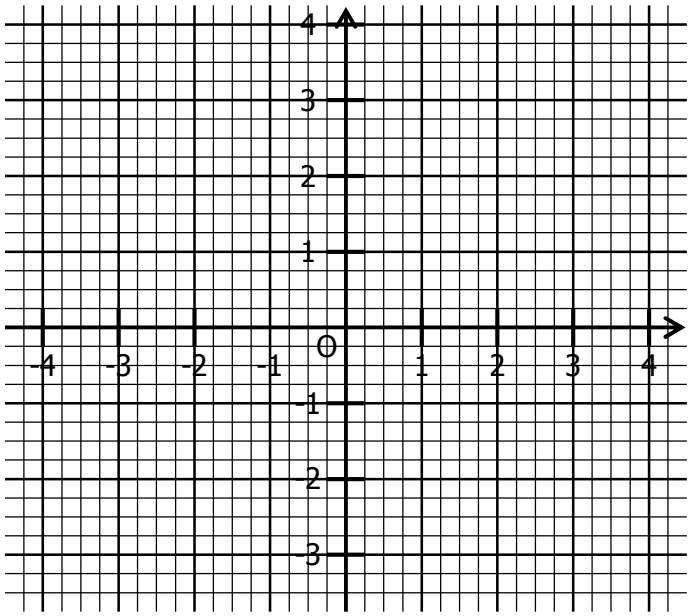
مثل في هذا المعلم الدوال الخطية التالية:

-بالأزرق الدالة $f : x \longmapsto 2x$

-باللون الأحمر الدالة $g : x \longmapsto -3x$

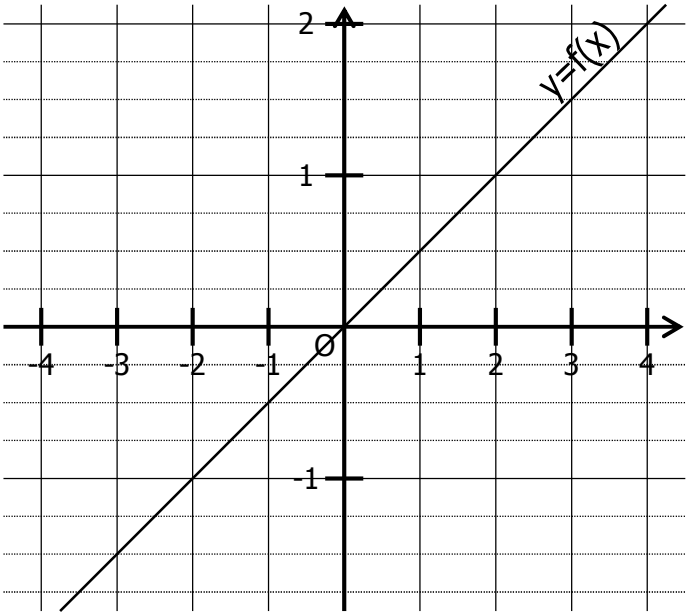
-الأخضر الدالة $h : x \longmapsto \frac{3}{2}x$

- ورمادي $k : x \longmapsto -\frac{1}{4}x$



التمرين1B.4

في المعلم أدناه تم تمثيل الدالة الخطية $f : x \longmapsto a\,x$.



a. أكمل بالقراءة من الرسم البياني

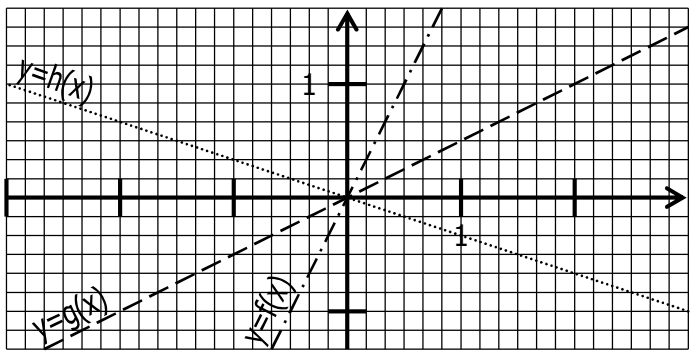
$f(4) =$	$f(.....) = 1$	$f(-2) =$ .....
$f(.....) = \frac{3}{2}$	$f(-3) =$	$f(.....) = -\frac{5}{4}$

b. أكمل ..... $= f(1)$:

c. استنتج العبارة الجبرية $f : x \longmapsto$ .....

التمرين1B.5

تم تمثيل الدوال الخطية f و g و h في المعلم:



a. أكمل بالقراء ة من الرسم البياني:

$f\left(\frac{1}{6}\right) =$	$g(2) =$	$h(-2) =$ .....
$f(.....) = -\frac{2}{3}$	$g(.....) = \frac{3}{2}$	$h(.....) = 1$

b. أوجد معاملات الدوال الخطية f ، g و h :

$f : x \longmapsto$ .....

$g : x \longmapsto$ .....

$h : x \longmapsto$ .....

تمرين 2A.1

لتكن الدالة التآلفية .$f : x \longmapsto 2x - 3$

مثال: احسب ، في كل حالة، صورة العدد

$f(x) = 2x - 3$ $f(4) = 2 \times 4 - 3$ $f(4) = 8 - 3$ $f(4) = 5$	$f(x) = 2x - 3$ $f(5) =$
$f(x) = 2x - 3$ $f(-2) =$	$f(x) = 2x - 3$ $f(12) =$
$f(x) = 2x - 3$ $f(-7) =$	$f(x) = 2x - 3$ $f(-1) =$

تمرين 2A.2

a. لتكن الدالة التآلفية.$f : x \longmapsto 3x - 5$

احسب صورة $\frac{3}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $-\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{4}$ بهذه الدالة.

b. لتكن الدالة التآلفية.$g : x \longmapsto \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

احسب صورة $\frac{3}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $-\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{4}$ بهذه الدالة.

c. لتكن الدالة التآلفية.$h : x \longmapsto -\frac{5}{2}x + \frac{4}{3}$

احسب صورة $\frac{1}{3}$ ، $-\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ و $\frac{2}{7}$ بهذه الدالة.

تمرين 2A.3

لتكن الدوال التآلفية الثلاثة :

$f : x \longmapsto 4x + 1$

$g : x \longmapsto -2x + 5$

$h : x \longmapsto -3x - 4$

أكمل الجدول :

$f(3) =$	$g(3) =$	$h(3) =$ .....
$g(-4) =$	$h(-4) =$	$f(-4) =$ .....
$h\left(\frac{1}{2}\right) =$	$f\left(\frac{1}{2}\right) =$	$g\left(\frac{1}{2}\right) =$ .....

تمرين 2A.4

لتكن الدالة التآلفية .$f : x \longmapsto 3x - 2$

مثال احسب العدد الذي صورته.**:**-8

$f(x) = 3x - 2$
$-8 = 3x - 2$
$-8 + 2 = 3x$
$-6 = 3x$
$-2 = x$

إذن:
$f(-2) = -8$

a. احسب العدد الذي صورته.4

إذن:
$f(.....) = ...$

b. احسب العدد الذي صورته.(-17)

إذن:
$f(.....) = ...$

c. احسب العدد الذي صورته.5

إذن:
$f(.....) = ...$

تمرين 2A.5

لتكن الدالة التآلفية.$g : x \longmapsto -5x + 7$

a. احسب العدد الذي صورته.2

إذن:
$g(.....) = ...$

b. احسب العدد الذي صورته.(-8)

إذن:
$g(.....) = ...$

c. احسب العدد الذي صورته.0

إذن:
$g(.....) = ...$

مثال:

f هي دالة تآلفية من الشكل :

$f : x \longmapsto ax + b$

أوجد a و b مع العلم أن:

$f(5) = 9$ و $f(3) = 1$

1. باستعمال معطيي المسألة:

بما أن $f(5) = 9$, إذن $f(x) = ax + b$ يصبح: $9 = 5a + b$	بما أن $f(3) = 1$ إذن $f(x) = ax + b$ يصبح: $1 = 3a + b$

2. يمكننا حل جملة المعادلتين ذات المجهولين ومن ثم الحصول على:

$$\begin{cases} 5a + b = 9 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$$

"نعوض" قيمة **a** في إحدى المعادلتين للحصول على: **b** $1 = 3a + b$ $1 = 3 \times 4 + b$ $1 = 12 + b$ $1 - 12 = b$ $-11 = b$	بطرح المعادلتين طرف إلى طرف للتخلص من: **b** $(-)\leftarrow \begin{cases} 5a + b = 9 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$ $2a = 8$ $a = \frac{8}{2} = 4$

3. الاستنتاج:

$f : x \longmapsto 4x - 11$

التمرين 2B.1

f هي دالة تآلفية من الشكل:

$f : x \longmapsto ax + b$

أوجد a و b مع العلم أن:

$f(7) = 15$ و $f(2) = 5$

1. باستعمال معطيي المسألة:

$f(x) = ax + b$ يصبح:	$f(x) = ax + b$ يصبح:

2. يمكننا حل جملة المعادلتين ذات المجهولين ومن ثم الحصول على:

$$\begin{cases} \ldots\ldots = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots = \ldots\ldots \end{cases}$$

3. الاستنتاج:

$f : x \longmapsto \ldots\ldots$

التمرين 2B.2

g هي دالة تآلفية من الشكل:

$g : x \longmapsto ax + b$

أوجد a و b مع العلم أن:

$g(-1) = 2$ و $g(2) = 11$

1. باستعمال معطيي المسألة:

2. يمكننا حل جملة المعادلتين ذات المجهولين ومن ثم الحصول على:

$$\begin{cases} \ldots\ldots = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots = \ldots\ldots \end{cases}$$

3. الاستنتاج:

$g : x \longmapsto \ldots\ldots$

التمرين 2B.3

h هي دالة تآلفية من الشكل:

$h : x \longmapsto ax + b$

أوجد a و b مع العلم أن:

$h(1) = 3$ و $h(-3) = -13$

1. باستعمال معطيي المسألة:

2. يمكننا حل جملة المعادلتين ذات المجهولين ومن ثم الحصول على:

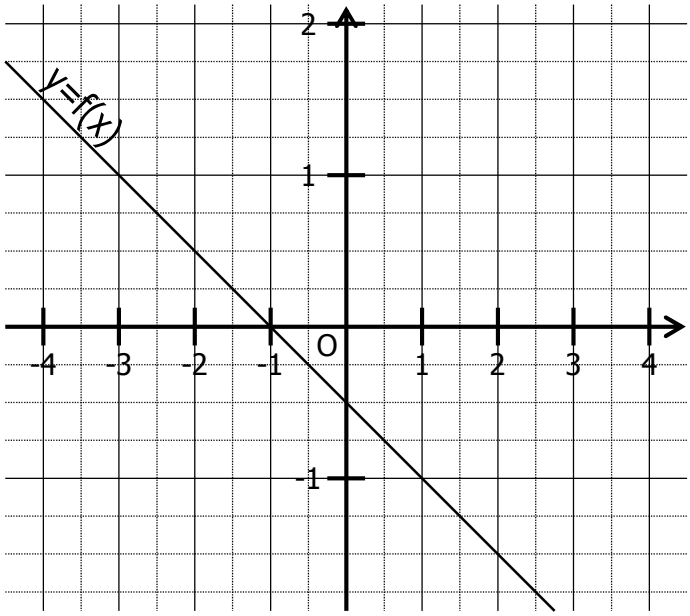
$$\begin{cases} \ldots\ldots = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots = \ldots\ldots \end{cases}$$

3. الاستنتاج:

$h : x \longmapsto \ldots\ldots$

التمرين2C.3

مثلنا في معلم الدالة التآلفية .



a . *أكمل بالقراءة على الرسم البياني:*

$f(2) = \ldots\ldots$	$f(\ldots\ldots) = 1$	$f(-2) = \ldots\ldots$
$f(\ldots\ldots) = \frac{3}{2}$	$f(-3) = \ldots\ldots$	$f(\ldots\ldots) = -\frac{5}{4}$

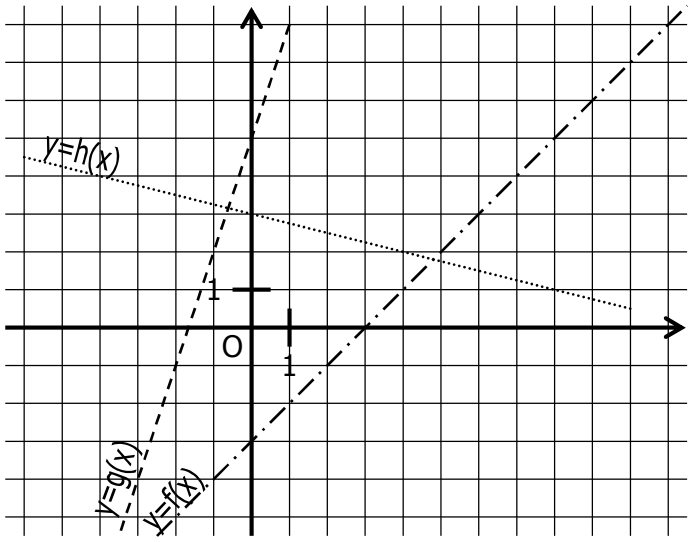
b. *أوجد* $f(0)$ *و* $f(1)$.

c. *إستنتج جملة المعادلتين من مجهولين* a *و* b.

d. اعثر *بسرعة على* a *و* b .

التمرين2C.4

تم تمثيل الدوال الخطية f و g و h في المعلم:



a. *أكمل بالقراءة على الرسم البياني*

f(4) = ...	g(-1) = ...	h(8) = ...
f(.....) = -3	g(.....) = -1	h(.....) = 4

b. عرف(أعط العبارة الجبرية) من البيان f ، g و h .

f : x ⟼ ..... g : x ⟼ ..... h : x ⟼ .....

تذكير:

في المعلم ، يمثل التمثيل البياني للدالة التآلفية $g : x \longmapsto ax + b$ هو المستقيم :

-موازي للمستقيم الذي يمثل الدالة الخطية المرتبطة بها

- *ويمر بالنقطة التي إحداثياتها* (b ; 0) .

التمرين2C.1

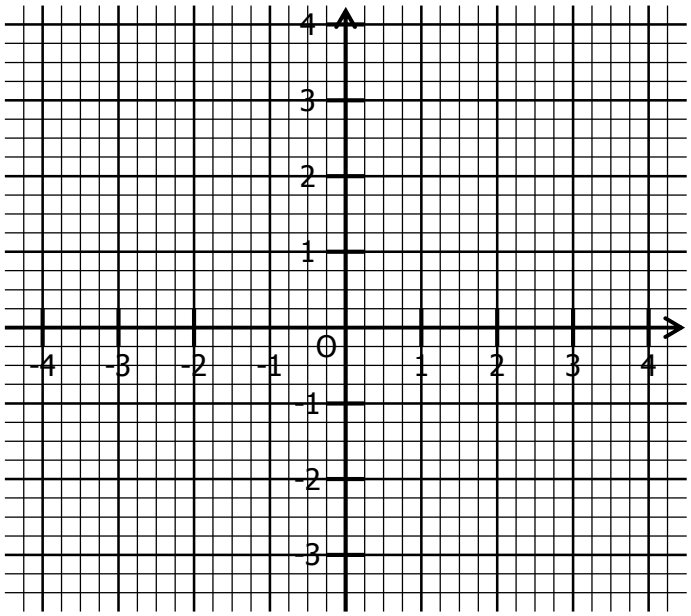
مثل على المعلم هذه الدوال التآلفية:

بالأزرق ,الدالة ; $f : x \longmapsto 2x + 1$

بالأحمر ,الدالة ; $g : x \longmapsto -3x + 2$

بالأخضر ,الدالة ; $h : x \longmapsto \frac{3}{2}x + 1$

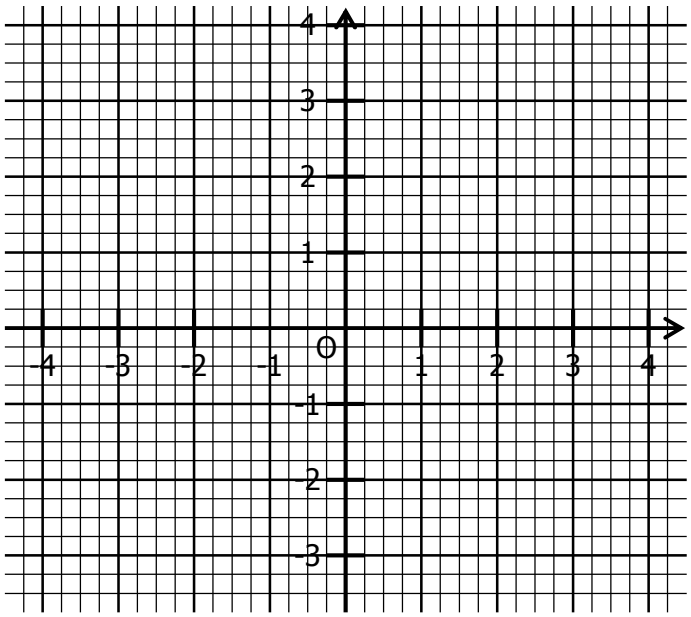
بالرمادي ,الدالة $k : x \longmapsto -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.



التمرين2C.2

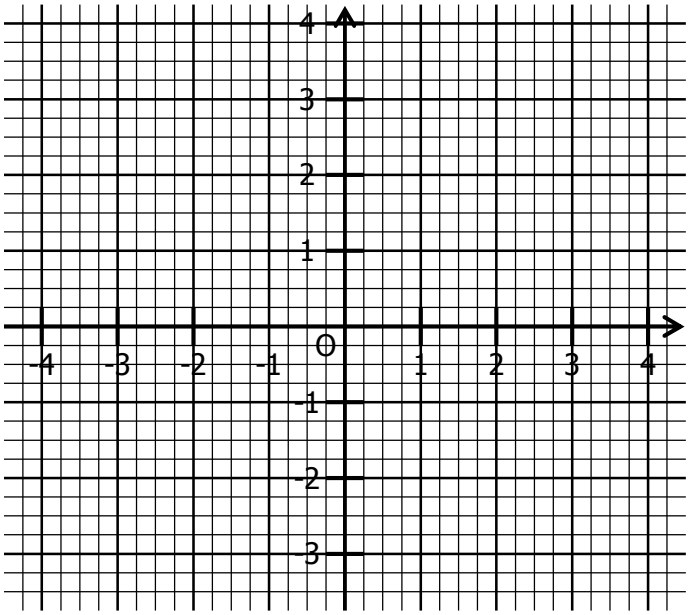
مثل الدالتين f *و* g *حيث:*

$f(1) = 2$ $\quad f(-3) = -1$ $\quad g(-4) = 0$ $\quad g(2) = -3$



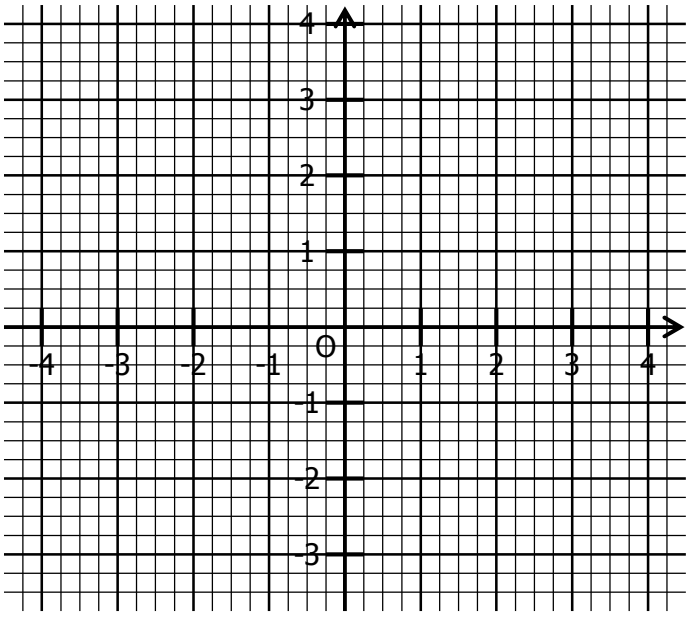
تذكير:
في المعلم، التمثيل البياني للدالة التآلفية $g : x \longmapsto ax + b$ هو مستقيم :
- موازٍ للمستقيم الذي يمثل الدالة الخطية المرتبطة بها
- يمر بالنقطة التي إحداثياتها $(0 ; b)$.

التمرين2C.1
مثل هذه الدوال التآلفية في هذا المعلم:
-باللون الأزرق، الدالة $f : x \longmapsto 2x + 1$
-باللون الأحمر، الدالة $g : x \longmapsto -3x + 2$
-باللون الأخضر، الدالة $h : x \longmapsto \frac{3}{2}x + 1$
-باللون الرمادي، الدالة $k : x \longmapsto -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

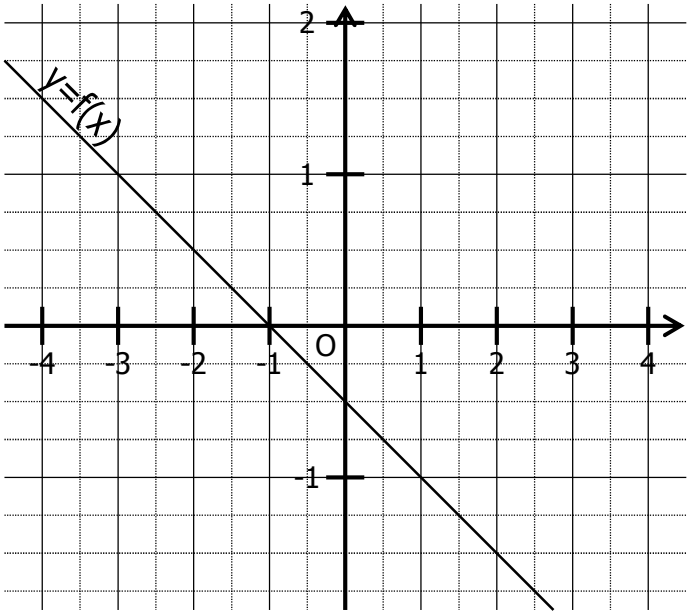


التمرين2C.2
مثل الدالتين f و g حيث :

$f(1) = 2$	$f(-3) = -1$	$g(-4) = 0$	$g(2) = -3$



التمرين2C.3
مثلنا في المعلم أدناه الدالة التآلفية.

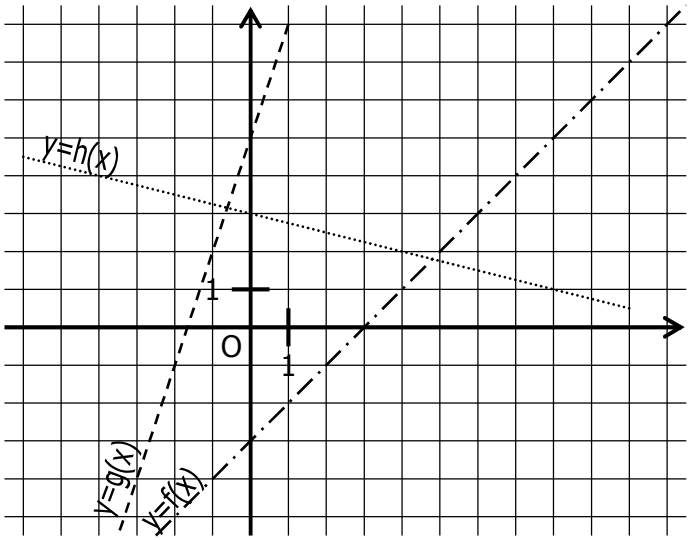


a. إكمال الجدول من القراءة على الرسم البياني:

$f(2) = \ldots\ldots$	$f(\ldots\ldots) = 1$	$f(-2) = \ldots\ldots$
$f(\ldots\ldots) = \frac{3}{2}$	$f(-3) = \ldots\ldots$	$f(\ldots\ldots) = -\frac{5}{4}$

b. أوجد $f(0)$ و $f(1)$.
c. استنتج جملة المعادلتين بالمجهولين a و b
d. أوجد بسرعة على a و b

التمرين2C.4
مثلنا في المعلم أدناه الدوال التآلفية.



a. إكمال الجدول من القراءة على الرسم البياني:

$f(4) = \ldots\ldots$	$g(-1) = \ldots\ldots$	$h(8) = \ldots\ldots$
$f(\ldots\ldots) = -3$	$g(\ldots\ldots) = -1$	$h(\ldots\ldots) = 4$

b. عرف من خلال البيان الدوال f ، g و h.

$f : x \longmapsto \ldots\ldots$ $g : x \longmapsto \ldots\ldots$ $h : x \longmapsto \ldots\ldots$

التمرين3A.1

أعثر على الدالة الخطية التي توافق كل جملة:

a.	«أخذ 5 % من x »	$x \mapsto$ **0,05**x
b.	« 5 % من x زيادة »	$x \mapsto$ .....
c.	«تخفيض 5 % من x»	$x \mapsto$ .....
d.	«أخذ 20 % من x»	$x \mapsto$ .....
e.	«زيادة 20 % لـ x»	$x \mapsto$ .....
f.	« تخفيض 20 % منx»	$x \mapsto$ .....
g.	«زيادة 45 % لـ x»	$x \mapsto$ .....
h.	«تخفيض 15% من x»	$x \mapsto$ .....
i.	«زيادة 37 % من x»	$x \mapsto$ .....
j.	« تخفيض 52% من x»	$x \mapsto$ .....

التمرين3A.2

حدد الجمل « تخفيض % ...من x» أو«زيادة % .... من x» والتي تناسب كل دالة :

a.	$x \mapsto 0,97\,x$	« % ..... من x ..... »
b.	$x \mapsto 1,08\,x$	« % ..... من x ..... »
c.	$x \mapsto 0,5\,x$	« % ..... من x ..... »
d.	$x \mapsto 1,4\,x$	« % ..... من x ..... »
e.	$x \mapsto 2,5\,x$	« % ..... من x ..... »
f.	$x \mapsto 0,12\,x$	« % ..... من x ..... »
g.	$x \mapsto 0,99\,x$	« % ..... من x ..... »
h.	$x \mapsto 1,125\,x$	« % ..... من x ..... »
i.	$x \mapsto 0,71\,x$	« % ..... من x ..... »
j.	$x \mapsto 0,873\,x$	« % ..... من x ..... »

التمرين3A.3

احسب (النتيجة تدور إلى الوحدة:)

a. زيادة 267 بـ: 25 %

b. تخفيض267 بـ: 41 %

c. زيادة 395 بـ: 102 %

d. زيادة 2 400 بـ: 12,5 %

e. تخفيض500 4 بـ: 7,5 %

التمرين3A.4

فيما يلي أسعار أنواع الوقود المختلفة في 1 جانفي من هذا العام:

غاز مسال	ممتاز بالرصاص	ممتاز 98	ممتاز 95	مازوت
2,25 DA	5,7 DA	5,3 DA	4,9 DA	3,6 DA

a. تقرر رفع السعر بـ 17 % لمختلف أنواع الوقود من بداية فيفري احسب جميع الأسعار الجديدة (بالتدوير إلى العشر "0,1"):

غاز مسال	ممتاز بالرصاص	ممتاز 98	ممتاز 95	مازوت

b. تقرر تخفيض بـ 9 % لمختلف أسعار أنواع الوقود نظرا لانخفاض الطلب

احسب جميع الأسعار الجديدة (بالتدوير إلى العشر"0,1"):

غاز مسال	ممتاز بالرصاص	ممتاز 98	ممتاز 95	مازوت

c. انخفاض في أسعار النفط تؤثر على أسعار الوقود في شكل نسبة انخفاض قدرها 8 % بجميع الأسعار.

احسب جميع الأسعار الجديدة (بالتدوير إلى العشر"0,1"):

غاز مسال	ممتاز بالرصاص	ممتاز 98	ممتاز 95	مازوت

التمرين3A.5

1. آخر الموسم ، قرر التاجر تخفيض 25 % على جميع الملابس.

a. عرف الدالة الخطية التي تحول السعر الأصلي « x » بسعر البيع.« $f(x)$ »

$x \mapsto f(x) =$ .....

b. أكمل الملصقات التالية (دور النتائج إلى الوحدة):

بدلة رياضية	قمصان بولو	قميص
~~6993 DA~~	~~1393 DA~~	~~1043 DA~~
.....	.....	.....

2. زوج من الأحذية سعره قبل التخفيض 6230 DA، وبيع الآن بـ 4330 DA.

a. احسب معامل الدالة الخطية

..... = $g(x)$ $x \mapsto$ مع العلم أن: $g(6230) = 4330$

(دور المعامل إلى الجزء م المائة)

.....

b. استنتج نسبة التخفيض.

.....

.....

التمرين3B.1
سيارة سعرها **1 000 000 DA**. زاد سعرها بنسبة % 5.ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.2
سيارة سعرها **900 000 DA**. زاد سعرها بنسبة 5%. ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.3
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 300 000 DA إلى 1 250 000 DA. ما هي النسبة المئوية للتخفيض (مدور إلى الجزء من المئة)؟

التمرين3B.4
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 250 000 DA إلى 1 300 000 DA. ما هي النسبة المئوية للزيادة (مدور إلى الجزء من المئة)؟

التمرين3B.5
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 500 000 DA إلى 1 250 000 DA. ما هي النسبة المئوية للتخفيض (مدور إلى الجزء من المئة)؟

التمرين3B.6
سيارة سعرها **1 250 000 DA**. انخفض سعرها بنسبة % 5. ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.7
سيارة سعرها **1 000 000 DA**. انخفض سعرها بنسبة % 5. ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.8
سيارة سعرها **2 150 000 DA**. زاد سعرها بنسبة % 9.ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.9
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 300 000 DA إلى 1 100 000 DA. ما هي النسبة المئوية للتخفيض (مدور إلى الجزء من المئة)؟

التمرين3B.10
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 100 000 DA إلى 1 050 000 DA. ما هي النسبة المئوية للتخفيض (مدور إلى الجزء من المئة)؟

التمرين3B.11
سيارة سعرها **1 250 000 DA**. انخفض سعرها بنسبة % 9. ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.12
سيارة سعرها **2250 000 DA**. زاد سعرها بنسبة % 3,5.ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.13
سعر السيارة انتقل من 1 200 000 DA إلى 1 300 000 DA. ما هي النسبة المئوية للزيادة (مدور إلى الجزء من المائة)؟

التمرين3B.14
سيارة سعرها **1 000 000 DA**. زاد سعرها بنسبة % 7,5.ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.15
سيارة سعرها **1 140 000 DA**. انخفض سعرها بنسبة % 6,5. ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.16
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 220 000 DA إلى 1 185 000 DA. ما هي النسبة المئوية للزيادة (مدور إلى الجزء من المئة)؟

التمرين3B.17
سيارة سعرها **1 950 000 DA**. زاد سعرها بنسبة % 12,5.ما هو السعر الجديد (بتدوير إلى الدينار)؟

التمرين3B.18
سعر السيارة انتقل سعرها من 1 420 000 DA إلى 1 510 000 DA. ما هي النسبة المئوية للتخفيض (مدور إلى الجزء من المئة)؟

وفقك الله تعالى

تمارين3C.1
بعض "الفضول:"

a. سعرالسيارة DA 1 300 000. تم تخفيض سعرها بنسبة 5 % ثم بنسبة % 3. ما هو سعرها الجديد؟

b. سعر السيارة.DA 1 300 000. يتم تخفيض سعرها بنسبة 8 %. ما هو السعر الجديد؟

c. سعر سيارة DA 1 300 000. يتم تخفيضسعرها بنسبة % 3 ثم بنسبة % 5. ما هو السعر الجديد؟

d. تبلغ تكلفةسيارة DA 1 300 000. زاد سعرها بنسبة% 14 ثم انخفض بنسبة % 14 ما هو السعر الجديد؟

e. تبلغ تكلفةسيارة DA 1 300 000. زاد سعرها بنسبة% 15 ثم انخفض بنسبة % 15 ما هو السعر الجديد؟

f. تبلغ تكلفةسيارة DA 1 300 000. زادسعرها بنسبة % 23 ثم انخفض بنسبة % 23 ما هو السعر الجديد؟

تمارين3C.2
صواب أم خطأ؟

a. «إذا انخفض سعر بنسبة% 10 ثم ارتفع بنسبة % 10، كأن السعر لم يتغير» .
خطأ ☐ ☐ صحيح

b. « من الأفضل أن يرتفع راتبي بنسبة% 5 ثم ينخفض بنسبة % 3 ، بدلاً من الانخفاض بنسبة % 3 ثم يزداد بنسبة % 5» .
خطأ ☐ ☐ صحيح

c. «زيادتان متتاليتان بنسبة % 7 تعادل إلى زيادة واحدة بنسبة % 14» .
خطأ ☐ ☐ صحيح

d. « إذا ارتفع البنزين بنسبة % 15 ثم انخفض بنسبة % 14، هذا يعني أن ذلك زاد قليلاً. »
خطأ ☐ ☐ صحيح

e.«خفضت الضرائب % 10 ثم % 20، هذا أمر جيد. ولكن سيكون من الأفضل لو انخفض بنسبة% 30. »
خطأ ☐ ☐ صحيح

تمارين3C.3
في التمارين الموالية الزيادات والتخفيضات (تكون نتائجها مدورة جزء من مائة).

1. كان سعر اللتر من الوقود DA 23 في1997. ارتفع بنسبة % 6 في عام 1998، بنسبة% 5 في عام 1999، بزيادة % 12 في 2000، ثم انخفض بنسبة% 9 في عام 2001

a. احسب سعر لتر من الوقود في عام 2001.

b. احسب النسبة المئوية من 1997إلى2001.

2.كان سهم شركة يساوي DA 32 خلال الاكتتاب في عام 1999. بعد نزوله % 11 خلال الشهر الأول، فقد ارتفع %45 حتى سبتمبر 2001. منذ ذلك الحين، فقد انخفض بنسبة% 31.

a. احسب سعر هذا السهم اليوم.

b. احسب النسبة المئوية لتغير السهم منذ 1999.

3. دافع الضرائب دفع ضريبة بقيمة DA 500 000 في عام 2002 وعدت الحكومة بتخفيض % 4 سنويا لمدة 5 سنوات.

a. احسب ضريبة دافع الضرائب في عام 2007.

b. احسب النسبة المئوية لهذا الضريبة من عام 2002 إلى 2007.

4.ارتفع الراتب بنسبة % 15 في 3 سنوات. % 3 هو نتيجة زيادة في السنة الأولى و % 7 في السنة الثانية.
ماهي النسبة المئوية للارتفاع للعام الثالث ؟

5.راتب ارتفع من DA 60 000 إلى DA 70 000 بين1999 و 2002 وذلك بفضل زيادة قدرها % 8 في عام 2000 و % 10زيادة أخرى في عام 2001. لكن في عام 2002 قد انخفض قليلا.

a. ما كانت النسبة المئوية للارتفاع في 3 سنوات؟

b. ما كانت النسبة المئوية للتخفيض في عام 2002؟

التمرين- 4A.1 ليموج

ليكن (O, I, J) معلم متعامد ومتجانس للمستو. الوحدة هي: cm.

1. تعطى الدالة f المعرفة بـ $x \mapsto \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ والدالة التآلفية المعرفة بـ $g: x \mapsto -3x + 9$.

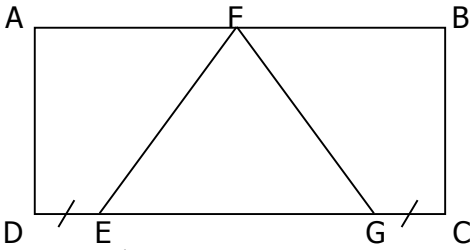
a. احسب $f(0)$; $g(0)$; $f(2)$; $g(2)$.

b. ما هو العدد صورته بالدالة g هي 5 ؟

c. مثل بيانيا (d_1) لـ f و (d_2) لـ g.

2. في الشكل أدناه، المستطيل ABCD حيث: AB = 6 cm و AD = 3 cm

F منتصف [AB]. E و G نقطتان من [DC] حيث: DE = GC نضع DE = x.



a احسب مساحة EFG، AFED و FBCG عندما تكون: $x = 2$.

b النقاط D، E، G و C لابدا من بقائها بنفس الترتيب ; أوجد حصرا للعدد x ؟

c عبر بدلالة x, عن مساحات EFG، AFED و FBCG.

d استخدم الجزء الأول من المسألة كي تحدد بيانيا من اجل أي قيمة لـ: x يمكن من خلالها تقسيم المستطيل إلى ثلاثة أقسام متساوية المساحة

e. تحقق من ذلك بالحساب

التمرين - 4A.2 الهند

شركة اتصالات تجارية توفر للوصول إلى شبكة الإنترنت 3 صيغ

الصيغة : A الوصول إلى شبكة الإنترنت مجاناً وتدفع فقط للاتصالات، 9 DA للساعة.

الصيغة: B أن تدفع 180 DA في الشهر، للوصول غير المحدود إلى الإنترنت.

الصيغة: C لهذه صيغة، اتفاقا مع شركة الاتصالات السلكية واللاسلكية، 21,60 DA كل شهر، وتدفع ثمن الاتصالات 9 DA للساعة ، ولكن يتم خفض أسعارها بنسبة 20%

1. وكما ذكر أعلاه, سعر ساعة واحدة للاتصالات تكلف 9 DA احسب تكلفة ساعة اتصال إذا خفض هذا المعدل من 20%

2. a. قم بنسخ وإكمال الجدول التالي

(h) اتصالات في الشهر \ (DA) السعر	5h	15h	25h
الصيغة A			
الصيغة B			
الصيغة C			

b. استنتج من الجدول الصيغة الأكثر فائدة لـ 5، 15، 25 ساعة من الاتصال.

3. عبر بدلالة العدد x ساعة من الاتصال, السعر بـ DA المدفوع شهريا.

a. للصيغة A .

b. للصيغة B .

c. للصيغة C

4. نعتبر الدوال التالية:

الدالة الخطية f حيث: $f: x \mapsto 9x$

الدالة التآلفية g: حيث: $g: x \mapsto 7{,}2x + 21{,}6$

الدالة التآلفية h حيث: $h \; x \mapsto 180$

على ورقة مليمتريه، ارسم في المعلم (O, I, J) المستقيمات D، D_g و D_h الذين يمثلون الدوال f ، g و h .

نأخذ 0,5 cm لكل وحدة على محور الفواصل ، و 1 cm لكل 10 وحدات على محور التراتيب ، و ستكون قيم x محدودة بين 0 و 25

5. a. حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} y = 9x \\ y = 7{,}2x + 21{,}6 \end{cases}$$

b. أعط تفسيرا بيانيا لحل الجملة السابق

6. استخدام قراءة بيانية من السؤال رقم 4. لتحديد قيم x لكل صيغة من الصيغ الثلاث الأكثر فائدة

التمرين 4A.3 مجموعة الشرق 2001 (تكنو)

تصنع شركة فناجين خشبية ثم تبيعها للرسامين

تقدم لهم سعرين مختلفين للاختيار بينها:

السعر 1 : 25 DA للفنجان .

- السعر 2: دفع جزافي 400 DA و 15 DA على الفنجان

1. احسب سعر 30 فنجان ثم 50 فنجان بالسعر رقم 1 ثم السعر رقم 2.

2. نضع x عدد الفناجين المطلوبة بدلالة x نضع P_1 التسعيرة رقم 1 و P_2 التسعيرة رقم 2 تعطى كالتالي:

$P_1(x) = 25x$ و $P_2(x) = 15x + 400$

ارسم في نفس المعلم المتعامدة والمتجانس، المستقيمان (D_1) و (D_2) اللذان يمثلان الدالتين P_1 و P_2 على الترتيب .

(سوف نأخذ كوحدتين:

على المحور الفواصل : 1 cm لكل 10 فناجين مطلوبة ؛

على المحور التراتيب : 1 cm لكل 100 DA)

3. بقراءة بيانية بسيطة ، اجب على الأسئلة الثلاثة التالية

a. ما هو أكبر عدد من الفناجين، يمكن لرسام شراءه بمبلغ 1200 DA ؟

b. ما هو عدد الفناجين لكي يكون P_1 و P_2 متساويان؟

c. تحت أي شروط تكون التسعيرة رقم 2 الأفضل؟

التمرين - 4B.1 كاين

سعر سلعة x دينار ؛ ازداد سعرها بنسبة 13 % وسعرها بعد الزيادة y دينار .

a. عبر عن y بدلالة x .

b. حدد x مع العلم أن $y=300$.

التمرين - **4B.2** جزر الهند الغربية.

في متجر كبير ، يكون نرمز للقرص المدمج ، بـ "CD" ، و القصص المصورة بـ"BD".

اشترى عثمان CD 2 و BD 3 بسعر 1650 دينارا.

اشترت نجاة CD 4 وBD بسعر 2050 دينارا.

1. اكتب المعادلات التي تترجم النص

2. حل جملة المعادلتين وأعط سعر CD "القرص المضغوط "وسعر BD "القصص المصورة".

3. بعد شهر ، قدم المتجر خصمًا بنسبة 10 % على الأقراص المدمجة و15 % على القصص المصورة. كم يدفع عثمان بعد التخفيض؟

التمرين– 4B.3 المجموعة الغربية

الغرانيت عبارة عن صخرة بلورية تتكون من خليط غير متجانس من أربعة عناصر: الكوارتز والفلسبار والبيوتايت ومعادن أخرى.

1. وتتكون كتلةالغرانيت من :

28 % كوارتز

53 % فلسبار

11 % بيوتايت

19,2 dm^3 معادن أخرى

احسب حجم هذه الكتلة.

2. واحد متر مكعب من الغرانيت كتلته 2.6 طن. احسب كتلة الجرانيت في السؤال **1** .

التمرين - 4B.4 أمريكا الجنوبية

المجلس العام للإدارة لديه 60 مسؤول منتخب . يمثل كل واحد منهم أحد الفئات الثلاثة A ، B وC .

- الفئة A تتكون من 15 مترشح ؛
- 45 % من المترشحين ينتمون إلى الفئة B ؛
- البقية تمثل الفئة C .

1. احسب النسبة المئوية للمنتخبين الذين ينتمون إلى الفئة A.

2. احسب عدد المنتخبين من الفئة B.

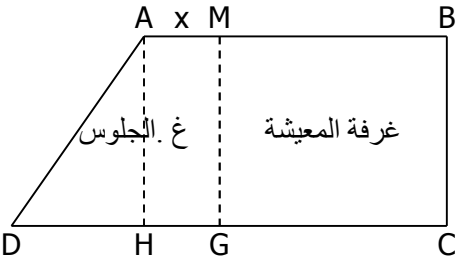
3. مثل بمخطط دائري من دائرة نصف قطرها 4 سم توزيع المجلس العام من الفئات A، B و C.

التمرين - 4B.5 المجموعة (تكنو)

في عام 1998، حصل 19 طالباً من الرابعة متوسط من إجمالي 28على شهادة التعليم المتوسط. احسب نسبة النجاح بتدوير 10^{-2}.

التمرين - 4B.6 آسيا

الشكل أدناه هو منظر للمساحة الأرضية لغرفة في منزل سكني. سيتم تغطيتها بترصيف خشبي (لغرفة الاستقبال) والآخر بتبليط عادي(لغرفة المعيشة).



ABCDهو شبه منحرف قائم حيث ::

CD = 10 m، BC = 5 m ،AB = 6 m

Mهي نقطة من القطعة [AB] ، نضع (x .AM = x هي مسافة معبر عنها بالأمتار و $0 < x < 6$.

1. عبر بدلالة x ، عن مساحة MBCG (غرفة المعيشة) وعن مساحة AMGD (غرفة الاستقبال).

2. a. من اجل أي قيمة لـ x تتساوى فيها المساحتين.

b. ماهي قيمة كال مساحة؟

3. نقترح تمثيل هذه الحالة بيانياً باستخدام ودالتين تآلفيتين f وg .

fمعرفة بـ $f(x) = 5x + 10$ تمثل مساحة AMGD .

gومعرفة بـ $g(x) = -5x + 30$ تمثل مساحة MBCG .

a. في ورقة رسم مليمتريه ، ارسم معلم متعامد ومتجانس:

-يتم وضع المبدأ في أسفل اليسار.

-على محور الفواصل نأخذ 2 cm لكل وحدة (1 m لكل 2 cm)

-على محور التراتيب نأخذ 1 cm لكل وحدتان(1cm لكل 2 m²)

مثل الدالتين f وg.

b. عن طريق القراءة البيانية ، أوجد قيمة x حيث: $f(x) = g(x)$ والمساحة المرتبطة بها .

وضح هذه القيم على الرسم البياني (خطوط متقطة ,الألوان...).

4. لبقية المسألة سوف نأخذ : $x = 1$.

a. بقراءة بيانية أو عن طريق الحساب، أوجد مساحة غرفة الجلوس AMGDومساحة غرفة المعيشة MBCG .

b. غرفة الجلوس AMGD لتغطيتها بترصيف خشبي بثمن أولي 1000 DA لـ m² الحرفي يمنح خصم 5 % .

احسب السعر الإجمالي بعد الخصم للترصيف الخشبي.

c. غرفة المعيشة MBCG تغطي بالبلاط. كما يمنح الحرفي بخصم 5 % فكان إجمالي المبلغ بعد الخصم للتبليط هو 18750 DA.

احسب سعر m² للتبليط قبل الخصم.

الفهرس

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين
حل جملة معادلتين (استبدال القيم)
حل جملة معادلتين (بالتعويض)
حل جملة معادلتين (بالجمع)
مسائل شهادات 1
مسائل شهادات 2

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين	حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين تقبل حل واحد جبريا.	

I.جملة معادلتين .

$\begin{cases} x + 2y = -5 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$ هي جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين .

$x + 2y = -5$ و $4x + y = 1$ هما **المعادلتان** . x و y هما **المجهولان** .

إذا كانت $x = 1$ و: $y = -3$

تم اختبار المعادلتين. $\begin{cases} x + 2y = 1 + 2 \times (-3) = 1 - 6 = -5 \\ 4x + y = 4 \times 1 + (-3) = 4 - 3 = 1 \end{cases}$

نقول أن **الثنائية** (-3 ; 1) هي: **حل للجملة** .

حل جملة، هو العثور على **كافة الثنائيات** التي هي حل للمعادلتين في وقت واحد.

وفي جميع الحالات، حل جملة معادلتين، نحاول أن نبدلها إلى معادلين من درجة الأولى بمجهول واحد.

II.حل جملة معادلتين بالتعويض :

من المستحسن استخدام هذه الطريقة عندما يكون معامل إحدى المجهولين « 1 » أو .« -1 »

مثال :

$$\begin{cases} \mathbf{x + 2y = -4} \\ \mathbf{3x - 2y = 12} \end{cases}$$

نكتب أحد المجهولين بدلالة الآخر في إحدى المعادلتين:

$$\begin{cases} x = \mathbf{-4 - 2y} \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

نعوض المجهول في المعادلة الأخرى .فتصبح معادلة من الدرجة الأولى بمجهول :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3(\mathbf{-4 - 2y}) - 2y = 12 \end{cases}$$

ننشر ما يقبل النشر في المعادلة الجديدة:

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ \mathbf{-12 - 6y} - 2y = 12 \end{cases}$$

نعزل المجهول:

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -6y - 2y = 12 \mathbf{+ 12} \end{cases}$$

نبسط :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ \mathbf{-8y = 24} \end{cases}$$

نتحصل على المجهول :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ \mathbf{y = \frac{24}{-8} = -3} \end{cases}$$

نعوض « قيمة المجهول » في احدى المعادلتين ,ونحسب :

$$\begin{cases} \mathbf{x = -4 - 2 \times (-3) = -4 + 6 = 2} \\ y = -3 \end{cases}$$

حل الجملة هو الثنائية **(-3 ; 2)** .

III. حل جملة معادلتين بالجمع :

ينصح باستخدام هذه الطريقة في جميع الحالات الأخرى::

مثال:

$$\begin{cases} \mathbf{5x + 4y = -1} \\ \mathbf{3x - 2y = 1} \end{cases}$$

الخطوة 1: التخلص من x

نضرب كل معادلة بعدد حيث يصبح معاملا x في المعادلتين نفسه:

$$\begin{cases} \mathbf{3} \times (5x + 4y = -1) \\ \mathbf{5} \times (3x - 2y = 1) \end{cases}$$

نحصل على جملة جديدة *مكافئة*:

$$\begin{cases} \mathbf{15x + 12y = -3} \\ \mathbf{15x - 10y = 5} \end{cases}$$

نطرح "حدا بحد " لمعادلتين، للتخلص من x :

$$\mathbf{(-)} \hookleftarrow \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

$$\mathbf{0x + 22y = -8}$$

نتحصل على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول، التي نحلها:

$$22\,y = -8$$

$$y = -\frac{8}{22} = \mathbf{-\frac{4}{11}}$$

الخطوة 2: التخلص من y

نضرب كل معادلة بعدد حيث يصبح معاملا y في المعادلتين نفسه:

$$\begin{cases} \mathbf{1} \times (5x + 4y = -1) \\ \mathbf{2} \times (3x - 2y = 1) \end{cases}$$

نحصل على جملة جديدة *مكافئة*:

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ \mathbf{6x - 4y = 2} \end{cases}$$

نطرح "حدا بحد " لمعادلتين، للتخلص من y :

$$\mathbf{(+)} \hookleftarrow \begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{11x + 0y = 1}$$

نتحصل على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول، التي نحلها:

$$11x = 1$$

$$x = \mathbf{\frac{1}{11}}$$

حل الجملة هو :. $\left(\mathbf{\frac{1}{11}} ; \mathbf{\frac{4}{11}}\right)$

تمرين1B.1

من بين الجمل التالية، اعثر على التي تقبل الثنائية (1 ; 2)حل لها:

a. $\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=3 \end{cases}$	**b.** $\begin{cases} x-2y=0 \\ 3x-y=4 \end{cases}$
$x+2y = \underline{2}+2\times\underline{1}$ $= 2+2$ $= 4$ ← نعم	
$x-y = \underline{2}-\underline{1}$ $= 1 \neq 3$ ← لا	
(1 ; 2) ليست حلا للجملة.	
c. $\begin{cases} x+y=3 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$	**d.** $\begin{cases} x-y=4 \\ 3x+y=7 \end{cases}$

تمرين1B.2

من بين الجمل التالية، اعثر على التي تقبل الثنائية (-2 ; 3)حل لها:

a. $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=4 \end{cases}$	**b.** $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=5 \end{cases}$
c. $\begin{cases} y-x=-5 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$	**d.** $\begin{cases} x+2y=-1 \\ x+2y=3 \end{cases}$

تمرين1B.3

من بين الثنائيات (x ; y)، وبعد الاختبار أوجد الثنائية التي تمثل حلا للجملة: $\begin{cases} x+3y=7 \\ 3x+y=-3 \end{cases}$.

a. (1 ; 2)	**b.** (2 ; -3)
c. (0 ; 0)	**d.** (-2 ; 3)

تمرين1B.4

من بين الثنائيات (x ; y)، بعد الاختبار أوجد الثنائية التي تمثل حلا الجملة: $\begin{cases} -x+3y=2 \\ -2x+6y=-3 \end{cases}$

a. (1 ; 0)	**b.** (3 ; 1)
c. (5 ; 1)	**d.** (-1 ; -1)

تمرين **2.1**

1. عبر عن x بدلالة: y

a. $x + y = 1$ ومنه: $x = 1 - y$	**b.** $3y + 2x = 5$ ومنه: $2x = 5 - 3y$ إذن: $x = \frac{5-3y}{2}$	**c.** $x + 6y = -2$
d. $x + 3y = 4$	**e.** $-x + 2y = 1$	**f.** $2x + y = 3$

2. عبر عن y بدلالة: x

a. $x - y = 1$ ومنه: $-y = 1 - x$ إذن: $y = -1 + x$	**b.** $3x - 2y = 5$ ومنه: $-2y = 5 - 3x$ ومنه: $y = \frac{5-3x}{-2}$ إذن: $y = \frac{-5+3x}{2}$	**c.** $2x - y = -3$
d. $3x - y = 4$	**e.** $-2x + y = -7$	**f.** $3x - 2y = 5$

تمرين **2.2**

1. عبر عن x بدلالة y في المعادلة الأولى, ثم أوجد y.

a. $\begin{cases} x + y = 3 & (1) \\ x - y = 1 & (2) \end{cases}$	**b.** $\begin{cases} x + 2y = 3 & (1) \\ 2x - y = 1 & (2) \end{cases}$	**c.** $\begin{cases} x + y = 3 & (1) \\ x - y = 1 & (2) \end{cases}$
نعوض x بـ (*) في **(2) :** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1)\ (*) \\ \dots\dots - y = 1 & (2) \end{cases}$	نعوض x بـ (*) في **(2) :** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ 2(\dots\dots) - y = 1 & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{cases}$
نبسط الطرف يسار في (2) **:** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	ننشر الطرف يسار في (2) **:** $\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{cases}$
نعزل y في **: (2)** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	نبسط الطرف يسار في (2) **:** $\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{cases}$
نحسب الطرف اليمين في **(2) :** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	نعزل y في **: (2)** $\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{cases}$
نقسم الطرفين من **(2)** على معامل y : $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	نقسم الطرفين من (2) على معامل y : $\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots & (1) \\ \dots\dots = \dots\dots & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{cases}$
نحسب ونتحصل على y **:** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ y = \dots\dots & (2) \end{cases}$	نحسب ونتحصل على y **:** $\begin{cases} x = \dots\dots & (1) \\ y = \dots\dots & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{cases}$

2. عوض y بقيمتها في المعادلة (1)

$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$	$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$	$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$
$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$	$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$	$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$

تمرين **2.3**

حل الجمل التالية بطريقة التعويض، أي بإتباع الخطوتين **1** و**2** في **التمرين 2.2.**

a. $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 3x + 4y = 24 \\ x + 5y = 19 \end{cases}$ **d.** $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$ **e.** $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

تمرين **3.1**

1. اضرب كل معادلة بالعدد المعطى:

b. $-2 \times \{x - 3y = -2\}$	*a.* $3 \times \{2x + y = 4\}$ $6x + 3y = 12$
d. $-5 \times \{-x + 4y = 0\}$	*c.* $4 \times \{-3x + 2y = -1\}$
f. $-5 \times \{-x + 4y = 0\}$	*e.* $4 \times \{-3x + 2y = -1\}$
h. $-7 \times \{-2x + 5y = -3\}$	*g.* $-3 \times \{7x - 2y = -4\}$

2. اجمع طرفا إلى طرف و أوجد x **أو** y :

c.	b.	a.
$\begin{cases} -3x + 5y = 2 \\ -x - 5y = -4 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $2x = 6$ $x = \frac{6}{2}$ $x = 3$

3. اطرح طرفا من طرف لتجد x **أو** y :

a.	**b.**	**c.**
$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x - 5y = 3 \\ 7x - 5y = -4 \end{cases}$

4. اضرب كل معادلة بالعدد المعطى ، ومن ثم اجمع أو اطرح للتخلص من أحد المجهولين ، وأخير أوجد x **أو** y

b. $5 \times \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -2 \times \end{cases} \begin{cases} \\ 5x - y = 7 \end{cases}$	**a.** $2 \times \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3 \times \end{cases} \begin{cases} \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$
	$\begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 15x - 6y = 9 \end{cases}$
	$(+) \curvearrowright \begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 15x - 6y = 9 \end{cases}$
	$19x + 0y = 19$
	$\frac{19x}{19} = \frac{19}{19}$
	$x = 1$
d. $4 \times \begin{cases} 4x + 3y = 27 \\ 3 \times \end{cases} \begin{cases} \\ 5x + 4y = 23 \end{cases}$	**c.** $5 \times \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 2 \times \end{cases} \begin{cases} \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$

نمرين **3.2**

حل هذه الجمل بطريقة **الجمع**، وهذا يعني:

1- اضرب المعادلتين بعددين ليتم **التخلص من x** بإضافة أو طرح.

2- اضرب المعادلتين بعددين ليتم **التخلص من y** بإضافة أو طرح.

a. $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} 2x + 3y = -11 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 6x - 5y = 2 \\ -7x + 3y = 1 \end{cases}$ **d.** $\begin{cases} 5x - 2y = -16 \\ 3x - 4y = -18 \end{cases}$ **e.** $\begin{cases} 2x - 7y = 11 \\ -5x + 13y = -17 \end{cases}$

تمرين - 4A.1 مرسيليا .
قاعة عروض تقترح على زبائنها تسعيرة A وتسعيرةb
يحضر على عرض واحد بالتسعيرة A و3 عروض بالتسعيرة .b فدفع مبلغ 480 DA.
يحضر صالح عرضين بالتسعيرة A وعرض واحد بالتسعيرة .b فدفع مبلغ 410 DA.
نريد حساب التسعيرة A والتسعيرة b.
للقيام بهذه الحسابات، الأستاذ يقترح عليك حل الجملة التالي:

$$\begin{cases} x + 3y = 480 \\ 2x + y = 410 \end{cases}$$

1 . ما يمثل الحرفان x وy في الجملة ؟
2 .ما هي المعلومات الواردة في النص التي تعبر عنها المعادلة « $x + 3y = 480$ » ؟
3. ما هي المعلومات الواردة في النص التي تعبر عنها المعادلة « $2x + y = 410$ »؟
4. حل هذه الجملة.

تمرين – 4A.2 اميان (بالتصرف)
1.حل الجملة التالية**:**

$$\begin{cases} 42x + 80y = 1\,514 \\ x + y = 27 \end{cases}$$

2.للحضور محاضرة في التنمية البشرية ، هناك تذاكر بـ **420 DA** وأخرى بـ **800 DA** .اشتريت 27 تذكرة بمبلغ **51410 DA** .
ما هو عدد التذاكر من كل؟

تمرين - 4A.3 نانت.
أراد نادي كاياك(زوارق رياضية) تجديد معداته للموسم الجديد . المرة الأولى، يتم شراء ثلاثة زوارق بخمسة مجاذيف بمبلغ 85000 DA ثم تقرر استكمال معدات النادي، اشترى النادي زورقين بثلاثة مجاذيف بمبلغ 65000 DA .
احسب سعر قارب الكاياك وسعر المجداف.

تمرين - 4A.4 آسيا .(بالتصرف)
في مشتل، يتم تنفيذ عملية بيع أشجار الفاكهة.
السيدة نعيمة اشترت 4 كمثرى و6 بندق مقابل 6700 DA.
السيد صالح اشترى 6 كمثرى و 10بندق مقابل 10600 DA.
نريد حساب سعر شجرة الكمثرى وسعر شجرة البندق.
1. اكتب جملة معادلتين تعبر عن البيانات المعطاة .
2. حل هذه الجملة لإيجاد سعر شجرة الكمثرى وسعر شجرة البندق.

تمرين - 4A.5 مرسيليا .
1- حل باالطريقة التي تختار الجملة التالية :

$$\begin{cases} x - y = 40 \\ 7x + 5y = 520 \end{cases}$$

2-زهرة ورد يزيد ثمنهابـ : **40 DA** عن زهرة الأقحوان
باقة من 7 ورود و5 زهرات أقحوان ثمنها **520 DA** .
ما هو سعر الوردة؟
ما هو سعر الأقحوانة؟

تمرين - 4A.6 باريس.
لتجهيز غرفة اجتماع، اشترى السيد بشير كراسي والمقاعد.
-كل كرسي تكلفته 2000 DA و وكل مقعد ثمنه 800DA، فدفع مبلغ إجمالي قدره 66000 DA.
- إذا إشترى 5 كراسي أكثر من المقاعد.
ما هو عدد الكراسي وعدد المقاعد التي اشتراها السيد بشبر؟

تمرين - 4A.7 كاين.
1. حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x + y = 630 \\ 18x + 30y = 14\,220 \end{cases}$$

2.في حديقة الحيوان، 30 DA ثمن تذكرة البالغين و18 DA ثمن تذكرة الأطفال و **.**في نهاية اليوم 630 شخصا زار حديقة الحيوان وكانت حصيلة اليوم هي : 14220 DA **.**
من بين أولئك الذين زاروا حديقة الحيوان هذا اليوم،
ما هو عدد الأطفال؟ ما هو عدد البالغين؟

تمرين – 4A.8 كليرمون- فران (بالتصرف)
1.حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 153 \\ 2x + 3y = 110{,}5 \end{cases}$$

2 .علي طلب من الخباز3 جبزات شوكولاتة وهلاليتان فدفع 153 DA وفجأة غير رأيه وقال للخباز عفوا، كنت مخطئا، العكس هو الصحيح.
بالطبع، أجاب الخباز، وسأرجع لك 42.5 DA.
أوجد مع تبرير الإجابة، سعر خبزت الشكولاتة وسعر الهلالية.

تمرين - 4A.9 ليون.(بالتصرف)
تكلفة ثلاثة كراريس وقلم 114 DA .
وتكلفة خمسة كراريس وثلاثة أقلام 214DA .
احسب سعر الكراس وسعر القلم.

تمرين - 4B.1 مرسيليا (بالتصرف)

1.حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 30 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

2. اشترت مدرسة نسختين من قرص تعليمي وثلاث نسخ من نفس كتاب الجيب بمبلغ 300 DA.
القرص يزيد عن كتاب الجيب مبلغ 50 DA.
ما هو سعر القرص الواحد بـ DA ؟
ما هو سعر كتاب الجيب؟

تمرين - 4B.2 أمريكا الشمالية

1.حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} x - y = 24 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$$

2. فرق عددين هو 24 .ما هما هذان العددان علما أنه في حالة إضافة لكليهما 8 نحصل على عددين جديدين، إحداهما ثلاثة أضعاف الآخر ؟

تمرين - 4B.3 مرسيليا2001 (بالتصرف)

1.حل جملة المعادلتين من الدرجة الأولى التالية:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$$

لتمويل جزء من رحلتهم في نهاية السنة، قام تلاميذ من السنة 4 متوسط ببيع الكعك الذي صنعوه بأنفسهم.
في اليوم نفسه بيعت 15 فطيرة، بعضها فطائر التوت والأخرى فطائر التفاح.
فطيرة التوت ثمنها 40 DA وفطيرة التفاح ثمنها 20 DA.المبلغ الذي جمعوه في هذا اليوم هو :420 DA
بعد ترييض المشكلة، حدد كم فطيرة باعوا من كل نوع ؟

تمرين - 4B.4 بولينيزيا (بالتصرف)

1. حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 800x + 500y = 124\,000 \end{cases}$$

قاعة سينما تقترح عرضين لزبائنها:
- تذكرة البالغ بـ 80 DA ؛ وتذكرت الطفل بـ 50 DA حضر العرض 200 شخص في هذا اليوم وبلغت الإيرادات الإجمالية 12400 DA.
احسب عدد البالغين وعدد الأطفال الذين حضروا هذا العرض .

تمرين - 4B.5 غرب أفريقيا (بالتصرف)

1.حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 170 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

مصنف (classeur) يباع أكثر من كراس بـ 10 DA ، سعر مصنفين وثلاثة كراريس بـ .170 DA.
ما هو سعر كلا من المصنف والكراس؟

تمرين - 4B.6 جنوب شرق آسيا

1.حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 432 \\ 2x + 3y = 398 \end{cases}$$

2. محمصة تبيع نوعين من مزيج البن.
الخليط ❶ يتكون من 40% روبوستا 60% ارابيكا بسعر 864 DA للكيلوغرام .
الخليط ❷ يتكون من 60% روبوستا 40% ارابيكا بسعر 796 DA للكيلوغرام . نذكر أن: x سعر 1km من ارابيكا، y سعر 1km من روبوستا. ما هو سعرالكيلوغرام من روبوستا ومن آرابيكا ؟

تمرين – 4B.7 باريس 2002 (بالتصرف)

مزارعة تبيع 3 بطات مع 4 دجاجات بـ : 3400 DA.
أو بطة ودجاج بمبلغ 1000 DA.
حدد ثمن دجاجة وثمن بطة.

تمرين - 4B.8 بونديشيري

شخص لديه 60 DA، يمكنه إنفاق هذا المبلغ أما عن طريق شراء 10 هلاليات وكعكة، أما عن طريق شراء 4 هلاليات وكعكتين.
احسب سعر كلا من الهلالية وكعكة.

تمرين – 4B.9 نانت

على غلاف كتاب للهندسة رسمت أشكال؛ هذه الأشكال هي مثلثات أو مستطيلات التي ليس لديها رؤوس مشتركة.
1- ما هو عدد الرؤوس ، رسم هناك 4 مثلثات و 6 مستطيلات ؟
2 – واقعيا وجدنا 18 شكل وعددنا 65 رأسا.
كم هي عدد المثلثات والمستطيلات على غلاف هذا الكتاب؟

تمرين - 4B.10 باريس

باقة من الزهور تتألف من 3 أزهار السوسن و 4 ورود صفراء، سعرها 480 DA.
باقة أخرى تتكون من 5 أزهار السوسن و6 ورود صفراء، سعرها 750 DA. نضع x سعر السوسنة بـ DA و y سعر الوردة بـ DA.
أكتاب جملة معادلتين تترجم بيانات هذه المشكلة واحسب سعر السوسنة والوردة صفراء.

الكفاءات في الإحصاء
- السرعة المتوسطة
- المتوسط ومدى
-المقادير والحاصل - المقادير والجداءات
- المتوسط - الوسيط - المدى (مع الرسم البياني)
- المتوسط - الوسيط - المدى(بدون رسوم بيانية)
- تمارين من شهادات 1
- تمارين من شهادات 2
-تمارين من شهادات 3

وفقك الله تعالى

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
تطبيقات التناسبية	هذه الحالات تنطوي على كميات، التي تكتب احدى الكميات بدلالة الأخرى، - بيانيا تمثل الحالة بدقة إذا كان ذلك ممكناً، وإلا بطريقة تقريبية، -قراءة وتفسير بعض هذه التمثيلات.	في السنة الرابعة يأتي لتكملة دراسة التناسبية الذي قد بدأت بالفعل بدخول المتوسطة . يتم إعطاء الكثير من الفرص من اقتراح، أو معرفة، ومن ثم استخدام التناسبية بتطور مرحلي في مختلف المجالات والفروع من البرنامج. الحالات التي فيها كميات المفضل إعدادها وتنظيمها في حسابات تتعلق بالتناسبية، لا سيما النسب المئوية .على سبيل المثال، ومن المهارات المطلوبة، تتجاوز إلى مسائل الإدماج
المقادير المركبة تغيير الوحدات		المقادير المتداخلة درست بعد المقادير المتناسبة في السنة 3 متوسط ، جعلت المقادير المركبة أبسط. وتجدر الإشارة إلى أن المساحات والأحجام هي مقادير متداخلة . غيرها من المقادير المتداخلة و المقادير المتناسبة يمكن استخدامها: ركاب x كيلومتر، kWh ، DA /kWh تعطى تدريجيا ، ... بالتزامن مع المواد الأخرى (الفيزياء والكيمياء والتربية المدنية ...)، ونحن نسعى لأهمية لرموز الكتابة الصحيحة وأهمية النتائج العددية.
إحصاء		الإحصاء الأساس منه 1 . تزويد التلاميذ أول الأدوات لمقارنة سلسل إحصائية، 2. التعود على قراءة واتخاذ موقف مسؤولة للتعامل مع المعلومات الإحصائية.
خصائص مؤشرالموقع لسلسلة إحصائية	السلسلة الإحصائية تعطى (على شكل قائمة أو جدول أو رسم بياني)، اقتراح قيمة وسيطة لهذه السلسلة تعطي المعنى	باستخدام التكرارات أو التردد التراكمي (المجمع)، ما هي القيمة التي تمكننا أن نتأكد من معرفة نصف عدد التكرارات بدقة . والأمثلة المعطاة يجب ألا تثير أي صعوبة حول تحديد قيمة المتوسط.
نهج خصائص تشتت لسلسلة إحصائية	سلسلة الإحصائية التي تعطى بمدى محدد أو جزء معين من هذه السلسلة.	دراسة السلاسل الإحصائية التي لها نفس المعدل تمكننا الاقتراب من مفهوم التشتت قبل الدخول مؤشر التشتت. ونقدم مدى سلسلة أو من جزء من سلسلة يتم الحصول عليها بعد نزع القيم المتطرفة. مقارنة سلسلتين سوف يعالج بعض حساب مؤشرات الموقع والتشتت، أوعن طريق تفسير البيانات والرسوم البيانية.
مقدمة إلى الاستخدام المجدولات في الإحصاءات		المجدولات التي يمكن استخدامها على جميع أنواع أجهزة الكمبيوتر وتماشيا مع التكنولوجيا، لتطبيقها في دراسة للبيانات الإحصائية ومعالجتها بسرعة.

I. التناسبية:

يتم قياس بعض القيم بمقادير مركبة. وهذا يعني أننا نستخدم عدة وحدات من المقادير التي تتكون علاقة بينهم لقياسها.

a. مقادير متناسبة (مثال):

السرعة المتوسطة هو مقدار متناسب بالفعل، هي نسبة $\frac{\text{وحدة الطول}}{\text{وحدة الزمن}}$ بمعنى km/h , او بـ... m/s

b. مقادير متناسبة أخرى:

- سعر البنزين دينار جزائري للتر الواحد.(DA / L)
- الكتلة الحجمية للجسم، بالكيلوغرام لكل متر مربع (kg/m^3)
- سرعة دوران المحرك عدد الدورات في الدقيقة (tr/min)
- .....

c. مقادير متناسبة (مثال)

لقياس كمية الكهرباء المستهلكة من العملاء، تستخدم شركة سونا الغاز " كيلووات ساعي " (kW.h) أي أنه تضاعف استهلاك **الطاقة الكهربائية** في **زمن المستغرق** .

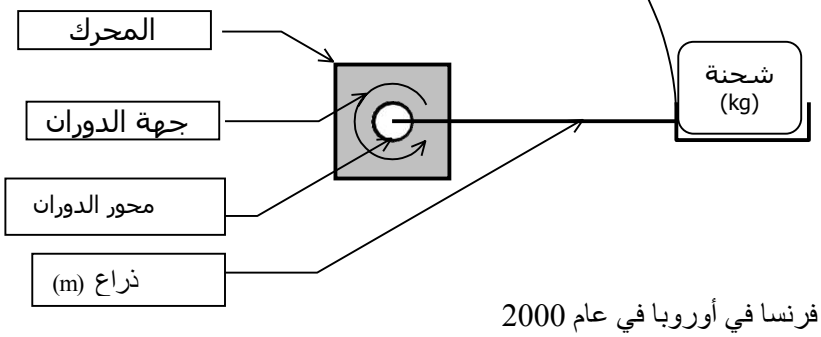
أمثلة :

يستهلك العميل A ، 1,5 kW لمدة 3 ساعات. تحسب الفاتورة : $1,5 \times 3 = 4,5$ kw.h

لكن العميل B يستهلك فقط 0,4 kw لمدة 13 ساعة. تحسب الفاتورة: $0,4 \times 13 = 5,2$ kW.h:

مقادير متناسبة أخرى :

عزم دوران محرك متر في الكيلوغرام (m.kg)



نتصور أن ذراعا ثابتا متصلا على محور دوران المحرك وتحتوي على شحنة في الطرف الآخر.

المحرك له عزم دوران يبلغ 15 m.kg يكون من الناحية النظرية قادرة على رفع حمولة من 1 kg في نهاية ذراع طوله 15 m أو حمولة 3 kg في نهاية ذراع طوله1 m...

II. إحصاء .

هذه السلسلة الإحصائية توضح سن اللاعبين من فريق بطل فرنسا في أوروبا في عام 2000

السن	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	المجموع
التكرار	0	1	2	0	1	0	4	0	4	3	1	2	2	0	1	1	**22**

وهذا يعني أن هناك :

- لاعب 1 عمره 21سنة
- لاعبين عمر كل منهما 22 عاما .
- 4 لاعبين عمر كل واحد منهم 26 عاما .
- لا يوجد لاعب البالغ من العمر 33...

***a*. متوسط قيمة سلسلة الإحصائية** (المعدل) **:**

وهو مجموع من جميع الأعمار (لا ننسى أن تأخذ في الاعتبار تكرار كل العمر)، مقسوما على مجموع:

$$\overline{M}=\frac{(21\times1)+(22\times2)+(24\times1)+(26\times4)+(28\times4)+(29\times3)+(30\times1)+(31\times2)+(32\times2)+(34\times1)+(35\times1)}{22}$$

$$\overline{M}=\frac{21+44+24+104+112+87+62+30+64+34+35}{22}$$

$$\overline{M}=\frac{617}{22}\approx 28$$

إذن **متوسط** عمر الفريق حوالي 28 سنة

***b*. القيمة الوسيطية لسلسلة إحصائية:**

هذه هي القيمة (من العمر) التي تقع منتصف من هذه السلسلة، والتي تقسمها إلى سلسلتين لهما نفس عدد التكرارات. بعد إعادة كتابة جميع الأعمار في ترتيب تصاعدي:

21 22 22 24 26 26 26 26 28 28 **28** | **28** 29 29 29 30 31 31 32 32 34 35

$\frac{28+28}{2}$

11 لاعب هو الوسيط **28** 11 لاعب

وسيط هذه السلسلة الإحصائية هو 28 عاما. $med=28$

ملاحظات :

-في هذا المثال، الوسيط هو المتوسط. وهي صدفة ، على الرغم من أن القيمتين عادة ما يكونا قريبين جدا .

-إذا كان مجموع تكرارات هذه السلسلة هو عدد فردي ، ويقع عليه "الخط الفاصل" هذه هي القيمة الوسطية .

-إذا كان مجموع تكرارات هذه السلسلة هو زوجي (في مثالنا)، يقع "الخط الفاصل" بين قيمتين. إذا كانت هذين القيمتين مختلفتين، يتم استخدام متوسط لقيمتيالوسطين

***c*. مدى سلسلة الإحصائية:**

هو الفرق بين أعلى قيمة (من العمر) وأقل قيمة.

35 – 21 = **14**عام

ويقال أن مدى سلسلة إحصائية هو **سمة تشتت**، الذي يقارن سلاسل لها نفس المتوسط و/ أو لها قيم وسطية مقربة.

تذكير : السرعة المتوسط ، و المساواتين التيان تتولدان عنها:

$$v = \frac{d}{t} \qquad d = v \times t \qquad t = \frac{d}{v}$$

النشاط1.1

أكمل الخانات الفارغة من الجدول:

	v	d	t
a.	70 km/h		5 h
b.		700 km	35 h
c.	9 m/s	400 m	
d.	25 m/s		2 min
e.		200 m	19,32 s
f.	11 m/s	1,5 km	

النشاط 1.2 « مرسلي» :

مرسلي يقطع 400 m في 50 ثانية .

a. ما هو متوسط السرعة ($m.s^{-1}$) على هذه المسافة؟

b. اذا علمنا أن السرعة المتوسط على مدى 200 m الأخيرة هي : $9\ m.s^{-1}$ ما هوالوقت المستغرق لقطع هذه المسافة ؟

c. ما هي السرعة المتوسط للرياضي في مسافة 200 m الأولى؟

النشاط 1.3 « 24ساعة في لومان»

a. بي أم دبليو **V12** مكون فاز في عام 1999 بقطع 4'967'991 km خلال 24 ساعة

ما كانت سرعة المتوسطة؟

b. في عام 1978، فاز " A 442B " رينو - جبال الألب بمتوسط سرعة 210,188 km/h خلال 24 ساعة.

ما هي المسافة المقطوعة؟

c . في عام 1978، طول دائرة السباق 13,634 km ، بينما في عام 1999 فإن طول دائرة السباق 13.611 km.

ما هو عدد الدورات التي تقطعها السيارتين **V12** وA 442B ؟

* **24ساعة في لومان** هو سباق السيارات مدتة 24ساعة

النشاط : 1.4 « ذهاب –إياب »

سائق يستقل سيارته يوميا ذهابا وإيابا بين العمل والمنزل، مسافة 60 km . ويسير بسرعة 100km/h ذهابا . في المقابل، يسير بـ 40 km / h في العودة .

أ. ما هو الوقت المستغرق في الذهاب؟

ب. ماهو وقت المستغرق في العودة؟

ج. ما هو متوسط السرعة خلال كل المسار ذهابا وإيابا؟

النشاط : 1.5 عبر الأطلنطي

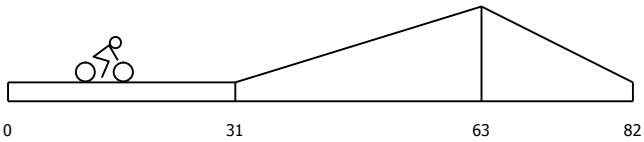
طائرة تقلع من الجزائر، وتصل إلى شيكاغو بعد9 ساعات. وتستغرق في الرجوع ساعة أكثر من الذهاب. مع العلم أن بين المدينتين مسافة 7808 km، ما هو متوسط السرعة العودة؟

النشاط 1.6

يمكن لراكبي الدراجات المشاركة في 3 فئات: "المتسلقين"، و "الفرسان" و "العدائين". حسب السرعة المتوسط على أساس نوع من التضاريس في هذا الجدول:

	صعود	هضبة	نزول
المتسلقون	20 km/h	40 km/h	70 km/h
الفرسان	15 km/h	45 km/h	70 km/h
العداؤون	12 km/h	45 km/h	90 km/h

احسب الوقت الذي يستغرقه كل دراج على كل مرحلة (انظر الشكل)



النشاط:1.7 « قصة قطارين »

قطارين انطلقا في نفس الوقت، الأول من باريس والثاني من مرسيليا، حيث المسافة بين المدينتين.800 km.

قطار من كان يسير بسرعة 250 km/h في المتوسط.

القطار من مرسيليا كان يسير بسرعة 150 km/h في المتوسط.

1. عبر عن d_1 المسافة التي يقطعها قطار باريس و d_2 التي يقطعها قطار مرسيليا .بدلالة t .

2. اكتب معادلة متعلقة بالمسافتين d_1 و d_2 تفسر تلافي القطارين.

3. استخدام السؤالين 1 و 2 للإجابة على السؤالين التاليين:

a. بعد كم من الوقت يتقاطع القطارين ؟

b. على أي مسافة من باريس يتقاطع القطارين ؟

النشاط : 1.8 « المطاردة»

الدراج غادر المنزل على الساعة: $13^{h}30^{mn}$ بسرعة متوسطة 30 km/h. سائق سيارة من نفس المكان وعلى الساعة $15^{h}30^{mn}$ يسير بمتوسط سرعة 70 km /h للحاق بالدراج .

1. احسب المسافة التي يقطعها الدراج عندما يقوم السائق بمغادرة المنزل.

2. يتم تشغيل مقتيه في الساعة 15h30. عبر بدلالة t عن d_1المسافة التي يقطعها الدراج و d_2 المسافة التي يقطعها السائق.

3. استخدام السؤالين 1 و 2 للإجابة على السؤالين التاليين:

a. في أي وقت تلتحق السيارة بالدراجة الهوائية؟

b. ماهي المسافة المقطوعة من كليهما

حتي هذه اللحظة(وقت التلاقي)؟

النشاط **:**

إختيار مشترك للثلاثي 2 علامات التلاميذ الأولى متوسط هي كما يلي:

1م 1	9	14	11	5	17	12	9	11	15	15	17	13	14	15	17	6	11	13	5	12	11
1م2	18	10	4	9	10	1	5	20	5	15	20	15	2	17	15	9	9	18	14	17	20

يسأل تلاميذ ما هو القسم الأفضل .كيف سيتم الإجابة عليها؟

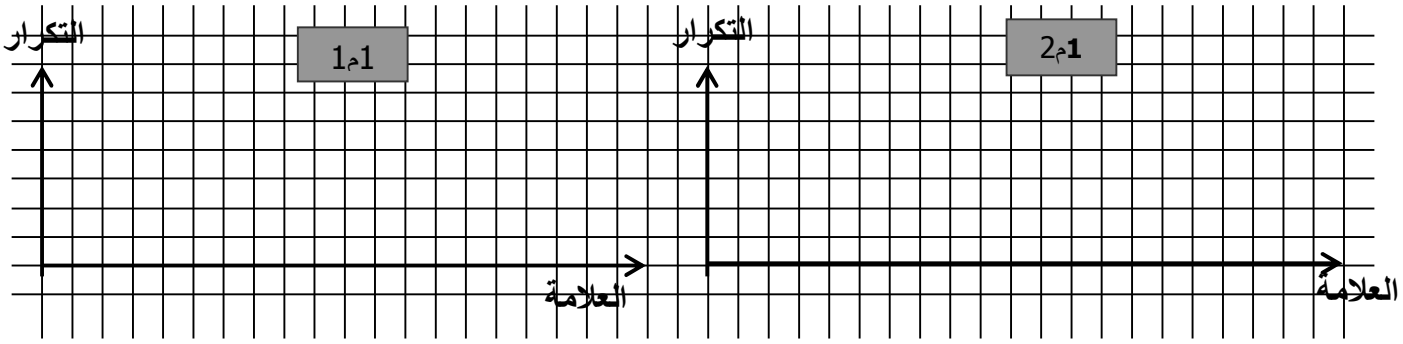
a. حساب الوسط الحسابي (المعدل) لكل قسم :

1م 1: .....

1م 2: .....

ما هو جوابك للتلاميذ؟ .....

b .مثل توزيع علامات التلاميذ بمخطط أعمدة لكل قسم:



ما هي العلامة الموجودة "في المنتصف، أي أن عدد العلامات قبلها هي عدد العلامات بعدها؟

لـ 1م 1..... لـ 1م2 .....

هذه القيمة تسمى . .....

أوجد الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة

لـ 1م 1..... لـ 1م2 .....

هذه القيمة تسمى . .....

في الأخير ما هو جوابك للتلاميذ؟ .....

.....

تذكير :

متوسط سلسلة الإحصائية:

عند ترتيب السلسلة الإحصائية، **فالقيمة الوسطية** هي التي تقسم هذه السلسلة إلى قسمين. عدد القيم التي تسبقها هي تساوي عدد القيم التي تليها في الترتيب.

مدى سلسلة الإحصائية:

المدى: هو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة من هذه السلسلة.

التمرين 1.1

شركة الحافلات تأخذ 2 DA لكيلومتر لكل زبون.

a. كم تجني شركة الحافلات من المال إذا كان عدد الركاب :

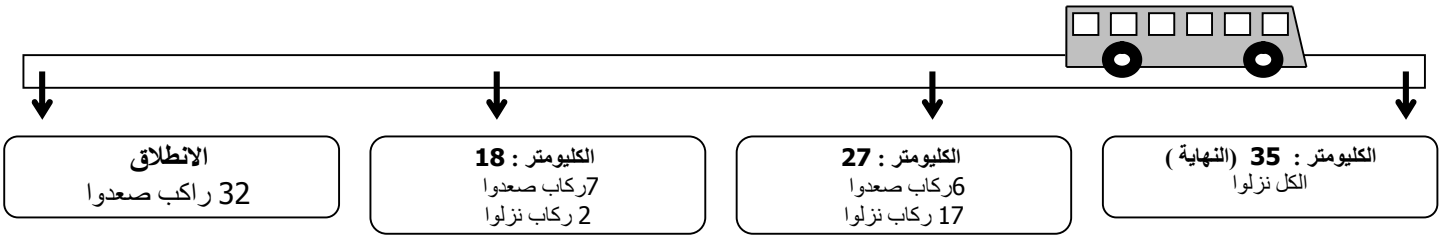
- 45راكبا لمسافة 33 كيلومتر؟
- 81راكب لمسافة 19 كيلومتر؟
- 19راكبا لمسافة 81 كيلومتر؟

b. المتوسطة هي زبون لدى شركة الحافلات:

اليوم	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
الوجهة	ملعب	حمام سباحة	بحيرة	حمام سباحة	ملعب	مسرح	-
المسافة km	9	12	37	12	9	7	-
عدد الركاب	52	35	9	41	76	21	-

كم من المال تدفع المتوسطة لمدة أسبوع؟

c. هذا مسار حافلة من حافلات الشركة:



كم من المال حصلت الشركة في هذه السفرية ؟

d. حافلة تقل إلى مخيم للعطلات مسافة 225 km ، حصيلة الشركة هي 19 800 DA، ما هو عدد الركاب هذه الرحلة ؟

e . لدى 23 شخص مسن ميزانية قدرها 16 400 DA لرحلة .ما هي المسافة القصوى التي يمكن قطعها بحافلة الشركة؟

التمرين 1.2

لحساب استهلاك الكهرباء لكل أسرة، تستخدم "kWh" أو ."kiloWatt hour" ويتم الحصول عليه بضرب استطاعة الجهاز (بالكيلو وات التي تساوي 1000 واط "1 kWh = 1000 W") بالوقت المستخدم

مثال: مصباح له استطاعة 60 w يعمل لمدة 5 ساعات. فاستهلاك الكهرباء هو 300= 60 × 5 أي 0.3 kWh.

1. a. ماذا سيكون الاستهلاك في الحالات التالية (بالكيلوواط ساعة)؟

-فرن كهربائي (2 kW "كيلوواط") لمدة 1,5 h "ساعة ونصف".

-غسالة أطباق (1300W"واط ") لمدة 2 h "ساعتين" ؛

-مكنسة كهربائية (1400 W"واط ") تستخدم لمدة 30 mn "دقيقة".

b . ظل مصباح استطاعته 40 W فستهلك 14,40 kWh. كم من الوقت اشتغل؟

c . تستهلك الثلاجة حوالي 400 kWh في السنة. ما هي استطاعته؟

2. سونلغاز تسحب فواتيرها على أساس 7,87 DA/kWh

a. كم ستدفع عائلة تستهلك 650 kWh في الشهر؟

b. كم استهلكت العائلة التي دفعت3000 DA في الشهر؟

c. الثلاجة تكلف المستخدم 3239 DA في السنة (بدون توقف). ما هي استطاعتها (بالواط W)؟

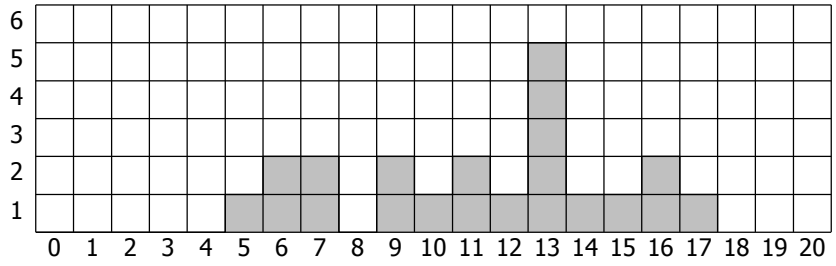
الجداول الثلاثة في هذه الدراسة هي توزيع نقاط السنة 4 متوسط في الثلاثيات الثالث للسنة الدراسية. قرر المعلم الرئيسي تحليل هذه السلسلة الإحصائية لمقارنة الأفضل.

سيكون الدراسة (بالقراءة أو بحساب) عدد العلامات الأقل من 10، عدد العلامات الأكبر من أو يساوي 10، المدى والوسيط والوسط، ويمثل الجدول في شكل مخطط أعمدة.

اتمرين – **2A.1** الثلاثي الأول **(مثال) :**

النقطة	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	المجموع
عدد التلاميذ	0	0	0	0	0	1	2	0	2	2	1	2	1	2	1	1	5	1	2	0	0	**21**

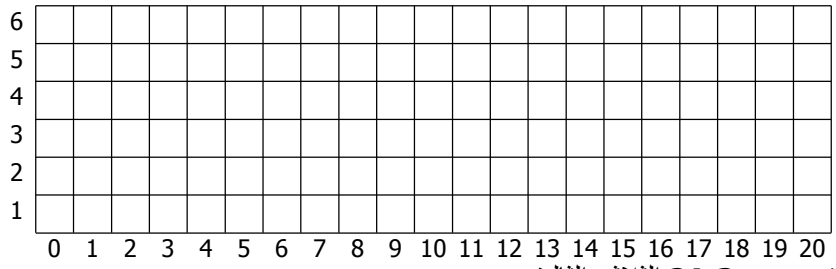
10 > علامات	**7**
10 ≥ علامات	**14**
المدى	**12**
المتوسط	**12**
الوسط –المعدل-	**11,2**



التمرين – **2A.2** الثلاثي الثاني

النقطة	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
عدد التلاميذ	0	0	0	1	0	0	2	2	1	2	2	1	1	1	2	3	1	2	0	0	0	**21**

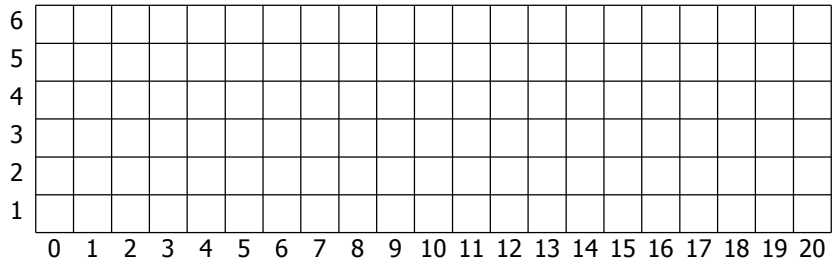
10 > علامات	
10 ≥ علامات	
المدى	
المتوسط	
الوسط –المعدل-	



التمرين – **2A.3** الثلاثي الثالث

النقطة	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
عدد التلاميذ	0	0	0	0	1	1	2	0	3	2	0	3	0	3	1	1	2	0	0	0	0	**21**

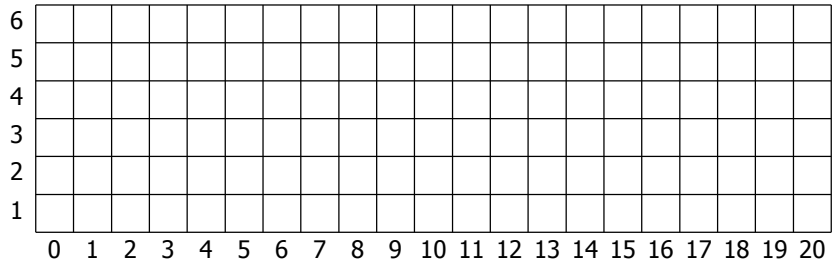
10 > علامات	
10 ≥ علامات	
المدى	
المتوسط	
الوسط –المعدل-	



التمرين – **2A.4** الحوصلة

النقطة	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
عدد التلاميذ	0	0	0	1	0	0	0	4	0	2	0	1	4	2	2	2	1	2	0	0	0	**21**

10 > علامات	
10 ≥ علامات	
المدى	
المتوسط	
الوسط –المعدل-	



التمرين2B.1

تمثل هذه السلسلة الإحصائية الأجور (بالـ DA) لـ 15 شخصا.

36000;27000;33000;34500;69000;49200;45000;61680;51000;41100;29700;78000;36900

1. رتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا .

2. حدد الوسط الحسابي، والمدى والوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

الوسط=	المدى=	المتوسط=

التمرين2B.2

تمثل هذه السلسلة الإحصائية أطوال بـ m لـ 17 شخصا.

1,90 ; 1,73 ; 1,87 ; 1,85 ; 1,75 ; 1,80 ; 1,74 ; 1,67 ; 1,74 ; 1,79 ; 1,78 ; 1,91 ; 1,83 ; 1,89 ; 1,76 ; 1,68 ; 1,75

1. رتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا .

2. حدد الوسط الحسابي، والمدى والوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

الوسط=	المدى=	المتوسط=

التمرين2B.3

تمثل هذه السلسلة الإحصائية الوزن (بالكيلوغرام) لـ 23 شخصا.

81 ; 59 ; 98 ; 63 ; 65 ; 76 ; 84 ; 87 ; 79 ; 91 ; 101 ; 61 ; 64 ; 75 ; 75 ; 80 ; 78 ; 76 ; 73 ; 95 ; 87 ; 57 ; 75

1رتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا .

2. حدد الوسط الحسابي، والمدى والوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

الوسط=	المدى=	المتوسط=

التمرين2B.4

تمثل هذه السلسلة الإحصائية علامات (على 20) لـ22 تلميذا .

13,5 ; 12 ; 10 ; 11 ; 11,5 ; 11 ; 20 ; 8,5 ; 7 ; 18 ; 15,5 ; 17 ; 9,5 ; 4 ; 5 ; 10,5 ; 14 ; 12 ; 19,5 ; 14,5 ; 13 ; 7,5

1رتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا.

2. حدد الوسط الحسابي، والمدى والوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

الوسط=	المدى=	المتوسط=

التمرين2B.5

تمثل هذه السلسلة الإحصائية أعمار 24 تلميذا.

15 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 14 ; 15 ; 13 ; 13 ; 14 ; 14 ; 13 ; 15 ; 14 ; 13 ; 14 ; 16 ; 17 ; 15 ; 14 ; 15 ; 15 ; 14 ; 16 ; 17 ; 15 ; 14 ; 13 ; 14 ; 14 ; 14 ; 13 ; 14 ; 14

11رتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا .

2. حدد الوسط الحسابي، والمدى والوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

الوسط=	المدى=	المتوسط=

التمرين2B.6

تمثل هذه السلسلة الإحصائية متوسط درجات الحرارة في ماي (بـالدرجة المئوية°) في 24مدينة .

9 ; 19 ; 17 ; 10 ; 9 ; 21 ; 7 ; 18 ; 10 ; 17 ; 12 ; 20 ; 9 ; 18 ; 24 ; 23 ; 18 ; 16 ; 17 ; 11 ; 22 ; 16 ; 13 ; 14

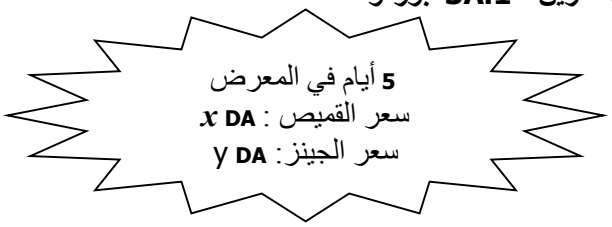
1رتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا .

2. حدد الوسط الحسابي، والمدى والوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

الوسط=	المدى=	المتوسط=

وفقك الله تعالى

التمرين - 3A.1 بوردو



1. فريد اشترى خمسة قمصان واثنين من جينز : بمبلغ 11500 DA.
فارس اشترى أربعة قمصان، سروال جينز، وسترة بـ 6000 DA دفع فيهم جميعا 14000 DA.
ما هو سعر القميص؟ ما هو سعر الجينز؟

2. يبين الجدول أدناه الحضور اليومي في المعرض:

أيام	الجمعة	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء
عدد الأشخاص	770	1 925	9 009	3 080	616

a . من العدد الإجمالي للأشخاص الذين حضروا المعرض، ما هي النسبة المئوية لأولئك الذين جاؤوا يوم الأحد؟

b. ما هو متوسط عدد الزائرين يوميا، طوال فترة المعرض؟

التمرين - 2B.2 غرونوبل

خارج منطقة عمرانية، سجل يوما، عدد المركبات المغادرة للبلدة هو 6400 بين الساعة 16 و 22 وتفصيل النتائج في الجدول أدناه:

التوقيت	16h 17h	17h 18h	18h 19h	19h 20h	20h 21h	21h 22h
عدد المركبات	1 100	2 000	1 600	900	450	350

1. مثل بمخطط مستطيلات هذه السلسلة الإحصائية.

2.احسب تواتر التوقيت: 19^h-20^h (تعطى النتيجة بتقريب إلى 0.01 ، ثم النسبة المئوية لها).

3.احسب النسبة المئوية للمركبات المغادرة للبلدة بين 16^h-20^h .

التمرين - 2B.3 أفريقيا

قررت مجموعة من 32 شخصا إلى ركوب الدراجات لمسافات طويلة لتقييم لياقة كل منهم، ووافقوا على رحلة أولى 28 km ، كل حسب وتيرته الخاصة.

1. رضا، فرد من المجموعة، قطع المسافة في زمن 1h 45 .

a.بين أن الوقت الذي إستغرقه رضا يمكن كتابته 1,75 h

b .احسب متوسط سرعة رضا معبر عنها بـ km/h

2 . كل مشارك حسب سرعته المتوسط ، والنتائج معروضة في الجدول الموالي.

السرعة المتوسطة V بـ$(km.h^{-1})$	$5 \leq V < 10$	$10 \leq V < 15$	$15 \leq V < 20$	$20 \leq V < 25$	$25 \leq V < 30$	$30 \leq V < 35$
النكرار	6	10	4	2	8	2
التواتر (%)						

3.بعض عناصر مجموعة يسير بسرعة وبعضهم الآخر يسير ببطيء ، فقد تقرر جعل النتائج أكثر معقولية ، انقسم المشاركون إلى مجموعتين : الأولى سريعة والثانية بطيئة لكن للفريقين نفس العدد من المتسابقين.
أوجد طريقة تحدد فيها سرعتك المتوسطة لتكون عنصرا من المجموعة الأسرع؟

التمرين - 2B.4 بولينيزيا الفرنسية

إليك جدولاً يعطي سكان بولينيزيا الفرنسية حسب الفئة العمرية في عام 1996.

1. أكمل الجدول أدناه:
عبر عن الترددات بنسب مئوية، مدورة إلى العشر.

العمر	]0 ; 20[	]20 ; 40[	]40 ; 60[	60 et plus	المجموع
التكرار	94 651	75 537	37 940	13 193	
التردد					

2.احسب عدد الأشخاص الذين لديهم أقل من 40 سنة

3.احسب عدد الأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين 40 عاماً أو أكثر.

التمرين - 3B.1 غرونوبل

في مجال الأرصاد الجوية، تسمى *التشمس* عدد ساعات من ضوء الشمس.وهذه هي المعلومات التشمس في شهر جويلية لـ 11سنة :

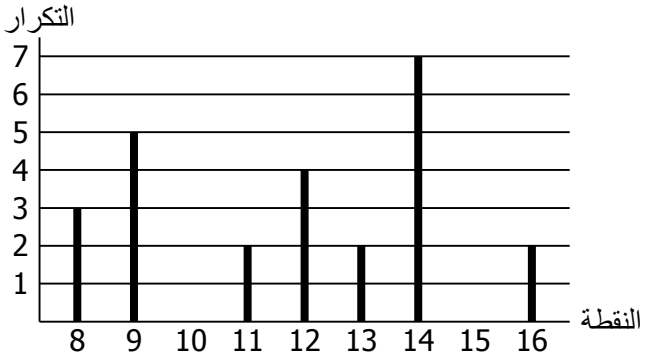
السنوات	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
التشمس (h)	324	325	257	234	285	261	213	226	308	259	206

1.احسب وسط التشمس في هذه الفترة (سوف يعطي نتيجة تقريب إلى الوحدة)

2. العدد 259 هو وسيط هذه السلسلة؟ برر.

التمرين – 3B.2 أمريكا الشمالية

الرسم التخطيطي اسفله للأعمدة يمثل توزيع نقاط فرض الرياضيات لقسم في السنة 4 متوسط



1. احسب وسط في هذا الواجب.

2. ما هو مدى هذه السلسلة النقاط؟

3.احسب النسبة المئوية للطلاب الذين حصلوا على أكثر من 10.

التمرين 3B.3 ليل

أراد تلاميذ مقارنة 5 دور سينما مختلفة .بدعوة أصدقائهم إلى هذه الدور ولاحظوا نفقاتهم في الجدول التالي:

	سينما A	سينما B	سينما C	سينما D	سينما E
عدد الأماكن المحجوزة	3	5	7	4	6
مجموع الأنفاق بـ (DA)	585	750	1400	840	

1.تلميذ من الذين ذهبوا إلى السينما E فقدت تذاكره، ولكن لأنه يعلم أن السعر نفسه كما هو الحال في السينما D. احسب السعر المدفوع من التلميذ للأماكن الستة (6) التي تم شراؤها

2. a. حدد السينما الأرخص سعر للتذكرة .

b. احسب بـ DA متوسط أسعار التذاكر المختلفة.

التمرين - 3B.4 أفريقيا

إليك سلسلة مرتبة ترتيبا تصاعديا لـ 15 علامة في الرياضيات لتلاميذ في الثلاثي الأول:

4 - 6 - 6 - 9 - 11 - 11 - 12 - 13
13 - 13 - 14 - 15 - 17 - 18 – 18

1. ما هو تواتر العلامة 13؟

2. ما هو العلامة الوسطى ؟

3.ما هي العلامة متوسط؟

4 . ما هو مدى هذه السلسلة من العلامات؟

التمرين – 3B.5 الهند

1.في الجدول أدناه هي الدرجات التي حصل عليها تلاميذ لقسم السنة الرابعة متوسط بواجب الرياضيات :

الدرجة	7	8	8,5	9	10	11	13	15,5	18
التكرار	1	2	2	4	4	6	3	2	1

احسب وسط (المعدل)القسم مع إبراز العمليات الحسابية اللازمة لذلك

2. التلاميذ في القسم الأخر كانت درجاتهم حسب الجدول التالي:

الدرجة	7,5	8,5	9	10	10,5	11	13	14	16	17
التكرار	2	3	4	4	1	5	3	3	1	1

حدد القيمة الوسطية لهذه السلسلة من الدرجات، مع التبرير.

التمرين - 3B.6 بولينيزيا

يعطي الجدول أدناه توزيع التلميذ حسب العمر في نادي القوارب للمتوسطة.

سن التلاميذ	11	12	13	14
عددهم	4	7	10	3

1. احسب عدد تلاميذ قوائم النادي.

2. احسب متوسط عمر تلاميذ النادي.

3. احسب النسبة المئوية للتلاميذ أقل من 14 سنة في هذا النادي.

التمرين - 3B.7 اليونان

يتم التعبير عن متوسط درجات الحرارة المسجلة في العاصمة في الفترة من 3 إلى 12 نوفمبر 1999 في درجة مئوية:

اليوم	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T°	13°	11°	12°	11°	10°	12°	12°	9°	8°	9°

1.ما هو مدى هذه السلسلة؟

2. ما هو وسيطها ؟

3.ما هو وسطها ؟

التمرين – 3C.1 غرونوبل

اختبارات مصنع المصابيح لعينة من خلال دراسة مدة حياتهم بالساعات.وفيما يلي النتائج:

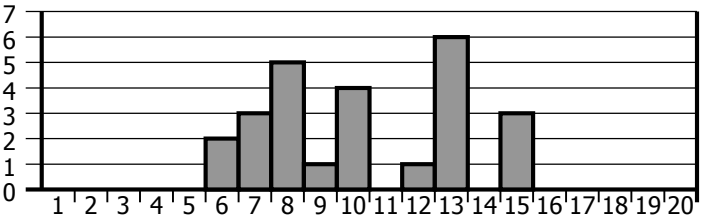
d: الحياة بالساعات	عدد المصابيح
1 000 < d < 1 200	550
1 200 < d < 1 400	1 460
1 400 < d < 1 600	1 920
1 600 < d < 1 800	1 640
1 800 < d < 2 000	430

1. ما هي النسبة المئوية للمصابيح التي يكون متوسط العمر المتوقع لها أقل من 1 400 h ؟

2. احسب متوسط عمر المصباح

التمرين - 3C.2 ليون

الرسم التخطيطي أسفله يمثل توزيع العلامات التي حصل عليها تلاميذ السنة 4 متوسط في اختبار الفرنسية: العلامة على 20 وضعت على محور الفواصل ، و عدد التلاميذ على محور التراتيب.



1 .ما هو مجموع التكرارات سنة 4 متوسط ؟

2.احسب متوسط الدرجات التي حصلت عليه التلاميذ أعط النتيجة بشكلها العشري الصحيح.

التمرين- - 3C.3 أمريكا الشمالية

في عام 2000، كان عدد السيارات الجديدة التي بيعت في الجزائر 2 134 الف ، مقسمة على النحو التالي:

- 602 الف من رينو؛
- 262 آلف سيتروين؛
- 398 آلف بيجو؛
- والباقي سيارات ماركات أخرى.

1. ما هو تواتر المبيعات، معبراً عنه بنسبة مئوية، ومقرب إلى الوحدة للسيارات الماركات الأخرى؟

2. في إجمالي مبيعات السيارات الفرنسية، ما هي النسبة المئوية من سيارات رينو؟

التمرين - 3C.4 بونديشيري

يمثل هذا الجدول معدلات أقسام 4 متوسط لفرض الرياضيات.

القسم	4م1	4م2	4م3
عدد التلاميذ	22	24	17
معدل القسم	10	10,5	12

1.احسب معدل (متوسط) 4 متوسط لفرض الرياضيات

2. احسب متوسط الحسابي المتوازن للدرجة التي حققها الطلاب في الأقسام الثلاثة.

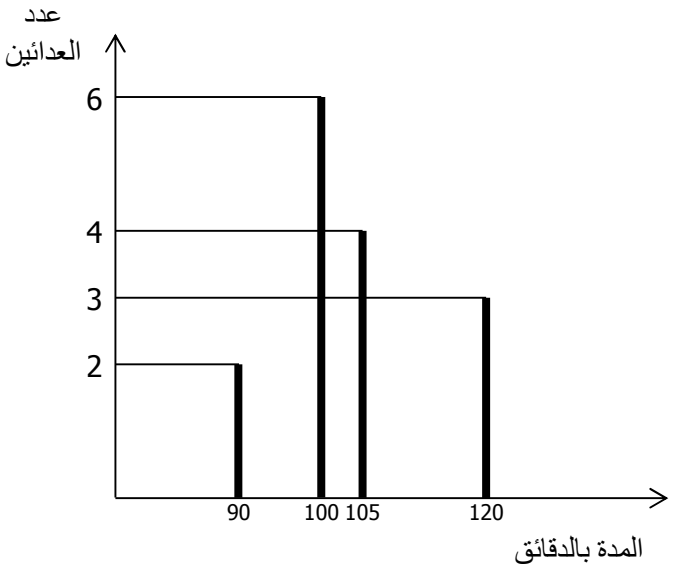
3. 19 تلميذ من4م1 و17 تلميذ من4م2 و16 تلميذ من4م3 حصلوا على درجة أكبر من أو يساوي 10.

احسب النسبة المئوية للتلاميذ من الأقسام الثلاثة الحاصلون على درجة أكبر من أو تساوي 10.

التمرين - 3C.5 مرسيليا

في أكتوبر 2001، شاركت فريق يتكون من 15صديق في نصف ماراثون (سباق 21 كيلومترا على الأقدام) .

الرسم التخطيطي للأعمدة أدناه يوضح نتائج الفريق .وعلى سبيل المثال فإنه يشير إلى أن 4 من هؤلاء الأصدقاء ركض نصف الماراثون في 105 دقائق.



الجزء 1

1. اكمل الجول التالي.

المدة بالدقائق	90	100	105	120
التكرار(عدد المتسابقين)			4	

2. نعرف أعلاه هذه السلسلة الإحصائية تعطي مدة السباق للعدّائين.

باستخدام الرسم التخطيطي للأعمدة أو الجدول:

a.احسب المداها .

b. حدد وسيطها.

c. حساب متوسطها.

الجزء 2

نفترض في هذا الجزء أن:

الـ 9 km الأولى شاقة عبارة عن طريق صاعد، و 12 km آخرين عبارة عن انحدار .الوقت المستغرق كالاتي:

- 9 كيلومتر الأولى في 40 دقيقة؛
- 12 كيلومتر الأخير في 50 دقيقة.

1.احسب بـ km/h السرعة المتوسطة في الطريق الصاعد.

2.احسب بـ km/h السرعة المتوسطة في الطريق المنحدر.

3.احسب بـ km/h السرعة المتوسطة في كامل الطريق.

خاصية طالس – مدخل-
خاصية طالس وعكسها - معارف -
الخواص التي يمكن استعمالها
خاصية طالس (تدريب)
الخاصية العكسية لطالس
شرح تعليم نقط C حيث: CA=k .CB (kعدد ثابت B،A طرفا قطعة معلومة)
نموذج تطبيق الخاصية مع تغيير المعطيات
استعمال بسيط للخاصية
خاصية طالس (مسائل)
الخاصية العكسية لطالس (مسائل)
الخاصية العكسية لطالس (مسائل)
تدريب تعليم نقط C حيث: CA=k .CB (kعدد ثابت B،A طرفا قطعة معلومة)
مسائل شهادات (حصرا طالس)
مسائل شهادات (موضوعات عامة)

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
خاصية طاليس وعكسها	**معرفة واستعمال في وضعيات معطاة** **المبرهنتين التاليتين :** (d) و(d') مستقيمان متقاطعان في A B و M نقطتان من (d) مختلفتان عن A C و N نقطتان من (d') مختلفتان عن A (BC) و (CN) متوازيان فإن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (d) و(d') مستقيمان متقاطعان في A. B و M نقطتان من (d), مختلفتان عن A C و N نقطتان من (d'), مختلفتان عن A حيث: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ إذا كان :النقاط A، B ، M والنقاط A، C ، N إستقامية و في نفس الترتيب فإن (BC) و (MN) متوازيان	• امتداد لدرس المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين (3متوسط ص125) • دراسة خاصية طالس تعالج وضعيات تناسبية في إطار هندسي (المستوي والفضاء) • وفي المبرهنة العكسية نأخذ بالاعتبار الترتيب النسبي للنقاط على كل مستقيم • استخدام البرمجيات الهندسية الديناميكية تسمح لنا بإنشاء وضعيات متعلقة بمبرهنة يتضح فيها ثبوت النسب بوجود التوازي • إنشاء نقط معرفة بنسب مسافاتها ، يوضح أهمية الوضع النسبي لها على المستقيم ،ونهتم خصوصا بالمسألة التالية : تعطى النقطتين **A** و**B**،أنشئ النقط **C** من المستقيم **(AB)**علمًا أن :النسبة $\frac{CA}{CB}$ لها قيمة معطاة على شكل حاصل قسمة عددين طبيعيين.

ملاحظة تستبدل كلمة مبرهنة بكلمة خاصية (حسب برنامج الجيل الثاني)

I مبرهنة طالس

a .أشكال م طالس:

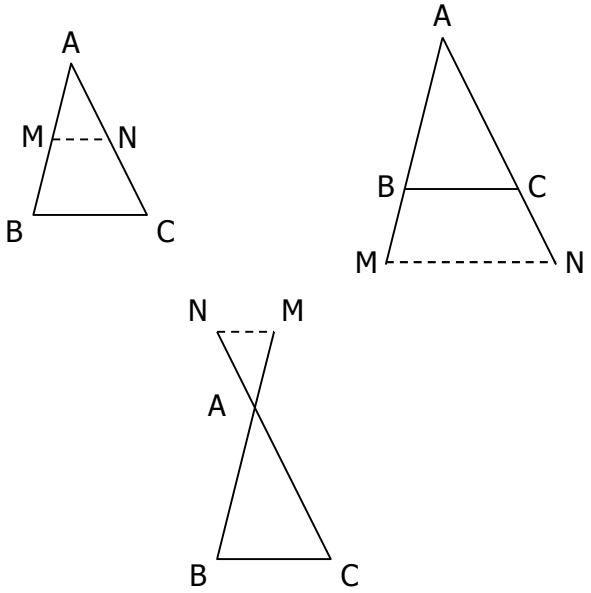
ليكن (d) و(d') مستقيمان متقاطعان في A

ليكن MوB نقطتان من (d) تختلفان عن A

ليكن NوC نقطتان من (d') تختلفان عن A

« أشكال طالس »

إليك الأشكال الثلاثة لمبرهنة طالس:



في كل أشكال مبرهنة طالس نجد مثلثات لها حوامل أضلاع متوازية وأطوال أضلاع متناسبة

ونلخص وضع النقط A, B, C, M, N بجملة واحدة " **المستقيمان (MB) و(CN) متقاطعان في A** "

b . نص المبرهنة:

إذا كان المستقيمان (BC) و (MN) متوازيان

فإن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

ملاحظة :

هذه الخاصية تؤكد على أن:

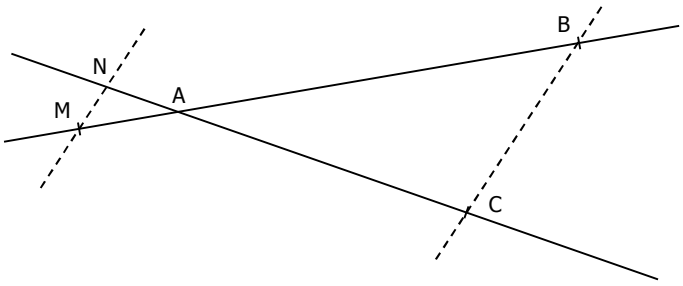
إذا كان: $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ فإن (BC) و(MN) غير متوازيين.

c .مثال للاستخدام:

ABC مثلث.

المستقيم (Δ) يوازي (BC) ويقطع (AB) في M و(AC) في N، M لا تنتمي إلى$[AB]$.

نعلم أن: $AB = 8\ cm\ ;\ AC = 6\ cm\ ;\ AM = 2\ cm.$



حل

المستقيمان (MB) و(NC) يتقاطعان في A

بما أن : (MN) // (BC)

إذن حسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

بالتعويض عن الأطوال المعلومة نجد:

$$\frac{2}{8} = \frac{AN}{6} = \frac{MN}{BC}$$

ومنه: $AN = \frac{2\times 6}{8} = 1{,}5\ cm$

II . عكس مبرهنة طالس.

a .نص المبرهنة:

إذا كان: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ والنقط M, B, A و النقط N, C, A في استقامية و بنفس الترتيب

فإن: $(MN) // (BC)$

b .مثال للاستخدام:

ABC مثلث حيث:

$AB = 8\ cm\ ;\ AC = 6\ cm\ ;\ BC = 4\ cm$

M نقطة من $[AB]$ وN نقطة من $[AC]$ حيث: $AM = 6\ cm$ و $AN = 4{,}5\ cm.$

برهن أن: $(MN) // (BC)$.

الحل:

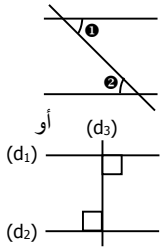
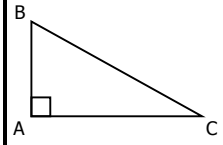
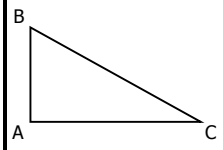
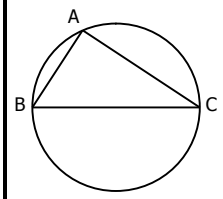
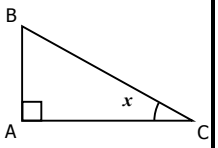
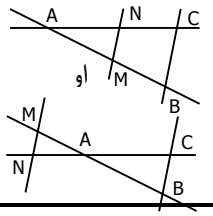
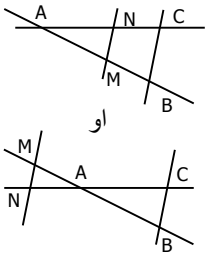
من جهة: $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

من جهة أخرى : $\frac{AN}{AC} = \frac{4{,}5}{6} = \frac{3}{4}$

إذن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

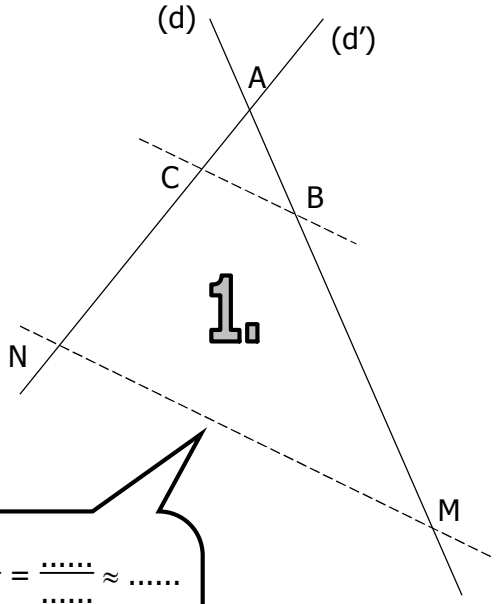
وبما أن النقاط A، B، M والنقاط A، C، N في إستقامية وبنفس الترتيب

وحسب المبرهنة العكسية لمبرهنة طالس فإن: $(MN) // (BC)$

خواص	أشكال ونماذج	هذه الخاصية تسمح بـ...	لاستعمالها يجب ...	نموذج التحرير:
الزوايا		إثبات أن المستقيمين ... متوازيان	...توفر قيسي زاويتين	بما أن الزاويتين ❶ و❷ [متماثلتان أو متبادلتان داخليا او خارجيا] مع ذكر المستقيمين والقاطع متقايستان، إذن المستقيمين ... و ... متوازيان . أو لأن المستقيمين (d_1) و (d_2) عموديان على المستقيم (d_3) ، إذن المستقيمان (d_1) و (d_2) متوازيان .
مبرهنة فيثاغورس		.حساب طول ...	...توفر مثلث قائم فيه ضلعين معلومي الطول .	بما ان المثلثABC قائم في A ,وحسب مبرهنة فيثاغورس فإن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ [نعوض الطولين المعلومين بقيمتيهما ثم نحل المعادلة]
عكس مبرهنة فيثاغورس		...إثبات ان المثلث قائم .	...الأضلاع الثلاثة معلومة الطول .	تحقق أن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ من جهة : $AB^2 + AC^2 =$ *[نعوض بالقيم ثم نحسب]* من جهة أخرى : $BC^2 =$ *[نعوض بالقيمة ثم نحسب]* بما ان $AB^2 + AC^2 = BC^2$, إذن وحسب المبرهنة العكسية لفيثاغورس فإن ABC قائم في A .
المثلث المحاط بنصف دائرة		..إثبات ان المثلث قائم	...المثلث محاط بنصف دائرة.	بما ان المثلث ABC محاط بالدائرة التي قطرها [BC]، إذن ABC هو مثلث قائم في A .
النسب المثلثية		...حساب قيس زاوية أو طول ضلع	...المثلث قائم مع معرفة طولي ضلعين او بمعرفة طول ضلع وقيس زاوية	المثلث ABC قائم في A . *[نستخدم احد القوانين الثلاثة للنسب المثلثية]* $\sin x = \frac{\text{ط . ض .المقابل}}{\text{ط . الوتر}} = \frac{AB}{BC}$ $\cos x = \frac{\text{ط . ض .المجاور}}{\text{ط . الوتر}} = \frac{AC}{BC}$ $\tan x = \frac{\text{ط . ض .المقابل}}{\text{ط . ض .لمجاور}} = \frac{AB}{AC}$. [نعوض الأطول والأقياس والنسب المثلثية بقيمها ثم نحل المعادلة الناتجة]
مبرهنة طالس		...حساب طول.	...لديك مستقيمين متوازيين و ومعرفة 3 أطوال على الأقل في الشكل .	المستقيمان (BM) و (CN) متقاطعان في A . بما ان (MN) و (BC) متوازيان ,إذن وحسب خاصية طالس فإن : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ [نعوض الأطوال المعلومة بقيمها لنجد الطول الذي نبحث عنه]
عكس مبرهنة طالس		...إثبات ان مستقيمين متوازيان.	...معرفة 4اطوال على الأقل في الشكل	إثبات ان: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ من جهة : $\frac{AM}{AB} =$ [نعوض القيمتين ثم نحسب النسبة] ومن جهة أخرى : $\frac{AN}{AC} =$ [نعوض القيمتين ثم نحسب النسبة] بما ان $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ولأن النقط : A، B، M والنقط A، C، N في إستقمية وبنفس الترتيب، إذن وحسب عكس طالس ، المستقيمين (MN) و (BC) متوازيان .

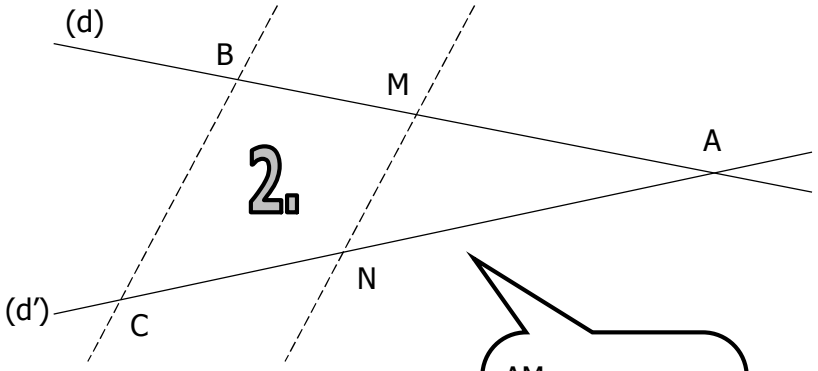
القياسات (بـالـ mm) ونتائج العمليات الحسابية (تقريبية بتدوير الى cm) لكل شكل:

1.



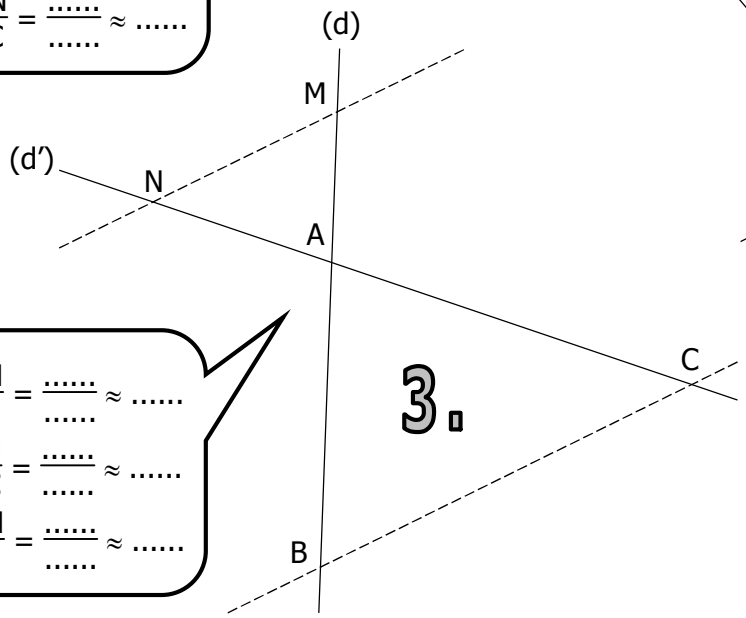
$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{MN}{BC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$

2.



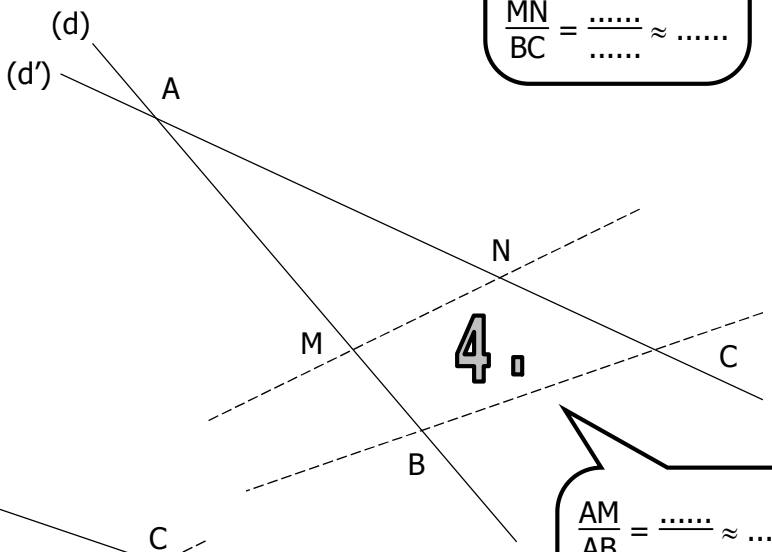
$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{MN}{BC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$

3.



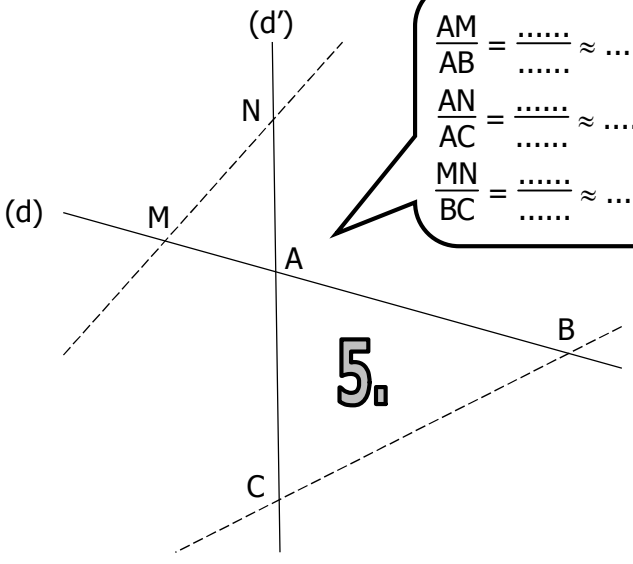
$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{MN}{BC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$

4.



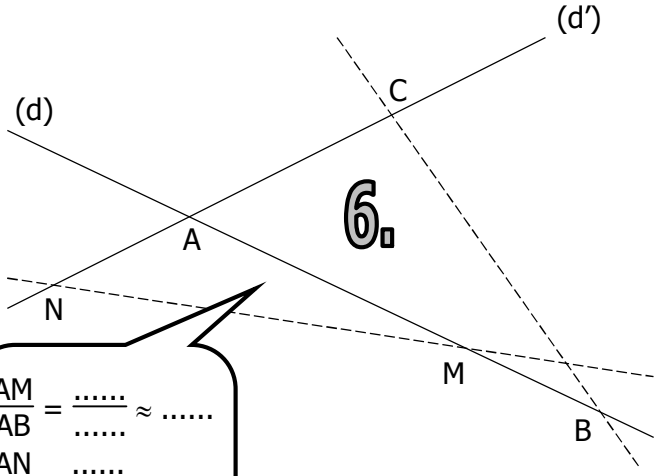
$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{MN}{BC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$

5.



$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{MN}{BC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$

6.

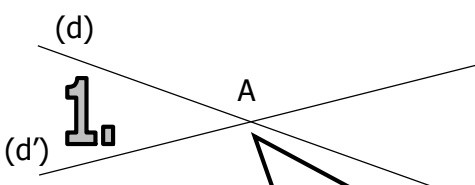


$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
$\frac{MN}{BC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx \dots\dots$

1 . عين على كل شكل من الأشكال النقطتين BوM على (d) كذلك النقطتين C و N على (d')، مع احترام **نفس الترتيب** والمسافات المعطاة .

2 . احسب النسبتين : $\frac{AM}{AB}$ و $\frac{AN}{AC}$ ،ثم **ارسم** (MN) و (BC) على كل شكل .

1.



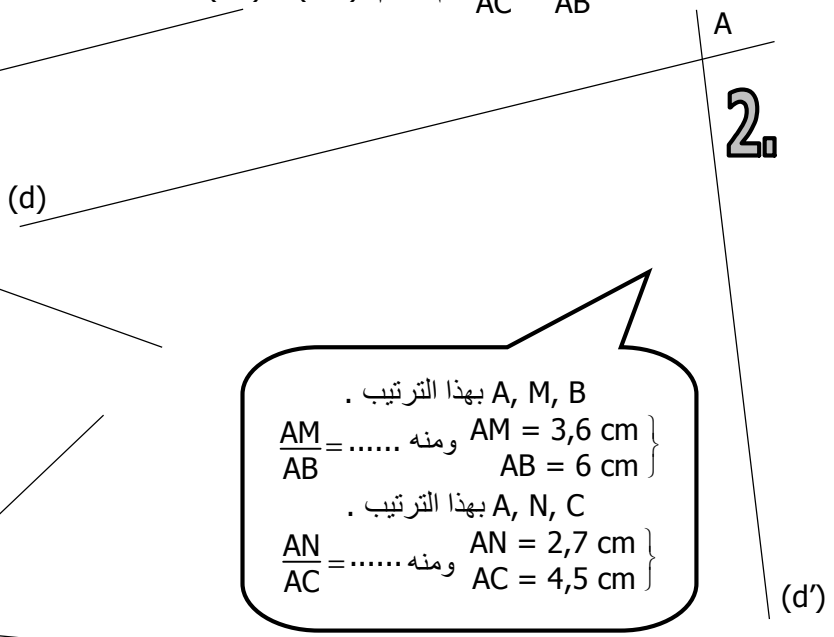
بهذا الترتيب A, M, B .

$\frac{AM}{AB} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AM = 2\ cm \\ AB = 5\ cm \end{matrix}\right\}$

بهذا الترتيب A, N, C.

$\frac{AN}{AC} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AN = 3\ cm \\ AC = 7,5\ cm \end{matrix}\right\}$

2.



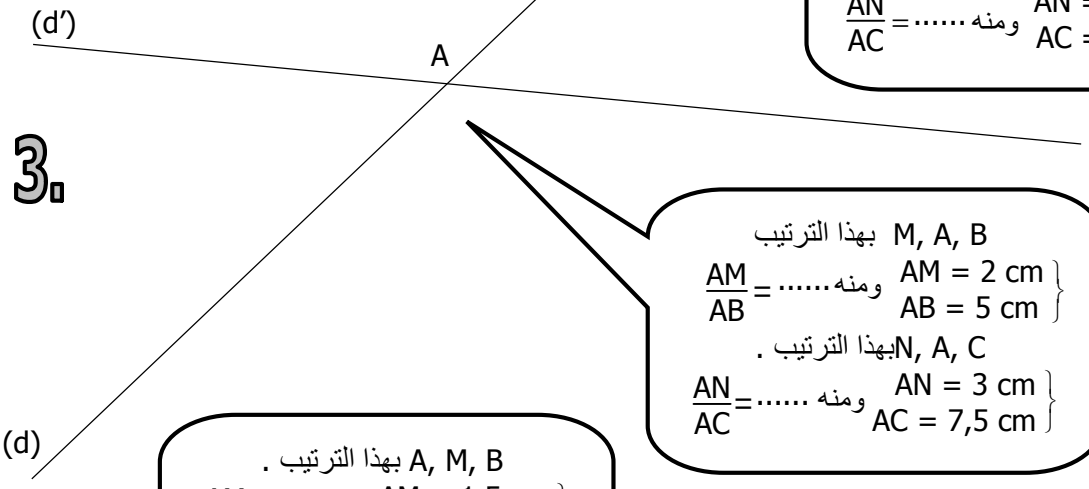
بهذا الترتيب A, M, B .

$\frac{AM}{AB} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AM = 3,6\ cm \\ AB = 6\ cm \end{matrix}\right\}$

بهذا الترتيب A, N, C .

$\frac{AN}{AC} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AN = 2,7\ cm \\ AC = 4,5\ cm \end{matrix}\right\}$

3.



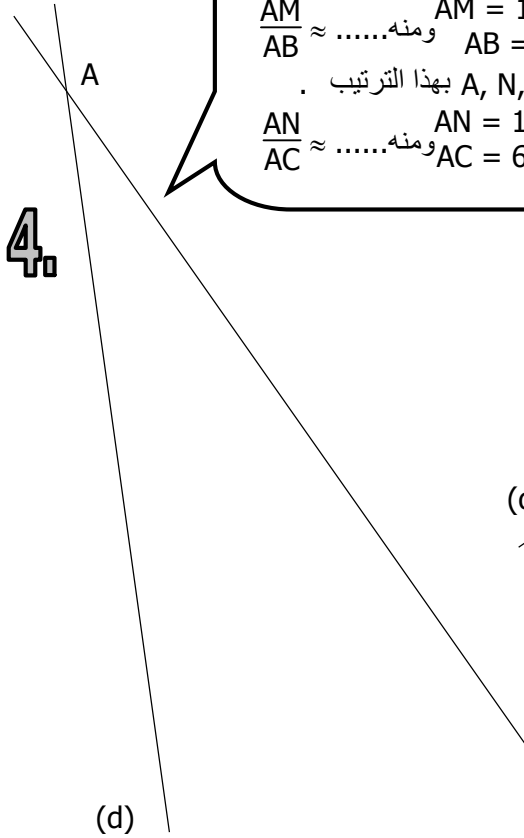
بهذا الترتيب M, A, B

$\frac{AM}{AB} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AM = 2\ cm \\ AB = 5\ cm \end{matrix}\right\}$

بهذا الترتيب N, A, C .

$\frac{AN}{AC} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AN = 3\ cm \\ AC = 7,5\ cm \end{matrix}\right\}$

4.



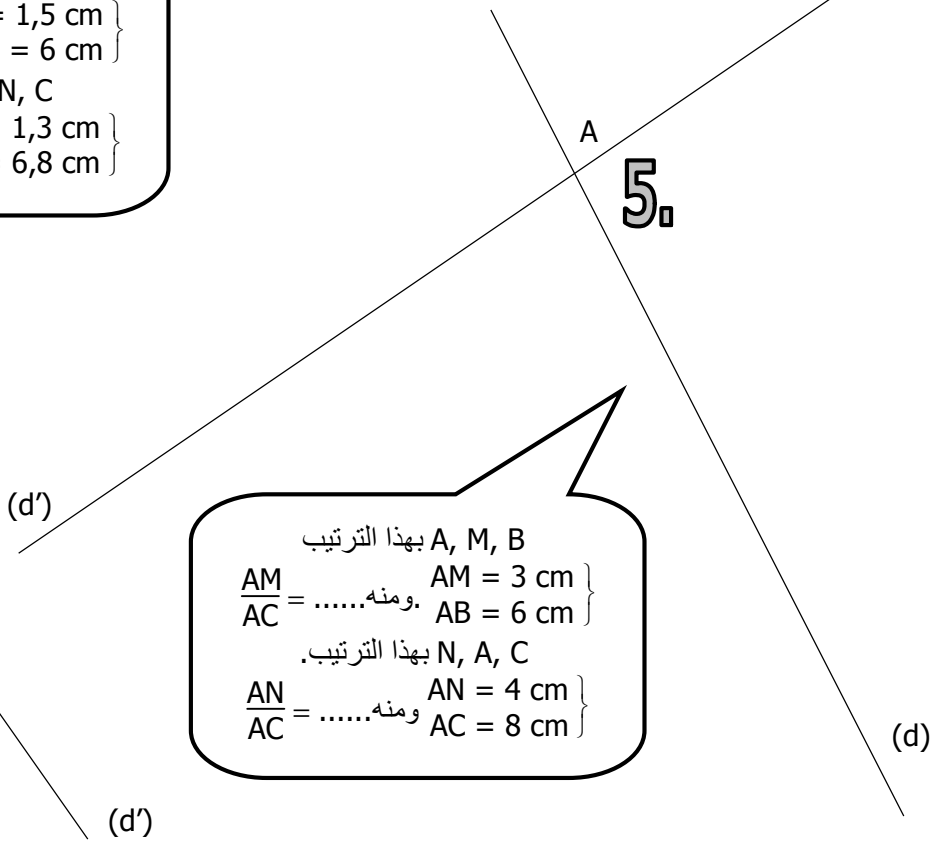
بهذا الترتيب A, M, B .

$\frac{AM}{AB} \approx \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AM = 1,5\ cm \\ AB = 6\ cm \end{matrix}\right\}$

بهذا الترتيب A, N, C .

$\frac{AN}{AC} \approx \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AN = 1,3\ cm \\ AC = 6,8\ cm \end{matrix}\right\}$

5.



بهذا الترتيب A, M, B

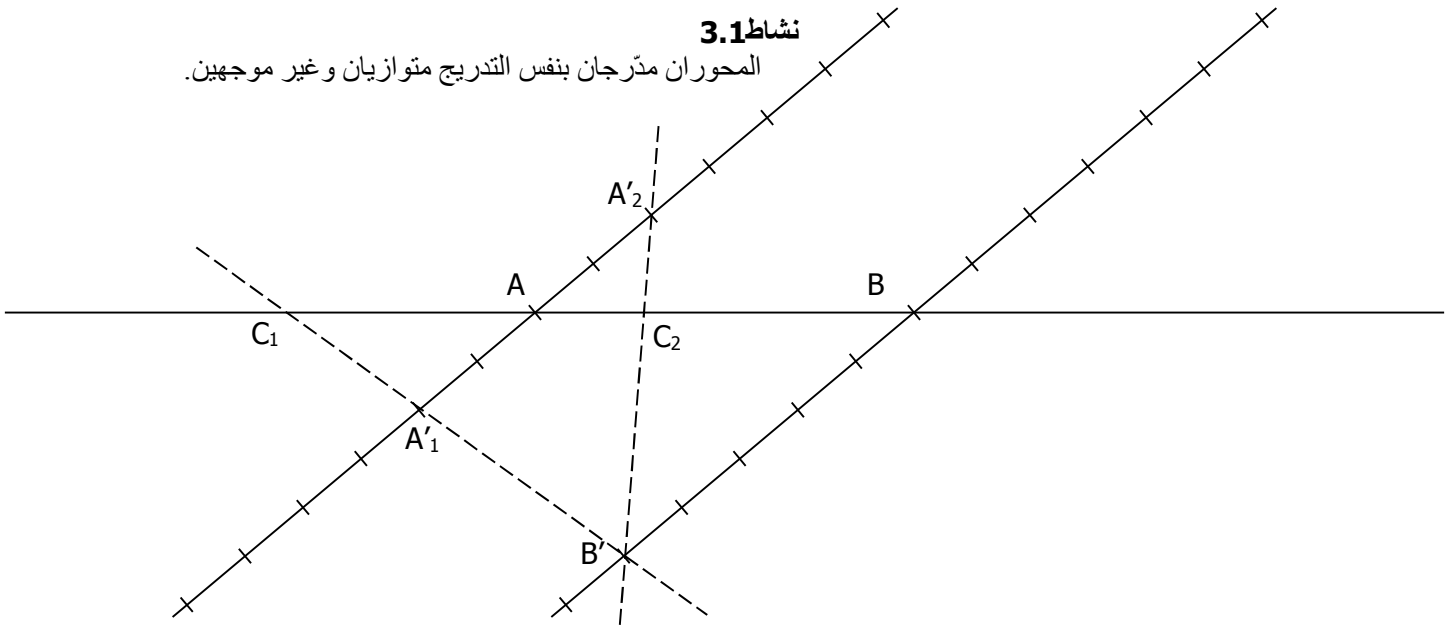
$\frac{AM}{AC} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AM = 3\ cm \\ AB = 6\ cm \end{matrix}\right\}$

بهذا الترتيب N, A, C.

$\frac{AN}{AC} = \ldots\ldots$ ومنه $\left.\begin{matrix} AN = 4\ cm \\ AC = 8\ cm \end{matrix}\right\}$

نشاط3.1

المحوران مدّرجان بنفس التدريج متوازيان وغير موجهين.



a. باستعمال خاصية طالس , أوجد النسبة $\frac{C_1A}{C_1B}$.

b. باستعمال خاصية طالس , أوجد النسبة $\frac{C_2A}{C_2B}$.

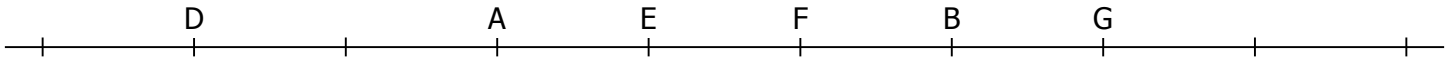
نشاط 3.2

لتكن النقطتين A و B المتمايزتين .

الهدف من هذا النشاط هو إيجاد النقط C من المستقيم (AB) باختبار المساواة :

$$\frac{CA}{CB} = \frac{3}{4}$$

1 .تحقق من هذا الشكل، ان النقط D, E, F و G لا تتوافق من الإشكالية الموضوعة .

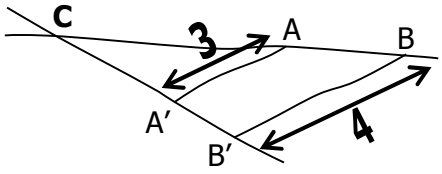


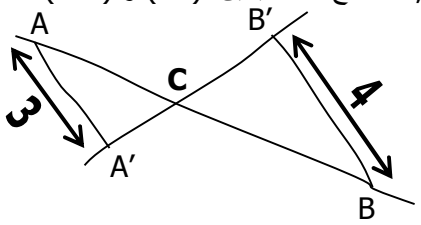
2 .لحل هذا الإشكالية ، سنحاول إنشاء شكل واحد (اوعدة أشكال ,إن أمكن) " خاصية طالس "، حيث ان المستقيمين المتوازيان يمران بـ A وB .

نحدد بدقة A′ و B′ على المتوازيين ،لنتحصل على التناسبية الثلاثية :

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{CA}{CB} = \frac{CA'}{CB'} = \frac{3}{4}$$

النقطة C, تقاطع المستقيمين (AB) و (A′B′) اختبر ضرورة حل الإشكالية .





a . ارسم المستقيم (AB) .

b . ارسم مستقيمين متوازيين (Δ) و (Δ′) يمران بالترتيب على A وB .

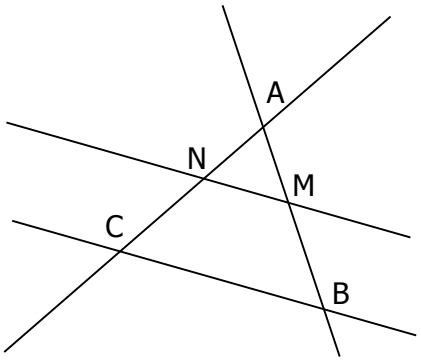
c . درج هذين المحورين بنفس الوحدة التدريج.

d .حدد النقطة B′ حيث : BB′= 4 ، وبعدها النقطة A′ حيث: $\frac{AA'}{BB'} = \frac{3}{4}$

لكن هل هناك وضعية وحيدة للنقطة A′ ؟

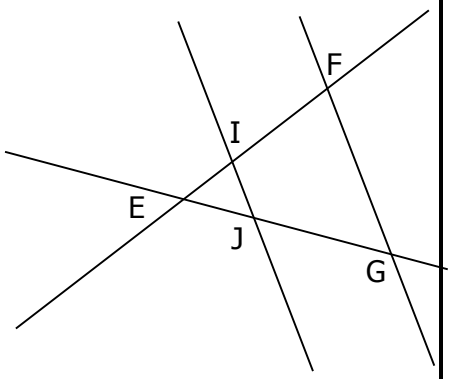
e . ارسم إذن الشكل او الأشكال باختبار طالس $\frac{AA'}{BB'} = \frac{CA}{CB} = \frac{CA'}{CB'} = \frac{3}{4}$ وأوجد النقطة أو النقط C لبحث الإشكالية .

طبق خاصية طالس على كل شكل من الأشكال الموالية:



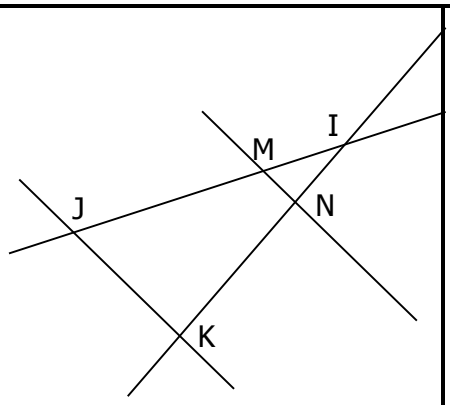
(**BM**)و (**CN**) متقاطعان في **A**
بما ان: (**BC**) // (**MN**) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن :

$$\frac{\mathbf{AM}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{AN}}{\mathbf{AC}} = \frac{\mathbf{MN}}{\mathbf{BC}}$$



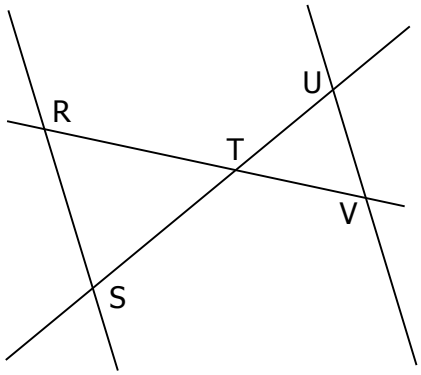
(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



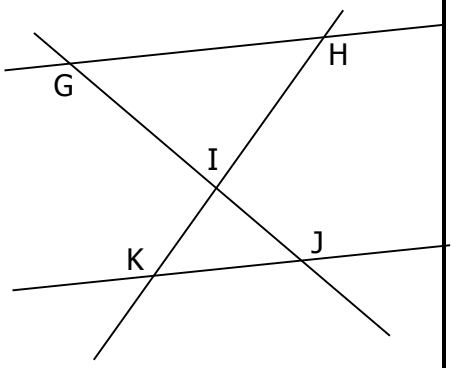
(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



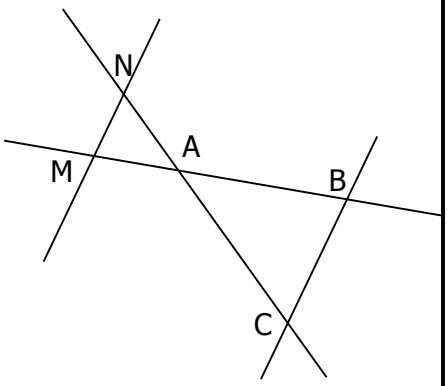
(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



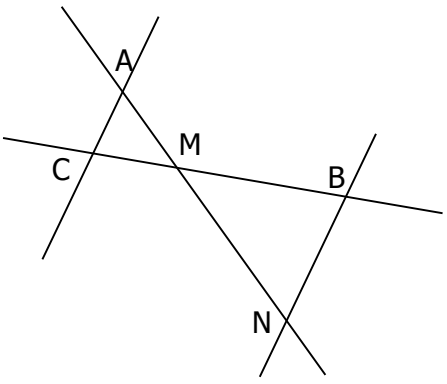
(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



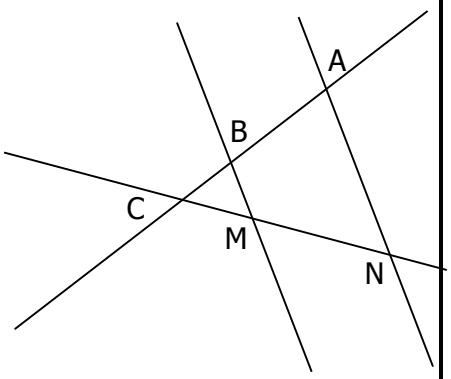
(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



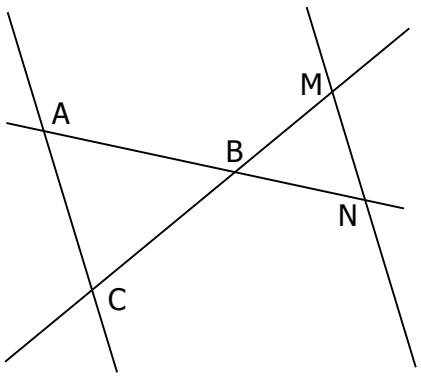
(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



(....)و(....) متقاطعان في....
بما ان(.....) // (.....) إذن وحسب مبرهنة طالس فإن:

$$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

تمرين **1B.1**

اكمل مكان النقاط كي تتحقق المساواة :

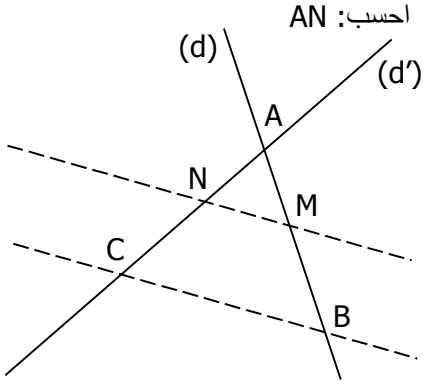
f. $\frac{2,4}{3}=\frac{4}{\dots}$	**e.** $\frac{6}{8}=\frac{\dots}{12}$	**d.** $\frac{7}{\dots}=\frac{10,5}{15}$	**c.** $\frac{\dots}{3}=\frac{4}{5}$	**b.** $\frac{9}{12}=\frac{6}{\dots}$	**a.** $\frac{4}{5}=\frac{\dots}{7,5}$
l. $\frac{4,7}{6,3}=\frac{\dots}{32,76}$	**k.** $\frac{4,5}{6}=\frac{36}{\dots}$	**j.** $\frac{7,8}{\dots}=\frac{6}{6,5}$	**i.** $\frac{7}{11}=\frac{\dots}{9,9}$	**h.** $\frac{2,1}{\dots}=\frac{3}{7}$	**g.** $\frac{\dots}{14}=\frac{7,5}{10,5}$
o. $\frac{6,5}{15,6}=\frac{\dots}{8,4}=\frac{13}{\dots}$		**n.** $\frac{\dots}{18,9}=\frac{9,8}{12,6}=\frac{3,5}{\dots}$		**m.** $\frac{4,8}{8,4}=\frac{\dots}{9,1}=\frac{\dots}{6,3}$	

تمرين **1B.2**

المستقيمان مقطوعان بمستقيمين متوازيين. اكتب في كل حالة النسب المتساوية واحسب الطول المفقود (النتائج تقرب إلى 0.1)

1. AM = 5 ; AB = 6 ; AC = 7,2

احسب: AN



(MB) و **(NC)** متقاطعان في النقطة **A**

بمأأن **(BC)** // **(MN)** وحسب مبرهنة طالس فإن:

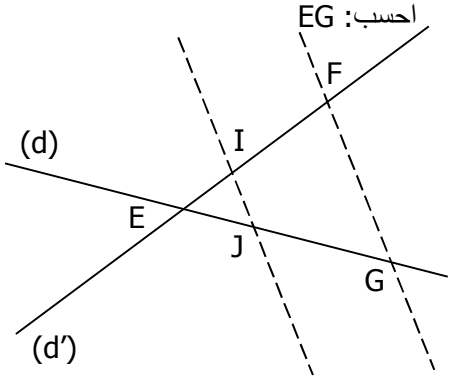
$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

$$\frac{5}{6}=\frac{AN}{7,2}$$

إذن: $AN = \mathbf{6}$

2. EI = 2,4 ; EF = 6 ; EJ = 3

احسب: EG



..... و ..... متقاطعان في النقطة .....

بمأأن ..... // ..... وحسب مبرهنة طالس

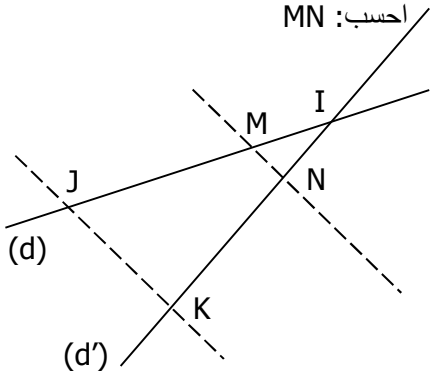
فإن : $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

ومنه: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

إذن: EG = ...

3. IM = 6,5 ; IJ = 15,6 ; JK = 8,4

احسب: MN



.....و ..... متقاطعان في النقطة .....

بمأأن ..... // ..... وحسب مبرهنة طالس

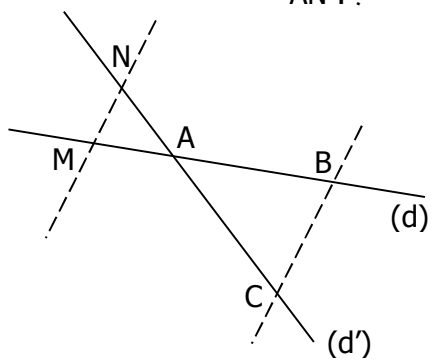
فإن: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

ومنه: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

إذن: MN = ...

4. AM = 4,3 ; AB = 7,9 ; AC = 8,8

احسب: AN



.....و ..... متقاطعان في النقطة .....

بمأأن ..... // ..... وحسب مبرهنة طالس

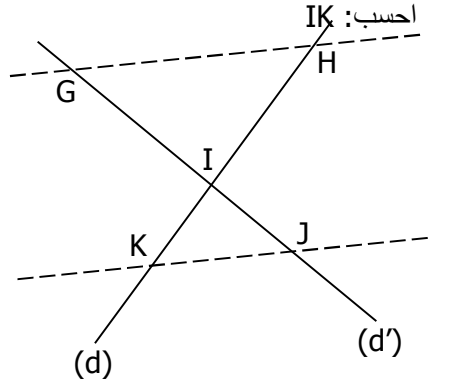
فإن: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

ومنه: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

إذن ..... ≈ AN

5. IJ = 3,1 ; IG = 7,2 ; IH = 7,3

احسب: IK



.....و ..... متقاطعان في النقطة .....

بمأأن ..... // ..... وحسب مبرهنة طالس

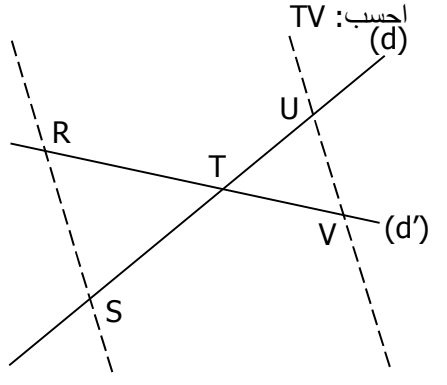
فإن: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

ومنه: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

إذن ..... ≈ IK

6. UV = 7,6 ; TR = 10,5 ; RS = 9,8

احسب: TV



.....و ..... متقاطعان في النقطة .....

بمأأن ..... // ..... وحسب مبرهنة طالس

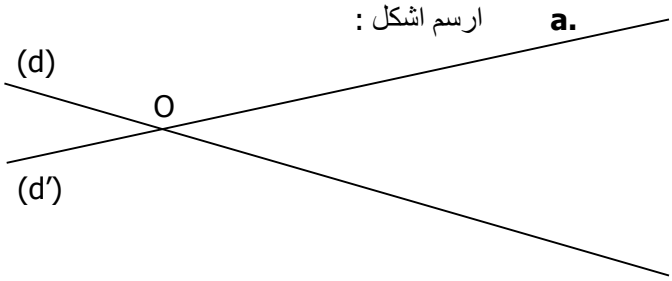
فإن: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

ومنه: $\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$

إذن ..... ≈ TV

(d)و (d′) مستقيمات متقاطعان في O .
A و B نقطتان من المستقيمين (d) و (d′) على التوالي حيث :
OA = 5 cm و OB = 6 cm .
M نقطة من [OA] حيث: OM = 2 cm .
الموازي لـ (AB) والمار بـ M يقطع (d′) في N.

a. ارسم اشكل :



b. طبق خاصية طالس ثم اكتب النسب :

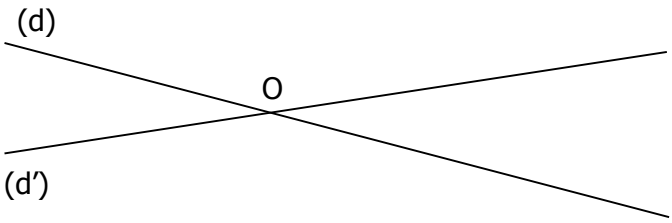
بما ان:.....
وحسب ...
$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

c. اوجد الطول ON :

تمرين1C.2

(d)و (d′)مستقيمان متقاطعان في O.
I و J تقعان على المستقيمين (d) و (d′) على الترتيب حيث :
OI = 3,6 cm و OJ = 2,8 cm .
K نقطة من (d) لا تنتمي الى [OI] حيث OK = 2,7 cm .
الموازي لـ (IJ) والمار بـ K يقطع (d′) في L .

a. انشئ الرسم بيد حرة :



طبق خاصية طالس ثم اكتب النسب :

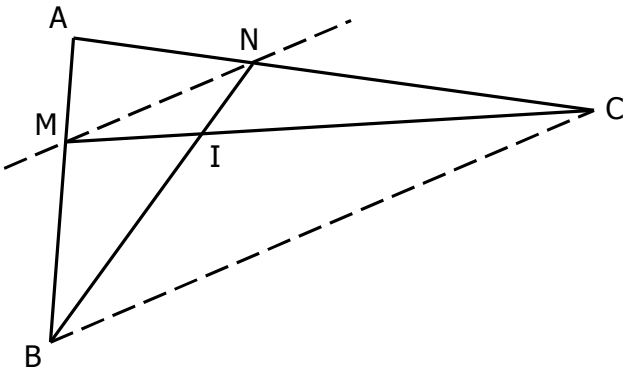
بما ان:.....
وحسب ...
$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

c. اوجد الطول OL :

تمرين1C.1

تمرين1C.3

في الشكل اسفله، المستقيمان (MN) ، (BC) متوازيان .



الهدف من التمرين إيجاد الطول NC مع العلم ان :
IM = 3 cm ; IC = 5 cm ; AN =4,5 cm.

a. بعد التحقق من تطبيق مبرهنة طالس ، اكتب مساوات النسب باستعمال الأطوال IM, MN, IC et BC.

بما ان:.....
وحسب ...
$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

b. بعد التحقق من تطبيق مبرهنة طالس ، اكتب مساوات النسب باستعمال الأطوال.BC, MN, AN et AC

بما ان:.....
وحسب ...
$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

c. استنتج من السؤلين **a.** و **b.** مساواة النسبتين فيها ثلاثة اطوال معروفة والطول AC.

$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

d . احسب AC ثم NC.

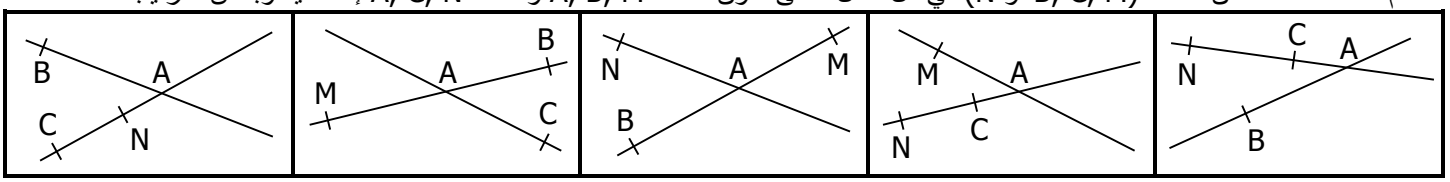
تمرين1C.4

ABC مثلث ، O منتصف[BC] العموديان على (AO) من B و C يقاطعان (AO) في E و F على التوالي

a. ارسم الشكل بدقة .
b. اثبت أن O هي منتصف [EF]
c. استنتج أن: BECF هو متوازي الاضلاع

تمرين2A.1

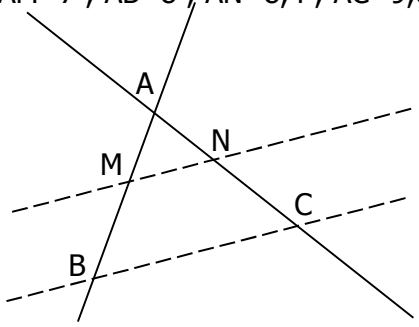
علم النقط الناقصة من النقط (M ,C ,B او N) في كل شكل حتى تكون النقط A, B, M والنقط A, C, N إستقامية وبنفس الترتيب



تمرين2A.2

اثبت (في أي حالة) يكون المستقيمين المنقطين متوازيان، مع الأخذ بعين الاعتبار الأطوال (بـ cm)، في كل شكل نستخدم عكس مبرهنة طالس

AM=7 ; AB=8 ; AN=8,4 ; AC=9,6



لدينا من جهة : $\frac{AM}{AB} = \frac{7}{8} = 0,875$

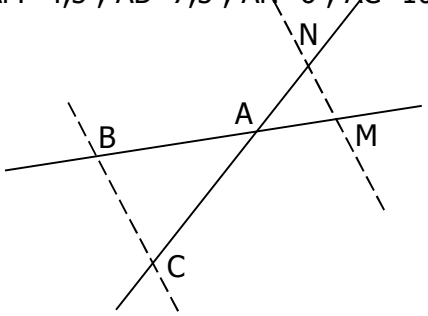
و من جهة أخرى: $\frac{AN}{AC} = \frac{8,4}{9,6} = 0,875$

ومنه $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ وبما ان النقاط **A،M،B** و **A،N،C** في إستقامية وبنفس الترتيب .

إذن وحسب عكس مبرهنة طالس فإن :

(MN)//(BC)

AM=4,5 ; AB=7,5 ; AN=6 ; AC=10



لدينا من جهة: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

و من جهة أخرى:..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

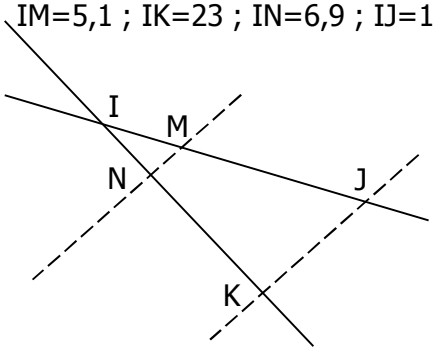
ومنه $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ وبما ان النقاط .....

و ..... إستقامية وبنفس الترتيب .

إذن وحسب عكس مبرهنة طالس فإن:

.....

IM=5,1 ; IK=23 ; IN=6,9 ; IJ=17



لدينا من جهة: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

و من جهة أخرى:..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

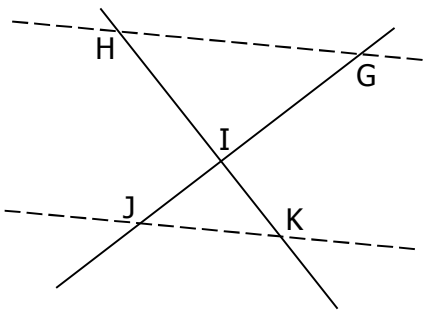
ومنه $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ وبما ان النقاط .....

و ..... إستقامية وبنفس الترتيب .

إذن وحسب عكس مبرهنة طالس فإن:

.....

IJ=5 ; IG=8 ; IK=6 ; KH=15,6

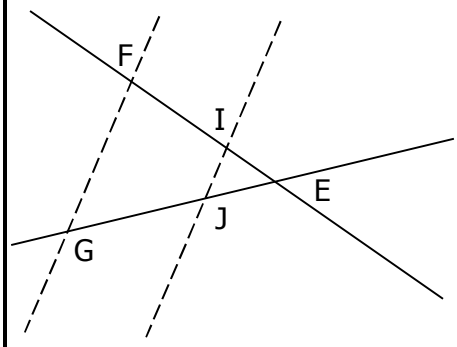


لدينا من جهة: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

و من جهة أخرى: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ومنه ...

EI=5,3 ; EJ=5,6 ; EF=6 ; EG=6,3

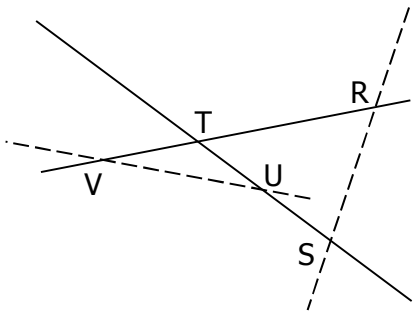


لدينا من جهة: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

و من جهة أخرى: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ومنه ...

TV=6 ; TR=16 ;TU=7,2 ; TS=19,2



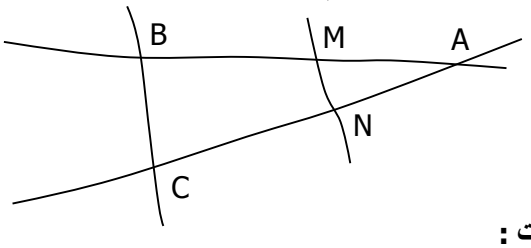
لدينا من جهة: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

و من جهة أخرى: ..... = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ومنه ...

تمرين2B.1

في الشكل اسفله ، المرسوم بيد حرة ، الأبعاد غير حقيقية



المعطيات :

AM = 4,6 cm	BC = 3,5 cm	AB = 11,5 cm
AC = 8 cm	AN = 3,2 cm	MN = 1,4 cm

1. احسب النسب:

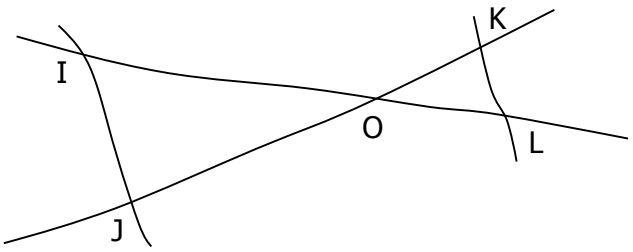
من جهة :
ومن جهة أخرى :

2.أذكر فرضيتي عكس خاصية طالس ثم استنتاج :

بما أن ...
وبما أن ...
وحسب ...

تمرين2B.2

في الشكل اسفله ، المرسوم بيد حرة ،الأطوال غير حقيقية:



المعطيات:

OI = 11,7 cm	OL = 6,5 cm	OK = 5,5 cm
KL = 3,5 cm	OJ = 9,9 cm	IJ = 6,3 cm

1.احسب النسب:

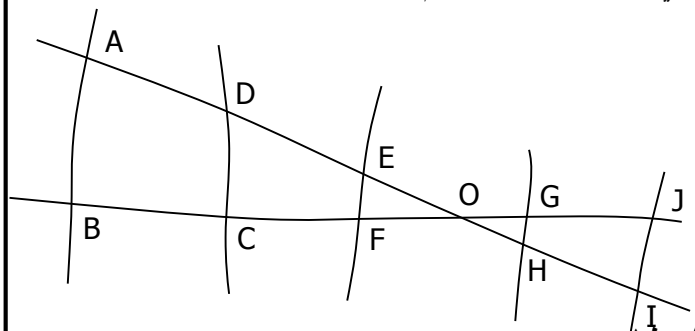
من جهة:
ومن جهة أخرى:

2.أذكر فرضيتي عكس خاصية طالس ثم استنتاج :

بما أن ...
وبما أن ...
وحسب ...

تمرين2B.3

في الشكل اسفله ، المرسوم بيد حرة ، الأبعاد غير حقيقية



المعطيات :

OA = 24,4 cm	OB = 23,6 cm	OC = 17,7 cm
OD = 18,3 cm	OE = 6,4 cm	OF = 6,7 cm
OG = 6,1 cm		OH = 5,9 cm
OI = 9,6 cm		OJ = 10,1 cm

1. هل المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان؟

من جهة:
ومن جهة أخرى:
بما أن ...
وبما أن ...
وحسب ...

2.هل المستقيمان (GH) و (CD) متوازيان؟

من جهة:
ومن جهة أخرى:

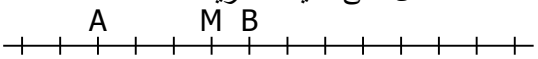
3.هل المستقيمان (EF) و (IJ)متوازيان ؟

من جهة:
ومن جهة أخرى:

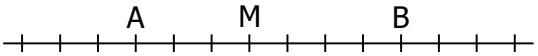
تمرين2C.1

أعط الحاصل على صيغة كسرية

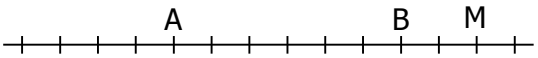
a. $\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



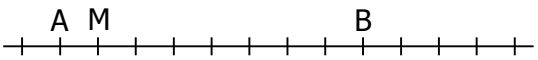
b. $\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



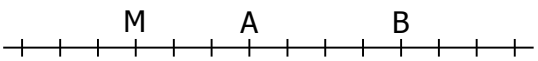
c. $\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



d. $\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



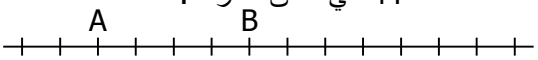
e. $\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



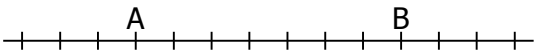
تمرين2C.2

حدد النقطة M التي تحقق الشرط :

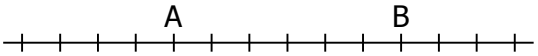
a. $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$



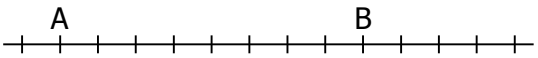
b. $\frac{BM}{AB} = \frac{3}{7}$



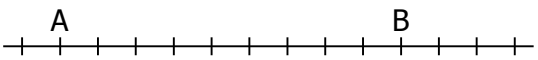
c. $\frac{AM}{AB} = \frac{7}{6}$



d. $\frac{BM}{AB} = \frac{1}{4}$



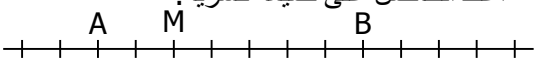
e. $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{3}$



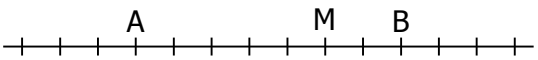
تمرين2C.3

أعط الحاصل على صيغة كسرية:

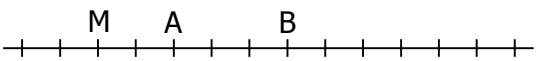
a. $\frac{MA}{MB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



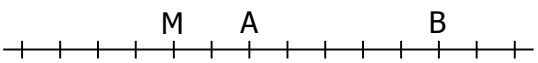
b. $\frac{MA}{MB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



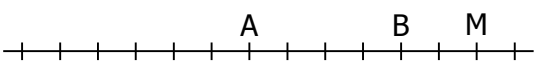
c. $\frac{MA}{MB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



d. $\frac{MA}{MB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



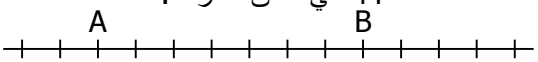
e. $\frac{MA}{MB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



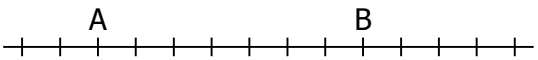
تمرين2C.4

حدد النقطة M التي تحقق الشرط :

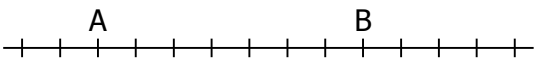
a. $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$



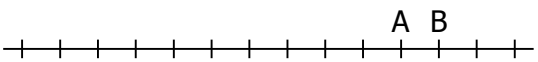
b. $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{5}$



c. $\frac{MA}{MB} = \frac{4}{3}$



d. $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$

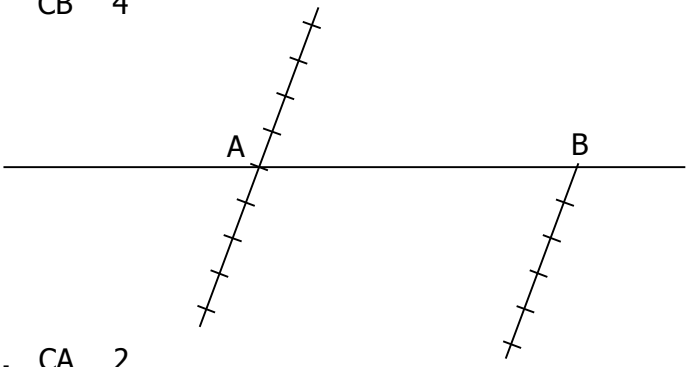


e. $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$

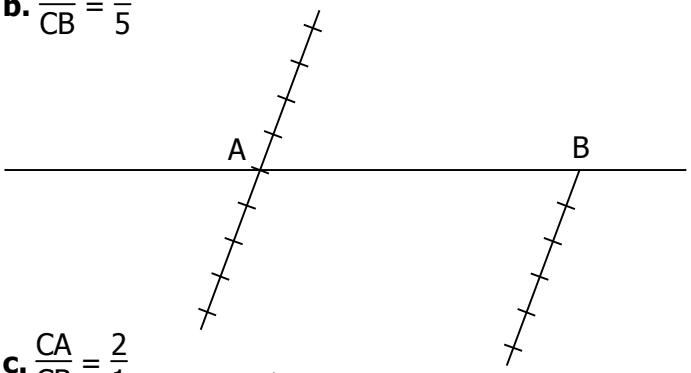
تمرين2C.5

أنشئ في كل حالة من الحالات C_1 et C_2 من المستقيم (AB)
حسب النسبة المعطاة: (المستقيمان المدرجان متوازيان)

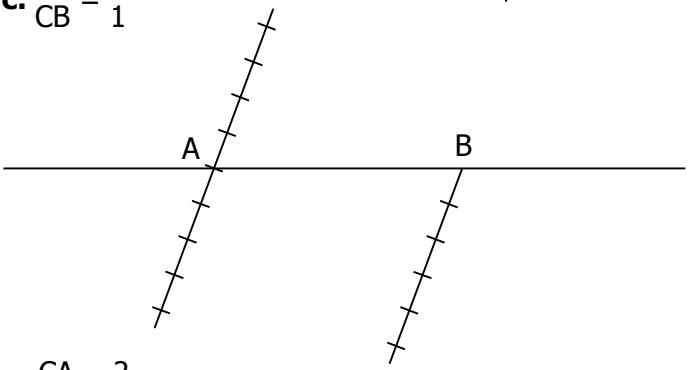
a. $\frac{CA}{CB} = \frac{1}{4}$



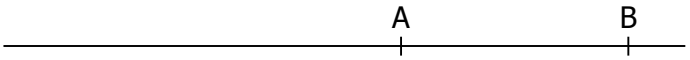
b. $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{5}$



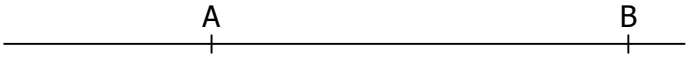
c. $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{1}$



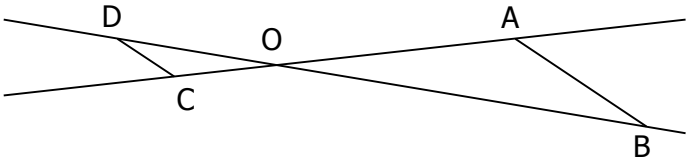
d. $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{3}$



e. $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{7}$

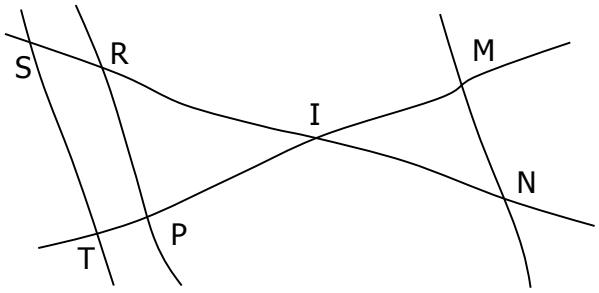


تمرين - **3A.1** رين .
في الرسم أدناه، المستقيمان (**AB**) و (**CD**) متوازيان
المستقيمان (**AC**) و (**BD**) متقاطعان في **O**.



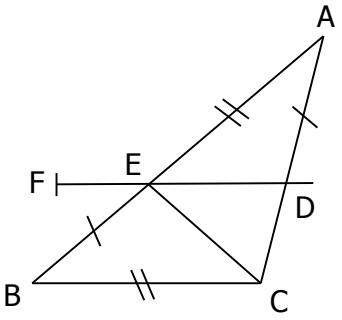
اليك :
$OA = 8\,cm$ $OB = 10\,cm$ $OC = 2\,cm$ $DC = 1{,}5\,cm$
1 - احسب طول القطعة.[AB]
2- احسب طول الجزء [OD].

تمرين - **3A.2** كليرمون فيران.
في الشكل المرسوم بيد حرة أدناه،



$IR = 8\,cm$ $RP = 10\,cm$ $IP = 4\,cm$
$IM = 4\,cm$ $IS = 10\,cm$ $IN = 6\,cm$ $IT = 5\,cm$
[إعادة الرسم غير مطلوب] .
1. اثبت ان (ST)و (RP) متوازيان.
2. إستنتج ST .
3. هل المستقيمان (MN) و(ST) متوازيان ؟ برر.

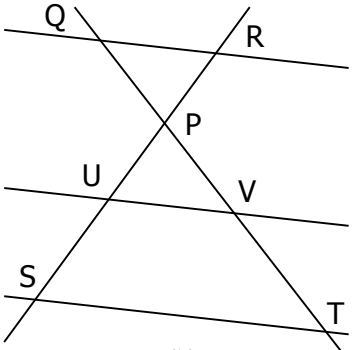
تمرين - **3A.3** غرينوبل.
وحدة الطول هي السنتيمتر.



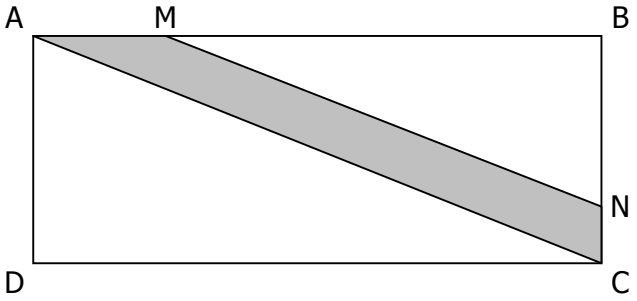
نعتبر المثلث ABC .
لتكن E نقطة من القطعة [AB] ;المستقيم الموازي (BC) يمرب E يقطع [AC] في النقطة D .
نضع $AE = BC = 3$ و$AD = 2 = EB$.
1. بين ان $ED = 1{,}8$.
2. على نصف المستقيم ,[DE) نحدد النقطة F , كما هو موضح في الشكل المقابل ,حيث $DF = 3$.
هل المستقيمان (AD) و (BF)متوازيان ؟

تمرين - **3A.4** رينيون.
احسب القيمة المضبوطة لـ ST باستخدام المعلومات المعطاة

$RP = 4\,cm$
$QR = 2{,}4\,cm$
$PV = 2\,cm$
$PS = 4{,}5\,cm$
$(QR) // (UV)$
$(UV) // (ST)$

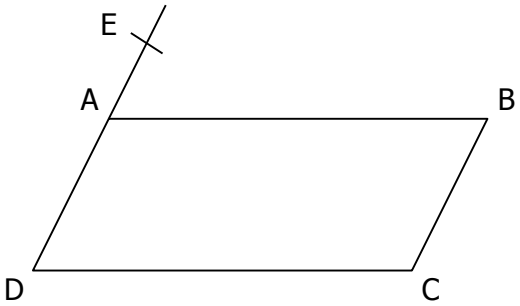


تمرين - **3A.5** نانت.
يمثل الشكل أدناه حقل مستطيل ABCD مقطوع بطريق له نفس العرض (الجزء الرمادي).



نعطي:
- $AB = 100\,m$ $BC = 40\,m$ $AM = 24\,m$
- (AC) و (MN) متوازيان .
احسب :
1. القيمة المدورة الى الديسيمتر للطولAC .
2. الطول.MB
3. الطول .BN

تمرين - **3A.6** باريس.

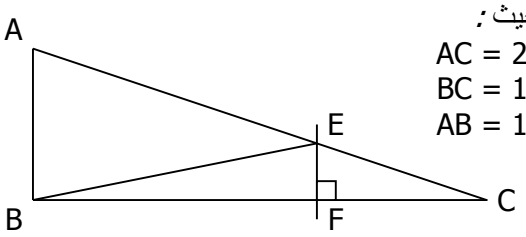


ABCD متوازي أضلاع :
$AB = 8\,cm$; $AD = 4{,}5\,cm$
E نقطة من المستقيم (AD) حيث $AE = 1{,}5\,cm$ و E لا تنتمي الى القطعة [AD] ،المستقيم (EC) يقطع [AB] في.M
1. احسبAM .
2. ضع النقطة N على القطعة [DC] حيث: $DN = \frac{3}{4} DC$
اثبت أن (AN) و (EC) متوازيان .

تمرين - 3B.1 مرسيليا .

في هذه المسألة، وحدة الطول هي السنتيمتر ووحدة المساحة هي cm^2 .
الشكل أدناه يوضح مكان النقاط. وهو ليس بأبعاده الحقيقية .

ABC مثلث حيث :
AC = 20 cm
BC = 16 cm
AB = 12 cm



F نقطة من القطعة [BC]
العمودي على (BC) من F يقطع [CA] في E .

الجزء الأول .

1. اثبت ان المثلث ABC قائم في B.
2. احسب مساحة المثلث ABC.
3. برهن، بالاستعانة بالسؤال **1** ، بأن (EF) عمودي على (AB)

الجزء الثاني .

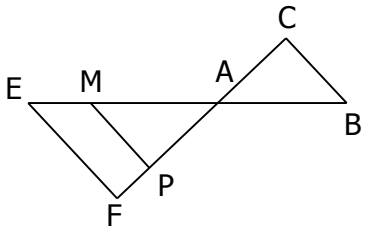
نضع في هذه الحالة CF = 4 cm.
1. اثبت ان EF = 3 cm .
2. احسب مساحة EBC .

الجزء الثالث .

في هذه الحالة F نقطة كيفية على القطعة [BC], تختلف عن B وعن C .
نكتب: $CF = x$ حيث: $0 < x < 16$.
1. بين ان EF معبر عنه بـ cm يساوي $\frac{3}{4}x$.
2. بين أن مساحة المثلث EBC معبر عنه بـ cm^2 يساوي $6x$.
3. من اجل أي قيمة لـ x تكون مساحة المثلث EBC تساوي $33cm^2$.
4. عبر بدلالة x عن مساحة المثلث EAB .
وماهي القيمة المضبوطة لـ x كي تكون مساحة المثلث EAB تساوي ضعف مساحة المثلث EBC ؟

تمرين **- 3B.2 ليون .**

وحدة الطول هي السنتيمتر. الشكل ليس بأبعاده الحقيقية ، الرسم غير مطلوب.



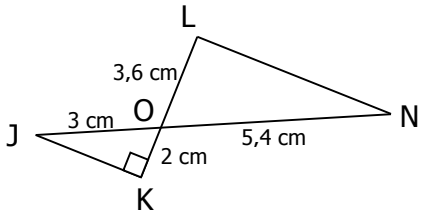
النقاط E, M, A, B على استقامة وفي هذا الترتيب .
النقاط F, P, A و C على استقامة وفي هذا الترتيب.
هل المستقيمان (EF) (MP) متوازيان؟

AM = 6 MP = 4,8 AP = 3,6
EF = 6 AC = 4,5 AB = 7,5

1. اثبت ان المثلث AMP قائم .
2. احسب AE واستنتج الطول ME (برر الحساب).
3. بين ان (MP) و (BC) متعامدان .
4. اثبت أن $C\widehat{B}A$ و $A\widehat{M}P$ متقايستان.

- 3B.3 مرسيليا .

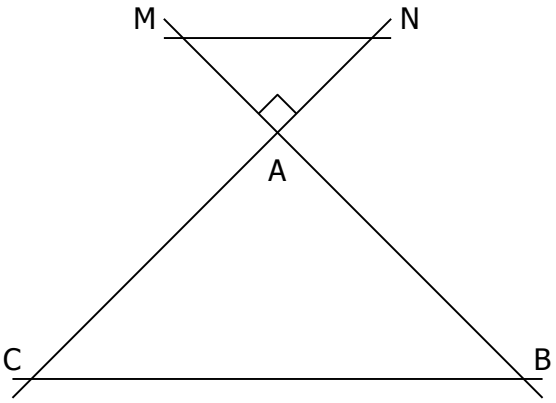
الشكل المقابل رسم لتوضيح ترتيب نقاط، وهو ليس بأبعاده الحقيقية.



إليك :
- النقط K, O, L إستقامية ،O بينK و L حيث:
OK = 2 cm ،OL = 3,6 cm
النقط J, O, N إستقامية O بينJ و N حيث:
ON =5,4 cm ، OJ = 3 cm
- هل المثلث OKJ قائم في K ؟

1. احسب القيس $O\widehat{J}K$ (بتدوير الى الدرجة)
2. اثبت أن (JK) و (LN) متوازيان .
3. استنتج من السؤال **2.** دون توضيح كيفية الحساب ,بأن الزاويتين $O\widehat{J}K$ و $O\widehat{N}L$ متقايستان .

تمرين - 3B.4 باريس



ABC مثلث حيث : AB = 5 cm و BC = 7,5 cm.
1. احسب القيس $A\widehat{C}B$ مقرب الى الدرجة .
2. النقطة M من المستقيم (AB), ولا تنتمي الى القطعة [AB] حيث: AM = 2 cm .
الموازي لـ (BC) والمار من M يقطع (AC) في N .
احسب MN .

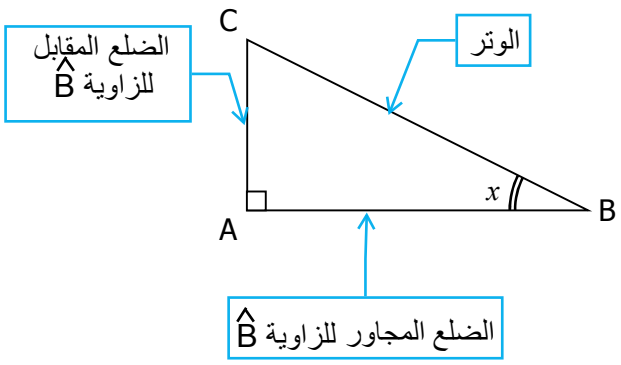
الفهرس

شرح مبسط عن النسب المثلثية
تذكير + الجيب Sin + والظل Tan
حسابات cos-sin-tan بالحاسبة
صيغتين مثلثيتين
معلم للمستوي
اكتب الصيغة الصحيحة
تطبيق الصيغ (من خلال الشكل)
تطبيق الصيغ (من خلال سند نصي + من خلال أشكال) بدون تنظيم
مسائل من شهادات 1
مسائل من شهادات 2

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
المثلث القائم: العلاقات المثلثية	معرفة واستخدام في المثلث القائم العلاقات بين جيب التمام، الجيب، ظل زاوية الحادة وطولي ضلعين من المثلث. استخدام الألة الحاسبة لتحديد قيم تقريبية: • جيب وجيب التمام وظل زاوية حادة معطاة. • زاوية حادة معروفة جيبها، وجيب تمامها، ظلها	تم الاطلاع على تعريف جيب التمام في السنة الثالثة متوسط.وسيقدم الجيب وظل زاوية حادة كنسب لأطوال أو استخدام ربع دائرة مثلثية. سيتم التعرف على الصيغ: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ؛ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ لا نستخدم إلا وحدة الدرجة

I . النسب المثلثية في مثلث قائم العلاقات المثلثية.

في المثلث القائم، يمكنك تعريف العلاقات التالية بين النسب المثلثية لأقياس الزوايا الحادة وأطوال الأضلاع.



جيب تمام $\hat{B}$ = طول الضلع المجاور لـ $\hat{B}$ / طول الوتر ; أي: $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$

جيب $\hat{B}$ = طول الضلع المقابل لـ $\hat{B}$ / طول الوتر ; أي: $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$

ظل $\hat{B}$ = طول الضلع المقابل لـ $\hat{B}$ / طول الضلع المجاور لـ $\hat{B}$; أي: $\tan \hat{B} = \frac{AB}{AC}$

ملاحظات :

جيب وجيب تمام زاوية حادة يكون محصورا بين العددين 0 و1

بينما ظل زاوية حادة يمكن أن يكون أي قيمة أكبر 0 .

II . صيغ للنسب المثلثية

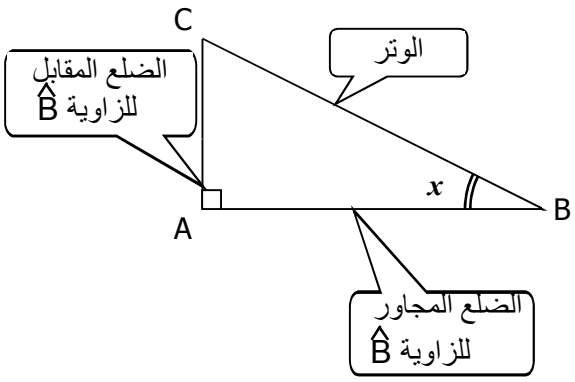
x هو قيس زاوية **حادة** ، المساوتان التاليتان دوما صحيحتان :

$(\cos x)^2+(\sin x)^2 = 1$ نقبل $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

تذكير

1. في مثلث قائم إحدى زواياه الحادة معلومة، نسمي الأضلاع على النحو التالي :



2. النسبة $\frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ لا تتعلق إلا بـ x قيس الزاوية

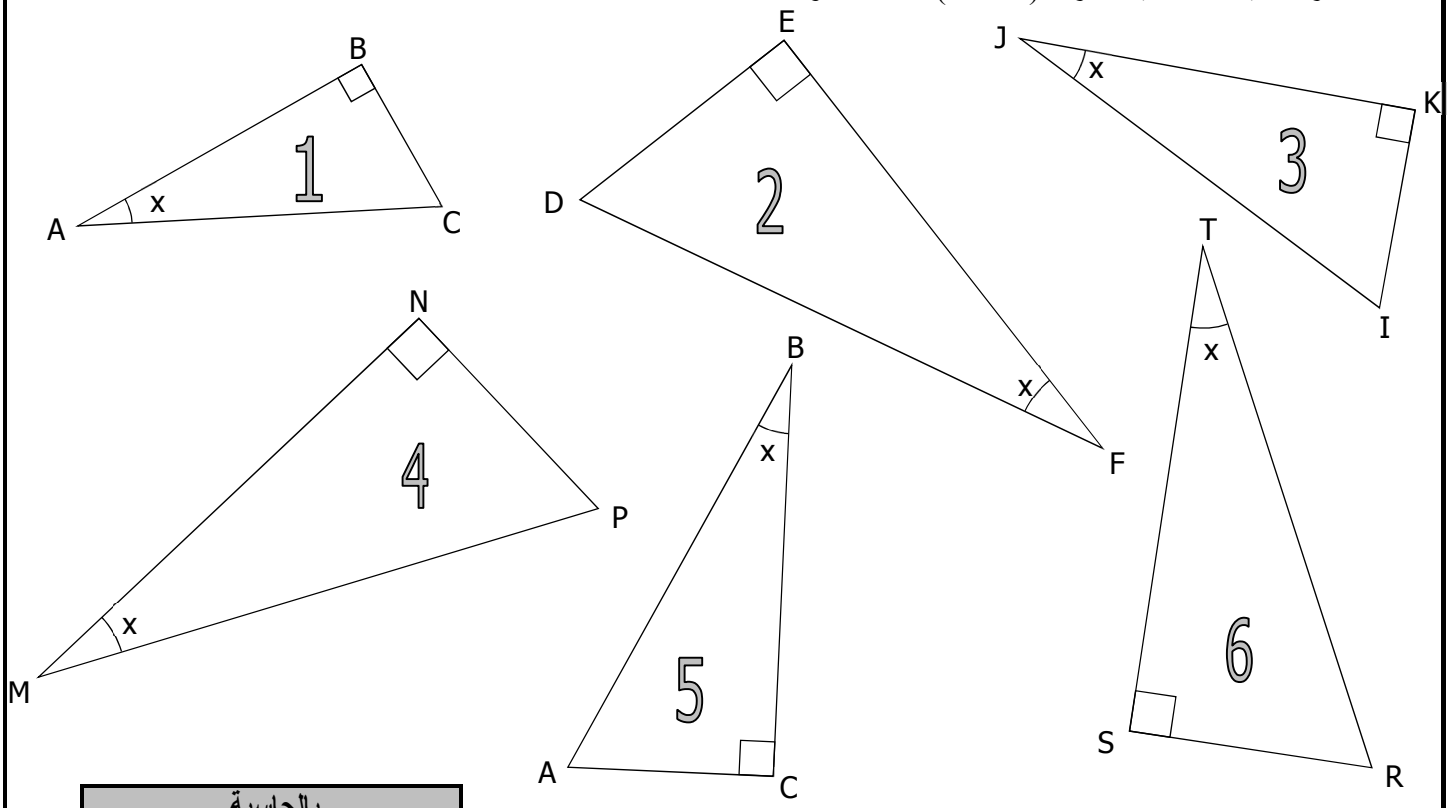
تسمى هذه النسبة جيب تمام x، ونكتب: $COSx = \frac{AB}{BC}$

نشاط

a . في كل مثلث، اعثر على الوتر والضلع المجاور، كذلك الضلع المقبل .

b . قس (بالتقريب الى mm) كل ضلع والقيس x (مقرب الى الدرجة) ثم أدرج النتائج في الجدول أسفله.

C. اجر العمليات الحسابية اللازمة (بالحاسبة) لتكمل الجدول.



المثلث		طول الوتر	طول الضلع المجاور	طول الضلع المقابل	قيس الزاوية	بالحاسبة: ط.ض. المجاور / طول الوتر	بالحاسبة: ط.ض. المقابل / طول الوتر
ABC	**1**	AC = 4,8 cm	AB = 4,3 cm	BC= 2,2 cm	x = 27°	$\frac{2,2}{4,8} \approx 0,458$	$\frac{2,2}{4,3} \approx 0,512$
DEF	**2**	..... = ...	..... = ...	..... = ...	x = ...°	$\frac{.....}{.....} \approx .....$	$\frac{.....}{.....} \approx .....$
IJK	**3**	..... = ...	..... = ...	..... = ...	x = ...°	$\frac{.....}{.....} \approx .....$	$\frac{.....}{.....} \approx .....$
MNP	**4**	..... = ...	..... = ...	..... = ...	x = ...°	$\frac{.....}{.....} \approx .....$	$\frac{.....}{.....} \approx .....$
ABC	**5**	..... = ...	..... = ...	..... = ...	x = ...°	$\frac{.....}{.....} \approx .....$	$\frac{.....}{.....} \approx .....$
RST	**6**	..... = ...	..... = ...	..... = ...	x = ...°	$\frac{.....}{.....} \approx .....$	$\frac{.....}{.....} \approx .....$

معلومات مفيدة ...

قبل البدء في ممارسة الحساب على الزوايا التي تتطلب استخدام الآلة الحاسبة، تحقق دائما أن تكون الحاسبة في وضع " الدرجة " للقيام بذلك، تأكد من أن الاختصار "D" أو "DEG" هو في مكان ما على الشاشة.

في حال ظهور على الشاشة شعار "G " (أو "GRA") أو "R" (أو "RAD ")، يجب قراءة دليل من الحاسبة لكيفية التوجه "mode DEGRES " .

نشاط **1.2**

اوجد في كل حالة جيب التمام قيس الزاوية $(\cos x)$ (مقربة إلى الجزء من الألف)

$x = 30°$ ، إذن ..... $\cos x \approx$	$x = 90°$ ، إذن ..... $\cos x =$	$x = 0°$ ، إذن ..... $\cos x =$
$x = 45°$ ، إذن ..... $\cos x \approx$	x 20° ، إذن..... $\cos x \approx$	$x = 60°$ ، إذن ..... $\cos x =$

نشاط **2.2**

اوجد في كل حالة جيب قيس الزاوية $(\sin x)$ (مقربة إلى الجزء من الألف)

$x = 30°$ ، إذن ..... $\sin x =$	$x = 90°$ ، إذن ..... $\sin x =$	$x = 0°$ ، إذن ..... $\sin x =$
$x = 45°$ ، إذن..... $\sin x \approx$	$x = 20°$ ، إذن..... $\sin x \approx$	$x = 60°$ ، إذن..... $\sin x \approx$

نشاط**3.2**

اوجد في كل حالة ظل قيس الزاوية $(\tan x)$ (مقربة إلى الجزء من الألف)

$x = 30°$ ، إذن..... $\tan x \approx$	$x = 89°$ ، إذن..... $\tan x \approx$	$x = 45°$ ، إذن..... $\tan x =$
$x = 0°$ ، إذن..... $\tan x =$	$x = 20°$ ، إذن..... $\tan x \approx$	$x = 60°$ ، إذن..... $\tan x \approx$

نشاط **4.2**

اوجد في كل حالة x قيس الزاوية (مدور إلى الجزء من العشرة)بمعرفة جيب التمام (cos)

$\cos x =$ 0,866 ، إذن°..... $x \approx$	$\cos x \approx$ 0,643 ، إذن°..... $x \approx$	$\cos x =$ 0,5 ، إذن°..... $x =$
$\cos x =$0,259 ، إذن°..... $x \approx$	$\cos x =$ 1 ، إذن°..... $x =$	$\cos x =$ 0,087 ، إذن°..... $x \approx$

نشاط**5.2**

اوجد في كل حالة x قيس الزاوية (مدور إلى الجزء من العشرة)بمعرفة الجيب (sin)

$\sin x =$ 0,866 ، إذن°..... $x \approx$	$\sin x =$0,940 ، إذن°..... $x \approx$	$\sin x =$ 0,5 ، إذن°..... $x \approx$
$\sin x =$ 0,342 ، إذن°..... $x \approx$	$\sin x =$ 1 ، إذن°..... $x =$	$\sin x =$0,087 ، إذن°..... $x \approx$

نشاط**6.2**

اوجد في كل حالة x قيس الزاوية (مدور إلى الجزء من العشرة)بمعرفة الظل (tan)

$\tan x =$0,176 ، إذن°..... $x \approx$	$\tan x =$3,732 ، إذن°..... $x \approx$	$\tan x =$ 0,5 ، إذن°..... $x \approx$
$\tan x =$0,577 ، إذن°..... $x \approx$	$\tan x =$ 1 ، إذن°..... $x =$	$\tan x =$ 11,43 ، إذن°..... $x \approx$

نشاط**7.2**

اكمل كل جملة

$\tan x =$ 2 ، إذن°..... $x \approx$	$\cos x =$0,921 ، إذن°..... $x \approx$	$x = 32°$ ، إذن..... $\sin x \approx$
$x = 87°$ ، إذن..... $\cos x \approx$	$x = 47°$ ، إذن..... $\sin x \approx$	$\sin x =$ 0,674 ، إذن°..... $x \approx$
$x = 22°$ ، إذن..... $\sin x \approx$	$x = 43°$ ، إذن..... $\cos x \approx$	$x = 65°$ ، إذن..... $\tan x \approx$
$x = 78°$ ، إذن..... $\tan x \approx$	$\cos x = 0,164$ ، إذن°..... $x =$	$\tan x =$ 6,4 ، إذن°..... $x \approx$
$\tan x = 10$ ، إذن°..... $x \approx$	$\sin x =$0,094 ، إذن°..... $x =$	$\tan x =$0,694 ، إذن°..... $x \approx$
$\sin x = 0,576$ ، إذن°..... $x \approx$	$\tan x =$3,6 ، إذن°..... $x \approx$	$\cos x =$ 0,394 ، إذن°..... $x \approx$
$\cos x \approx$ ..... ، إذن $x =$ 80°	$\tan x \approx$ ..... ، إذن $x =$ 7°	$\tan x =$ 0,953 ، إذن°..... $x \approx$

ملاحظة :
عندما نريد حساب مربع جيب تمام قيس زاوية x ، لانكتب " $\cos x^2$ " (لأن الكتابة تدل على جيب تمام قيس الزاوية مربع، "لكن نكتب " $\cos^2 x$ "الذي يقرأ" مربع جيب تمام قيس زاوية x ،أما في الحاسبة فتكتب على الشكل **$(\cos x)^2$**
مثال:
$\cos 60° = 0,5$ إذن: $\cos^2 60° = 0,5^2 = 0,25$.
بنفس الكيفية ،نكتب **$\sin^2 x$** و **$\tan^2 x$** في الحاسبة **$(\sin x)^2$** و**$(\tan x)^2$**

نشاط **3.1**
استخدام الحاسبة، و أعط المدور الى الجزء من الألف لـ:

$(\tan 74°)^2 \approx$	$(\sin 53°)^2 \approx$	$(\cos 12°)^2 \approx$	$(\tan 63°)^2 \approx$	$(\sin 30°)^2 =$	$(\cos 25°)^2 \approx$ .....
$(\tan 14°)^2 \approx$	$(\sin 20°)^2 \approx$	$(\cos 82°)^2 \approx$	$(\tan 45°)^2 \approx$	$(\sin 60°)^2 \approx$	$(\cos 30°)^2 =$ .....

نشاط **3.2** : هل هناك علاقة بين الجيب وجيب التمام لقيس زاوية؟
التجربة الأولى -أكمل الجدول (تعطى النتائج مقربة بالنقصان إلى **0,001**)

x	$\cos x$	$\sin x$	$(\cos x) \times (\sin x)$	$(\sin x) : (\cos x)$	$(\cos x) + (\sin x)$	$(\cos x) - (\sin x)$
30°	0,866	0,500	0,433	0,577	1,366	0,366
41°						
56°						
74°						
82°						

هل هناك مساواة تبدو دائما صحيحة؟ ماهي؟

.....

.....

التجربة الثانية - أكمل الجدول:

x	$(\cos x)^2$	$(\sin x)^2$	$(\cos x)^2 \times (\sin x)^2$	$(\cos x)^2 : (\sin x)^2$	$(\cos x)^2 + (\sin x)^2$	$(\cos x)^2 - (\sin x)^2$
30°	***0,75***	***0,25***	***0,186***	***3***	***1***	***0,5***
41°						
56°						
74°						
82°						

هل هناك مساواة تبدو دائما صحيحة؟ ماهي؟

.....

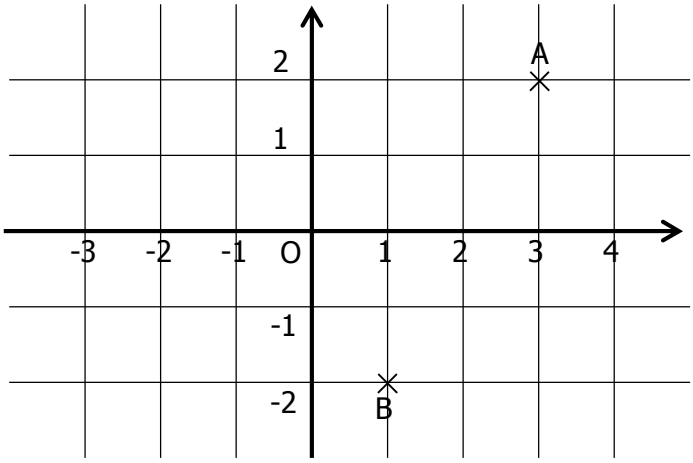
.....

نشاط **: 3.3** هل هناك صلة بين جيب التمام، الجيب وظل قيس نفس الزاوية؟

x	$\cos x$	$\sin x$	$\tan x$	$\frac{\sin x}{\cos x}$
41°				
56°				
74°				
82°				

ماهي العلاقة بين العمود4 و 5؟

أكمل الفراغ: $\tan x = \frac{.....}{.....}$



تذكير -المعلم المستوي:

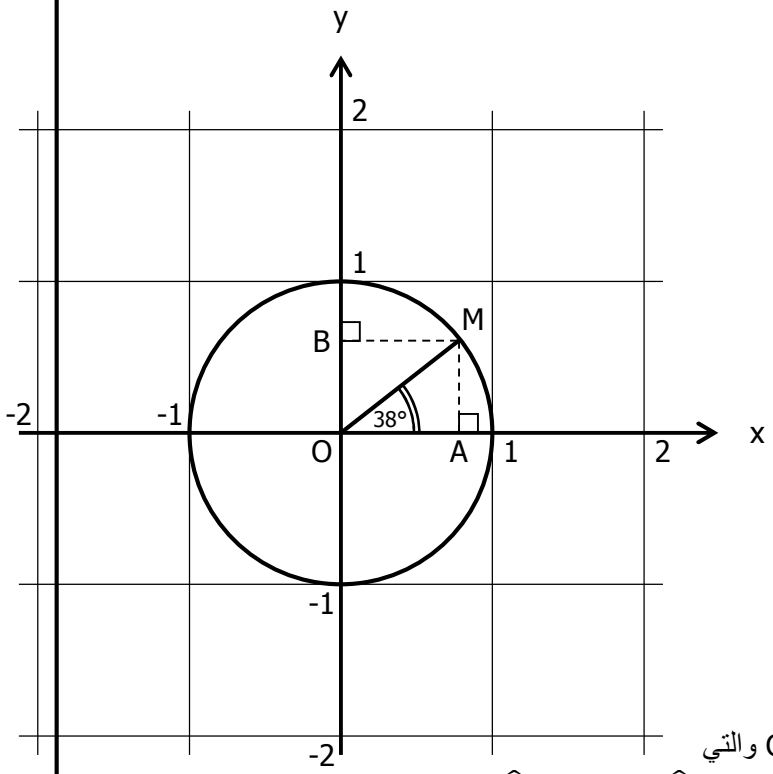
هَذَا الرَّسْم يَمْثِلُ مُعَلِّمُ لِمُسْتَوِي مَبْدَؤه O. مُكَوّنُ مِنْ مِحْوَرَيْنِ مُتَعامِدِينَ لِهُمَا نَفْسُ الْمَبْدَأ .الْمِحْوَرُ الْأُفُقِيُّ يُسْمَى :مِحْوَر الْفَوَاصِلِ والْمِحْوَر الْعَمُودِي يُسْمَى :مَحْوَرَ التراتيب كُلُّ نُقْطَة تُعرفُ أَوْ تُعَلَّمُ بإحداثيتاها، بِمعنى عَدَدَيْنِ نِسْبِيّينَ يُسْمِيَا الْفَاصِلَةُ وَالتَّرْتِيبُ

A فاصلتها 3وترتيبها 2 . ونكتب A (3 ; 2) .

أيضا: B (1 ; -2) و O (0 ; 0).

نشاط:

(C) دائرة مركزها مبدأ المعلم ونصف قطرها وحدة الطول



1. M نقطة من هذه الدائرة حيث $X\widehat{O}M = 30°$

a . ماذا يمثل الطول OA بالنسبة للنقطة M ؟

.....

b . المثلث OAM قائم في A ، احسب الطول OA (مدور الى المليمتر)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c . ماذا يمثل الطول MA أو OB بالنسبة للنقطة M ؟

.....

d. المثلث OAM قائم في A ، احسب الطول MA(مدور الى المليمتر)

.....

.....

.....

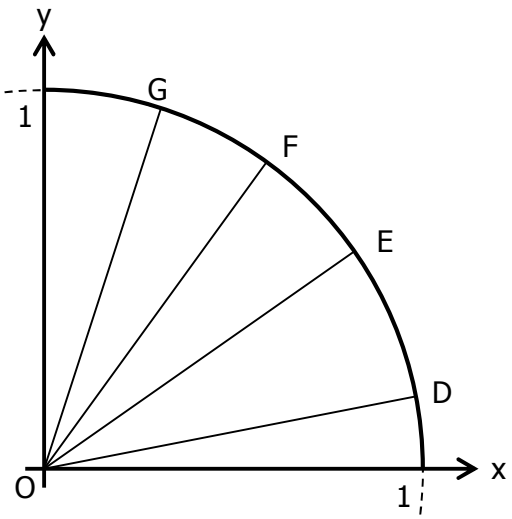
.....

.....

.....

e .ما هما إحداثيتي النقطة M ؟ M (..... ; .....)

2.أوجد، بسرعة وباستخدام حاسبة ،احداثيات كل من النقط D, E, F و G والتي تنتمي الى الدائرة (C) ، مع العلم أن : $x\widehat{O}F = 54°$ ، $x\widehat{O}E = 35°$ ، $x\widehat{O}D = 11°$ ، $x\widehat{O}G = 72°$



D (..... ; .....)

E (..... ; .....)

F (..... ; .....)

G (..... ; .....)

3.ضع على الرسم النقط التالية :

H (cos 30° ; sin 30°)

I (cos 85° ; sin 85°)

جيب تمام $\widehat{B}$ = طول الضلع المجاور لـ $\widehat{B}$ / طول الوتر

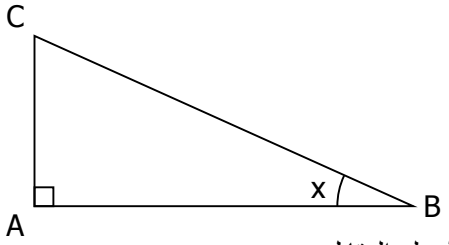
جيب $\widehat{B}$ = طول الضلع المقابل لـ $\widehat{B}$ / طول الوتر

ظل $\widehat{B}$ = طول الضلع المقابل لـ $\widehat{B}$ / طول الضلع المجاور لـ $\widehat{B}$

تمرين1.1

ABC مثلث قائم في A

a. x هو قيس زاوية حادة:



- الضلع المقابل هو:.....
- الضلع المجاور هو:.....
- الوتر هو :.....

b. اكتب عبارة مستعملا :...

- القيس x ، AB و AC :

x = ... / .....

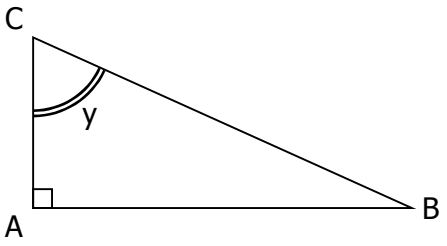
- القيس x ، AB و BC :

x = ... / .....

- القيس x ، AC و BC :

x = ... / .....

c. نعتبر الآن y قيس الزاوية الحادة



- الضلع المقابل هو:.....
- الضلع المجاور هو:.....
- الوتر هو :.....

d. اكتب عبارة مستعملا :...

- القيس y ، AB و AC :

y = ... / .....

- القيس y ، AB و BC :

y = ... / .....

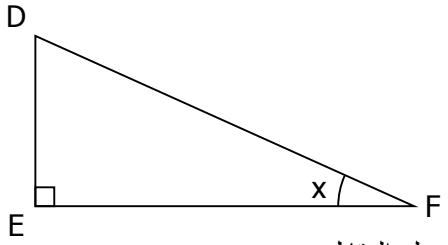
- القيس y ، AC و BC :

y = ... / .....

تمرين1.2

DEF مثلث قائم في E.

a. x هو قيس زاوية حادة:



- الضلع المقابل هو:.....
- الضلع المجاور هو:.....
- الوتر هو :.....

b. اكتب عبارة مستعملا :...

- القيس x ، EF و DF :

x = ... / .....

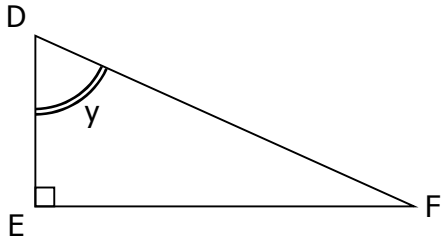
- القيس x ، DE و EF :

x = ... / .....

- القيس x ، DF و DE :

x = ... / .....

c. نعتبر الآن y قيس الزاوية الحادة :



- الضلع المقابل هو:.....
- الضلع المجاور هو:.....
- الوتر هو :.....

d. اكتب عبارة مستعملا :...

- القيس y ، DF و DE :

y = ... / .....

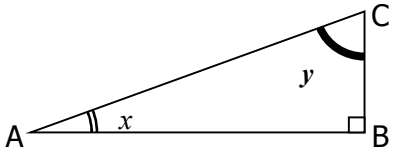
- القيس y ، DE و EF :

y = ... / .....

- القيس y ، EF و DF :

y = ... / .....

في جميع التمارين، نعتبر ABC مثلث قائم:



حالة 1 :نعرف طولي ضلعين ونسعى إلى إيجاد قيس الزاوية.

1- تحديد المثلث القائم.

2 - نكتب الصيغة المناسبة للنسبة المثلثية.

3– نحسب النسبة المثلثية.

4 - نستخدم الحاسبة لإيجاد قيس الزاوية.

تمرين محلول

المعطيات: $AB = 5\ cm$ و$BC = 2\ cm$

البحث عن x :

1. ABC قائم فيB فإن :
2. $\tan x = \frac{BC}{AB}$
3. ومنه: $\tan x = \frac{2}{5}$ باستعمال الالة الحسبة وبالتدوير إلى 0.1 الى الدرجة نجد:
4. $x \approx 21{,}8°$

تمرين2A.1:

المعطيات $AB = 8\ cm$ و$BC = 3\ cm$

البحث عن x :

. 1
. 2
. 3
. 4

تمرين2A.2

المعطيات : $AC = 3{,}5\ cm$ و$BC=1{,}2\ cm$

البحث عن y

. 1
. 2
. 3
. 4

الحالة 2: نعرف ضلع وقيس زاوية ونسعى إلى حساب طول ضلع "البسط في الصيغة".

1- تحديد المثلث القائم.

2 - نكتب الصيغة المناسبة للنسبة المثلثية.

3 - نحل المعادلة.

4 -استخدام الحاسبة لتحديد الطول.

تمرين محلول:

المعطيات $AC = 7\ cm$ و$x = 30°$

البحث عنAB (بالتدوير إلى 0.1 من cm)

1. ABC قائم في B فإن :
2. $\cos x = \frac{AB}{AC}$
3ومنه: $\cos 30° = \frac{AB}{7}$ ومنه: $AB = 7 \times \cos 30°$ وبإدخال الكتابة بعد =كما هي في الحاسبة وبالتدوير المطلوب نجد:
4. $AB \approx 6{,}1\ cm$

تمرين2A.3

المعطيات $AC = 7\ cm$ و$y = 62°$

البحث عنAB (بالتدوير إلى 0.1 من cm)

. 1
. 2
. 3
. 4

تمرين2A.4

المعطيات $BC = 4{,}6\ cm$ و$x = 24°$

البحث عنAB (بالتدوير إلى 0.1 من cm)

. 1
. 2
. 3
. 4

الحالة 3: نعرف ضلع وقيس زاوية ونسعى إلى حساب طول ضلع "المقام في الصيغة".

1- تحديد المثلث القائم.

2 - نكتب الصيغة المناسبة للنسبة المثلثية.

3 - نحل المعادلة.

4 - استخدام الحاسبة لتحديد الطول .

تمرين محلول:

المعطيات $BC = 5cm$ و$x = 25°$

البحث عنAC (بالتدوير إلى 0.1 منcm)

1. ABC قائم في B فإن
2. $\sin x = \frac{BC}{AC}$
3 .ومنه: $\sin 25° = \frac{5}{AC}$ ومنه: $AC = \frac{5}{\sin 25°}$ وبإدخال الكتابة بعد =كما هي في الحاسبة وبالتدوير المطلوب نجد:
4. $AC \approx 11{,}8\ cm$

تمرين2A.5

المعطيات $BC = 2{,}1cm$ و$y = 70°$

البحث AC عن (بالتدوير إلى 0.1 من cm)

. 1
. 2
. 3
. 4

تمرين2A.6

المعطيات $BC = 2{,}8\ cm$ و$x = 17°$

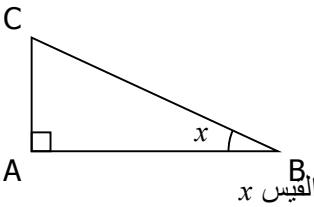
البحث عنAB (بالتدوير إلى 0.1 من cm)

. 1
. 2
. 3
. 4

نتائج الحسابات في كل التمارين "الأقياس تُدَور إلى الوحدة من الدرجة والأطوال تُدَور إلى 0.1 من cm "

تمرين2C.1

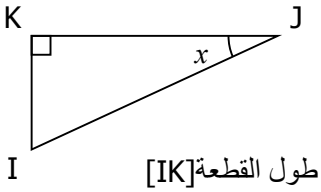
ABCمثلث قائم في Aحيث: $AC = 2$ cm و $BC = 6$ cm.



احسب القيس x

تمرين2C.2

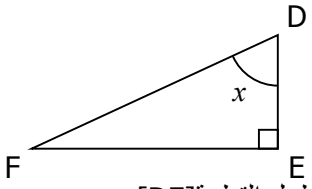
IJKمثلث قائم في Kحيث: $x = 25°$ و $IJ = 13$ cm



احسب طول القطعة[IK]

تمرين2C.3

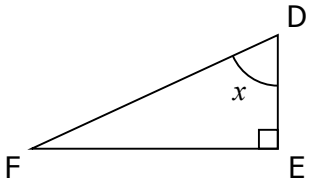
DEFمثلث قائم في Eحيث: $x = 62°$و $EF = 4$ cm



احسب طول القطعة[DE]

تمرين2C.4

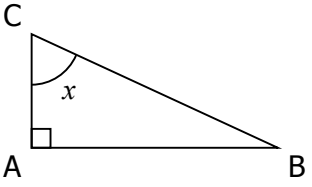
DEFمثلث قائم في Eحيث: $DE = 2$ cmو $DF = 4$ cm



احسب القيسx

تمرين2C.5

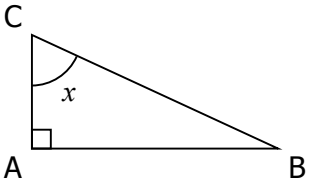
ABC مثلث قائم في Aحيث: $x = 50°$ و $AC = 6$ cm



احسب طول القطعة[BC]

تمرين2C.6

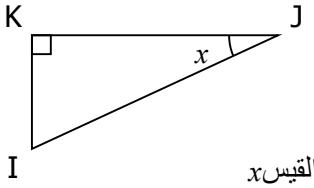
ABC مثلث قائم في Aحيث: $x = 50°$ و $BC = 6$ cm



احسب طول القطعة[AC]

تمرين2C.7

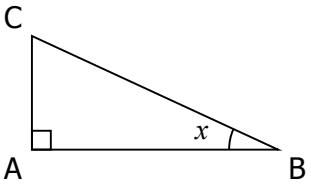
IJKمثلث قائم في Kحيث: $IK = 5$ cmو $IJ = 13$ cm



احسب القيسx

تمرين2C.8

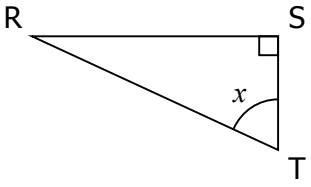
ABCمثلث قائم في Aحيث: $x = 40°$و $AC = 6$ cm



احسب طول القطعة[BC]

تمرين2C.9

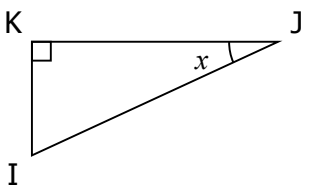
RSTمثلث قائم في Sحيث: $ST = 7$ cmو $RS = 19$ cm



احسب القيسx

تمرين2C.10

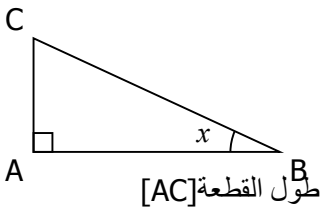
IJKمثلث قائم في Kحيث: $x = 25°$ و $IK = 13$ cm



احسب طول القطعة[IJ]

تمرين2C.11

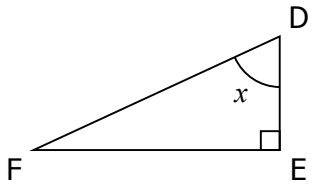
ABCمثلث قائم في Aحيث: $x = 40°$ و $BC = 6$ cm



احسب طول القطعة[AC]

تمرين2C.12

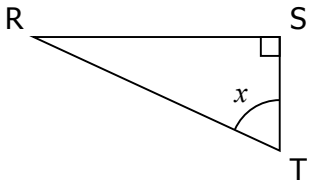
DEFمثلث قائم في Eحيث: $x = 62°$و $DE = 4$ cm



احسب طول القطعة[EF]

تمرين2C.13

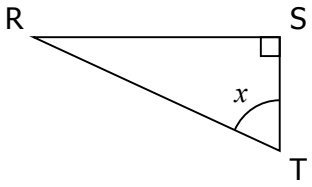
RSTمثلث قائم في Sحيث: $x = 57°$و $ST = 19$ cm



احسب طول القطعة[RS]

تمرين2C.14

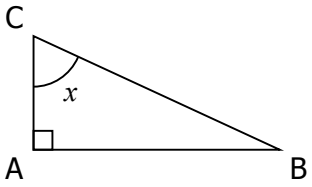
RSTمثلث قائم في Sحيث: $x = 57°$ و $RS = 19$ cm



احسب طول القطعة[ST]

تمرين2C.15

ABC مثلث قائم في A حيث: $AC = 2$ cmو $BC = 6$ cm



احسب القيس x

تمرين **- 3A.1 رين.**

في المثلث ABC (الرسم المقابل)، إليك:

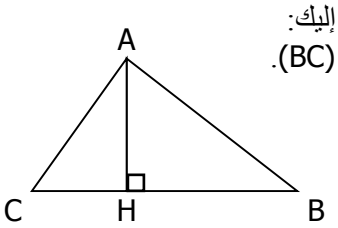
H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

$AH = 5$ cm ←

$AB = 8$ cm ←

$A\hat{C}H = 51°$ ←

إعادة الرسم غير مطلوبة .



1. a .اوجد المدور إلى عُشْرِ الدرجة قيس الزاوية $H\hat{B}A$.

b.هل المثلث ABC قائم في A؟

2.احسب المدور إلى المليمتر لطول القطعة [HB].

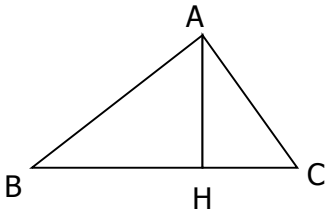
3. احسب المدور إلى المليمتر لطول القطعة [CH].

4. احسب القيمة المقربة لمساحة المثلث ABC .

تمرين **- 3A.2 أفريقيا**

الشكل أدناه ليس بالأبعاد الحقيقية.

الأطوال التالية بالسنتيمتر cm :



- ➔ $BH = 5{,}8$
- ➔ $HC = 4{,}5$
- ➔ $AC = 7{,}5$
- ➔ $AH = 6$

1.باستخدام مسطرة مدرجة فقط ومدور، ارسم الشكل بالأبعاد الحقيقية (اترك آثار الإنشاء).

2. بين أن المثلث ACH قائم في H.

3.احسب مساحة المثلث ABC .

4 . M منتصف [AC]، D هي نظيرة H بالنسبة الى M .

ضعM وD في الشكل. ثم بَيِّنْ أن الرباعي ADCH مستطيل.

تمرين **- 3A.3 بولينيزيا.**

ABC مثلث قائم في A حيث:

$AC = 5$ cm و $A\hat{C}B = 40°$

1.ارسم الشكل بالأبعاد الحقيقية.

2.احسب AB ؛ تعطى النتيجة مدورة إلى mm.

3.أرسم الارتفاع من النقطة A يقطع [BC] في H.

أحسب AH وأعط مدور النتيجة mm .

تمرين **- 3A.4 اميان.**

لتكن [IJ] قطعة طولها 8 cm .

على الدائرة (C) قطر[IJ] ، نعتبر K نقطة حيث: $IK = 3{,}5$ cm

1 .ارسم الشكل.

2. بين أن IJK مثلث قائم .

3. احسب JK (تعطى النتيجة بالتدوير الى إلىmm)

4. أحسب قيس الزاوية $K\hat{I}J$ مدورا الى الدرجة

تمرين **- 3A.5 ليل.**

(C) دائرة مركز O وقطرها [AB] حيث:$AB = 8$cm .

M نقطة من هذه الدائرة حيث :$B\hat{A}M = 40°$.

1.ارسم الشكل بالأبعاد الحقيقية.

2.ما هي طبيعة المثلثBAM ؟ برر.

3.احسب الطول BM مقربا إلى 0,1 cm.

تمرين **- 3A.6 ولينيزيا.**

وحدة الطول هي المتر.

SAB مثلث متساوي الساقين حيث: $SA = SB = 6$ و $AB = 8$.

1.ارسم هذا المثلث باستخدام مقياس $\frac{1}{100}$.

2.ارسم الارتفاع الذي يمر من الرأس الأساسي S .هذا الارتفاع يقطع الضلع [AB] في النقطة I .

a.اشرح لماذا $IA = 4$.

b. احسب جيب تمام الزاوية $I\hat{A}S$

c. استنتج القيس $I\hat{A}S$، مدورا إلى الدرجة.

تمرين **- 3A.7 آسيا.**

في الرسم التخطيطي أدناه، لم يتم احترام الأبعاد المعطاة.

نضع $AB = 6$ cm، $AC = 7{,}5$ cm، $BC = 4{,}5$ cm

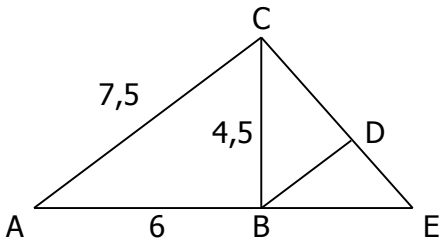
E نقطة من [AB] حيث : $AE = 10$ cm.

الموازي لـ (AC) من B يقطع (EC) في D.

1. بين أن ABC مثلث قائم فيB .

2.احسب القيمة المدورة إلى الدرجة للقيس$E\hat{C}B$.

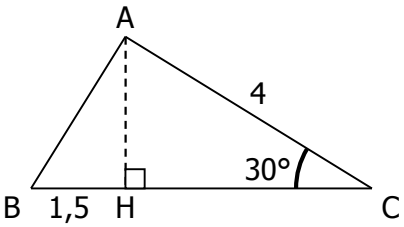
3.أوجد طول القطعة [BD].



تمرين 1.3 مراكز خارجية -

في المثلث ABC ، H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)، كما هو مبين بالمعطيات أدناه:

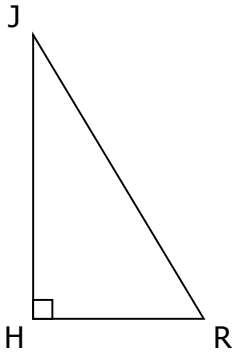
$AC = 4$ cm ; $BH = 1{,}5$ cm ; $A\widehat{C}B = 30°$



1. احسب القيمة المضبوطة لـ **AH.**

2. استنتج المدور الى الدرجة لقيس الزاوية $A\widehat{B}C$

تمرين 2.3 **بولينيزيا** 2001



وحدة الطول هي المتر .الرسم ليس بمقياس الحقيقي

1. رامي **(R)** أراد الصعود الى**(J)** جابر عبر نافذة .لهذا الغرض ثبتا سلم العمل **[JR]**على الجدار **[JH]** الجدار عمودي على الأرض .

حيث:**HR = 3 et JH = 4**

a . احسب **JR .**

b . احسب $\cos H\widehat{J}R$ ،ثم القيس $H\widehat{J}R$ مدور الى الدرجة

2. انزلق السلم ، فأصبح لدينا **JR = 5** و $H\widehat{J}R = 40°$

a . احسب **HR**(تعطى النتيجة بالتدوير إلى 0.1 من الوحدة).

b . اكتب العبارة $\tan H\widehat{J}R$, ثم احسب **JH**(تعطى النتيجة بالتدوير الى 0.1 من الوحدة)

تمرين3.1 **نانت**

1. a . ارسم المثلث **MNP** حيث: **PM = 5 cm** و **PN = 13 cm** **MN = 12 cm**.

b. اثبت ان المثلث **MNP** قائم في **M .**

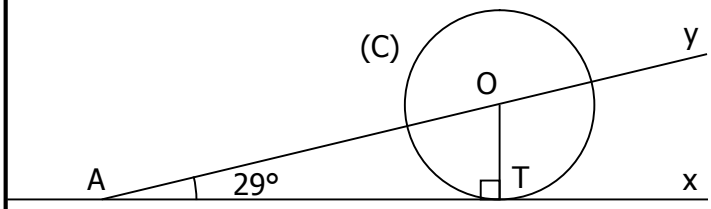
2. احسب محيطه ومساحته.

3 . ارسم دائرة محيطة بالمثلث MNP وذلك بتحديد O مركزها بدقة كذلك نصف قطرها.

4. احسب ظل الزاوية $P\widehat{N}M$ ، واستنتج القيمة المقربة النقصان إلى الدرجة للقيس $P\widehat{N}M$

تمرين**3 .4 مدغشقر**

أبعاد الشكل ليست حقيقية.



الدائرة **(C)** مركزها **O**من نصف المستقيم. **[Ay]** نصف المستقيم **[Ax]**مماس للدائرة **(C)** في **T** ،ناخذ **AT = 9 cm** .

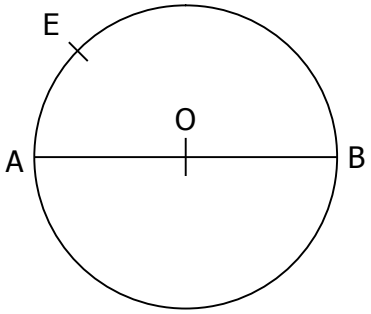
1 . احسب نصف قطر الدائرة**(C)** القيمة المقربة بالنقصان الى المليمتر

2.علي أي مسافة يمكن وضع النقطة **B** على **[AT]** حتي يكون قيس الزاوية $O\widehat{B}T$ يساوي **30°** ؟ (يعطى الطول **BT** بالتدوير إلى المليمتر).

تمرين 3 .5 **بولينيزيا** 2002

وحدة الطول هي **cm**. لتكن الدائرة ذات المركز **O** وقطرها **[AB]** حيث: **AB = 5**

E نقطة من الدائرة حيث: **AE = 3**



1 . ارسم الشكل بدقة

2. ما هي طبيعة المثلث ABE ؟

3 . احسب الطول **BE.**

4 . a . احسب جيب تمام الزاوية $B\widehat{A}E$.

b . استنتج القيس $B\widehat{A}E$ مدور إلى الوحدة من الدرجة .

تمرين 3 .6 **مراكز خارجية**

وحدة الطول هي **cm.**

1. a. ارسم المثلث **ABC** قائم في **A** حيث **AB = 3** و **AC = 9** على **[AC]** ضع النقطة **I** حيث**CI = 5** .

b . احسب القيمة المضبوطة لـ **BC** ، ثم مدوره الى المليمتر

2.المستقيم المار بـ **I** والموازي **(AB)** يقطع **(BC)** في **E.** حدد بدقة الطريقة المستعملة ، احسب القيمة المضبوطة الطول **EI** .

3 . احسب القيمة المضبوطة لـ $\tan A\widehat{C}B$, واستنتج القيمة المدورة إلى الدرجة للقيس $A\widehat{C}B$.

الفهرس

- الاشعة والنسحاب
- تركيب انسحابين (طريقة)
-الانسحاب و المساويات الشعاعية(درس)
- تركيب انسحابين
- تركيب تناظرين مركزيين
- الانسحاب و المساويات الشعاعية
- تركيب انسحابين
- مجموع أشعة
- خصائص الأشعة مع متوازي الأضلاع والمنتصف
- الأشعة براهين وخواص
- تمارين من شهادات

المحتوى	المهارات المطلوبة	تعليقات
أشعة وانسحابات المساواة الشعاعية	معرفة واستخدام الكتابة الشعاعية $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ والتي تفسران الانسحاب الذي يحول A الى B ويحول كذلك C الى D . قراءة وربط الكتابة الشعاعية بمتواري الأضلاع ABCD .	هذا الموضوع يأخذ في الاعتبار الدورة المركزي لدروس متوازيات الأضلاع والانسحاب .ويهدف إلى الوصول، أن الثنائيات النقطية: (A,A')، (B,B')، (C,C') ... هي نتاج لنفس الانسحاب ، والتي كل منها تمثل نفس الشعاع . ونكتب :... $\vec{u} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} =$ أحد الأهداف أن الطلاب تمثل شعاع انطلاقا من اتجاه ومنحى وطول. وسيسلط الضوء على ميزات المساواة الشعاعية $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ بالاستعانة بمنتصفي [AD]و[BC] إذا كان: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فان: [BC] و [AD] متناصفتان إذا كانت: [BC] و [AD] متناصفتان فإن: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
تركيب انسحابين مجموع شعاعين	استعمال المساواة $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ وربطها بتركيب انسحابين . إنشاء وتمثيل مجموع شعاعين باستعمال متوازي أضلاع.	بعض الأنشطة الإنشائية تؤدي إلى فكرة أن تركيب انسحابين هو انسحاب. انطلاقا من هذه النتيجة، ننشئ أو نعرف، مجموع شعاعين. ونفسر الشعاع المعدوم $\vec{0} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AA}$ =.... فضلا عن معاكس شعاع. لا تعطى الكفاءة للتلاميذ والمتمثلة في المساواة الشعاعية $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} -$ ولا بصورة أعم طرح شعاعين .
تركيب تناظريين مركزيين	معرفة أن صورة شكل بتناظريين مركزيين متتاليين بمركزين مختلفين هو أيضا صورة هذا الشكل بانسحاب. معرفة شعاع الانسحاب الناتج عن تركيب تناظريين مركزيين.	بعض الأنشطة الإنشائية سيتيح التكهن بنتائج تركيب تناظرين مركزيين، المظاهرة ستكون فرصة لإثبات المنتصفات في مثلث. تسنح لنا استخدام الكتابة $2\overrightarrow{AB}$ ،تعيين $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}$. جداء شعاع بعدد صحيح لا يتضمن البرنامج، فضلا عن الرمز "o"تركيب تطبيقين.

I. الانسحاب (مراجعة) –المساواة الشعاعية .

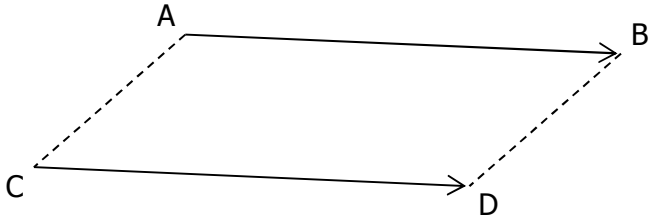
a. تذكير :

B هي صورة A بالانسحاب الذي يحول C إلى (A،B،C ليست إستقامية) D معناه ABDC متوازي أضلاع

b. كتابة شعاعية لانسحاب :

عمليا، هذا يعني أن " الذهاب من A إلى B هو بالضبط نفس كالذهاب من C إلى D " وهذين المسارين لهما .

- نفس **المنحى** (لأن: المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان).
- نفس **الإتجاه** (من A إلىB ،و من C إلىD).
- نفس **الطول** (لأن: AB = CD).



نقول أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ **متساويان** ونكتب: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

ملاحظة :

في متوازي الأضلاع ABCD، نستطيع أن نكتب المساويات التالية:

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ $\quad$ $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$

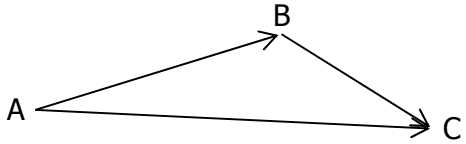
$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$

II. مجموع شعاعين .

a. تركيب انسحابين :

A صورتها B بالانسحاب ، الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

B صورتها C بالانسحاب ، الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.



تركيب هذين الانسحابين هو انسحاب يحول مباشرة A إلى C ، شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

ونكتب: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

هذه المساواة تسمى علاقة شال **(Chasles)**. التي تسمح لنا بتحويل مجموع شعاعين إلى شعاع وتمثيله

b. الشعاع المعدوم :

الشعاع المعدوم ، نكتب $\vec{0}$ هو الشعاع $\overrightarrow{AA}$ ، $\overrightarrow{BB}$ ،....

حسب علاقة شال ، من اجل كل شعاع $\overrightarrow{AB}$ ، فان : $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

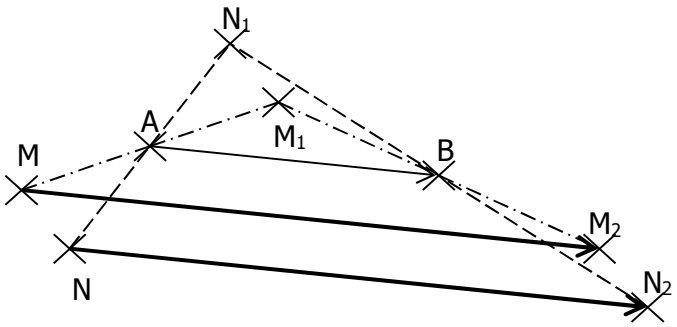
c. معاكس شعاع :

نقول أن الشعاع $\overrightarrow{BA}$ هو **معاكس** الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

عمليا ، وحسب علاقة شال فان : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

d. حالات خاصة (مثال)

للاستئناس نكتب $2\overrightarrow{AB}$ في مكان المجموع . $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$



III. تركيب تناظرين مركزيين

M_1 و N_1 نظيرتي النقطتين على الترتيب M و N بالنسبة إلى A .

N_2 و M_2 نظيرتي النقطتين على الترتيب M_1 و N_1 بالنسبة إلى B.

إذن، النقطتين M_2 و N_2 نظيرتي النقطتين على الترتيب M و N بالنسبة لتركيب التناظرين المركزيين السابقين.

ملاحظة:

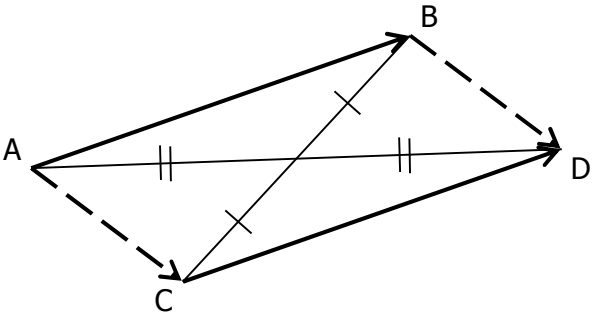
يبدو أن: $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{NN_2} = 2\overrightarrow{AB}$

في الواقع، تركيب التناظرين المركزيين ذات المركز A ثم المركز B هو انسحاب شعاعه $2\overrightarrow{AB}$.

IV. خواص مساواة شعاعية .

a. متوازي المستطيلات:

اذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ (A،B،C ليست إستقامية) نستطيع القول أن ABDC متوازي أضلاع، ونستطيع كتابة الخواص التالية :

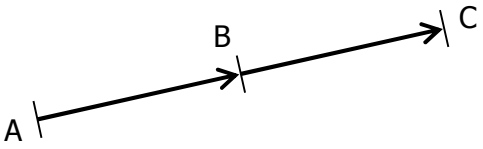


إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ،
فإن القطعتين [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف.

إذا كانت القطعتين [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف،
فإن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

b. منتصف قطعة مستقيم :

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ ، فإن B هي منتصف القطعة [AC] .



إذا كان B هي منتصف القطعة[AC] ، فإن. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

تعريف الانسحاب (M') هي صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ أو «الذي يحول A إلى B» يعني أن $ABM'M$ متوازي أضلاع) ويمكننا القول أيضا أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و$\overrightarrow{MM'}$ متساويان ولذلك يجب أن يكون لهما :

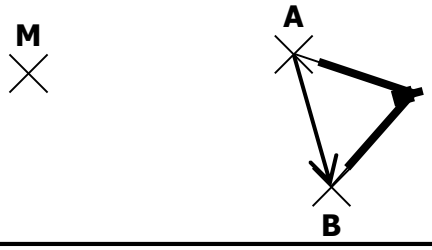
-نفس **المنحى**(التوازي)
-نفس **الاتجاه**.
-نفس **الطول**.

ولذلك إليك طريقتين (مع أو بدون مرصوفة) لإنشاء صورة لنقطة بانسحاب.

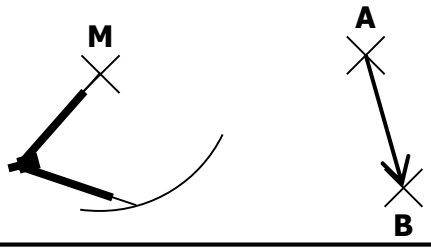
استعمال الأدوات الهندسية (ورقة بيضاء)

نريد إنشاء صورة النقطة M *بالانسحاب ذات الشعاع* $\overrightarrow{AB}$

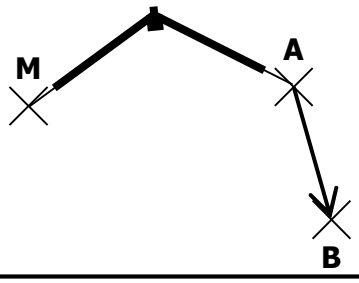
1. نقيس بالمدور المسافة بين A و B ...



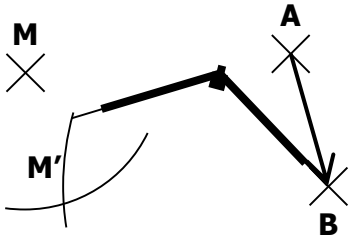
...وننقلها انطلاقا من النقطة M.



2.نقيس بالمدور المسافة بين A و M ...



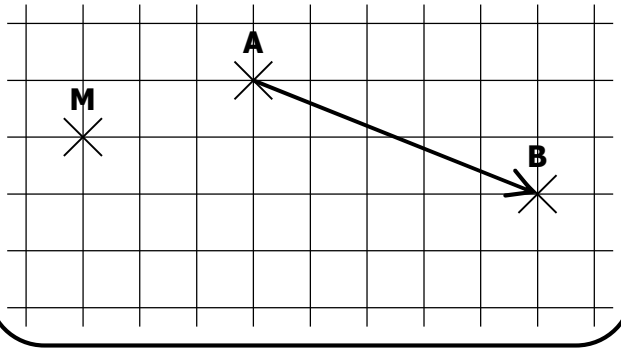
...وننقلها انطلاقا من النقطة B .نقطة تقاطع القوسين هي النقطة **M'** .



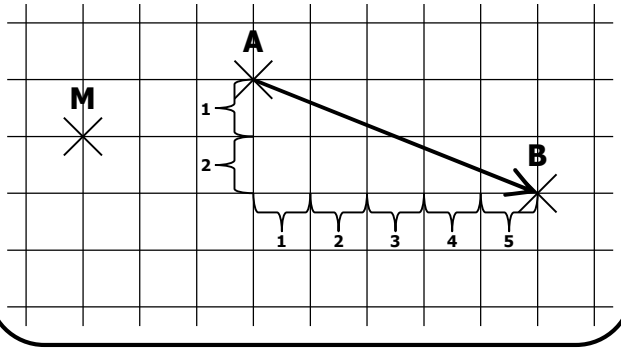
باستعمال المرصوفة

نريد إنشاء صورة النقطة M *بالانسحاب ذات الشعاع* $\overrightarrow{AB}$.

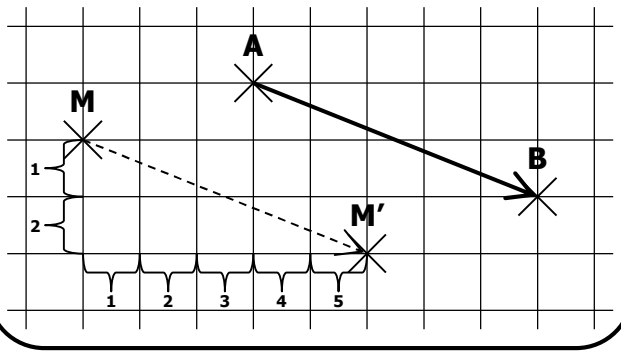
1 .نرسم سهما الذي يمثل الشعاع $\overrightarrow{AB}$ أي أن المسار يتجه من A إلى B .



2. نقسم المسار بإتباع مربعات المرصوفة .في مثالنا **«مربعين إلى الأسفل ، 5 مربعات إلى اليمين».**

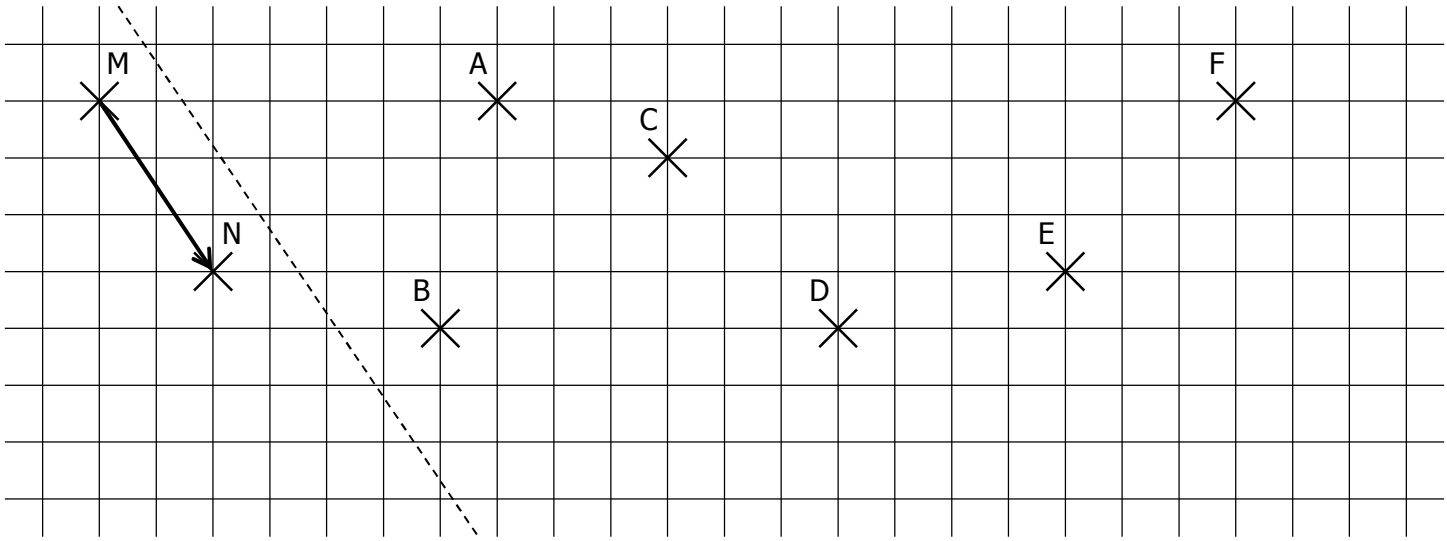


3.تحديدا باتباع **نفس المسار السابق وانطلاقا من النقطة M** .
نحصل على النقطة **M'** صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.أو $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$.



النشاط 1.1

a. استخدام المرصوفة ، لإنشاء النقاط : **A'** ، **B'**، **C'**، **D'** ، **E'** و **F'** صور النقاط: **A**، **B**، **C**، **D** ، **E** و **F** على الترتيب بالانسحاب الذي يحول **M** إلى **N** (الممثل بالسهم)



b. مثل بسهم تحرك النقطة إلى صورتها (من A إلى A' ، من B إلى B' ،...).

هذه الأسهم ، مثل الانتقال ،تسمى **أشعة** ، التي نرمز لها... $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AA'}$,

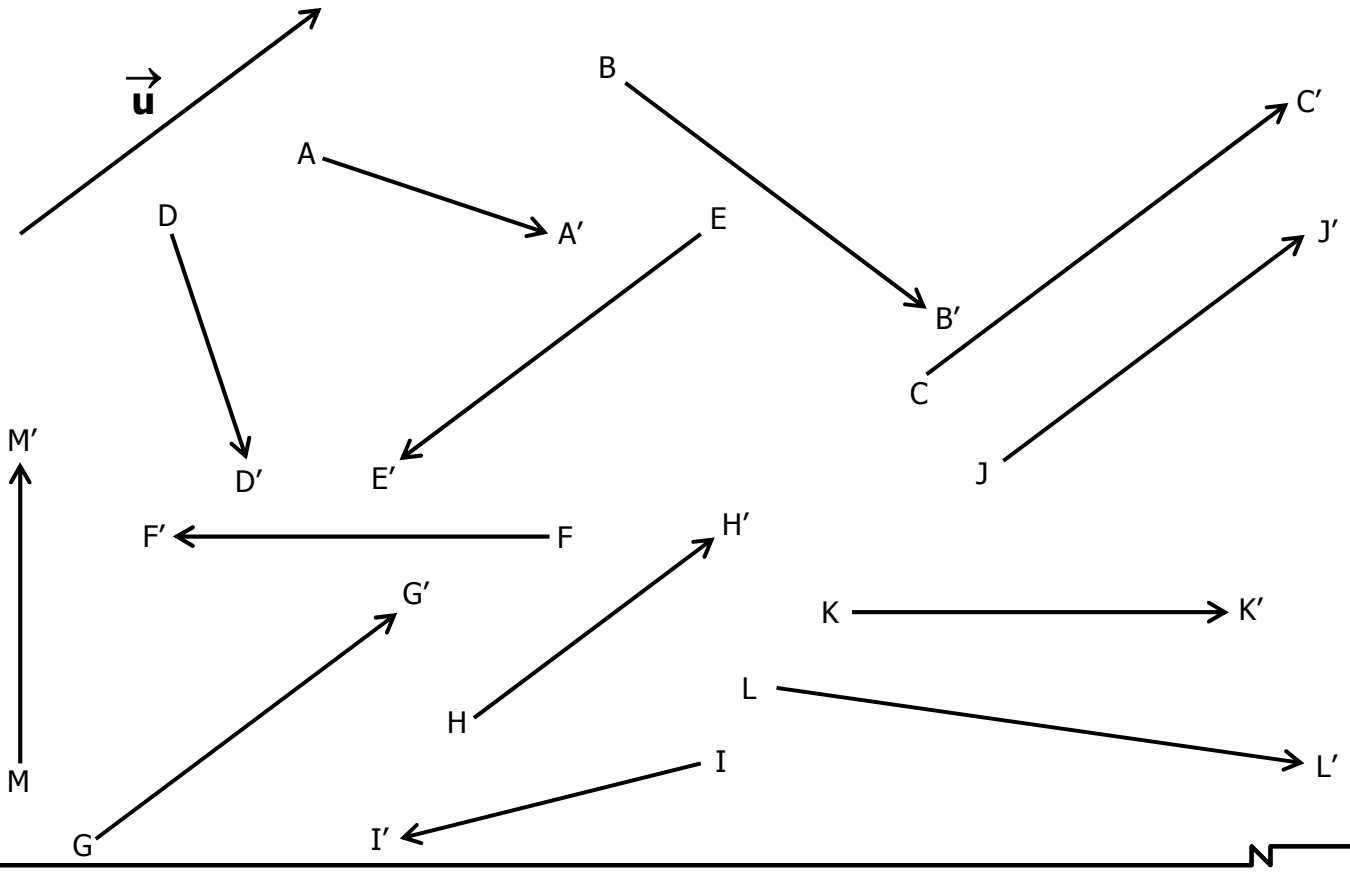
كل شعاع يتميز بـ:

- **منحى** (يمثله الخط المتقطع)
- **اتجاه** (من M إلى N ، من A إلى A' ،...)
- **طول** (MN، AA' ،...)

c. ماذا نقول عن ميزات الأشعة $\overrightarrow{MN}$ ، $\overrightarrow{AA'}$، $\overrightarrow{BB'}$، $\overrightarrow{CC'}$، $\overrightarrow{DD'}$ ، $\overrightarrow{EE'}$ و $\overrightarrow{FF'}$.

نشاط 1.2

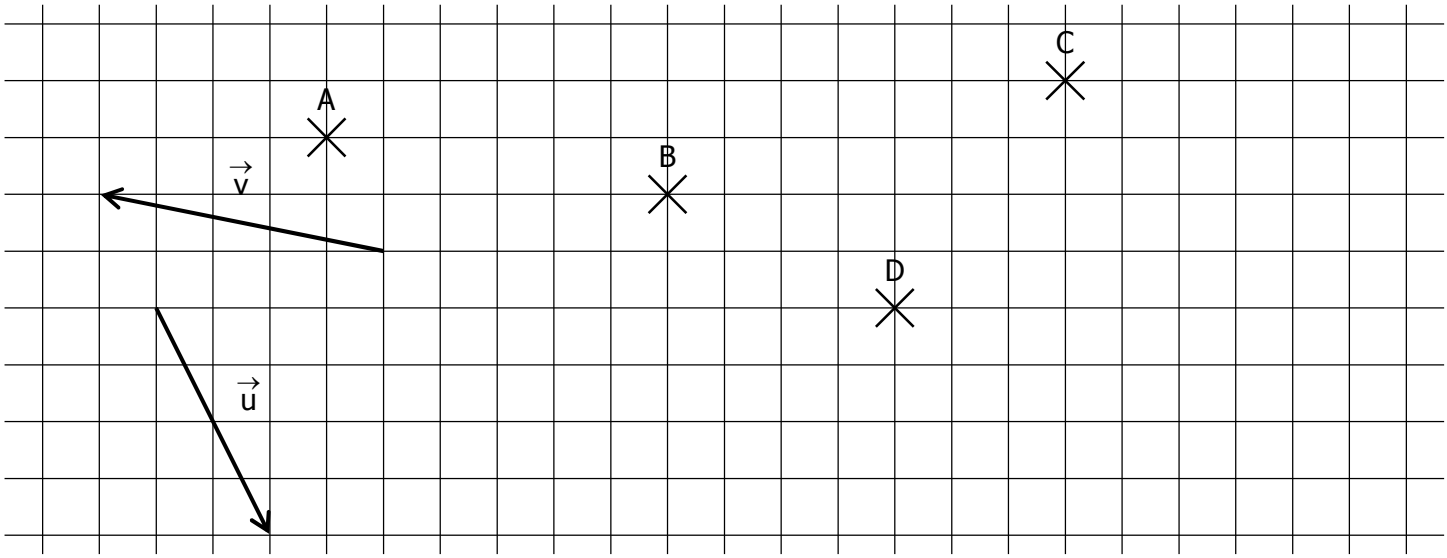
$\vec{u}$ شعاع ،أوجد كل الأشعة التي تساوي الشعاع $\vec{u}$.



نشاط2.1

a. استخدم المرصوفة، لرسم النقط: A_1، B_1، C_1 و D_1 صور النقط على الترتيب :A، B ، C و D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$.

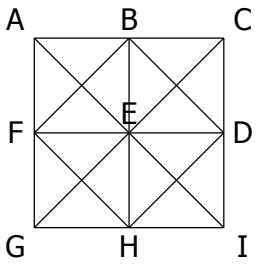
b .استخدم المرصوفة، لرسم النقط:A_2، B_2، C_2 و D_2 صور النقط على الترتيب :A_1، B_1، C_1 و D_1 بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$.



- نقول عن النقاط: A_2، B_2، C_2 و D_2 على الترتيب هي صور النقاط A، B ، C و D بتركيب الانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ مع الانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$.
- ونقول أيضا أن النقاط A_2، B_2، C_2 و D_2 هي علي الترتيب صور النفاط A، B ، C و D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} + \vec{u}$.

نشاط2.2

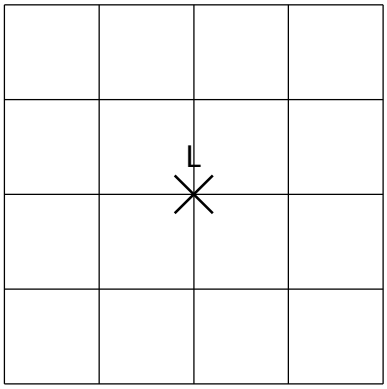
يعطى الرسم التالي لغرض تحديد تسميات الاشعة .



M •

1. اكمل المساويات التالية لأنشاء صور النقطة M بالانسحابات التالية :

- M_1صورة M بالنسحاب الذي شعاعه.....= $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
- M_2صورة M بالانسحاب الذي شعاعه.....= $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$.
- M_3صورة M بالانسحاب الذي شعاعه.....= $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HD}$.
- M_4 صورة M بالانسحاب الذي شعاعه.....= $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{ID}$.
- M_5صورة M بالانسحاب الذي شعاعه.....= $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{CE}$.



2. اكمل مستخدما الرسم السابق و المساويات التالية لأنشاء صور النقطة L بالانسحابات التالية :

- M_6 صورة L بالانسحاب الذي شعاعه ..... = $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HI}$
- M_7 صورة L بالانسحاب الذي شعاعه ..... = $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}$
- M_8 صورة L بالانسحاب الذي شعاعه ..... = $\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BC}$
- M_9 صورة L بالانسحاب الذي شعاعه ..... = $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{ID}$
- M_{10} صورة M بالانسحاب الذي شعاعه ..... = $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HA}$

نشاط 3.1

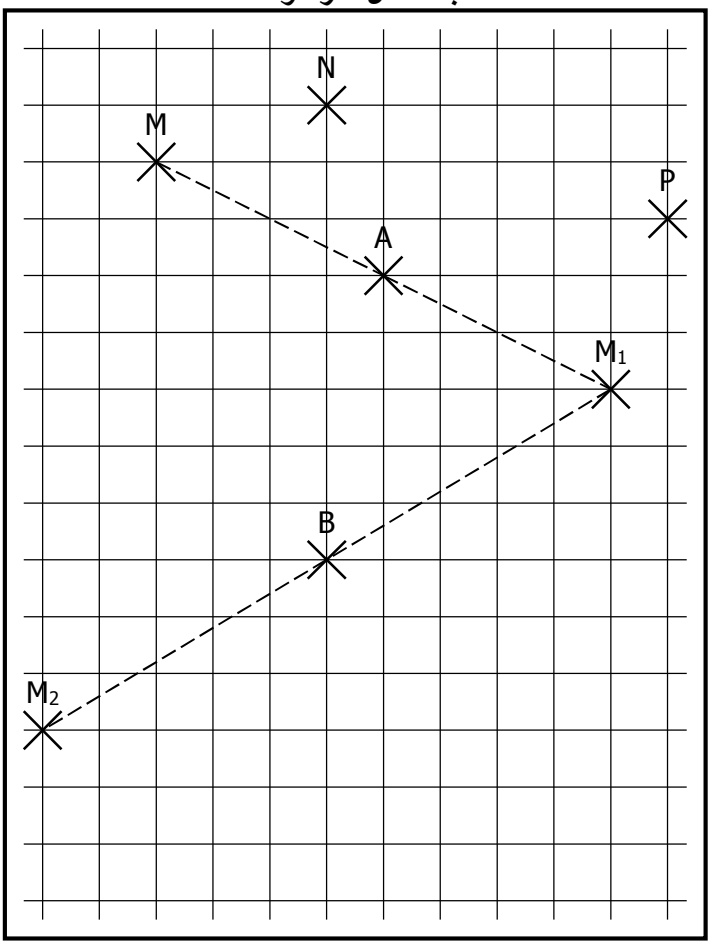
في كل شكل من الأشكال التالية :

a. أنشئ النقط: M_1 ، N_1 و P_1 نظائر النقط M ، N و P على الترتيب بالنسبة إلى النقطة A .

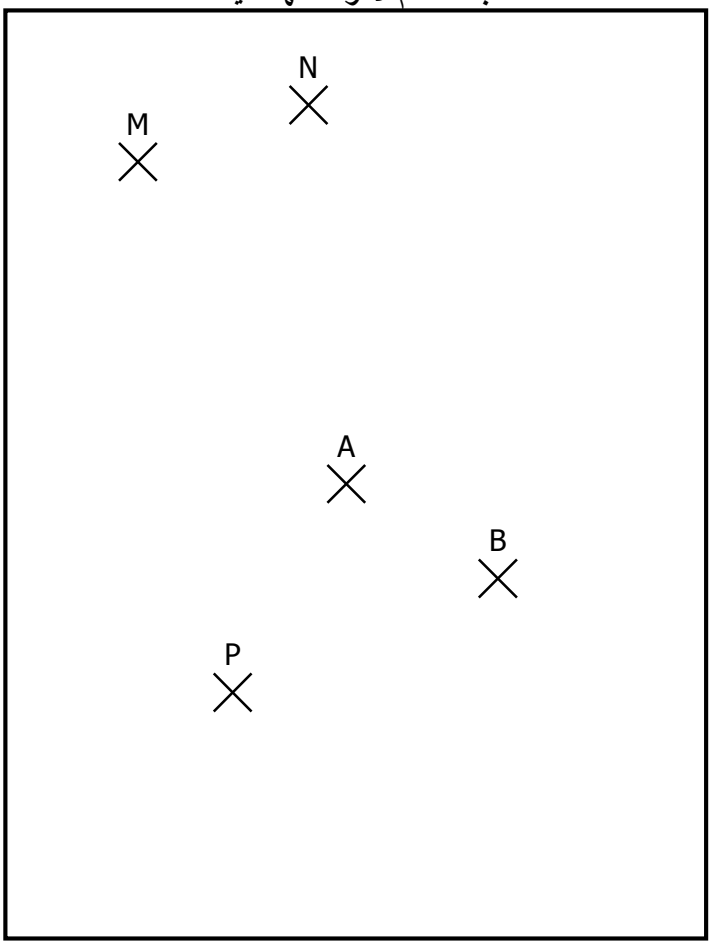
b. أنشئ النفط M_2 ، N_2 و P_2 نظائر النقط M_1 ، N_1 و P_1 على الترتيب بالنسبة إلى النقطة B .

c. ارسم الأشعة $\overrightarrow{MM_2}$ ، $\overrightarrow{NN_2}$ ، $\overrightarrow{PP_2}$.ماذا نستنتج ؟

باستعمال المرصوفة



باستخدام الأدوات الهندسية



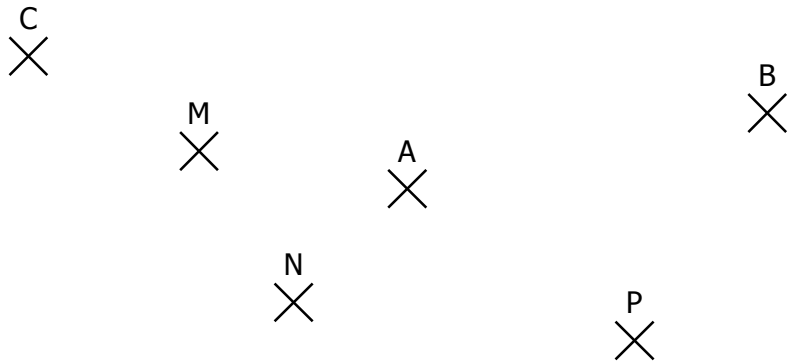
نكتشف أن تركيب تناظرين مركزيين ينتج عنه في الحالتين انسحاب شعاعه: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ الذي يكتب على الشكل $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.

نشاط 3.2

استخدم النتيجة في **النشاط3.1** ، لإنشاء النقاط المطلوبة:

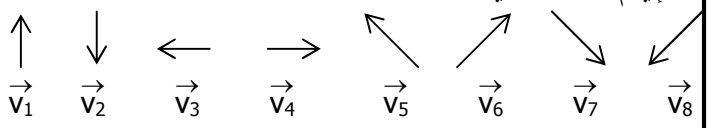
a. M'، N' و P' نظائر النقط M ، N و P على الترتيب لتركيب تناظرين مركزيين ذات المركز A ثم المركز B .

b. A'، B' و C' نظائر النقط A ، B و C على الترتيب لتركيب تناظرين مركزيين ذات المركز M ثم المركزN .



التمرين1.1

إليكم الأشعة التالية :



وإليك أيضا الشكل المقابل:

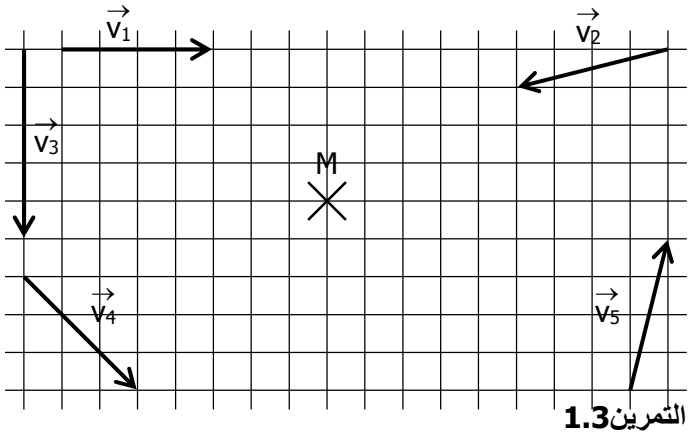
A	B	C	D	E	F
L	K	J	I	H	G
M	N	O	P	Q	R
X	W	V	U	T	S

أكمل الجدول:

$\vec{v_1}$	N	
$\vec{v_2}$	D	
$\vec{v_3}$		M
$\vec{v_4}$		H
	O	I
	P	T
...بالانسحاب الذي شعاعه.....		... هي صورة ...

التمرين1.2

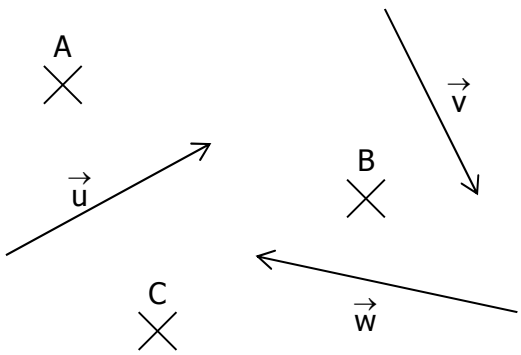
أنشئ النقط M_1 ، M_2، M_3، M_4 ، M_5 و ، صور النقطة M بالانسحابات التي أشعتها على التوالي $\vec{v_1}$ ، $\vec{v_2}$، $\vec{v_3}$، $\vec{v_4}$ و $\vec{v_5}$.



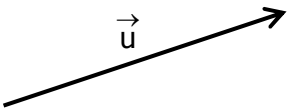
التمرين1.3

ارسم باستخدام الأدوات الهندسية المناسبة:

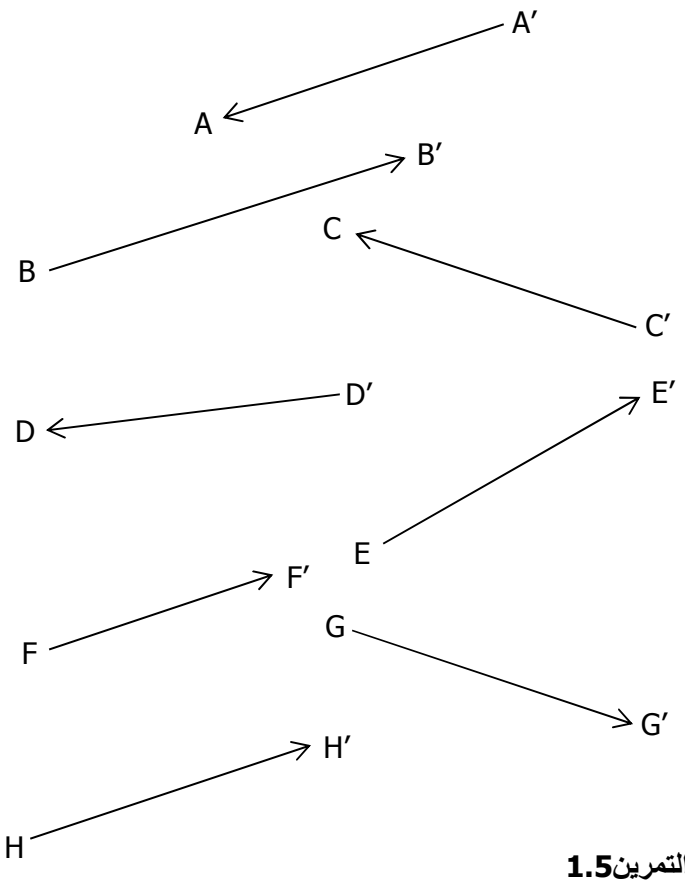
- A′ صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$.
- B′ صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$.
- C′ صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}$.



التمرين1.4

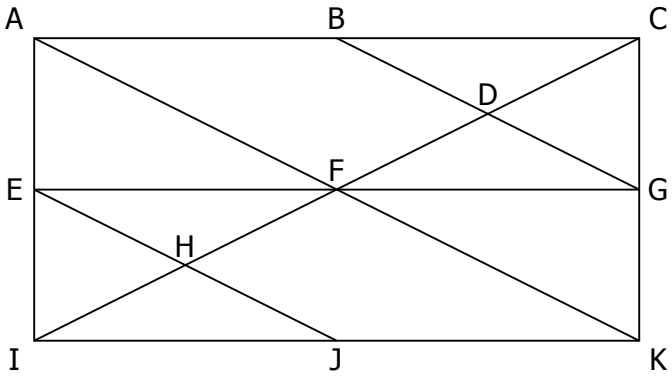


$\vec{u}$ شعاع معطى. لون الأشعة المساوية للشعاع $\vec{u}$.



التمرين1.5

أوجد الأشعة المتساوية في الشكل بملء الجدول :



$\overrightarrow{AB}$ = ... = ... = ... = ... = ...
$\overrightarrow{FK}$ = ... = ... = ...
$\overrightarrow{CD}$ = ... = ... = ...
$\overrightarrow{IE}$ = ... = ... = ...
$\overrightarrow{HC}$ = ...

التمرين 2A.1

باستعمال المرصوفة أنشئ النقاط التالية:

a. A′ صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$.

b. B′صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}$.

c. C′ صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{HD}$.

d. D′صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{FB}$.

e. E′ صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{HG}$.

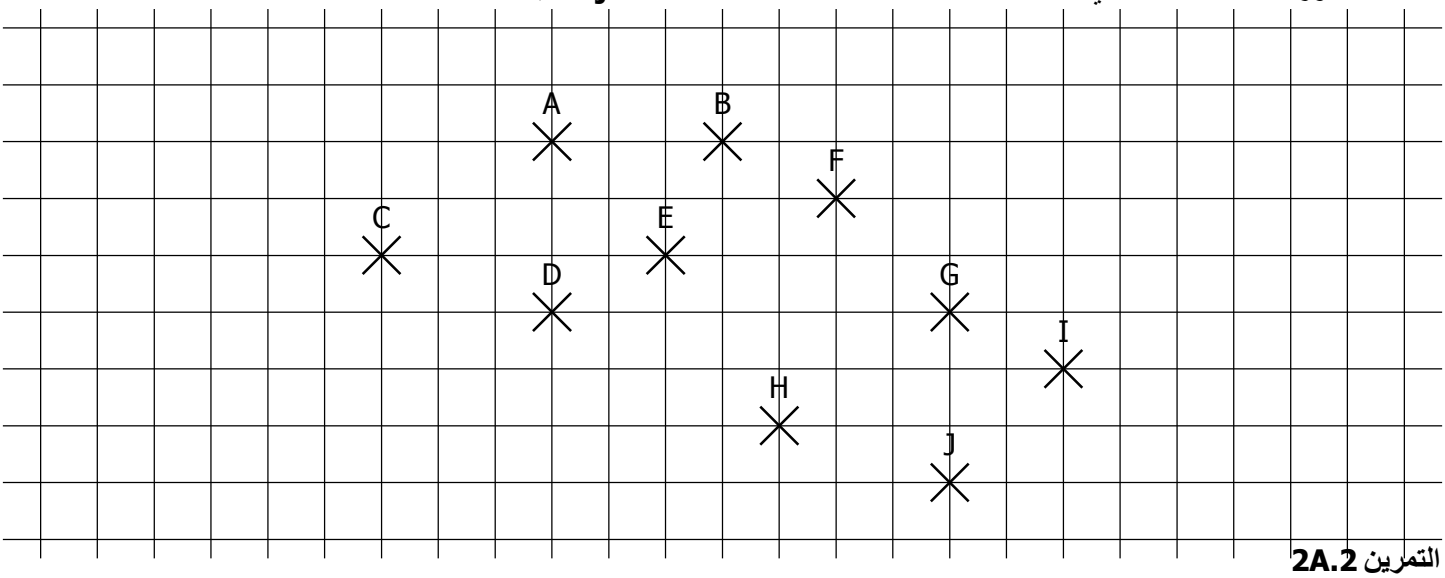
f. F′ حيث: $\overrightarrow{FF'} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{DG}$.

g. G′حيث: $\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{HA}$.

h. H′ حيث $\overrightarrow{HH'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EB}$:

i. I′حيث $\overrightarrow{II'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{BE}$:

j. J′ حيث $\overrightarrow{JJ'} = \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BH}$:



التمرين 2A.2

باستخدام الأدوات الهندسية، أنشئ النقط التالية (الدوائر لتسهيل التصحيح فقط):

a. A′ صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u} + \vec{v}$.

b. B′ صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u} + \vec{w}$.

c. C′ صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} + \vec{w}$.

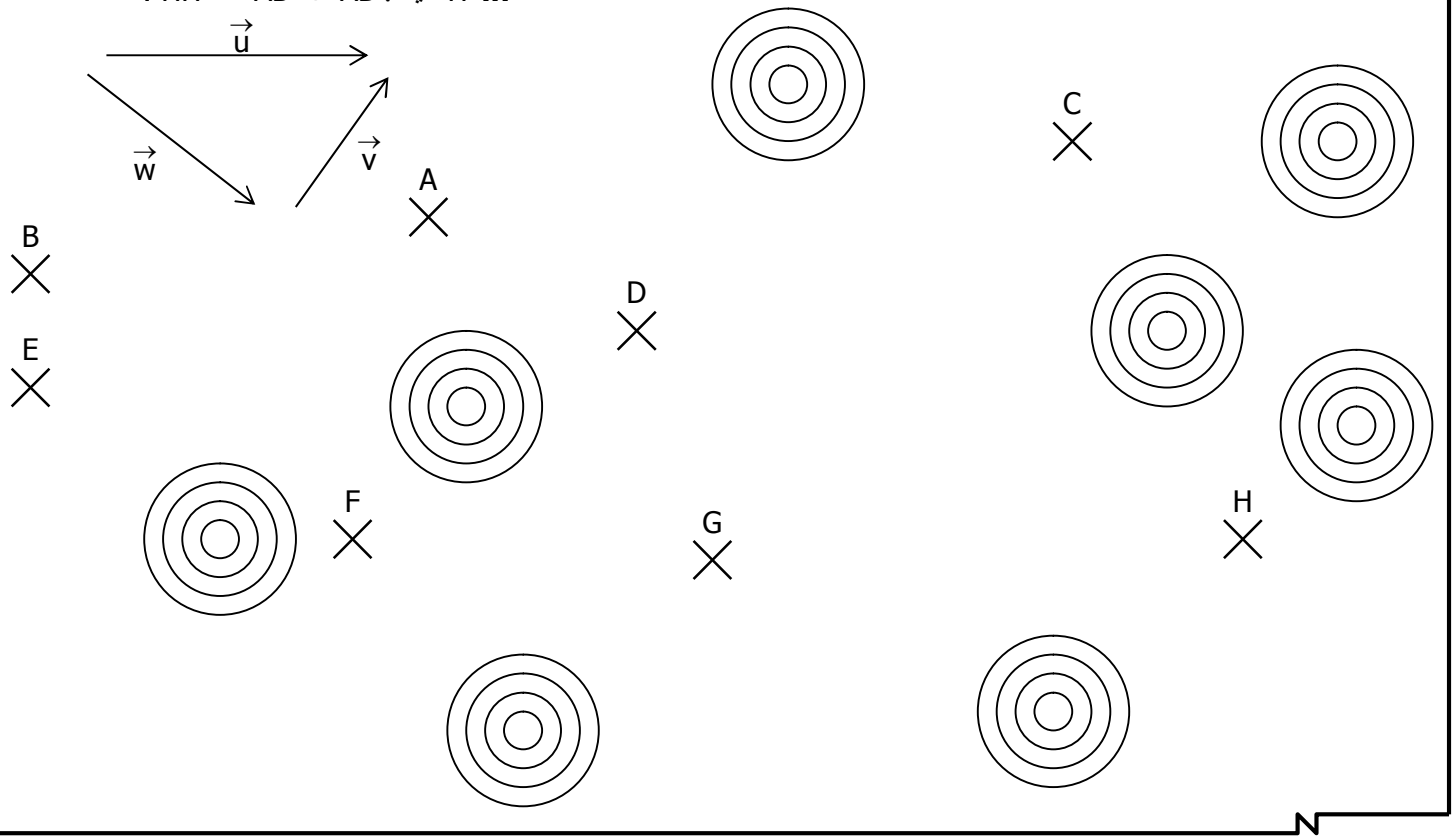
d. D′صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

e. E′ حيث: $\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

f. F′ حيث: $\overrightarrow{FF'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$.

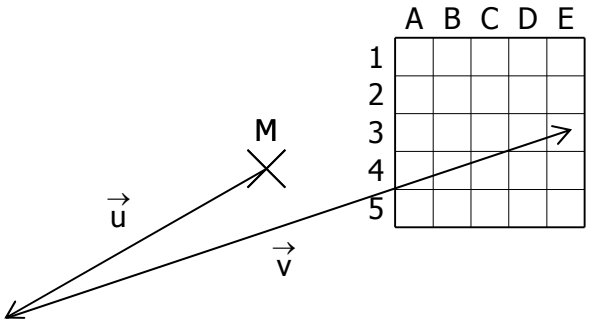
g. G′حيث: $\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

h. H′ حيث: $\overrightarrow{HH'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

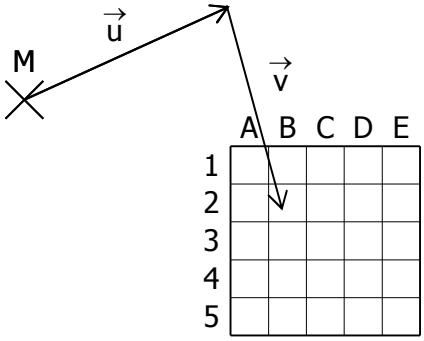


ارسم في كل حالة ممثل للشعاع $\vec{u} + \vec{v}$ انطلاقا من النقطة M .(المرصوفة لتسهيل التصحيح فقط)

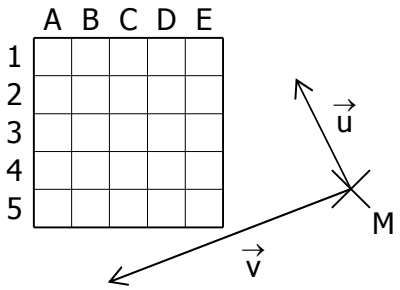
a.



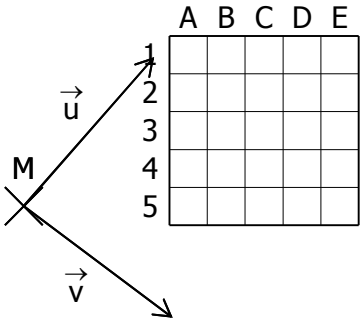
b.



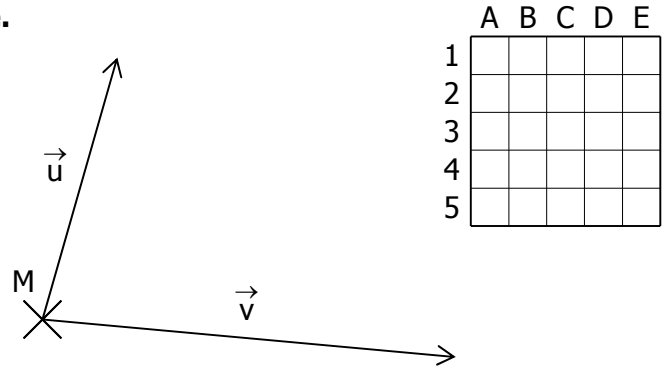
c.



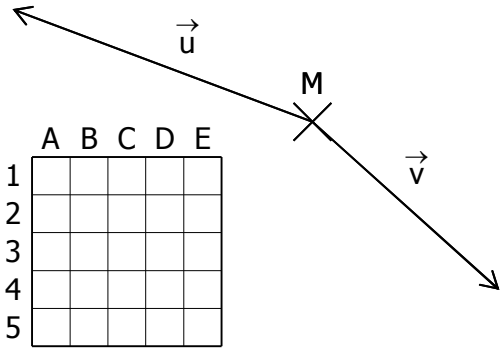
d.



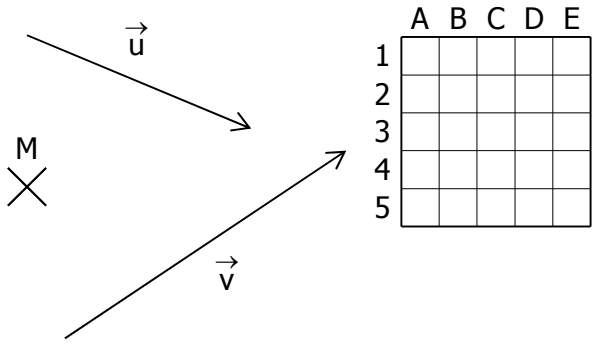
e.



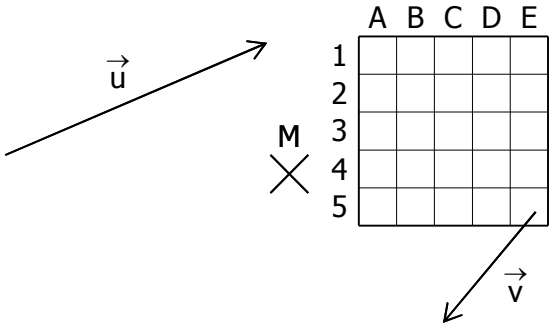
f.



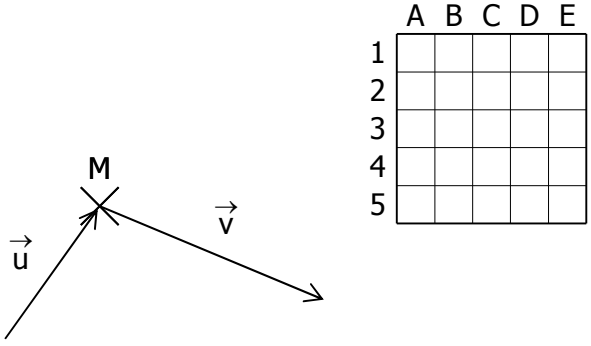
g.



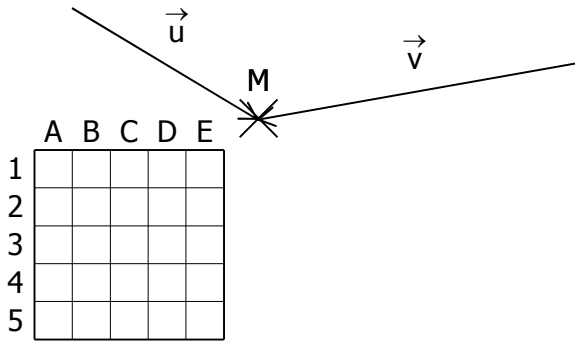
h.



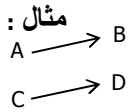
i.



j.



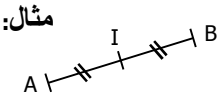
التمرين3A.1

		...يعني أن...		...يعني أن...		...يعني أن...	
مثال : 	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	... يعني أن ...	B صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$	... يعني أن ...	متوازي أضلاع ABDC	... يعني أن ...	[BC] و [AD] لهما نفس المنتصف

اكمل الجدول متبعا المثال السابق:

1.	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$	... يعني أن ...		... يعني أن ...		... يعني أن ...	
2.			R هي صورة S بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{PQ}$				
3.					هو متوازي أضلاع ABCD		
4.							[JL] و [IK] لهما نفس المنتصف
5.	$\overrightarrow{VE} = \overrightarrow{TR}$						
6.			G هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{SI}$				
7.					هو متوازي أضلاع NOIR		
8.							[LU] و [BE] لهما نفس المنتصف

التمرين3A.2

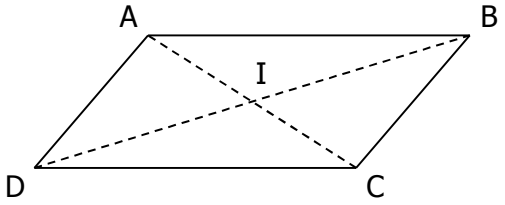
		...يعني أن...		...يعني أن...		...يعني أن...	
مثال: 	I هي منتصف [AB]	... يعني أن ...	$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$	... يعني أن ...	$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$		

اكمل الجدول متبعا المثال السابق :

1.	M هي منتصف [IJ]	... يعني أن ...		... يعني أن ...		... يعني أن ...	
2.			$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC}$				
3.					$\overrightarrow{KE} + \overrightarrow{KF} = \vec{0}$		
4.	B هي منتصف [IN]						
5.			$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OP}$				
6.					$\overrightarrow{DT} + \overrightarrow{DX} = \vec{0}$		

وفقك الله تعالى

ABCD متوازي أضلاع ذات المركز I .



a. أجب عن الأسئلة التالية :

ما نقول عن قطري متوازي الأضلاع؟
ماذا تمثل النقطة I للقطعة [AC] ؟
ماذا تمثل النقطة I للقطعة [BD] ؟

b. باستعمال المعطيات السابقة، أكمل وبرر المساويات الشعاعية التالية:

[مساواة1]	**[مساواة2]**	**[مساواة3]**	**[مساواة4]**	**[مساواة5]**	**[مساواة6]**
$\overrightarrow{AB} = \ldots\ldots$ لأن...	$\overrightarrow{BC} = \ldots\ldots$ لأن...	$\overrightarrow{AI} = \ldots\ldots$ لأن...	$\ldots\ldots = \overrightarrow{IB}$ لأن...	$\overrightarrow{IA} + \ldots\ldots = \vec{0}$ لأن...	$\overrightarrow{IB} + \ldots\ldots = \vec{0}$ لأن...

c. برهن المساويات التالية (بالإمكان استخدام علاقة شال) :

$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$	$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$
لتكن F نقطة حيث: $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC}$ برهن أن: $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$	لتكن E نقطة حيث: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ برهن أن: $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$	$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{BA}$

التمرين - 4.1 كاين.

1-أنشئ مثلث متقايس الأضلاع ABC طول ضلعه 4 cm.

2 -أنشئ النقطة M، صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

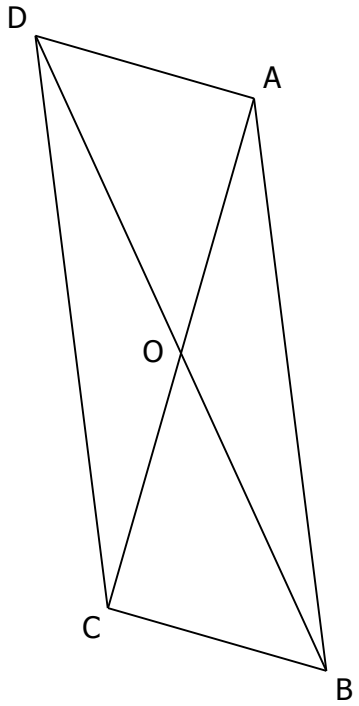
3 - ما هي طبيعة الرباعي ABMC ؟ تبرير.

4 - **a.** أنشئ النقطة N حيث: $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

b. بين أن المثلث ANB متقايس الأضلاع.

التمرين - 4.2 ليون.

الإنشاءات المراد تنفيذها على الشكل التالي. بترك آثار الإنشاء.



هذا الشكل، يمثل متوازي أضلاع ABCD مركزه O. المستقيمان (BC) و (AC) متعامدان.

1. ارسم الدائرة التي تشمل النقاط الثلاث O ، B ، C . ثم حدد مركزها I مع التبرير.

2. ارسم النقطتين M و P حيث:

$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

3. استخدام تحويل.

a. ما هو الانسحاب الذي يحول O إلى C ويحول B إلى M ؟

b . بين أن هذا الانسحاب يحول النقطة D إلى P

C. بين أن النقط P ، C ، M إستقامية.

التمرين 4.3 أمريكا الشمالية.

ارسم المربع RIEN طول ضلعه 5 cm.

1.ارسم النقطة P ، صورة النقطة I بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{RE}$.

2.دون استخدام نقاط أخرى ماعدا التي في الشكل، قم بإكمال الفراغ:

$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} =$ ..... $\qquad$ $\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} =$ ..... $\qquad$ $\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{RI} =$ .....

التمرين - 4.4 أمريكا الشمالية.

[IJ] قطعة ،M نقطة من الدائرة التي قطرها [IJ]. ارسم الشكل.

1. ماذا نقول عن الزاوية IMJ؟ برر.

2. أنشئ النقطة K ، حيث : $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{MK}$.

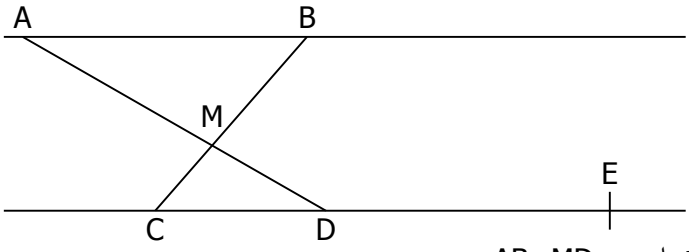
3. أنشئ النقطة L ، حيث : $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JK}$.

4. حدد طبيعة الرباعي IJKL .

التمرين – 4.5 جزر الأنتيل .

في الشكل أدناه، (AB) يوازي (CD) والطول بالسنتيمتر:

MA = 5 MB = 3,75 MC = 3 CD = 6 DE = 7,5

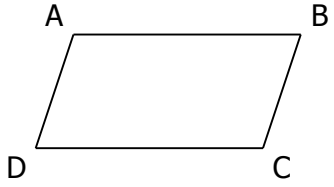


1. احسب MD وAB .

2. بين أن : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DE}$ متساويان .ثم استنتج أن المستقيمين (AD)، (BE)متوازيان .

التمرين - 4.6 ريس.

ABCD متوازي أضلاع .



1. أنشئ النقطة E حيث : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$ ثم النقطة F ، صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

2. ما هي طبيعة الرباعي DCFE ؟ برر جوابك .

3. أنشئ النقطة H حيث : $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{CB}$.

4. بين أن النقطة C هي نقطة مشتركة للقطع الثلاث [AF] ، [BE] و[DH] .

الهندسة التحليلية
إحداثيتا شعاع في م. م.م "المعلم المتعامد والمتجانس" (درس).
المسافات في م. م.م "المعلم المتعامد والمتجانس".
إحداثيات شعاع (تدريب)
إحداثيات شعاع – منتصف قطعة
المسافات في إطار م.م.م "المعلم المتعامد والمتجانس"
المسافات في نظام إحداثيات م.م.م "المعلم المتعامد والمتجانس (جذور)"
مسائل شهادات (النسب المثلثية، فيثاغورس والمسافات)
مسائل شهادات (بدون جذور والدوران)
مسائل شهادات (مع الجذور والدوران)

وفقك الله تعالى

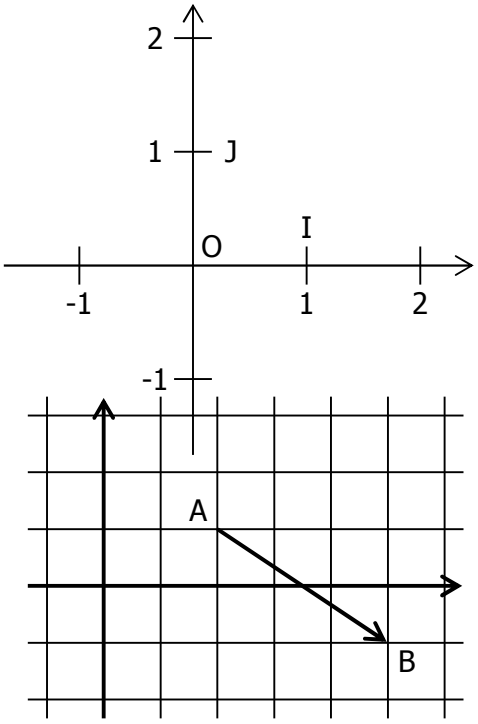
محتوى	الكفاءات المنفذة	تعليقات
المسافة بين نقطتين في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس،	في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس، حساب مسافة بين نقطتين من خلال إعطاء إحداثيتيهما. قراءة بيانية لإحداثيتا شعاع. تمثيل شعاع، في المستوى المزود بمعلم يتم إعطاء إحداثيتاه. حساب إحداثيتا شعاع بمعرفة إحداثيتي البداية والنهاية لاحد ممثليه. حساب إحداثيات منتصف قطعة.	سيتم حساب المسافة بين نقطتين مع إشارة استخدام نظرية فيثاغورس، وذلك لتصور ما يمثل فرق الفاصلتين وفرق الترتيبين.
إحداثيتا شعاع في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس،	المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس، حساب مسافة بين نقطتين من خلال إعطاء إحداثيتيهما. قراءة بيانية لإحداثيتا شعاع. تمثيل شعاع، في المستوى المزود بمعلم يتم إعطاء إحداثيتاه. حساب إحداثيتا شعاع بمعرفة إحداثيتي البداية والنهاية لاحد ممثليه. حساب إحداثيات منتصف قطعة.	إحداثيتا الشعاع الناتج عن تركيب انسحابين وفقا للمحورين.

I. المعلم المتعامد والمتجانس

نقول أن معلم للمستوي (O, I, J) هو **معلم متعامد ومتجانس** للمستوي:

- تعامد محور الفواصل ومحور التراتيب يعنى :**(OI) ⊥ (OJ)** .
- وحدة الطول في المحورين نفسها بمعنى: **OI = OJ**

I و J هما **دائما** النقطتان اللتان إحداثيتهما على الترتيب (1 ; 0) و(0 ; 1) .



II. إحداثيتا شعاع في م.م.م

a. تعريف :

إحداثيتا شعاع في م. م. م هو وصف التحرك انطلاقا من بداية الشعاع إلى نهايته أفقيا (يمنيا أو يسارا) ثم عموديا (أعلى أو أسفل). في الشكل: تحرك "3 وحدات إلى اليمين، وحدتان إلى أسفل" في م.م.م سيمثله شعاع إحداثيتاه (2–؛3).

b. إحداثيتا شعاع: $\overrightarrow{AB}$

لتكن $A(x_A ; y_A)$ و $B(x_B ; y_B)$ نقطتان .

فإن $\overrightarrow{AB}$ إحداثيتاه $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$:

مثال : إذا كانت A(2 ; 1) و B(5 ; -1)

فإن : $\overrightarrow{AB}$ (5 – 2 ; -1 – 1)

إذن : $\overrightarrow{AB}$ (3 ; -2)

C. المساواة الشعاعية :

ليكن الشعاع $\vec{u}$ (x ; y) و $\vec{v}$ (x′ ; y′) .

إن قولنا بأن $\vec{u} = \vec{v}$ يعني أن $\begin{cases} x = x' \\ \text{و} \\ y = y' \end{cases}$

d. مجموع شعاعين :

ليكن الشعاعين $\vec{u}$ (x ; y) و $\vec{v}$ (x′ ; y′) .

الشعاع $\vec{u} + \vec{v}$ إحداثيتاه $(x + x' ; y + y')$.

e. انسحاب :

إذا كان لدينا النقطة M (a ; b) والشعاع $\vec{u}$ (x ; y) .

النقطة M′ صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ فإن: M′ (a + x ; b + y)

III. إحداثيتا منتصف قطعة.

إذا كان لدينا $A(x_A ; y_A)$ و $B(x_B ; y_B)$ نقطتان.

إذن إحداثيتي I منتصف القطعة [AB] هما : $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

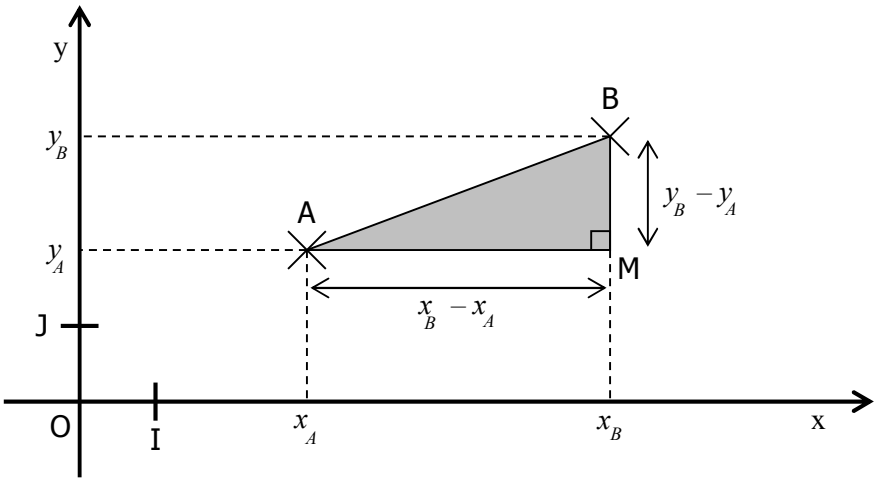
(وبعبارة أخرى، يعني "وسط" إحداثيتي A وB).

مثال:

إذا كانت : A(2 ; 1) و B(5 ; -1) فإن : $I\left(\frac{2+5}{2} ; \frac{1+(-1)}{2}\right)$

أي : $I\left(\frac{7}{2} ; 0\right)$

III. المسافة بين نقطتين في معلم متعامد ومتجانس.



لتكن A و B نقطتين في معلم متعامد ومتجانس. إحداثيتاهما على الترتيب:

$(x_A ; y_A)$ و $(x_B ; y_B)$

من خلال تطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث ABM القائم في A فإن :

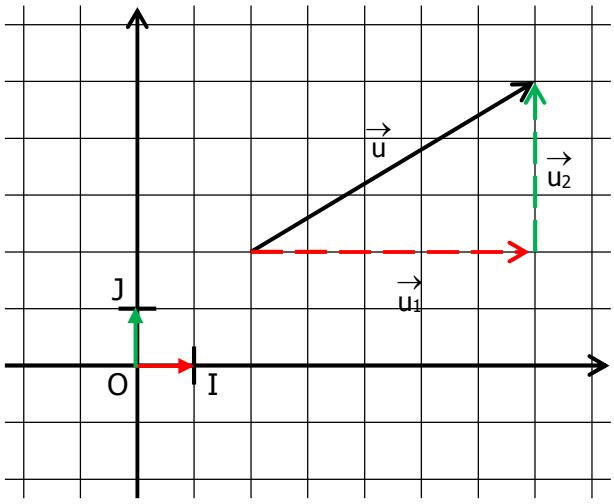
$$AB^2 = AM^2 + BM^2$$

وهذا يعني:

$$\mathbf{AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

وإلا

$$\mathbf{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$



النشاط1.1

ومن المعروف أن أي متجه يمثل انسحاب.

عندما يكون في معلم متعامد ومتجانس، يمكن تحليل الانسحاب إلى انسحابين شعاعهما، منحى الأول أفقي والآخر رأسي:

وهكذا، يمكن أن نكتب: $\vec{u} = \vec{u_1} + \vec{u_2}$

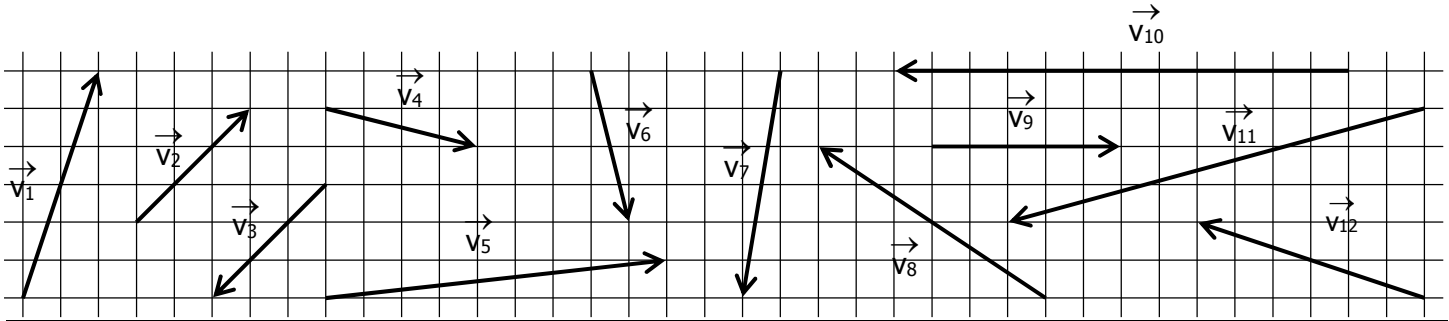
$\vec{u_1}$ و $\vec{u_2}$ مكوني $\vec{u}$.

$\vec{u_1}$ هو **المكون الأفقي**. وهو يمثل التحرك 5 وحدات إلى اليمين، موازيا للمحور الفواصل.

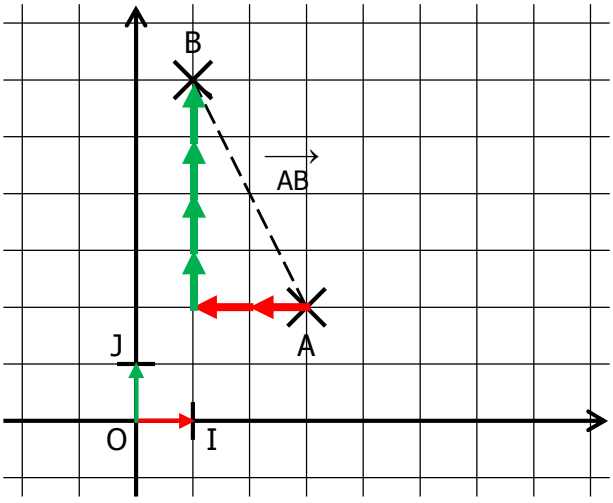
$\vec{u_2}$ هو **المكون الأفقي**. وهو يمثل التحرك 2 وحدة إلى الأعلى، موازيا للمحور التراتيب.

ونقول أن $\vec{u}$ إحداثياته هنا(3 ; 5)

- اقرأ إحداثيات هذه الأشعة (وحدة طول: طول ضلع المربع)



$\vec{v_1}$ (..... ; .....)	$\vec{v_2}$ (..... ; .....)	$\vec{v_3}$ (..... ; .....)	$\vec{v_4}$ (..... ; .....)	$\vec{v_5}$ (..... ; .....)	$\vec{v_6}$ (..... ; .....)
$\vec{v_7}$ (..... ; .....)	$\vec{v_8}$ (..... ; .....)	$\vec{v_9}$ (..... ; .....)	$\vec{v_{10}}$ (..... ; .....)	$\vec{v_{11}}$ (..... ; .....)	$\vec{v_{12}}$ (..... ; .....)



النشاط1.2

سنحاول الآن تحديد إحداثيتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ،وهو شعاع الانسحاب ، الذي يحول A إلى B ، بمعرفة إحداثيتي A و B

لدينا: A(3;2) و B(1;6)

للانتقال من البداية A إلى النهاية B أفقيا ثم عموديا:

- رجوع 2

أي: 1 = 3 **– 2**, نلاحظ ($x_B - x_A = 1 - 3 =$ **-2**)

صعود 4

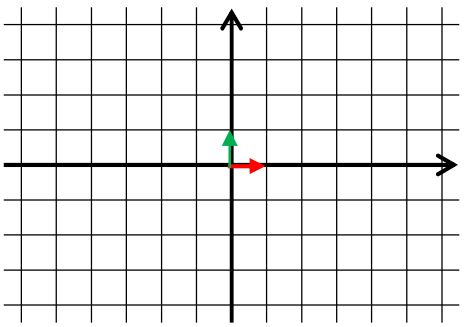
أي: 6 = 2 **+ 4**, نلاحظ ($y_B - y_A = 6 - 2 =$ **4**)

إذن: $\overrightarrow{AB}$ **(-2;4)**

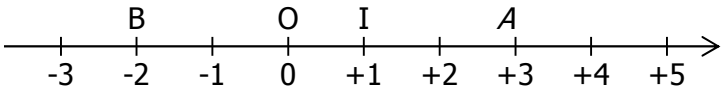
القاعدة الهندسية هي: $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ **(** $x_B - x_A \; ; \; y_B - y_A$ **)**

حدد عن طريق الحساب إحداثيات الأشعة: $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$ علما أن: A(2;4) ، B(3;1) و C(-1;-2).

$\overrightarrow{AB}$ $(x_B - x_A \; ; \; y_B - y_A)$	$\overrightarrow{AC}$ $(x_C - x_A \; ; \; y_C - y_A)$	$\overrightarrow{BC}$ $(x_C - x_B \; ; \; y_C - y_B)$
$\overrightarrow{AB}$ (....–....; ....–....)	$\overrightarrow{AC}$ (....–....; ....–....)	$\overrightarrow{BC}$ (....–....; ....–....)
$\overrightarrow{AB}$ (.....; .....)	$\overrightarrow{AC}$ (.....; .....)	$\overrightarrow{BC}$ (.....; .....)



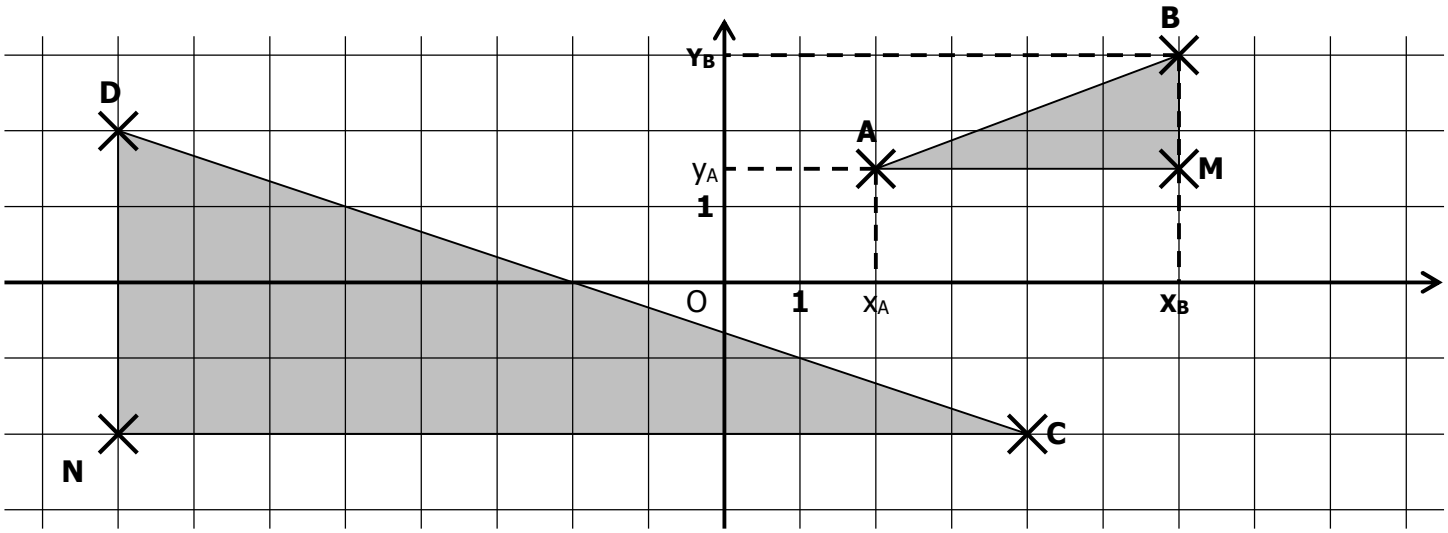
تذكير :



الشكل يمثل **محور مدرج مبدؤه** O **ووحدته** 1 cm .
A و B **فاصلتيهما** على الترتيب (+3) و(-2).
لكي نحسب المسافة بين النقطتين A و B على هذا المحور، نحسب الفرق بين « الفاصلة الأكبر» و «الفاصلة الأصغر» .
أي: $AB = (+3) - (-2) = 3 + 2 = 5$.

نشاط

A، B، C، D، M ، N نقاط من المستو المزود بـالمعلم المتعامد والمتجانس الذي مبدؤه النقطة O .



1. a. ما هما **فاصلتي** النقطتين A و B ؟

x_A = ... x_B = ...

b. ما هما **ترتيبي** النقطتين A و B ؟

y_A = ... y_B = ...

c. ما العملية التي تمكننا من حساب الطول AM بإدخال القيمتين x_A و x_B .

AM = ...

d. ما العملية التي تمكننا من حساب الطول BM بإدخال القيمتين y_A و y_B .

BM = ...

e. اكتب مساواة بتطبيق علاقة فيثاغورس على المثلث AMB :

.....

f. استنتج التعبير عن AB^2 بدلالة x_A ، x_B و y_A ، y_B

AB^2 = ...

g. نعوض x_A ، x_B ، y_A ، y_B بقيمها، احسب AB^2 ثم AB.

AB^2 = ... = ...

إذن AB = ...

2. a. ما هما **فاصلتي** النقطتين C و D ؟

x_C = ... x_D = ...

b. ما هما **ترتيبي** النقطتين A و B ؟

y_C = ... y_D= .....

c. ما العملية التي تمكننا من حساب الطول NC بإدخال القيمتين x_C و x_D .

NC = ...

d. ما العملية التي تمكننا من حساب الطول ND بإدخال القيمتين y_C و y_D .

ND = ...

e. اكتب مساواة بتطبيق علاقة فيثاغورس على المثلث NCD :

.....

f. استنتج التعبير عن CD^2 بدلالة x_C ، x_D و y_C ، y_D

CD^2 = ...

g. نعوض x_A ، x_B ، y_A ، y_B بقيمها، احسب CD^2 ثم CD.

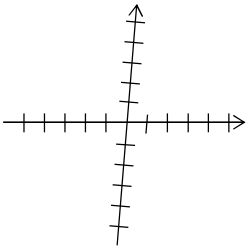
CD^2 = ... = ...

إذن CD = ...

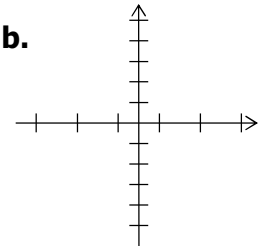
التمرين1A.1

حدد المعلم المتعامد والمتجانس من المعالم التالية:

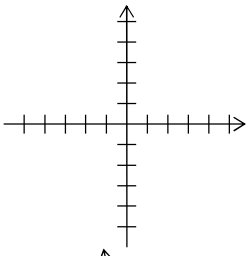
a.



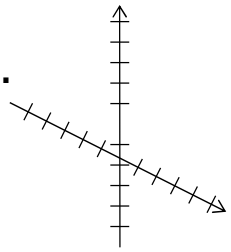
b.



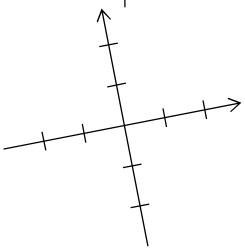
c.



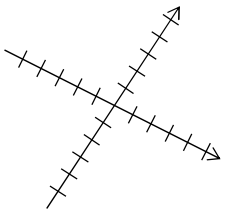
d.



e.

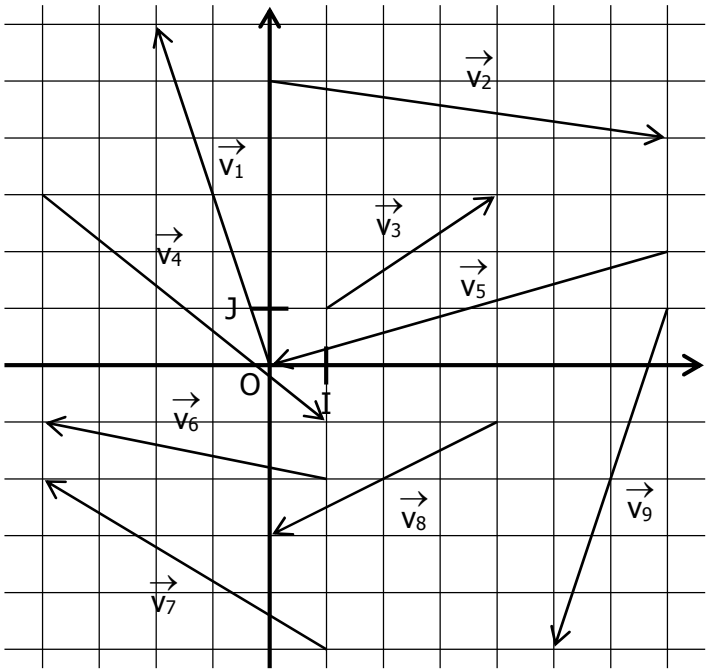


f.



التمرين 1A.2

اوجد احداثيتي كل شعاع من الأشعة بالقراءة البيانية في المعلم (O, I, J)

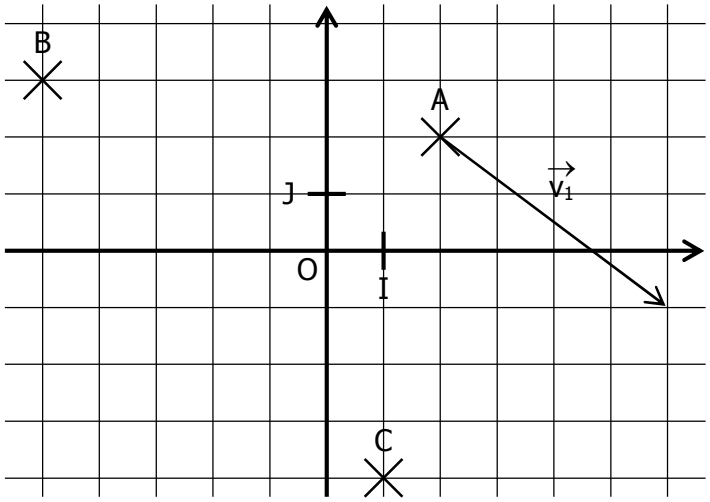


$\vec{v_1}$ (..... ; .....)	$\vec{v_2}$ (..... ; .....)	$\vec{v_3}$ (..... ; .....)
$\vec{v_4}$ (..... ; .....)	$\vec{v_5}$ (..... ; .....)	$\vec{v_6}$ (..... ; .....)
$\vec{v_7}$ (..... ; .....)	$\vec{v_8}$ (..... ; .....)	$\vec{v_9}$ (..... ; .....)

التمرين1A.3

ارسم ممثل كل شعاع الأشعة التالية انطلاقا من النقطة المحددة .

$\vec{v_1}$ (4 ; -3) انطلاقا من A	$\vec{v_2}$ (2 ; -5) انطلاقا من B	$\vec{v_3}$ (-6 ; 1) انطلاقا من C
$\vec{v_4}$ (0 ; 3) انطلاقا من I	$\vec{v_5}$ (-2 ; 0) انطلاقا من J	$\vec{v_6}$ (5 ; -4) انطلاقا من O



التمرين1A.4

احسب إحداثيتي الأشعة حسب النقط A، B، C، D، E ، F

C(-1 ; 3) B(2 ; 5) A(3 ; 4)

F(-6 ; 0) E(0 ; -4) D(5 ; -1)

O هو مبدأ المعلم .

$\overrightarrow{CD}$ ($x_D - x_C ; y_D - y_C$)	$\overrightarrow{AB}$ ($x_B - x_A ; y_B - y_A$)
$\overrightarrow{EF}$ (... – ... ; ... – ...)	$\overrightarrow{OF}$ (... – ... ; ... – ...)
$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AD}$
$\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{CA}$

التمرين1B.1

لتكن النقط:

A(5 ; 2) B(-2 ; 3) C(7 ; -4) D(-1; -6)

كذلك الأشعة :

$\vec{u}$ (4 ; 3) $\vec{v}$ (-3 ; 7) $\vec{w}$ (-2 ; -5)

احسب إحداثيات النقط التالية :

A′ صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه: $\vec{u}$
B′ صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه: $\vec{v}$
C′ صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه: $\vec{w}$
D′ صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه: $\vec{u}+\vec{v}$

التمرين1B.2

إليك الأشعة :

$\vec{u}(4 ; 3)$ ، $\vec{v}(-3 ; 7)$ ، $\vec{w}(-2 ; -5)$

احسب في كل مرة إحداثيتي مجموع الشعاعين(الأشعة)

$\vec{u} + \vec{w}$	$\vec{u} + \vec{v}$
$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$	$\vec{v} + \vec{w}$

التمرين1B.3

لتكن النقط:

A(3 ; 4) B(2 ; 5) C(0; 3) D(-3; -4)

احسب إحداثيات النقط :

N منتصف [BC] $N\left(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$	M منتصف [AB] $M\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$
Q منتصف [DA] $Q\left(\frac{\dots + \dots}{2} ; \frac{\dots + \dots}{2}\right)$	P منتصف [CD] $P\left(\frac{\dots + \dots}{2} ; \frac{\dots + \dots}{2}\right)$
S منتصف [BD]	R منتصف [AC]

التمرين1B.4

لتكن النقط:

A(-6 ; 5) B(-3 ; 0) C(4 ; -3) D(1 ; 2)

1. a. احسب إحداثيات الأشعة :

$\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AB}$

b. ماهي طبيعة الرباعي ABDC ؟

2.a. احسب إحداثيات النقط:

J منتصف [BC]	I منتصف [AD]

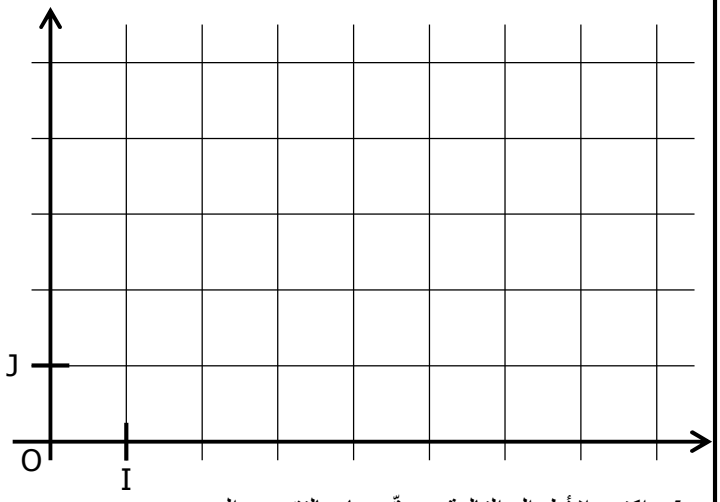
b. هل كانت هذه النتيجة المتوقعة؟ لماذا ؟

التمرين **2A.1**

المعلم (O, I, J) متعامد ومتجانس (الوحدة 1 cm)

a. علم النقط على هذا المعلم :

E(0 ; 4) D(5 ; 0) C(7 ; 3) B(1 ; 4) A(3 ; 2)



b. اكتب الأطوال التالية بعد قيّسها بالتقريب إلى *mm* .

BC= AC= BE= AD= AB=

c. احسب هذه أطوال بإستخدام إحداثيات النقاط: A ،B ،C

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$
$AB^2 = (1 - 3)^2 + (4 - 2)^2$
$AB^2 = (-2)^2 + 2^2$
$AB^2 = 4 + 4$
$AB^2 = 8$ إذن $AB \approx 2,8$

$AD^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$
$AD^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$AD^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$AD^2 = ... + ...$
$AD^2 = ...$ إذن AD …….....

$BE^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2$
$BE^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$BE^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$BE^2 = ... + ...$
$BE^2 = ...$ إذن BE …….....

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$
$AC^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$AC^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$AC^2 = ... + ...$
$AC^2 = ...$ إذن AC …….....

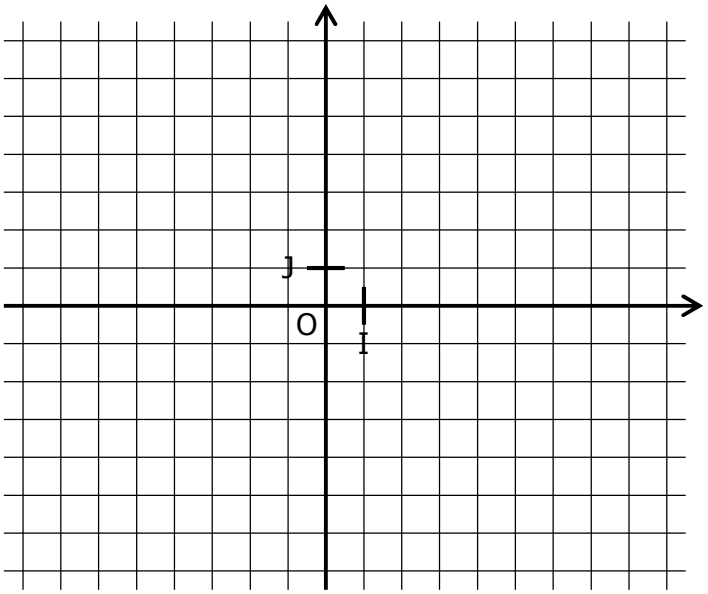
$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$
$BC^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$BC^2 = (.....)^2 + (.....)^2$
$BC^2 = ... + ...$
$BC^2 = ...$ إذن BC …….....

التمرين **2A.2**

المعلم (O, I, J) متعامد ومتجانس (الوحدة 1 cm)

a. علم النقط على هذا المعلم :

E(-8 ; -1) D(2 ; -7) C(-4 ; 7) B(9 ; 3) A(5 ; 6)



b. احسب AB، BC، CD، DE ، AE (بـ cm)

$AB^2 =$

إذن AB .....

$BC^2 =$

إذن BC .....

$CD^2 =$

إذن CD .....

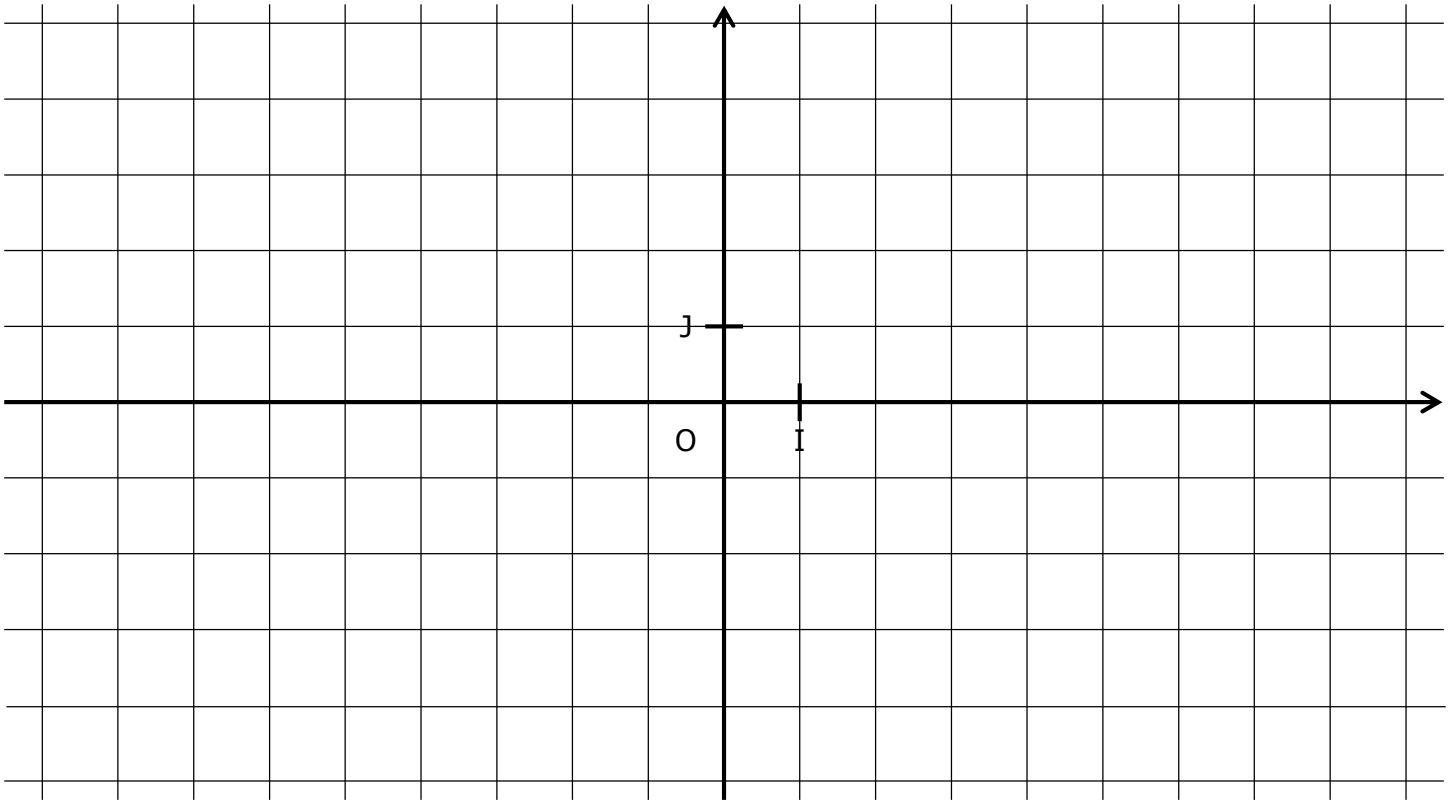
$DE^2 =$

إذن DE .....

$AE^2 =$

إذن AE .....

المعلم (O, I, J) متعامد ومتجانس للمستوي(الوحدة 1 cm)



a. علم النقاط التالية :

A(5 ; 3) ، B(-4 ; 3) ، C(7 ; -5) ، D(-9 ; -4) ، E(0 ; 5) ، F(0 ; -3) .

b. احسب الأطوال التالية بالـ *cm*، مقرب إلى العشر :

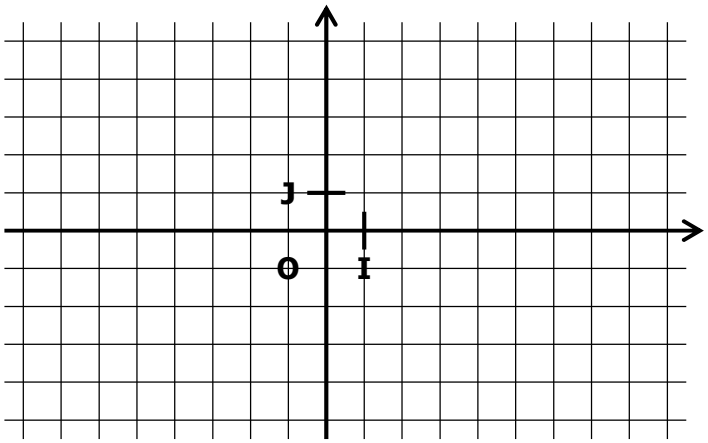
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$	$BC = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$
$AE = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$	$BF = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$	$OF = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$
$AD = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$	$CA = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$	$DB = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$

التمرين**3.1**

(O; I; J) معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علم النقط :

A(4 ; 0) ، B(-3 ; -3) ، C(-6 ; 4) .



2. a. احسب المسافة **AB** و**BC** .

b. ماذا نقول عن المثلث **ABC ?**

3. احسب AC.

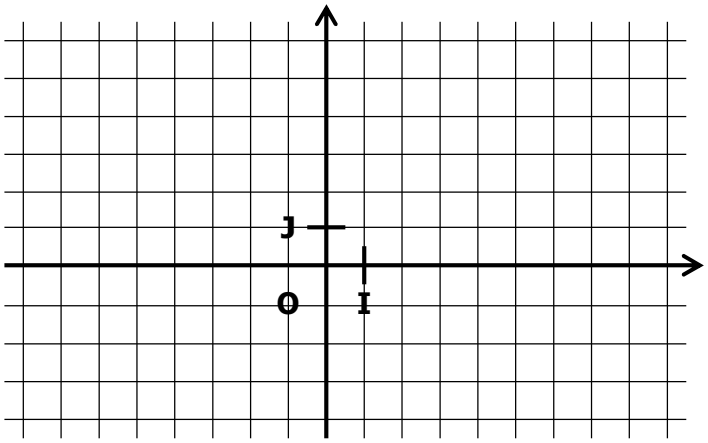
4. بين أن المثلث ABC قائم في B .

التمرين**3.2**

(O; I; J) معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علم النقط :

A(8 ; 1)، B(-6 ; 3)، C(-1 ; -2)، D(3 ; 6) .



2. نسمي Ω النقطة التي احداثياتها .(1 ; 3)

a. ارسم الدائرة التي مركزها Ω وتمر بالنقطة A.

b. احسب نصف قطر هذه الدائرة .

c. بين (بحساب ثلاثة أطوال) بأن النقط B ، C و D من هذه الدائرة .

التمرين**3.3**

نعتبر في المعلم المتعامد والمتجانس للمستوي(O; I; J) النقاط الأربعة :

E(4 ; 2) F(-3 ; 3) G(-2 ; -1) H(5 ; -2)

1. احسب الاطوال: EF، FG، GH ، HE.

a.2. ماذا نقول عن الضلعين [EF] ، [GH] ؟

b. ماذا نقول عن الضلعين [FG] ، [HE] ؟

3. ماهي طبيعة الرباعي EFGH ؟

التمرين**3.4**

نعتبر في المعلم المتعامد والمتجانس للمستوي(O; I; J) النقاط الأربعة :

R(9 ; 3) S(4 ; -2) ، T(-3 ; -1) ، U(2 ; 4) .

1. احسب الاطوال RS، ST ، TU ، UR .

2. ماهي طبيعة الرباعي RSTU؟

التمرين**3.5**

نعتبر في المعلم المتعامد والمتجانس للمستوي(O; I; J) النقاط الأربعة :

K(1 ; 10) ، L(5 ; 0) ، M(0 ; -2) ، N(-4 ; 8) .

1. a. احسب الأطوال KL، LM ، MN، NK .

b. بين أن KLMN هو متوازي أضلاع .

2. a. احسب طولي قطري متوازي الأضلاع .

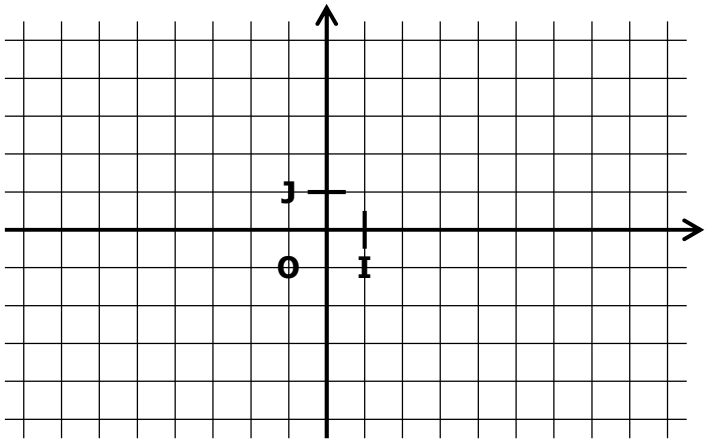
b. إذن ماهي طبيعة الرباعي KLMN ؟

التمرين**3.6**

(O; I; J) معلم متعامد ومتجانس.

1. علم النقط:

A(3 ; 5) ، B(6 ; -2)، C(-1 ; -5)، D(-4 ; 2) .



1. a. احسب الأطوال AB، BC ، CD، DA .

b. ماذا نقول عن الرباعي ABCD إذن ؟

2. a. احسب BD .

b. بين أن ABD قائم في A.

c. ماهي طبيعة الرباعي ABCD ؟

التمرين**3.7**

(O; I; J) معلم متعامد ومتجانس للمستوي .

ABO مثلث قائم في A(5 ; 0) حيث: $A\hat{O}B = 60°$

1. ارسم الشكل في المعلم حيث وحدة الطول هي: cm

2. احسب الطول OA.

3. a. احسب المسافة AB .

b. استنتج إحداثيتي النقطة B .

4. احسب الطول OB بطريقتين مختلفتين :

a. بإستعمال خاصية فيثاغورس.

b. باستعمال إحداثيات النقطتين O وB .

التمرين - 4A.1 بوردو

المستوي المزود بالمعلم *(O; I; J) وحدة الطول هي cm.*

الرسم يكون على ورقة مرصوفة.

1. a. علم النقاط : A(4;5) ، B(-3;3)، C(2;-2)

b. ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

2. D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.احسب إحداثيتي D

3 . ما هي طبيعة ABDC رباعي؟

التمرين - 4A.2 كليرمون فران

في المستوي المزود بالمعلم(O; I; J) ، علم النقطتين A(-7;1) و B(1;7).

1. a . ماهي إحداثيات الأشعة : $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ ، $\overrightarrow{AB}$ ؟

b. بين أن AOB مثلث قائم متساوي الساقين.

2. لتكن (C) دائرة محيطة بالمثلث AOB

احسب إحداثيتي مركزها S ونصف قطرها.

التمرين – 4A.3 جزر الأنتيل

المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس.(O, I, J)

وحدة الطول هي السنتيمتر cm .

الرسم يكون على ورقة مليمتريه .

1. علم النقاط :A(1 ; 5) ، B(2 ; 2) ، C(3 ; 3) .

2. احسب الأطوال: AB ، AC، BC .

3. استنتج أن المثلث ABC قائم في C .

4. علم النقطة E حيث : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}$.

5. ما هي طبيعة الرباعي ACBE ؟ علل الإجابة.

6. احسب مساحة الرباعي ACBE .

التمرين – 4A.4 مجموعة الشرق

نأخذ وحدة الطول هي السنتيمتر cm .

المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس(O; I; J) .

1. علم النقاط:

A(2 ; -2) ، B(-3 ; 1) ، C(1 ; 2) .

2. a. احسب الأطوال: AB ، AC ، BC .

b. بين أن المثلث ABC قائم متساوي الساقين .

3. احسب إحداثيتي M منتصف القطعة [AC] .

4. a. أنشئ النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

b. ماذا تمثل النقطة M بالنسبة للقطعة [BD] ؟ برر.

5. المستقيم الموازي لـ (BC) يمر بالنقطة M يقطع المستقيم (AB) في النقطة N . احسب إحداثيتي النقطة N.

التمرين - 4A.5 بونديشيري

1. المعلم المتعامد والمتجانس (O; I; J) للمستوي .

حيث:OI = OJ = 1 cm .

علم النقاط التالية :

A(2 ; 4)،B(8 ; -2)،C(0 ; -5)، E(5 ; 1)، F(4 ; -3,5) .

2. عين إحداثيتي الشعاعين $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{EB}$.

استنتج أن E منتصف [AB] .

3. احسب إحداثيتي النقطة M منتصف[BC] .

ماذا يمكن أن نقول عن النقطتين M وF ؟

4. هل المثلث ABC متساوي الساقين فيB ؟

التمرين - 4A.6 المجموعة الغربية

المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس.(O ; I; J)

وحدة الطول هي السنتيمتر cm .

1. علم النقاط:

A(2 ; 1)، B(5 ; 5)، C(6 ; 2) .

2. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

3. احسب المسافة AB .

4. علم النقطة D حيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع

5. أعط دون تبرير إحداثيتي النقطة D .

6. احسب إحداثيتي النقطة W مركز تناظر متوازي الأضلاع ABCD .

التمرين - 4A.7 أمريكا الشمالية

المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس (O; I ; J) حيث:

OI = OJ = 1 علم النقطتين :

M(-2 ; -4) ، N(2 ; -2) .

1. بين أن مثلث OMN متساوي الساقين في M.

2. أنشئ النقطة P الصورة N بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{MO}$

3. ما هي طبيعة الرباعي OMNP ؟ برر.

4. احسب إحداثيات K نقطع تقاطع [ON]و[MP] .

التمرين - 4A.8 جنوب شرق آسيا

المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس(O; I; J) .نعتبر النقاط A(1 ; -1)، B(3 ; 1)، C(-1 ; 3) . نأخذ:OI = OJ = 1 cm .

1. علم النقاط A ، B، C .

2. حدد طبيعة المثلث ABC .

3. احسب إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة [AC] .

4. احسب إحداثيتي النقطة D نظيرة النقطة B بالنسبة للنقطة M .

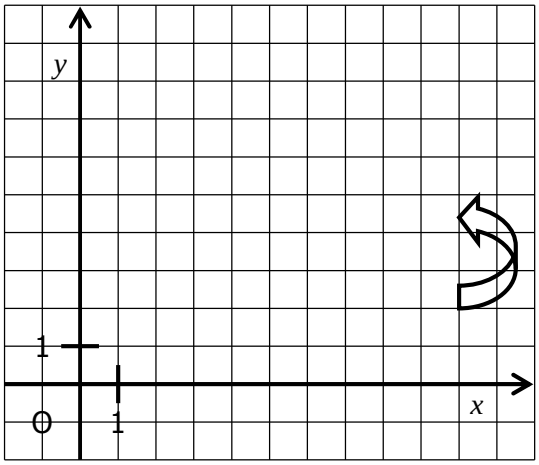
5. حدد طبيعة الرباعي ABCD.

6. ارسم A'B'C' نظير ABCبالنسبة إلى A .

وفقك الله تعالى

التمرين - **4B.1 بيزانسون .**
الرسم ينجز على ورق مليمتري، وحدة الطول هي cm.
1.في معلم متعامد ومتجانس للمستوي(O;I;J)،
علم النقاط :A(-2 ; -1) ، B(-3 ; 2)، C(4 ; 3) .
2. بين أن $AC = 5\sqrt{2}$ ،واحسب القيمة المضبوطة للمسافة BC
ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
3.حدد النقطة M ، منتصف القطعة [AB] .ثم احسب إحداثيتاها.
4.احسب إحداثيات الشعاع $\overrightarrow{AB}$.
5. a.أنشئ النقطة D ، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
b. أعط طبيعة الرباعي ABDC مع التبرير.

التمرين - 4B.2 المجموعة الشرقية.



1.في المعلم (O; I; J) الموضح أعلاه، علم النقاط :
A(2 ; 3)، B(5 ; 6)، C(7 ; 4) .
2.نقبل أن $AB=3\sqrt{2}$ و $BC=2\sqrt{2}$ احسب المسافة AC وأثبت أن ABC مثلث قائم في B.
3.أنشئ النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته 90° (بالاتجاه المذكور أعلاه، والذي هو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة)
4 .علم النقطة M حيث : $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
5 a. علم النقطة N صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.
b. اشرح لماذا النقط B ، C، D إستقامية.
c. بين أن النقاط A ، M، N إستقامية

التمرين - 4B.3 أفريقيا I .
في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس (O;I;J)،وحدة الطول هي السنتيمتر .نعتبر النقاط التالية:
A(2 ; 3) ، B(6 ; 1) ، C(-1 ; -3) .
1.علم النقاط.
2.احسب إحداثيتي النقطة M ، منتصف القطعة [BC] .
a.3 . احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AC}$.
b. أنشئ D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.
احسب إحداثيتي النقطة D .
4.احسب القيمة المضبوطة للطولينAD وBC ،
ما هي طبيعة الرباعيABDC ؟ بررالإجابة.

التمرين - 4B.4 أمريكا الجنوبية.
1.في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس (O;I;J) ،
وحدة الطول هي السنتيمتر cm ،علم النقط A(-1 ; 6)، B(-2 ; 3)، C(5 ; 4)،
2. a.احسب الطولين AB،AC .
b.نقبل أن : $BC = \sqrt{50}$ بيّن ABC مثلث قائم .
3. a.أنشئ النقطة E صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
b.ما هي طبيعة الرباعي ABEC ؟ بررالإجابة.

التمرين - 4B.5 كاين.
في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس (O;I;J) ،
وحدة الطول هي السنتيمتر cm .
a. علم النقط: A(-2 ; 5)، B(3 ; 1)، C(-1 ; -4).
b.احسب القيمة المضبوطة للمسافة AC
علما أن: $AB = BC = \sqrt{41}$ ، حدد طبيعة المثلث ABC .
c.أنشئ النقطة D كي يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع.
بقراءة بيانية ، حدد إحداثيتي النقطة D .
الرباعي ABCD متوازي أضلاع خاص .ما هو ؟ برر.

التمرين - **4B.6 غرونوبل.**
في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس (O;I;J) ،
نعتبر النقط :A(-2 ; 2) ، B(3 ; 1)، C(0 ; -1) .
1.علم النقط
2.احسب الطول AC.
3.نقبل أن: $AB = \sqrt{26}$ و $BC = \sqrt{13}$. بيّن أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .
4.أنشئ النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول النقطة C إلى B .
5.استنتج من النتائج السابقة طبيعة الرباعي ACBE .

الدوران ـ الزوايا ـ المضلعات المنتظمة
اكتشف الدوران
الدوران والأشكال البسيطة
الزاوية المحيطية
المضلعات المنتظمة
صورة نقطة
صور نقاط (تصحيح شفوي)
صور أشكال (مرصوفة)
مسائل شهادات (التحويلات)
مسائل شهادات (دوران)
متفرقات (زاوية محيطية ـ مضلعات منتظمة)

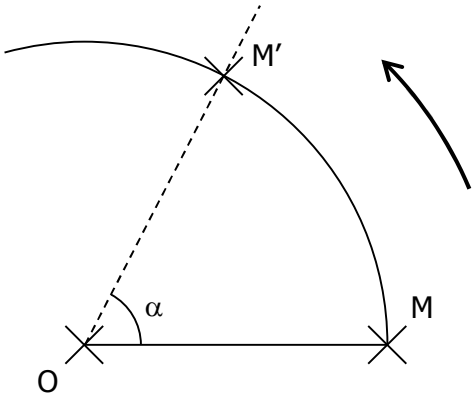
المحتوى	الكفاءات المستهدفة	تعليقات
دوران ، زوايا ، مضلعات منتظمة		وستركز الأنشطة أولاً على العمل التجريبي للحصول على قائمة وفيرة بالأشكال التي سيتم من خلالها تحديد خصائص الدوران (حفظ الأطوال ، والاستقامية ، والزوايا ، والمساحة). هذه الخصائص يمكن استخدامها في حل تمارين البناء البسيطة. في المرصوفة سوف نصادف أشكال ثابتة بالدوران. التكوينات التي نصادفها تجعل من الممكن استخدام معارف حول الدائرة ، والميل ، والحساب المثلثي...
صور من أشكال بدوران.	رسم الصورة بواسطة دوران معين لنقطة ودائرة ومستقيم وقطعة مستقيم ونصف مستقيم.	ستتركز الأنشطة على المضلعات المنتظمة، بما في ذلك رسمه إذا علم ضلع منه، وعلى المثلث المتقايس الأضلاع والمربع والسداسي وربما الثماني. البعض منهما قد يؤدي إلى استخدام خاصية الزاوية المحيطية.
المضلعات المنتظمة.	رسم مثلث متقايس الأضلاع ، مربع ، سداسي منتظم عرف مركزه واحد رؤوسه.	تعتبر الأنشطة البحثية للتحويلات التي تتركز على مثلثًا متقايس الأضلاع أو مربعًا متساويًا فرصة للعودة إلى التحولات التي تمت دراستها
الزاوية المحيطية	مقارنة زاوية محيطية وزاوية مركزية تحصران نفس القوس.	على العموم النتائج المتعلقة بالزاوية القائمة، التي درست في السنة الثالثة. هذه المقارنة بين زاويتين محيطية ومركزية تحصران نفس القوس

I. الدوران.

a. صورة نقطة :

صورة M بواسطة الدوران الذي مركزه O وزاوية α ° في اتجاه السهم M′ حيث :

- $OM = OM'$
- $M\hat{O}M' = \alpha$ (في اتجاه السهم)



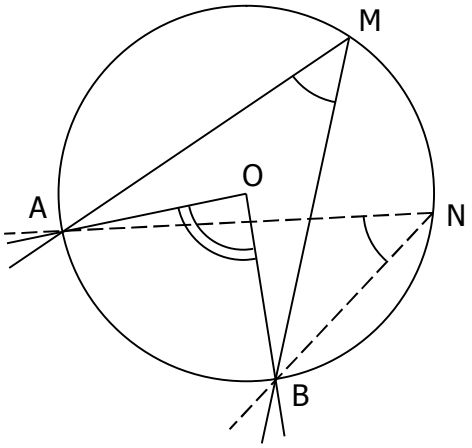
ملاحظات:

- صورة **O** هي **O:** نقول أن **O صامدة**
- الدوران الذي مركزه **O** وزاوية 180° هو تناظر مركزه **O .**

b. صورة شكل :

بدوران:

- صورة مستقيم هو مستقيم.
- صورة نصف مستقيم نصف مستقيم .
- صورة قطعة مستقيم هي قطعة مستقيم لها نفس الطول.
- صورة دائرة مركزها Ω هي عبارة عن دائرة من نصف القطر نفسه ويكون مركزها Ω'صورة المركز Ω .



II. الزاوية المحيطية.

(C)هي دائرة مركزها O.

الزاوية $A\hat{M}B$ تسمى زاوية **محيطية** في الدائرة (C) ، الزاوية $A\hat{N}B$ هي أيضا،

الزاوية $A\hat{O}B$ هي زاوية **مركزية تحصر** نفس القوس مع **الزاويتين المحيطيتين**

نقول أن الزاويا الثلاثة تحصر نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$.

خاصية:

قيس الزاوية المحيطية يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس في نفس الدائرة.

ملاحظة:

كل الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في نفس الدائرة متقايسة.

III. المضلعات المنتظمة.

a. تعريف:

نقول عن مضلع انه **منتظم** إذا كانت

- كل أضلاعه لها نفس الطول
- كل زواياه لها نفس القيس.

مثال:

المثلث المتقايس الأضلاع والمربع هي مضلعات منتظمة.

b. الدائرة المحيطة:

في المضلع المنتظم، هناك دائرة مركزها O تمر عبر جميع الرؤوس. تسمى هذه الدائرة **بالدائرة المحيطة بالمضلع** يطلق على النقطة O **مركز المضلع**.

خاصية :

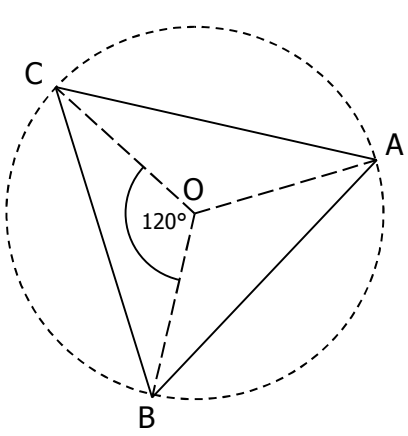
في المضلع المنتظم ، تكون كل الزاويا المركزية متساوية.

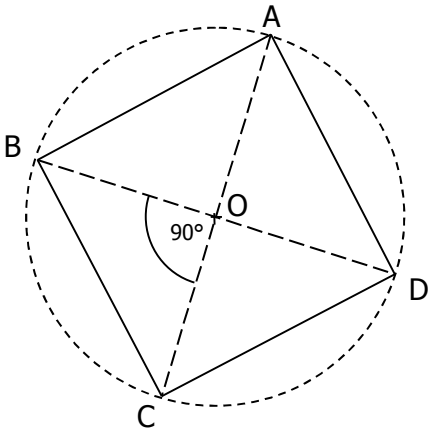
نتيجة:

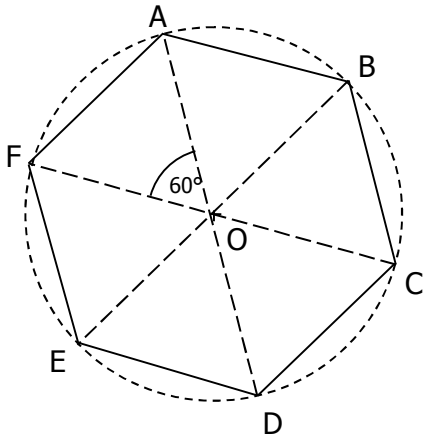
كل رأسين متتاليين إحداهما صورة للآخر بالدوران الذي مركزه O و زاوية $(360/n)$ ، حيث n هو عدد أضلاع المضلع.

أمثلة :

المثلث المتقايس الأضلاع	المربع	سداسي منتظم
$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
$\alpha = \frac{360}{3} = 120°$	$\alpha = \frac{360}{4} = 90°$	$\alpha = \frac{360}{6} = 60°$





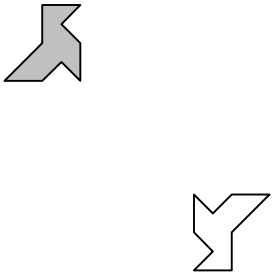
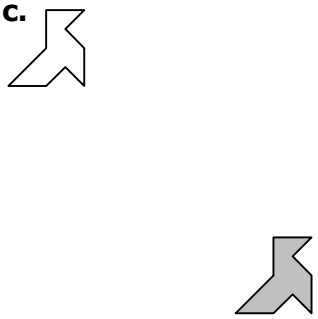
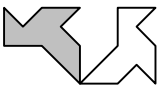
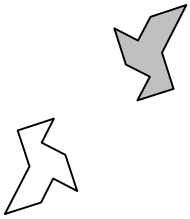
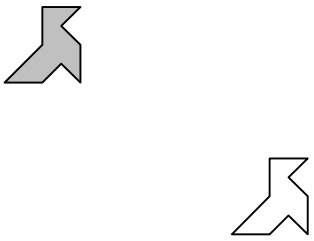
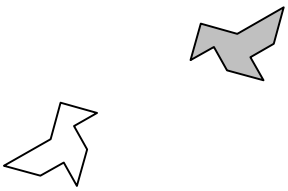
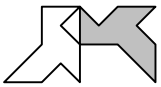


نشاط 1.1

الشكل الرمادي نتج عن **تحويل نقطي** للشكل الأبيض، في كل حالة:

-حدد بدقة **نوع** التحويل (تناظر مركزي ،تناظر محوري، انسحاب)

-ارسم العناصر **المميزة لهذا** التحويل (مركز، محور، شعاع ...)

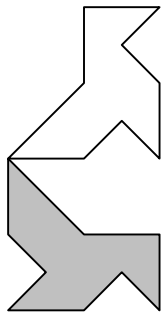
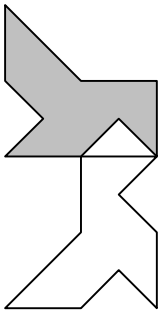
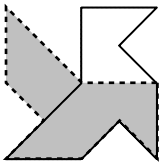
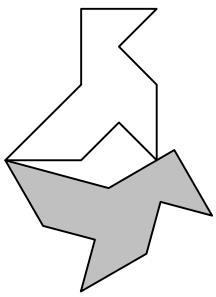
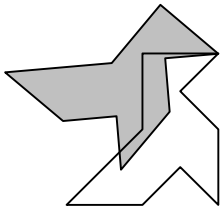
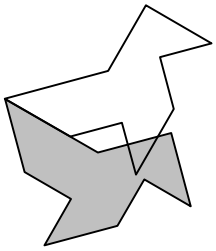
a.	**b.** 	**c.** 	**d.** 
e. 	**f.** 	**g.** 	**h.** 

نشاط 1.2

الشكل الرمادي نتج عن **دوران** الشكل الأبيض، في كل حالة:

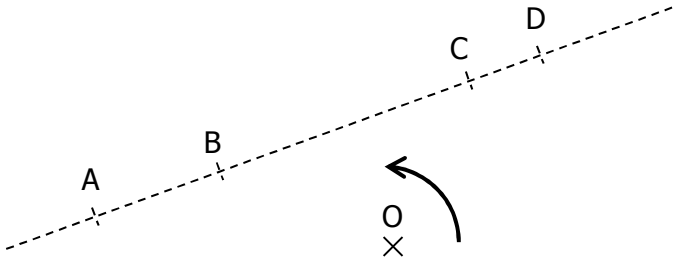
- ارسم **مركز** هذا الدوران

-حدد **اتجاه** (بسهم)و **زاوية** هذا الدوران.

a. 	**b.** 	**c.** 
d. 	**e.** 	**f.** 

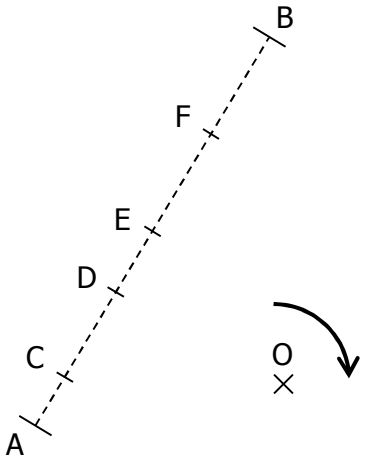
نشاط 2.1

ارسم صور النقط A، B، C ، D بالدوران الذي المركزه O وزاويته 60° في اتجاه السهم :



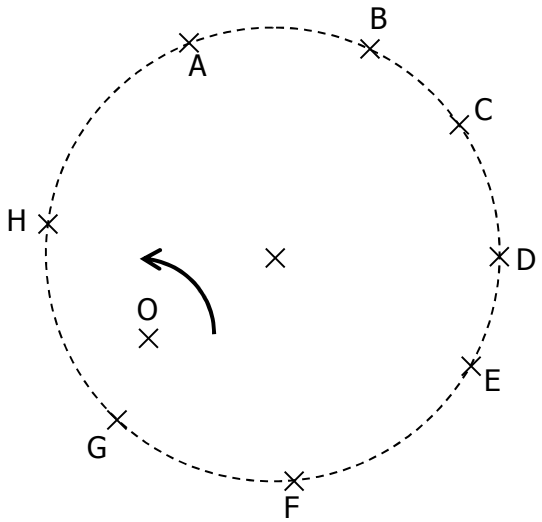
شاط2.2

ارسم صور النقط A، B، C، D ، E ، Fبالدوران ذي المركز O وزاويته 45° في اتجاه السهم:



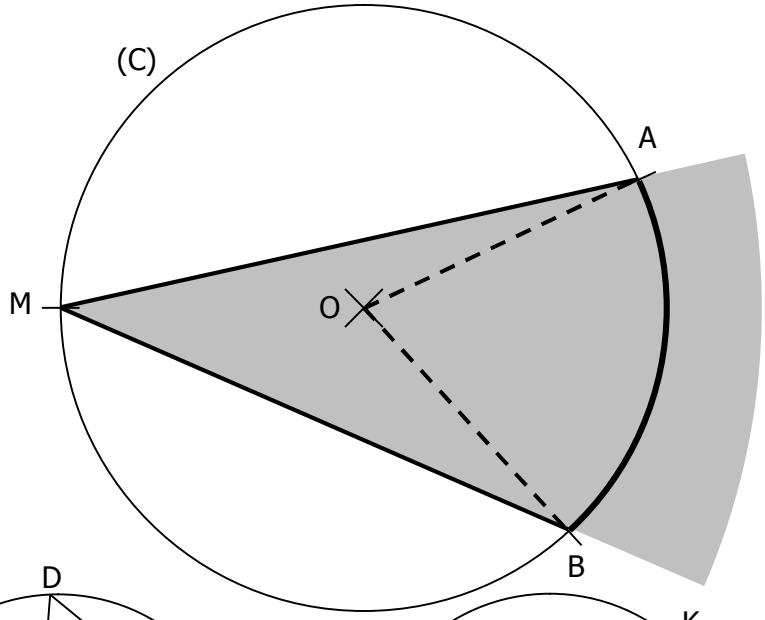
نشاط 2.3

ارسم صور النقط A، B، C، D، E ، F ، G، H بالدوران ذي المركز O وزاويته 120° في اتجاه السهم:



$\widehat{AMB}$ هي زاوية **محيطية** في الدائرة (C)لأن A ، M و B على الدائرة .نقول أن الزاوية $\widehat{AMB}$ **تحصر** القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة (C)

$\widehat{AOB}$ هي زاوية **مركزية** تحصر نفس القوس مع الزاوية **المحيطية** $\widehat{AMB}$ في نفس الدائرة (C).



نشاط **3.1**

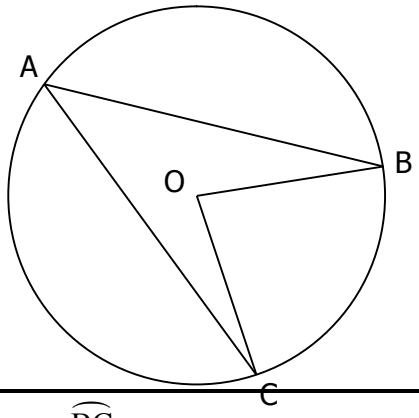
لكل دائرة من الدوائر أسفله:

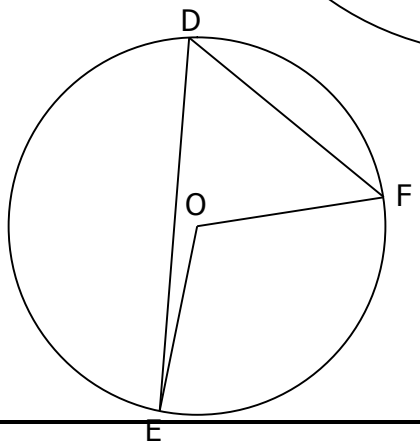
a. اسم القوس الذي الحاصر.

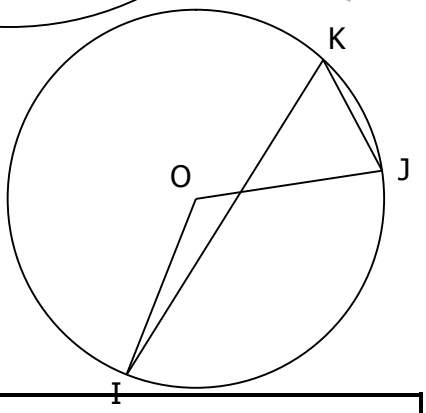
b. قيس الزاوية المحيطية.

c. قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس

d. علم نقطة M وقم بقياس الزاوية المحيطية من الرأس M التي تحصر نفس القوس مع الزاوية المركزية. ماذا نلاحظ؟





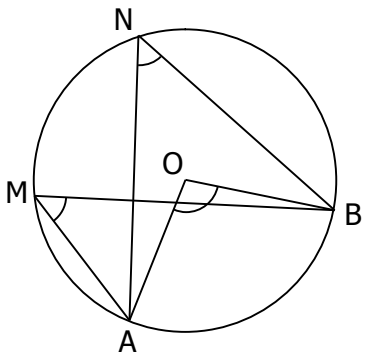


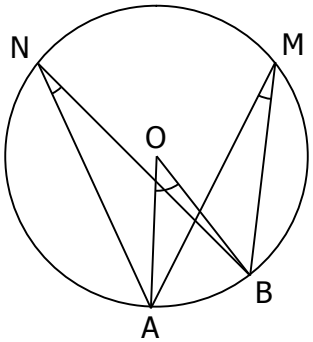
a. $\overset{\frown}{BC}$	**a.**	**a.**
b. $\widehat{BAC}$ =	**b.**	**b.**
c. $\widehat{BOC}$ =	**c.**	**c.**
d. $\widehat{BMC}$ =	**d.**	**d.**

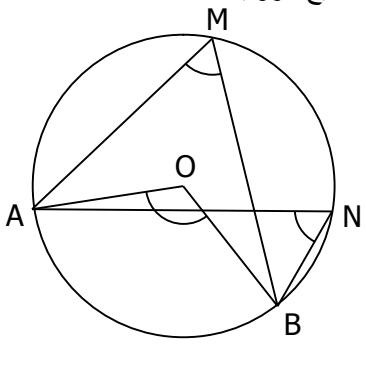
الاستنتاج: قيس كل زاوية محيطية تساوي نصف قيس زاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس.

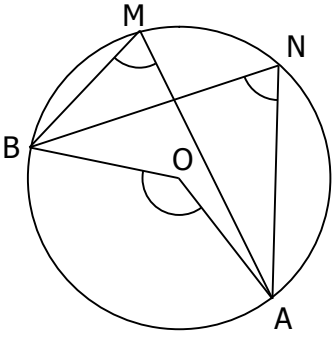
نشاط 3.2

دون القيام بأي قياس ، أوجد أقياس جميع الزوايا:







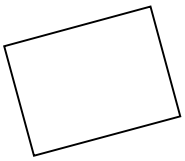
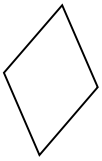
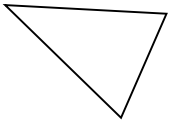
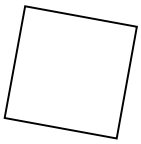
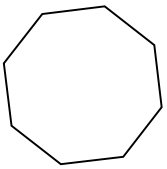
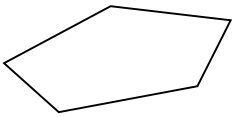
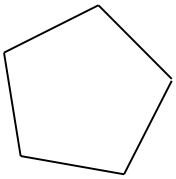
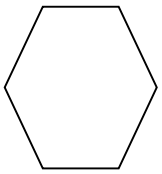
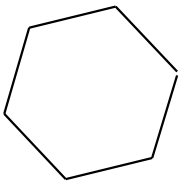
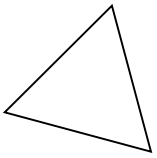


$\widehat{AMB}$ = ...	$\widehat{AMB}$ = 20°	$\widehat{AMB}$ = ...	$\widehat{AMB}$ = ...
$\widehat{ANB}$ = ...	$\widehat{ANB}$ = ...	$\widehat{ANB}$ = ...	$\widehat{ANB}$ = 70°
$\widehat{AOB}$ = 100°	$\widehat{AOB}$ = ...	$\widehat{AOB}$ = 120°	$\widehat{AOB}$ = ...

نقول عن مضلع انه **منتظم** إذا كانت كل أضلاعه لها نفس الطول، وكل زواياه لها نفس القيس.

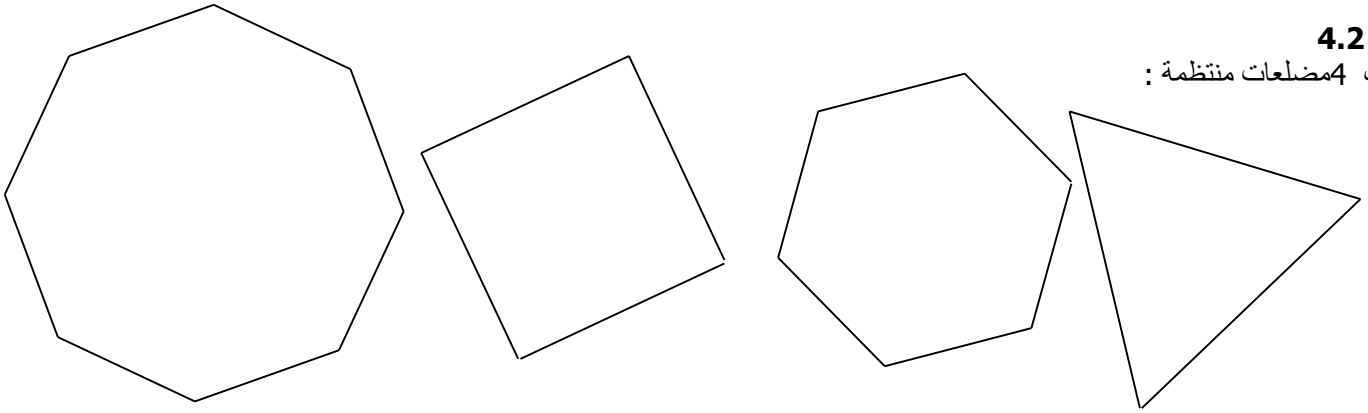
نشاط 4.1

استخرج من الجدول المضلعات المنتظمة:

1. 	**2.** 	**3.** 	**4.** 	**5.** 
6. 	**7.** 	**8.** 	**9.** 	**10.** 

نشاط 4.2

إليك 4مضلعات منتظمة :



a. ارسم محاور أضلاع كل مضلع. ماذا تلاحظ؟

b. ارسم الدائرة المحيطة بكل مضلع .

c. قس الزوايا المركزية لكل مضلع منتظم ، ماذا تلاحظ ؟

d. في كل مضلع ، احسب القيمة «360 : n» حيث n عدد الأضلاع

ثماني	سداسي	مربع	مثلث
360 : 8 =	360 : 6 =	360 : 4 =	360 : 3 =

نشاط 4.3

ارسم كل مضلع منتظم ، O هي مركزه ، و A نقطة من هذا المضلع :

ABCDEF سداسي منتظم

A O

ABCD مربع

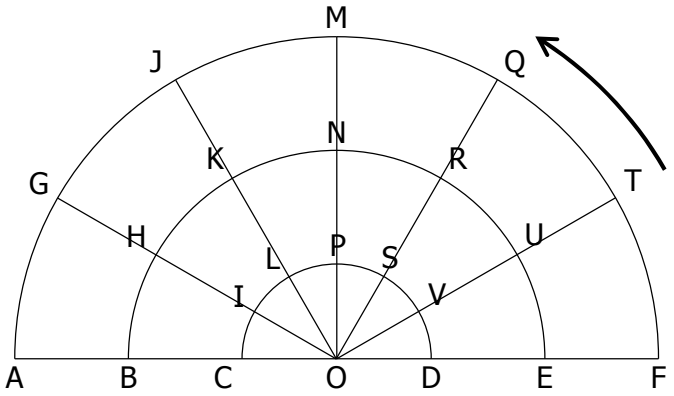
A O

ABC مثلث متقايس الأضلاع

A O

تمرين1A.1

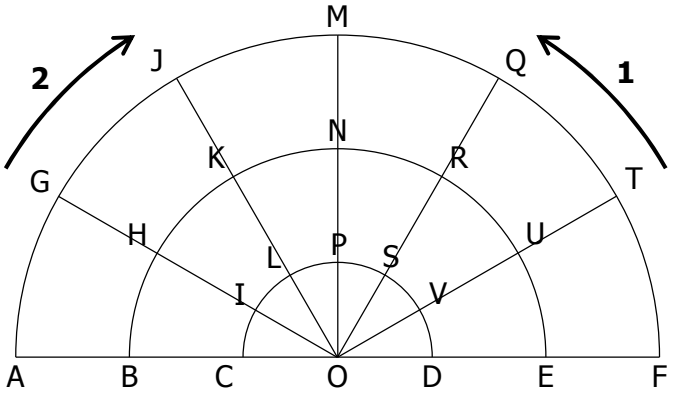
حدد صورة كل نقطة بالدوران الذي مركزه O وزاويته 30° باتجاه السهم.



T →	H →	P →	V →	F → .....
J →	K →	N →	L →	D → .....

تمرين1A.2

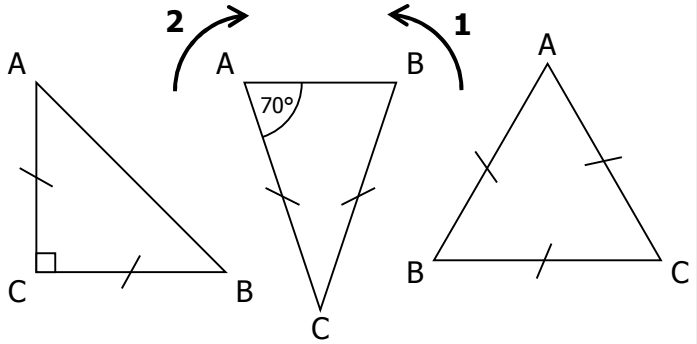
حدد صورة كل نقطة بالدوران الذي مركزه O وزاويته α باتجاه المبين .



α = 30° الاتجاه1	M →	α = 60° الاتجاه1	U → .....
α = 90° الاتجاه 1	S →	α = 120° الاتجاه1	E → .....
α = 30° الاتجاه 2	A →	α = 90° الاتجاه2	L → .....
α = 60° الاتجاه2	P →	α = 150° الاتجاه1	F → .....
α = 120° الاتجاه1	R →	α = 90° الاتجاه2	G → .....

تمرين1A.3

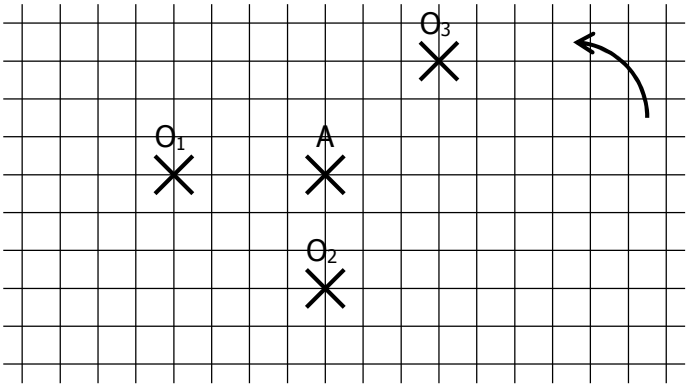
حدد الميزات **(زاوية و اتجاه)** بالدوران ذي المركز C الذي يحول A إلى: B



الزاوية:	الزاوية:	الزاوية:
الاتجاه:	الاتجاه:	الاتجاه:

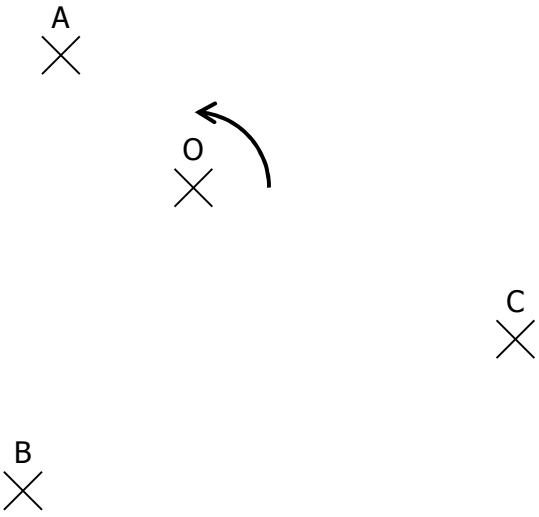
1A.4 تمرين

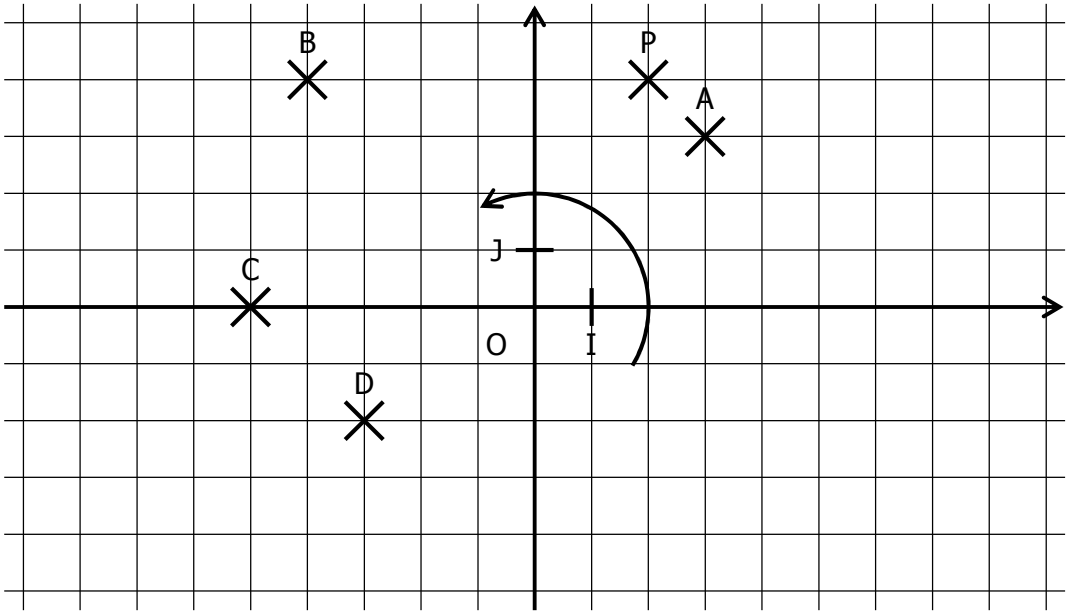
ارسم النقاط A_1 ، A_2 ، A_3 صور A بالدورا نات التي زاويتها 90°في اتجاه السهم ومراكزها على الترتيب O_1 ، O_2 ، O_3 .



تمرين1A.5

ارسم النقاط A′، B′ ، C′ صور النقاط A ، B ، C بالدوران الذي مركزه O وزاويته 60° .





تمرين1B.1

1. علم صور النقط بالدوران الذي مركزه O وزاويته °90 في اتجاه السهم المبين :

إحداثياتها :

A → A_1 (..... ; .....)
B → B_1 (..... ; .....)
C → C_1 (..... ; .....)
D → D_1 (..... ; .....)

2. علم صورالنقط بالدوران الذي مركزه P وزاويته °90 في اتجاه السهم المبين :

إحداثياتها :

A → A_2 (..... ; .....)
B → B_2 (..... ; .....)
C → C_2 (..... ; .....)
D → D_2 (..... ; .....)

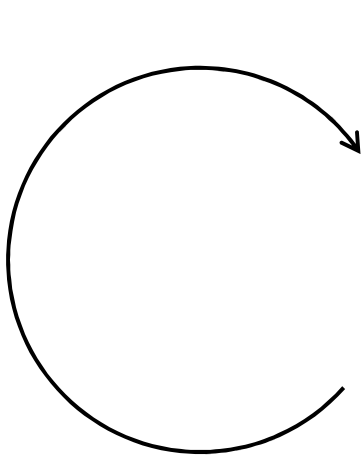
تمرين1B.2

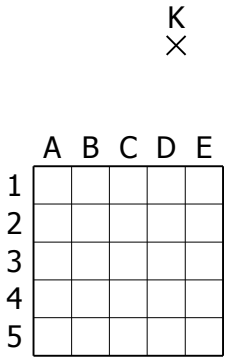
نعتبر النقاط الأربعة التالية :I، J ، K ، L .

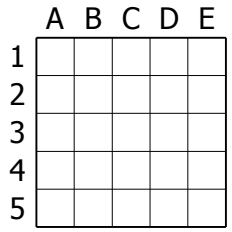
1. a. لتكن النقطة J_1 صورة J بالدوران الذي مركزه I وزاويته °90 في الاتجاه المبين.
b. لتكن النقطة K_1 صورة K بالدوران الذي مركزه I وزاويته °90 في الاتجاه المبين.
c. لتكن النقطة L_1 صورة L بالدوران الذي مركزه I وزاويته °90 في الاتجاه المبين.

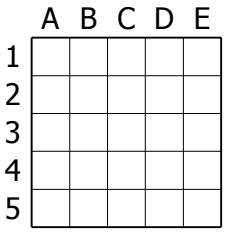
2. a. لتكن النقطة I_2 صورة I بالدوران الذي مركزه K وزاويته °45 في الاتجاه المبين.
b. لتكن النقطة J_2 صورة J بالدوران الذي مركزه K وزاويته °45 في الاتجاه المبين.
c. لتكن النقطة L_2 صورة L بالدوران الذي مركزه K وزاويته °45 في الاتجاه المبين.

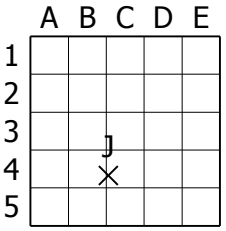
ملاحظة : الجداول تساعد في التصحيح فقط .

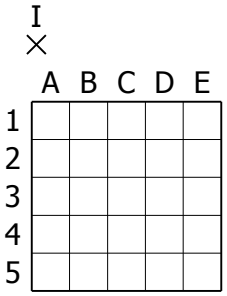


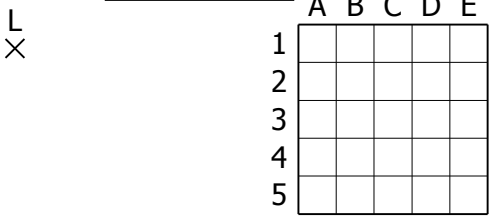






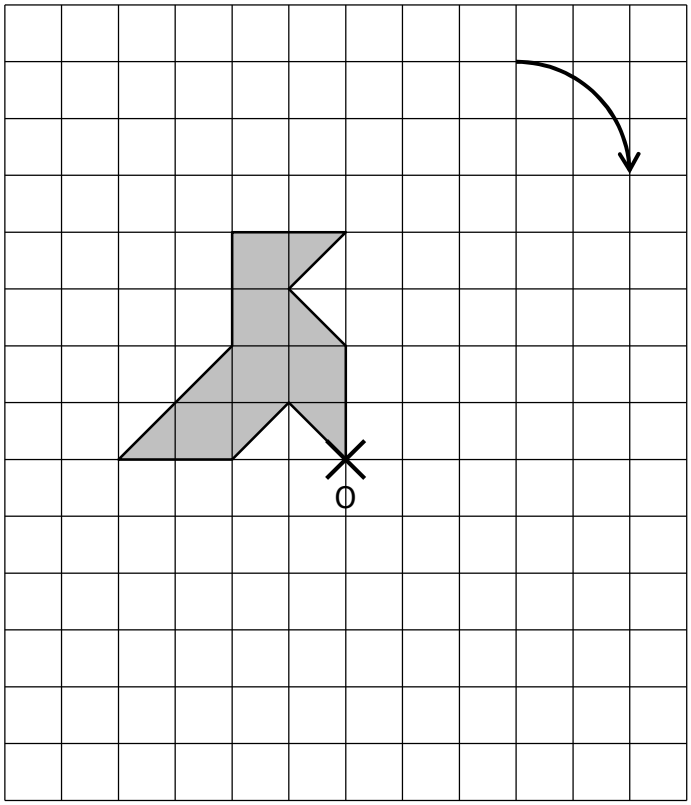






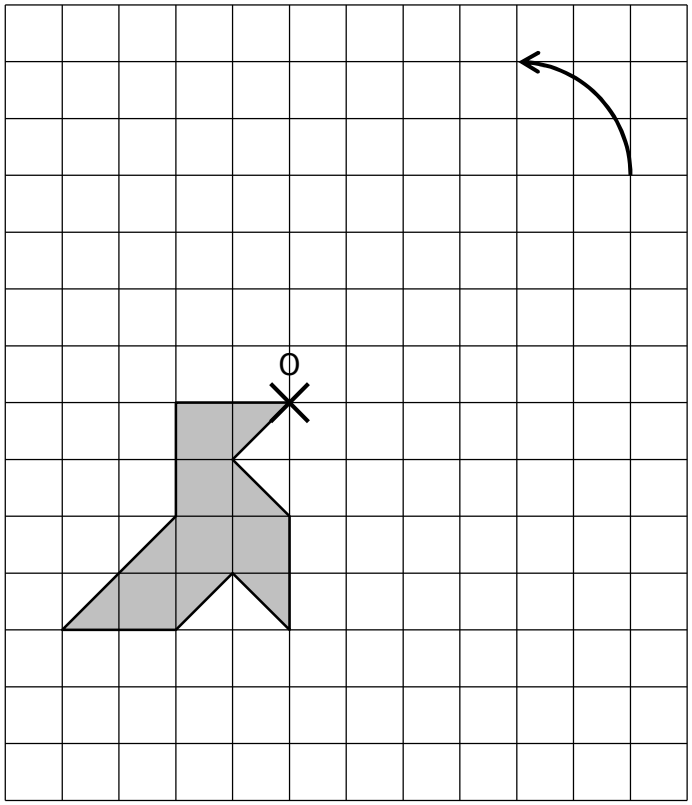
تمرين2B.1

ارسم صورة الشكل بالدوران الذي مركزه O ، وزاويته 90° , باتجاه السهم



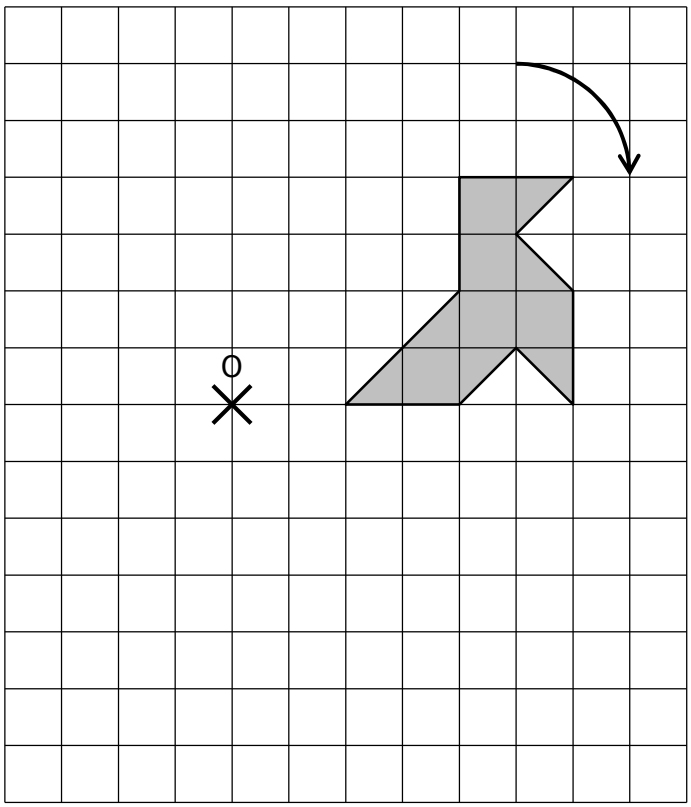
تمرين2B.2

ارسم صورة الشكل بالدوران الذي مركزه O ، وزاويته 90° , باتجاه السهم



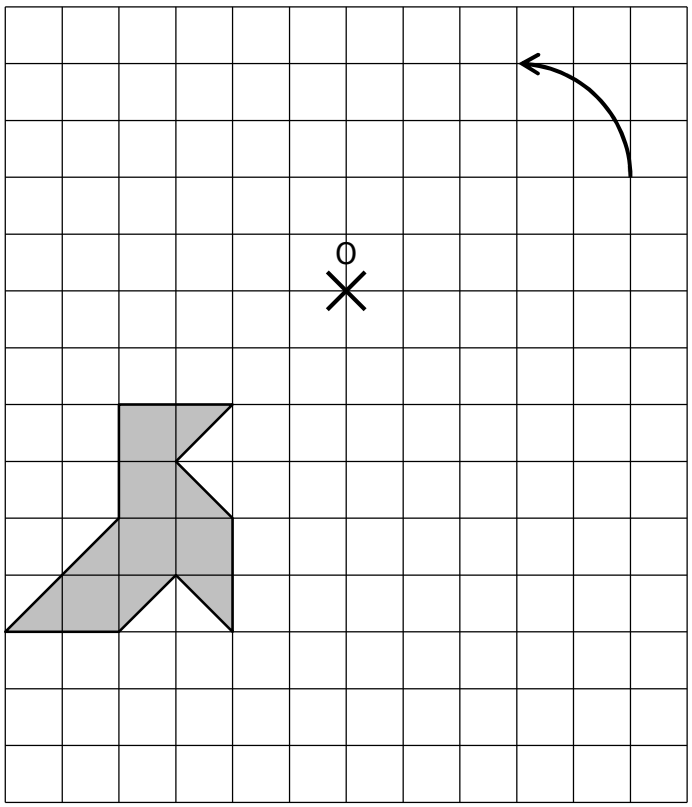
تمرين 2B.3

ارسم صورة الشكل بالدوران الذي مركزه O ، وزاويته 90° , باتجاه السهم



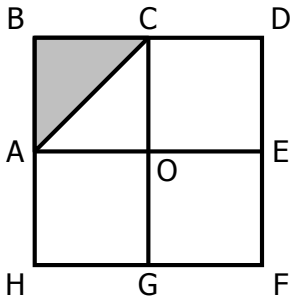
تمرين2B.4

ارسم صورة الشكل بالدوران الذي مركزه O ، وزاويته 90° , باتجاه السهم



تمرين - 5A.1 نانسي-متز

ABCO, CDEO, EFGO و GHAO هي مربعات
BDFH مربع مركزه O .



ماهي صورة المثلث ABC في الحالات التالية ؟(تعطى الإجابات دون تبرير)

1. بالدوران الذي مركزه O ،وزاويته 90° ، ويحول G الى E.

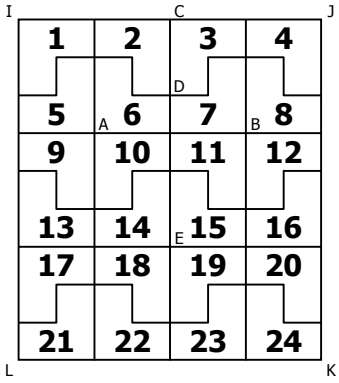
2. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OF}$.

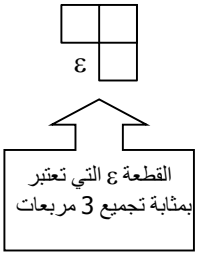
3. بالتناظر الذي محوره (AE).

4. بالتناظر الذي مركزه O.

تمرين - 5A.2 أورليان- تورس

ارض مبلطة مستطيلة الشكل IJKL كما في الشكل أسفله مكونة من 24 قطعة ε متراصة . رقمت من 1 إلى24





أكمل الجمل التالية دون تبرير:

a. التناظر الذي محوره (CD) يحول القطعة 1 إلى القطعة .....

b. التناظر الذي مركزه A يحول القطعة 1 إلى القطعة .....

c. الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$ يحول القطعة 10 إلى القطعة .....

d. الدوران الذي مركزه B وزاويته 90° ، اتجاه عقارب الساعة، يحول القطعة 8 إلى القطعة .....

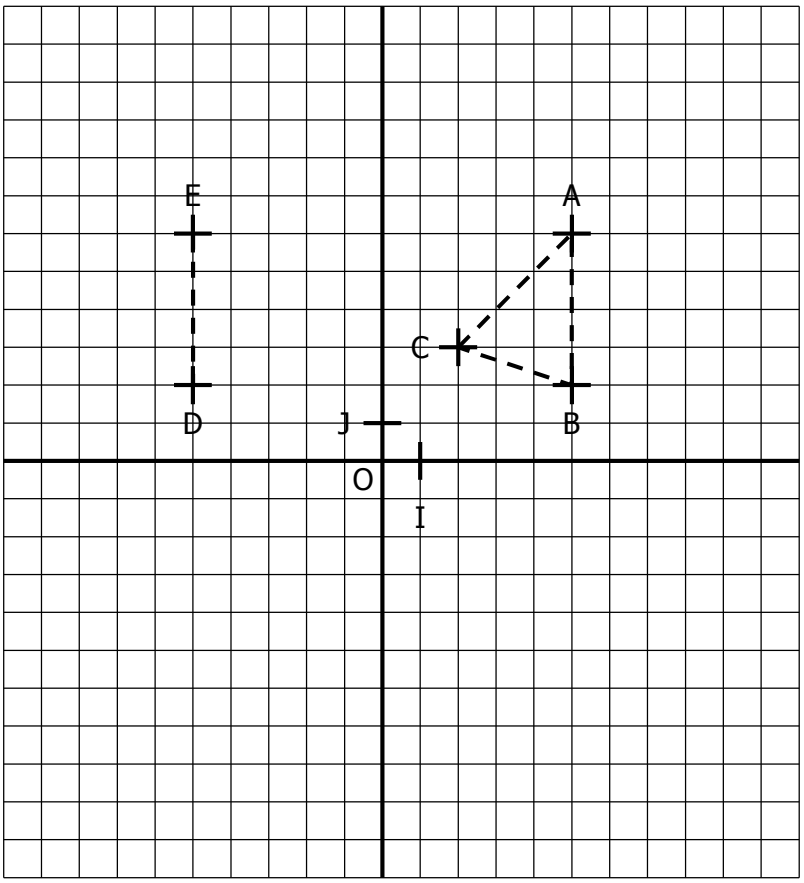
تمرين - 5A.3 لبنان

في الشكل المقابل :

1. ارسم بالأزرق صورة المثلث ABC بالتناظر الذي محوره (OI) .

2. ارسم بالأخضر صورة المثلث ABC par la بالانسحاب الذي يحول D إلى E .

3. ارسم الأحمر صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 90° ، بعكس اتجاه عقارب الساعة .

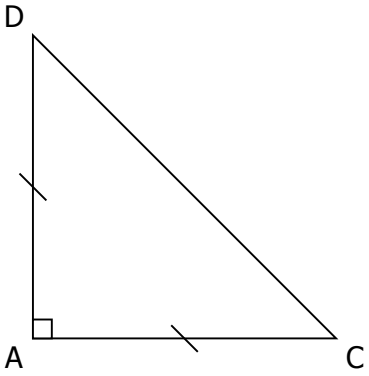


تمرين - 5B.1 نانت

لنعتبر المثلث ACD القائم والمتساوي الساقين رأسه الأساسي A .
سنستكمل الشكل على اليمين تدريجيا.

1. علم النقطةB ، صورة D بالدوران الذي مركز A وزاويته °60. باتجاه عقارب الساعة.
2. أثبت أن المثلث ABD هو مثلث متقايس الأضلاع.
3. علم E ، صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

أثبت أن ACED هو مربع.



تمرين – 5B.2 بواتييه

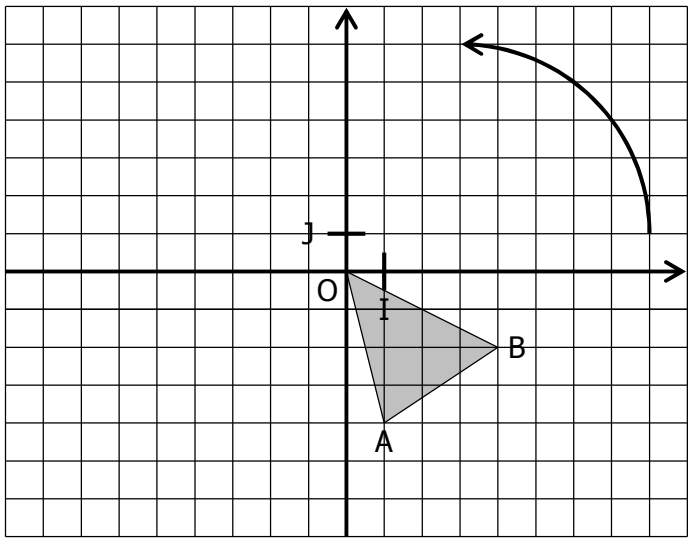
من المعلم المتعامدة والمتجانس (O, I, J)

1. ارسم المثلث OGH، صورة OAB المثلث بتناظر الذي المركز O .

2. قم برسم المثلث OMN ، صورة OAB المثلث بالدوران الذي مركزه O وزاويته 90 ° في الاتجاه المبين في الرسم.

3. a. ارسم النقطة C ، صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

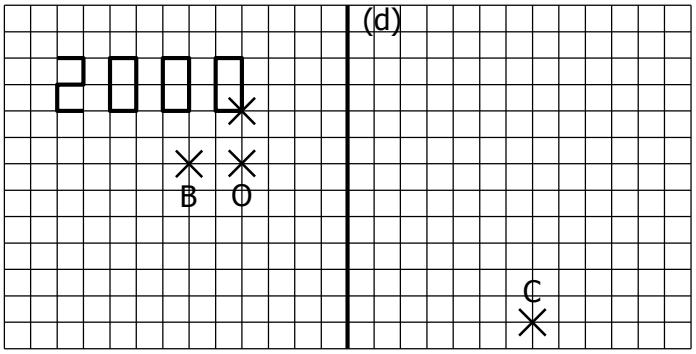
b. ما هي طبيعة OBAC الرباعي؟ مع التبرير.



تمرين - 5B.3 باريس

ارسم في المرصوفة على اليمين، صورة العدد 2000 بـ:

a . التناظر الذي مركزه O.
b . التناظر الذي محوره (d).
c. الانسحاب الذي يحول A إلى C.
d. الدوران الذي مركزه O والذي يحول A إلى B.



تمرين - 5B.4 باريس

(O, I, J)هو معلم متعامد ومتجانس للمستوي، وحدة الطول هي السنتيمتر. سوف نستخدم ورقة مليمتريه

1. علم A(3 ; 1)، B(-1 ; 4)، C(-3 ; 4) ، D(-1 ; 3) وE(-1 ; 2) .

2. في هذا السؤال ، لا نلزمك برسم أو تبرير.

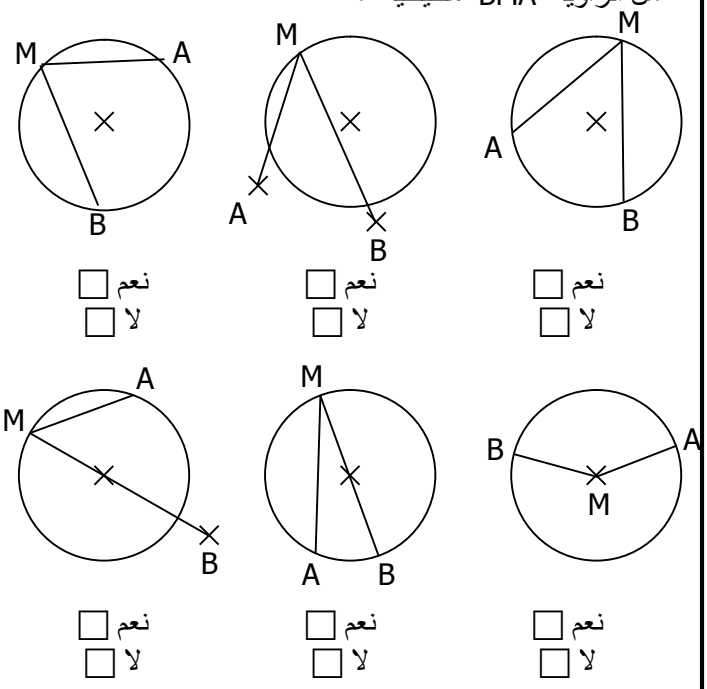
نسمي F الشكل الذي يمثل المضلع ABCDE .ارسم على نفس الرسم البياني:

a . صورة F_1 لـ F بواسطة الدوران الذي مركزهE ، وزاويته° 90، في الاتجاه المعاكس لاتجاه لعقارب الساعة.

b . صورة F_2 لـ F بالانسحاب الذي شعاعه. $\overrightarrow{CJ}$ "ضع الحرفين F_1 و F_2 على الرسم البياني.

تمرين6.1

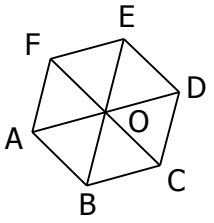
هل الزاوية $\widehat{BMA}$ محيطية ؟



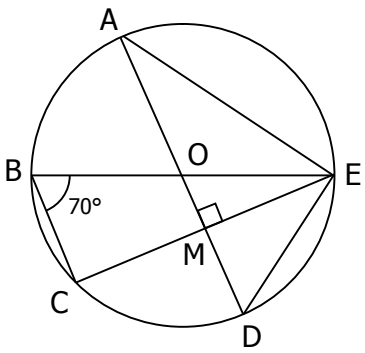
تمرين6.2

1. *لاحظ السداسي المنتظم ذات المركز* O *بماهي طبيعة المثلثات* ABO، BCO، CDO، DEO، EFO و AFO؟ *برر.*

2. *استخدم* **1.** *، لرسم سداسي منتظم حيث :* [AB] *ضلعا له:*



تمرين 6.3



O مركز الدائرة.

الهدف من التمرين تحديد أقياس عدد من الزوايا .في كل الحالات، يجب تبرير الإجابة نستطيع تحديد أقياس الزوايا في الشكل.

1. a. ماهي طبيعة المثلث BCE ؟

b. استنتج القيس $\widehat{BCE}$.

2. a. ماذا نقول عن المستقيمين (BC) ، (AD) ؟

b. استنتج قيس الزاوية $\widehat{DOE}$.

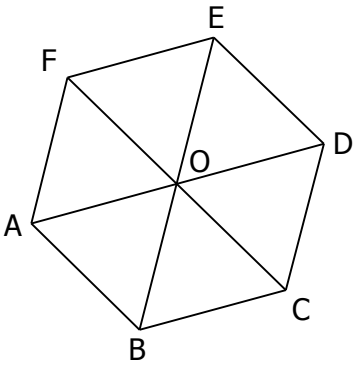
c. استنتج قيس الزاوية $\widehat{AOE}$

3. a. ماهي طبيعة المثلث AEO ؟

b. استنتج قيس الزاوية $\widehat{AEO}$

4. احسب قيس الزاوية.$\widehat{OED}$

تمرين 6.4 - RENNES 2000



في الشكل أعلاه، ABCDEF هو سداسي منتظم مركزه O وسنكمل الرسم والجمل التالية حسب الاقتضاء:

1. هل المثلث ABO ومثلث CDO متناظران بالنسبة للمستقيم (d)؟

ارسم المستقيم (d) في الشكل .

2. مثلث ABO هو صورة المثلث EFO بالدوران الذي مركزه ..... وزاويته ..... في اتجاه السهم. تشير بسهم، اتجاه هذا الدوران.

3. صورة المثلث ABO بالانسحاب التي يحول C إلى D ، هو المثلث .....

4. أكمل :

$$\vec{EO} + \vec{OC} = \cdots\cdots$$
$$\vec{EF} + \cdots\cdots = \vec{OE}$$

الفهرس

الهندسة في الفضاء (منهجية درس)
الهندسة في الفضاء (القطوع درس)
التكبير - التصغير (التأثير على المساحات درس)
القطوع المستوية
القطوع المستوية للمجسمات (مستوي مواز لوجه)
التكبير - التصغير
تمارين من شهادات (الجزء الأول)
تمارين من شهادات (الجزء 2)
التدريب على حساب الحجوم

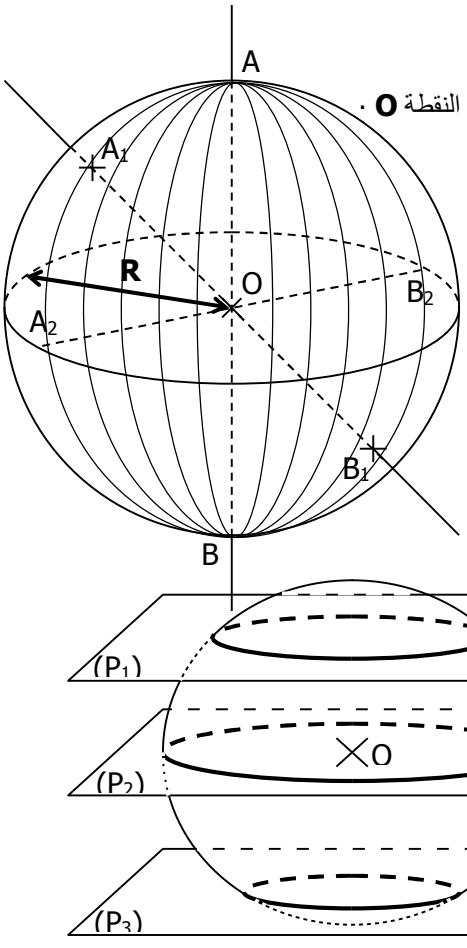
المحتوى	الكفاءات المستهدفة	التعليق
الكرة .	معرفة أن مقطع كرة بواسطة مستوي هو دائرة. ومعرفة كيفية وضع مركز هذه الدائرة وحساب نصف قطرها مع علم نصف قطر الكرة والمسافة بين المستوي ومركز الكرة. تمثيل الكرة ببعض دوائرها الكبيرة. سنسلط الضوء على الدوائر الكبيرة في الكرة، وعلى أزواج النقاط المتقابلة قطريا. سندرس الحالة الخاصة التي يكون فيها المستو مماس للكرة.	سنقوم بالربط مع المعرفة التي يمتلكها الطلاب بالفعل في الكرة الأرضي ، خاصة فيما يتعلق بالمسائل المرتبطة بخطوط الطول والعرض.
مسائل في القطوع على المجسمات	معرفة طبيعة قطوع المكعب، و متوازي المستطيلات بمستو مواز لأحد وجوهه ، أو إلى احد أحرفه .معرفة طبيعة قطوع أسطوانة دورانية بمستو مواز أو عمودي على محورها. تمثيل وتحديد قطوع مخروط دوراني أو هرم بمستو مواز للقاعدة.	المعالجات الأولية (قطوع مجسمات من البولسترين على سبيل المثال) تجعل من الممكن تخمين أو توضيح طبيعة القطوع المستوية المدروسة. ستكون هذه فرصة للقيام بحسابات على الأطول واستخدام الخصائص التي تمت معرفتها في محاور أخرى أو سنوات سابقة. بالنسبة للأهرامات ، ستقتصر الأنشطة على تلك التي تركز البحث على الارتفاع والحرف الوجه الجانبي والأهرامات المنتظمة تسمح بإيجاد المضلعات التي تمت دراستها في مكان سابقا .
حسابات على المساحات والحجوم	حساب مساحة سطح الكرة بنصف قطر معين. حساب حجم جلة بنصف قطرها معين.	إن العمل بالقواعد ، الحث على حفظها ، سيسمح بإعادة الاستثمار والحفاظ على المكتسبات في السنوات السابقة: ونقصد مساحات الأسطح وأحجام المجسمات التي تمت دراستها في هذه السنوات.
تأثير التصغير أو التكبير على المساحات أو الحجوم.	معرفة واستخدام حقيقة أنه ، في تكبيرأو تصغير بنسبة k ، -تضرب مساحة السطح ب k^2 -يضرب حجم المجسم بمقدار k^3 .	بعض الأنشطة ستكون مقارنة للمساحات ،ومن ناحية أخرى مقارنة أحجام ، وهي فرصة للتحكم بالصيغ وتحويل التعبيرات الجبرية .يعتمد هذا العمل على ذلك المنجز في الهندسة في الفضاء.

I) الكرة .

a - تعريف:

O نقطة في الفضاء.

نسمى الكرة " التي مركزها **O** ونصف قطرها **R** ، هي جميع النقاط في الفضاء التي تقع على مسافة **R** من النقطة **O** .



القطع [AB] ، $[A_1B_1]$ و $[A_2B_2]$ هي أقطار للكرة.

نقول أن النقطتين A و B متقابلتان قطريا .

ملاحظة :الكرة وداخلها تسمى **الجلة ذات المركز O**

b.مساحة سطح الكرة . :

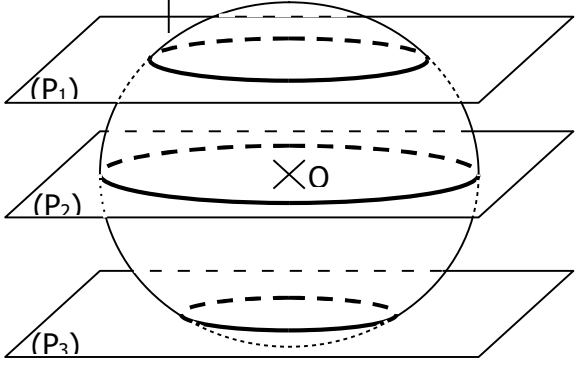
مساحة سطح الكرة التي نصف قطرها $\mathcal{R}$ تعطي بالعبارة: $\mathcal{A} = 4\,\pi\,\mathcal{R}^2$

c.حجم الجلة :

حجم الجلة التي نصف قطرها $\mathcal{R}$ تعطى بالعلاقة : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\,.\,\pi\mathcal{R}^3$

II.قطع كرة بمستو.

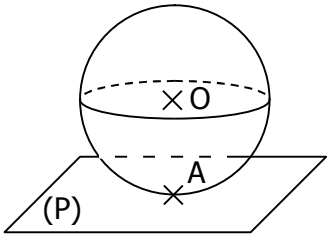
مقطع كرة بمستو هو دائرة.



ملاحظة:

عندما يمر المستوي بمركز الكرة O(المستويP_2)،
الدائرة لها نفس نصف قطر الكرة. نقول عنها أنها دائرة **كبرى** للكرة.

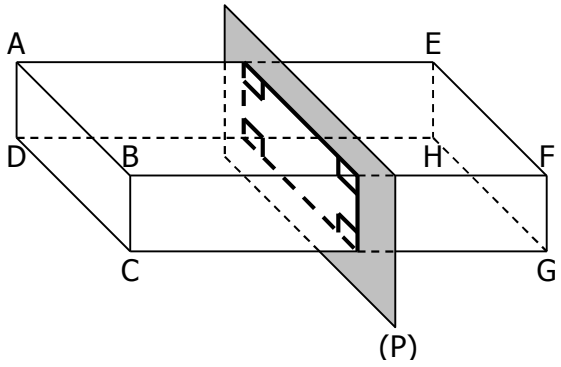
حالة خاصة :
عندما يكون تقاطع الكرة مع المستوي نقطة وحيدة
" أي دائرة قطرها معدوم " نقول أن هذا المستوي هو مماس للكرة.



III.قطع بلاطة (متوازي مستطيلات) بمستو.

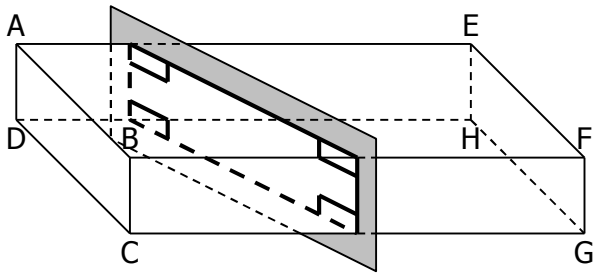
قطع متوازي مستطيلات بمستو مواز لوجه من وجوهه هو مستطيل مطابق لهذا الوجه.

مثال:
المستوي (P) موازي للوجه ABCD (أو EFGH)



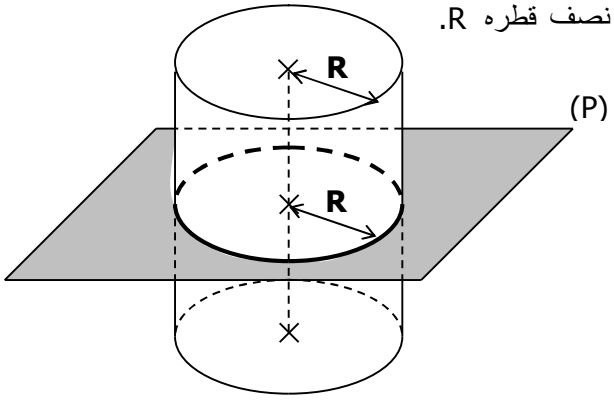
قطع متوازي المستطيلات بمستو مواز لحرف من حروفه هو مستطيل.

مثال:
المستوي (P) يوازي الحرف [AD] أو [BC] أو [EH] أو [FG]

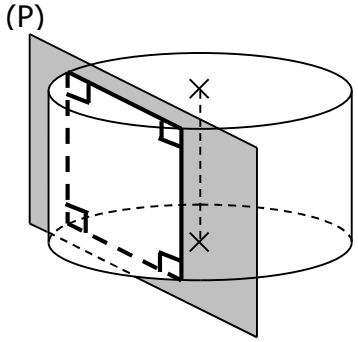


IV.مقطع أسطوانة بمستو .

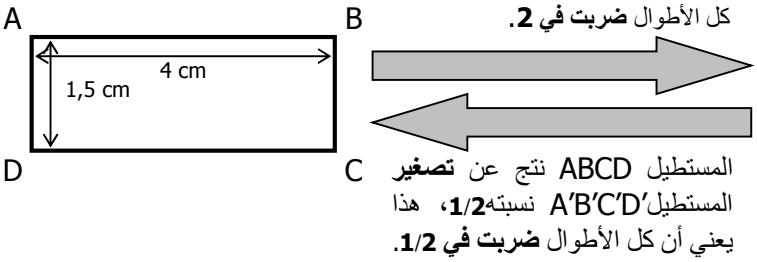
مقطع أسطوانة نصف قطرها R بمستو مواز للقاعدة هو قرص نصف قطره R.



مقطع أسطوانة بمستو مواز لمحورها هو مستطيل.

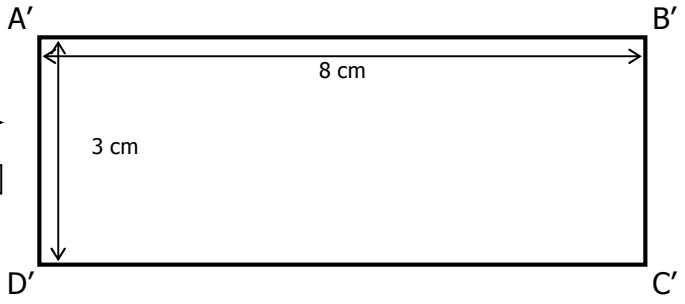


a. التكبير والتصغير (أمثلة):



المستطيل A′B′C′D′ نتج عن **تكبير** المستطيل ABCD **نسبته2**،هذا يعني أن كل الأطوال **ضربت في 2**.

المستطيل ABCD نتج عن **تصغير** المستطيل A′B′C′D′ نسبته**1/2**، هذا يعني أن كل الأطوال **ضربت في 1/2**.



b. تأثير التكبير أو التصغير على المساحات أو الحجوم:

$A = \pi R^2$
$A \approx 3{,}14 \times 1^2$
$A \approx 3{,}14\ cm^2$

(C)
1 cm

تم الحصول على القرص (C') من القرص (C) بتكبير نسبته 3 .
- تم ضرب الأطوال في 3
- تتضاعف المساحة بمقدار $3^2 = 9$

$A = \pi R^2$
$A \approx 3{,}14 \times 3^2$
$A \approx 3{,}14 \times 9$
$A \approx 28{,}26\ cm^2$

(C')
3 cm

$V = 4/3\ \pi R^3$
$V \approx 4/3 \times 3{,}14 \times 3^3$
$V \approx 1{,}33 \times 3{,}14 \times 27$
$V \approx 112{,}76\ cm^3$

(S)
3 cm

تم الحصول على الكرة (S') من الكرة (S) من خلال تصغيرها بنسبة 1/3.
- تم قسمة الأطوال على 3 (أو مضروبة في 1/3).
- تم قسمة الحجم إلى $27 = 3^3$ (أو مضروبًا في 1/27).

(S')
1 cm

$V = 4/3\ \pi R^3$
$V \approx 4/3 \times 3{,}14 \times 1^3$
$V \approx 1{,}33 \times 3{,}14 \times 1$
$V \approx 4{,}18\ cm^3$

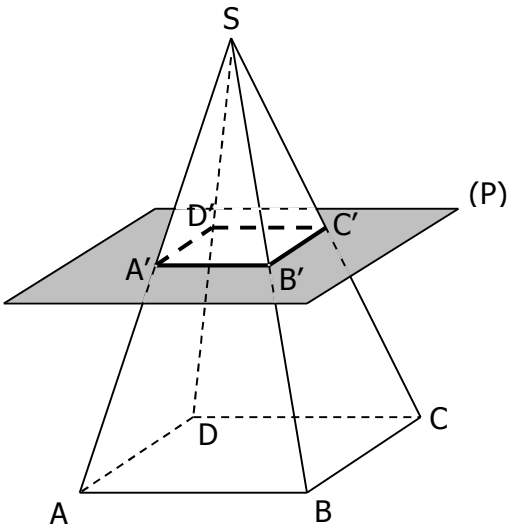
خواص : التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسمات. التكبير والتصغير لا يغيران أقياس الزوايا

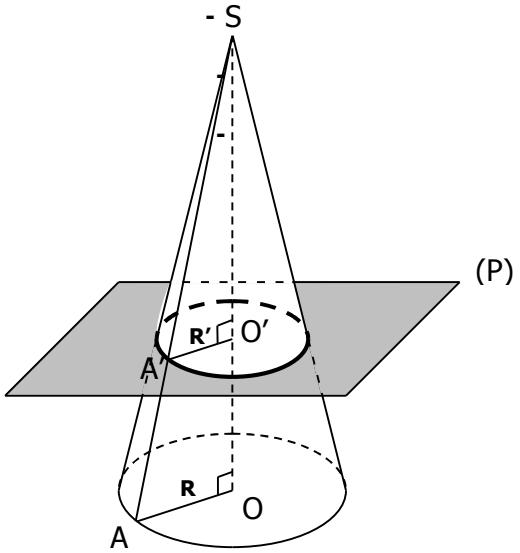
يسمى العدد k : سلم للتكبير $(k > 1)$ أو سلم التصغير $(0 < k < 1)$.

إذا كبرنا أو صغرنا مجسما بالسلم k فإن : أبعاده تضرب في العدد k . مساحته تضرب في العدد k^2 . حجمه يضرب في العدد k^3 .

c. مقطع هرم أو مخروط بمستو

مقطع هرم أو مخروط دوراني بمستو موازٍ للقاعدة هو تصغير للقاعدة.وهذا يعني أنها شكل ذات طبيعة واحدة (مستطيل ، مربع ، قرص ...) ولكن أطواله تتناسب مع أطوال القاعدة.





المخروط الدوراني

نستنتج أن :
(OA) // (O'A')
وحسب خاصية طالس، يمكن أن نكتب :

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'O'}{AO} = k$$

إنها نسبة التصغير إذن: $(k < 1)$

الهرم

نستنتج أن :
(AB)//(A'B') (BC)//(B'C') (CD)//(C'D') (DA)//(D'A')
وحسب خاصية طالس، يمكن أن نكتب :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = k$$

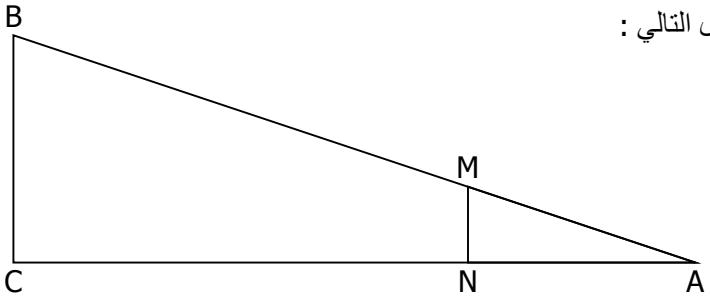
إنها نسبة التصغير إذن: $(k < 1)$

نشاط 2.1

نذكر بقاعدة حساب مساحة مثلث قائم :

$$A = \frac{\text{جـــداء طولـــي الضـــلعين القـــائمين}}{2}$$

نعتبر الشكل التالي :



1. قس أطوال أضلاع« المثلث الصغير» ثم احسب مساحته

AM = AN = MN = مساحة المثلث A_{AMN} = ...

2. قس أطوال أضلاع« المثلث الكبير» ثم احسب مساحته

AB = AC = BC = مساحة المثلث A_{ABC} = ...

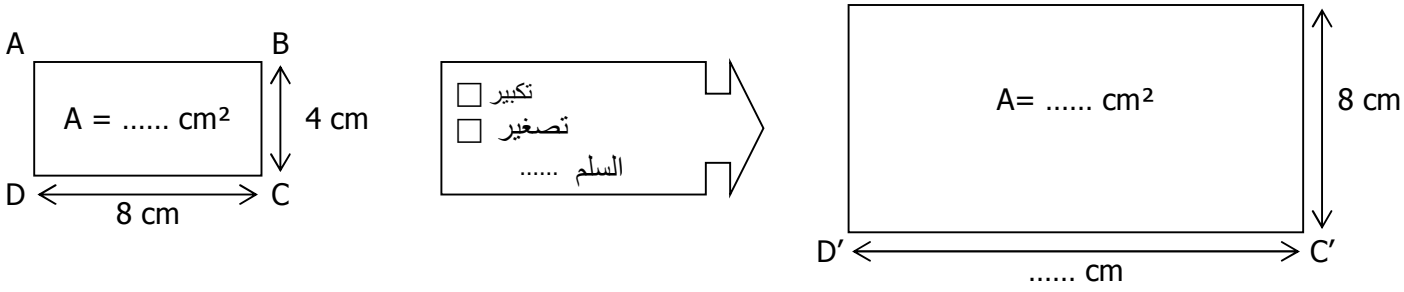
يمكن تطبيق على المثلثين « خاصية طالس » لان أطوال أضلاعهما فعليا متناسبة , نستنتج بان أطوال المثلث الصغير الأضلاع مضروبة في معامل تكبير لنصل إلى أطول أضلاع الكبير .

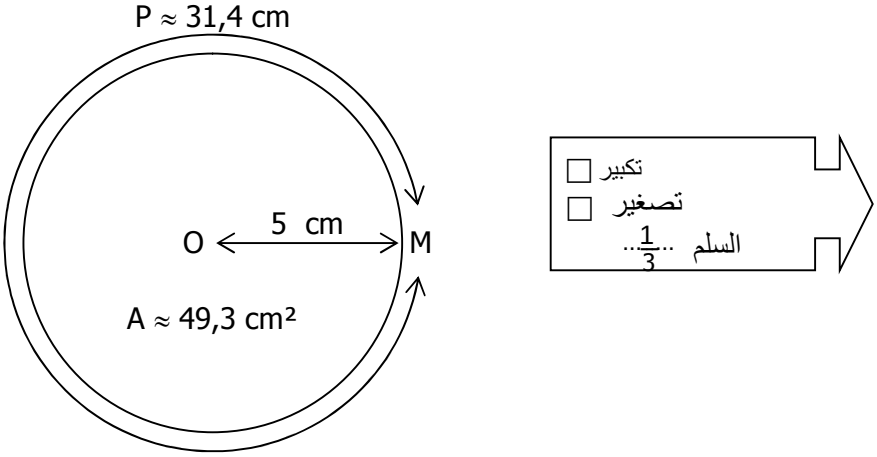
3. a. ما هو معامل التكبير ؟

نتيجة : معامل التكبير k ،للحصول على مساحة المثلث الكبير تضرب المساحة المثلث الصغير في .....

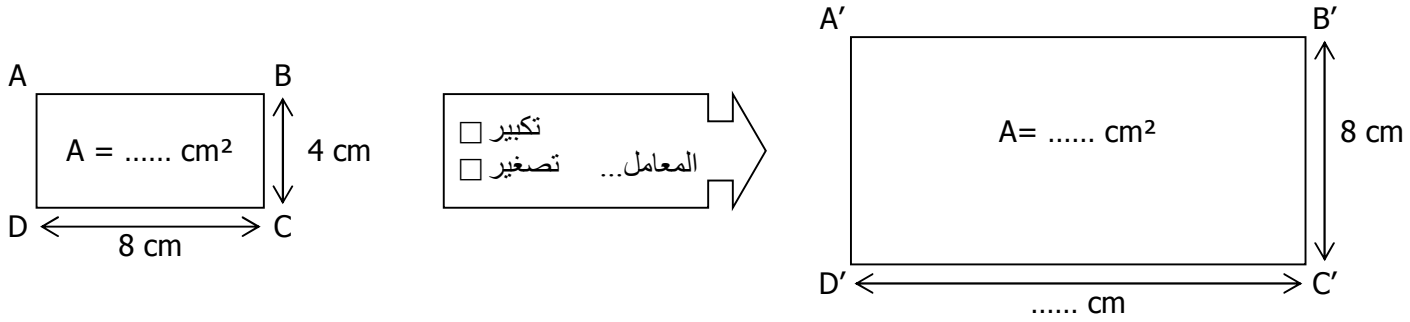
نشاط 2.2

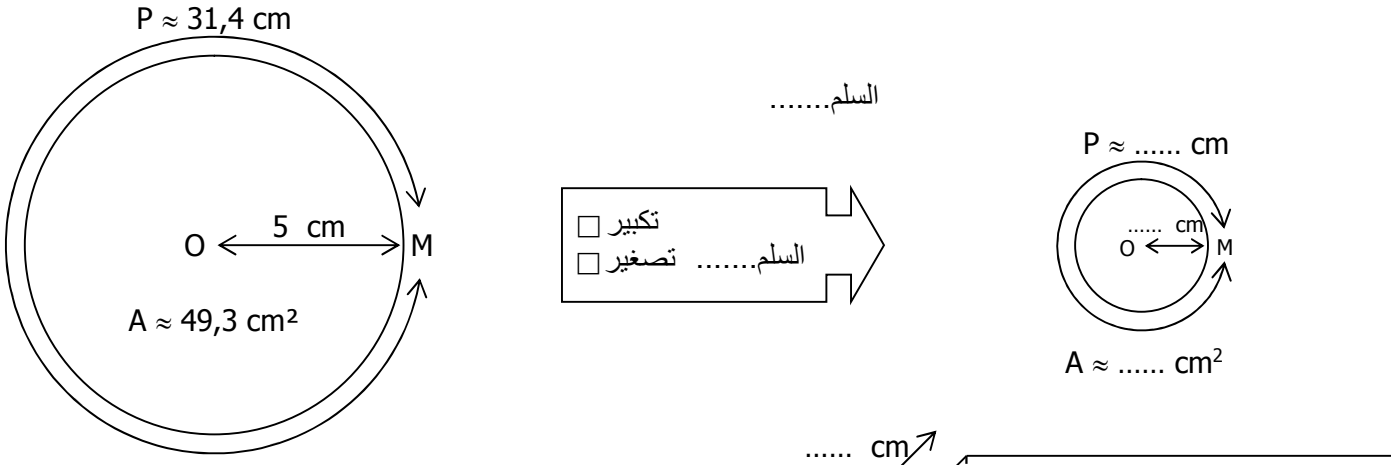
استعمل النتيجة السابقة للحصول عل الأطوال والمساحات الناقصة :

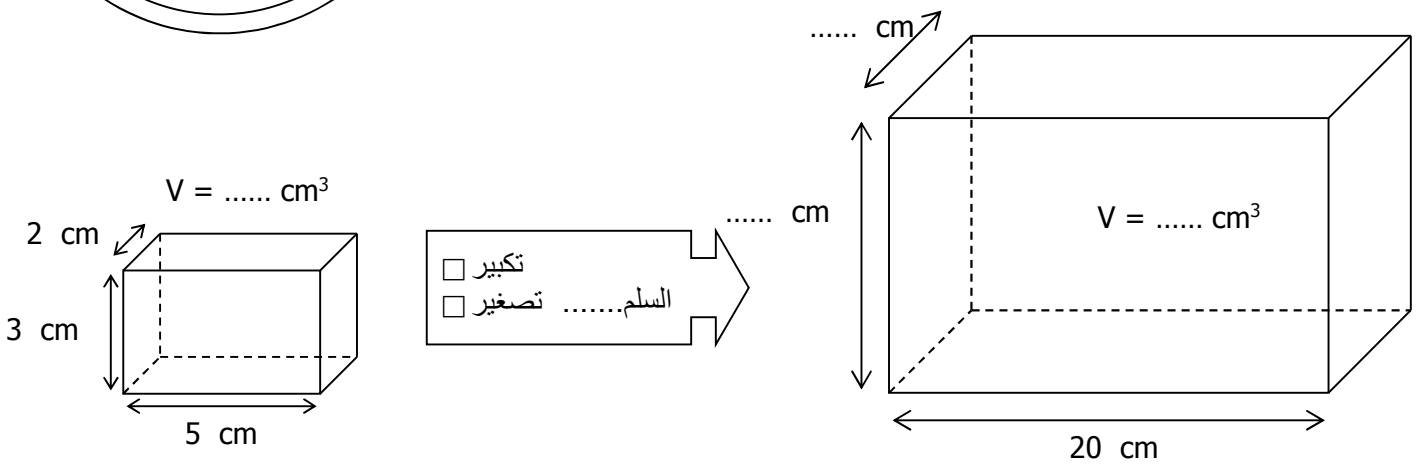


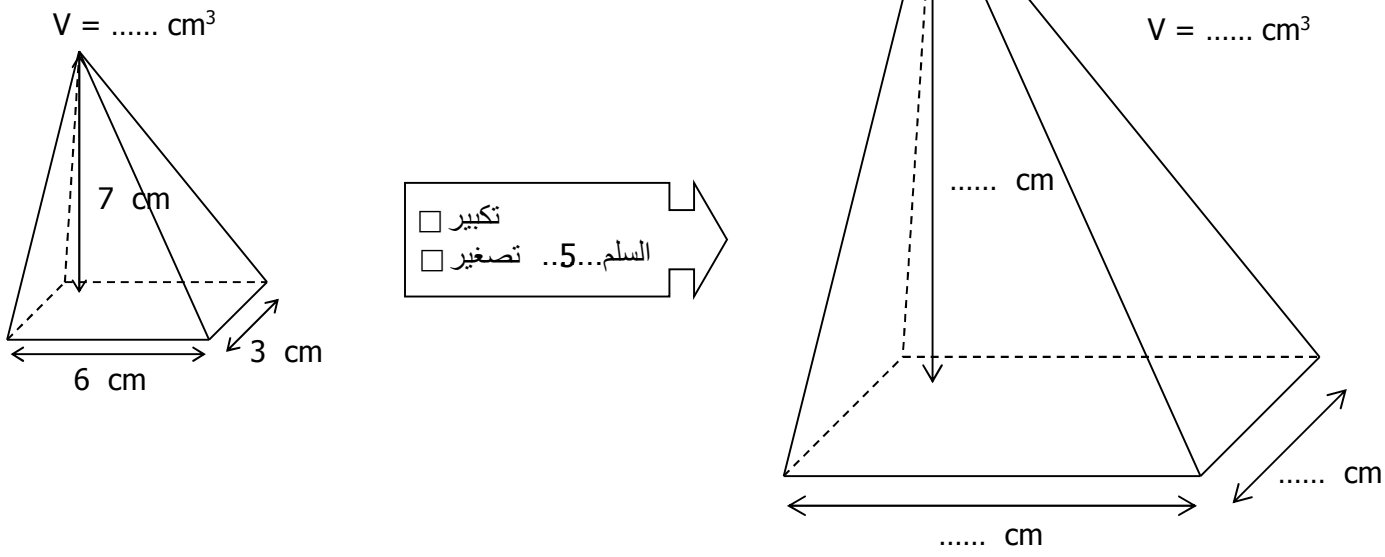


تمرين : أوجد الأطوال والمساحات والحجوم الناقصة .



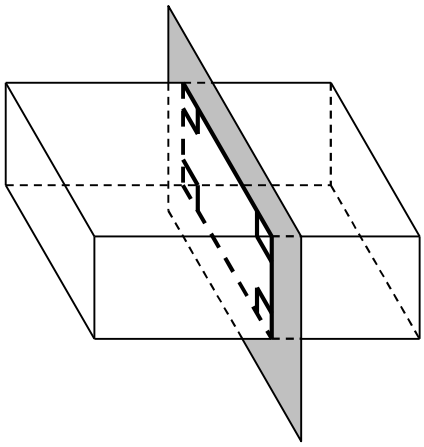




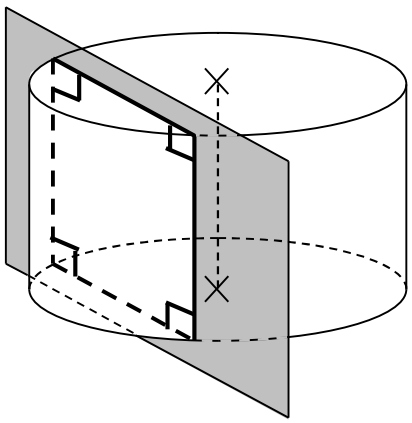


تمرين : في كل حالة ، حدد طبيعة القطع المجسم بالمستو الرمادي .

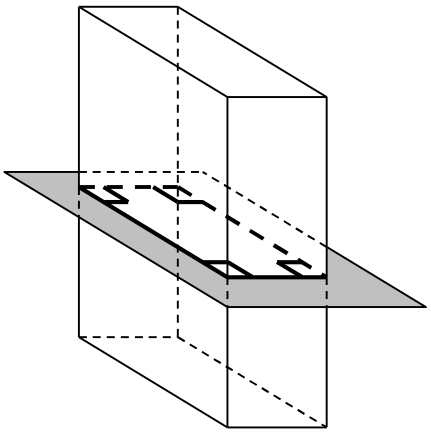
a.



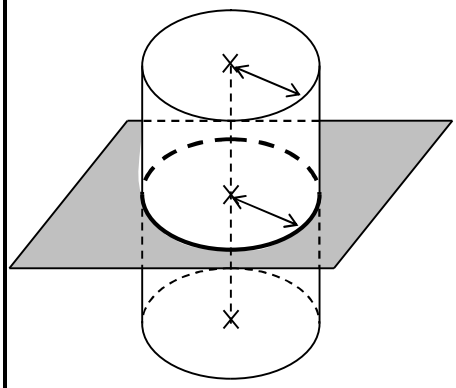
b.



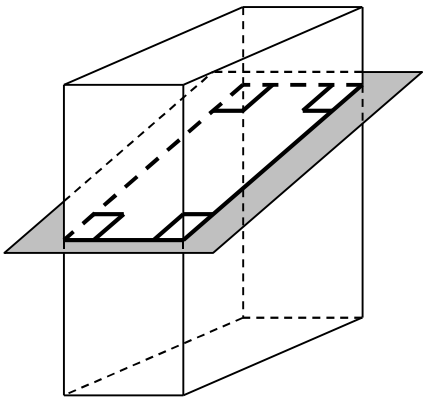
c.



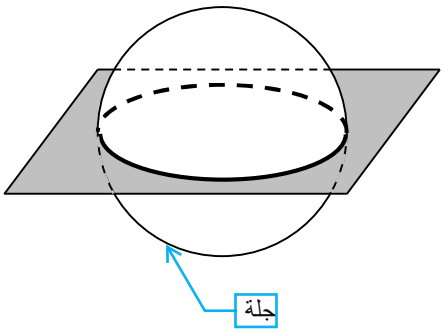
d.



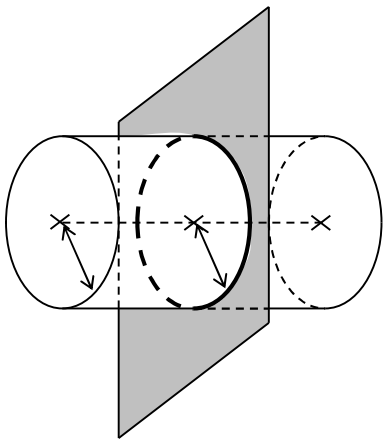
e.



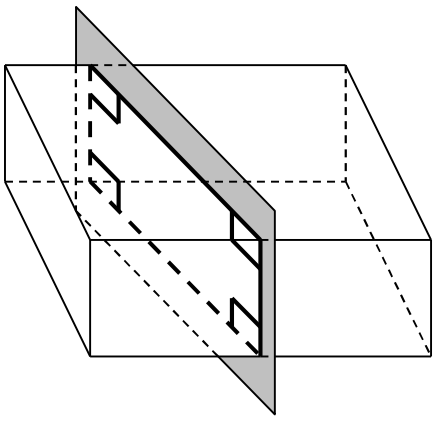
f.



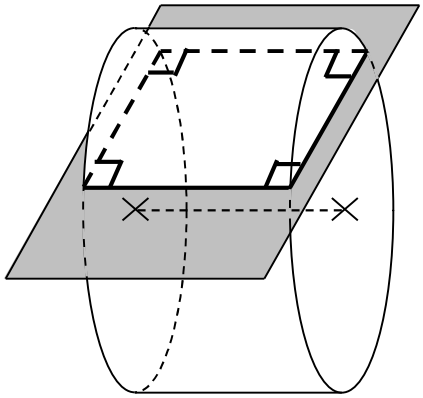
g.



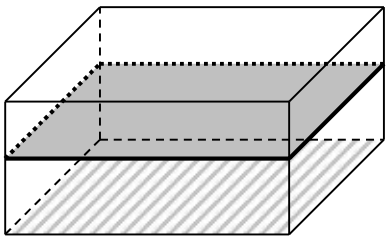
h.

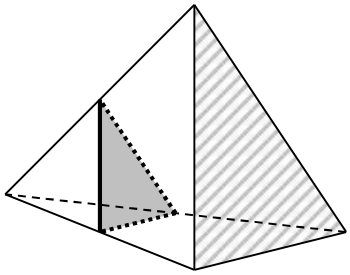


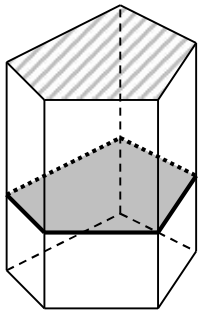
i.



نسمي مقطعا مستويا لمجسم هو تقاطع المستو بهذا الجسم .
تقاطع كل وجه بالمستو هو قطعة مستقيم. أي تقاطع مجسم **ذات أوجه** بمستو هو مضلع.
في هذه السلسلة من التمارين، نسعى لتحديد ذلك الجزء من المجسم الناتج من تقاطع مستو مواز لوجه واحد من المجسم. نحن نستخدم الخاصية التالية: أضلاع المقطع (باللون الرمادي) موازية لحواف الوجه الذي يعرف مستو القطع (المهشر):



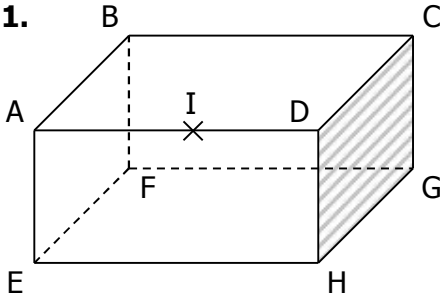




في كل تمرين، ارسم مقطع المجسم مع المستو يوازي أحد وجوهه المهشرة مارا بالنقطة I

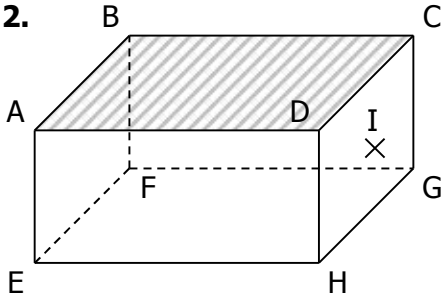
تمرين **1B.1**

1.



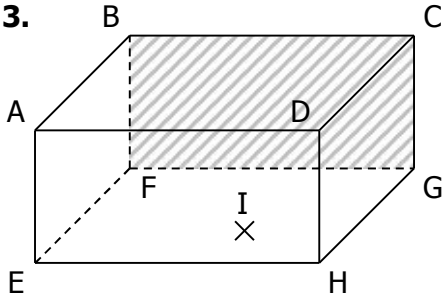
I ∈ [AD]

2.



I ∈ (CDH)

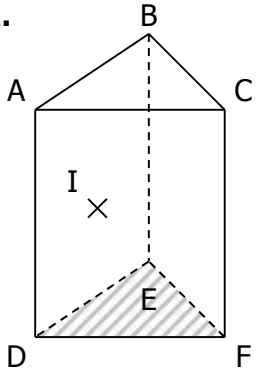
3.



I ∈ (EFG)

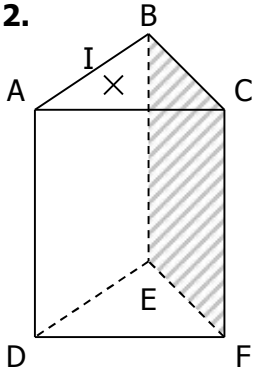
تمرين **1B.2**

1.



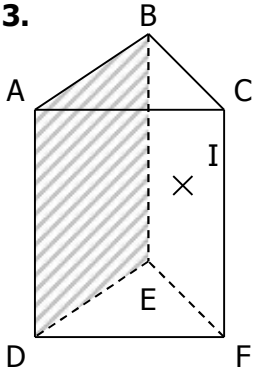
I ∈ (ABD)

2.



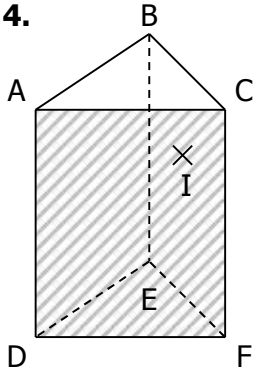
I ∈ (ABC)

3.



I ∈ (BCE)

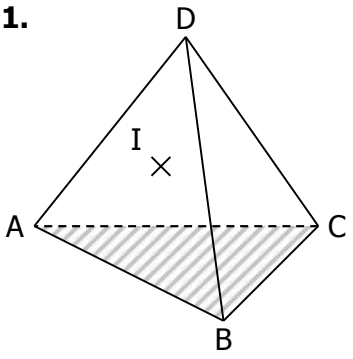
4.



I ∈ (BCE)

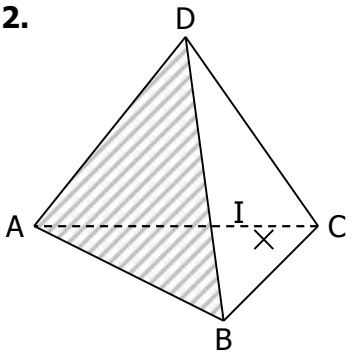
تمرين **1B.3**

1.



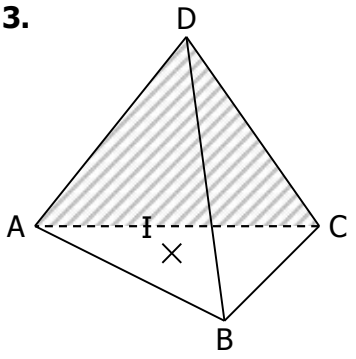
I ∈ (ABD)

2.



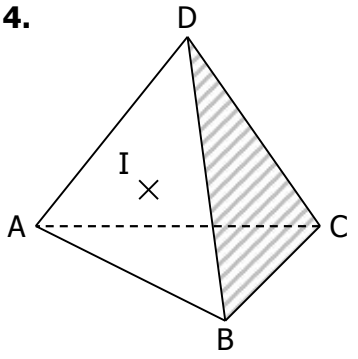
I ∈ (BCD)

3.



I ∈ (ABC)

4.

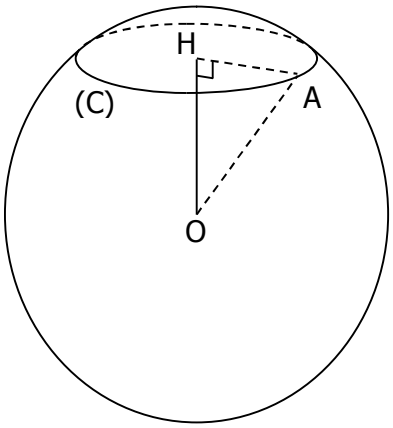


I ∈ (ACD)

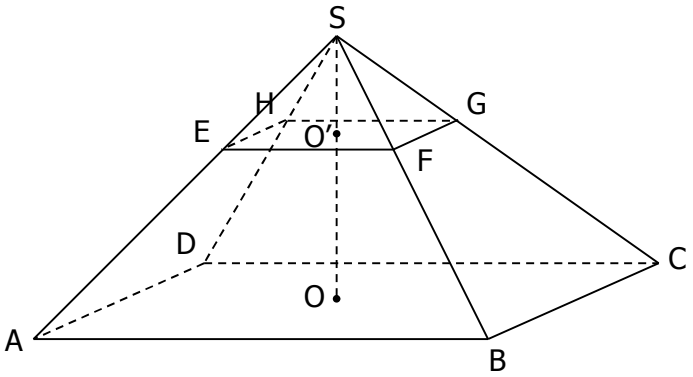
تمرين - **3A.1 مارسيليا**

مستوي يقطع كرة مركزها O نصف قطرها 10 cm في دائرة (C) مركز ها H

البعد من مركز الدائرة إلى المستو OH= 6 cm



الرسم ليس بالأبعاد الحقيقية .هذا الشكل يمثل كرة ودائرة (C) .
A هي نقطة من الدائرة .(C) .



1. باستخدام الرسم فقط، ارسم بالأبعاد الحقيقية المثلث **OHA** قائم في H. اترك اثأر خطوط الأنشاء.
2. احسب نصف قطر الدائرة**(C)** .

تمرين - **3A.2 بوردو**

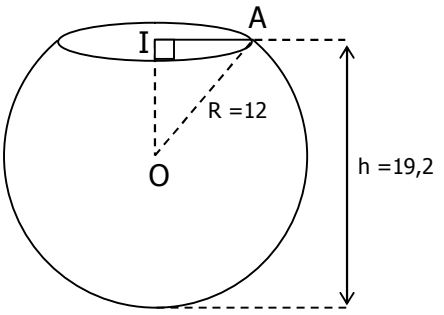
حوض للأسماك على شكل قلنسوة كروية (انظر الشكل أدناه)، الفوهة دائرة نصف قطرها R = 12 وارتفاعه h=19.2 (بالسنتيمتر).

1-احسب الطول OI ثم الطول IA .

2- تعطي كيفية حساب حجم الحوض بالصيغة:

$$\mathcal{V} = \frac{\pi h^2}{3}(3\mathcal{R} - h)$$

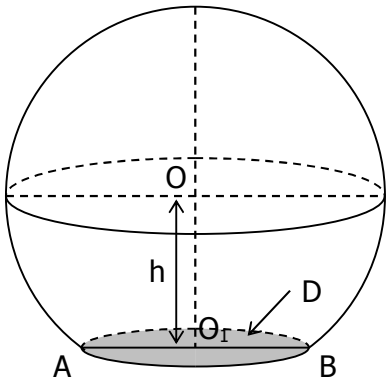
(حيث R هو نصف قطر الكرة و h هو ارتفاع الحوض)
احسب القيمة المقربة لحجم هذا الحوض إلى cm^3.



3- توجد 6 لترات من المياه في هذا الحوض.
عند تغيير مياه الحوض، ونسكب محتوياته في حاوية على شكل متوازي مستطيلات طوله 26 cm وعرضه 24 cm.
حدد ارتفاع المياه في الحاوية بالتقريب إلى mm .

تمرين – **3A.3 كان**

نجار يريد تشذيب مكعب طول حرفه 10 cm ليحصل على جلة من الخشب قطرها ليتم تركيبها على درابزين السلالم.



1- حدد حجم الخشب المزاح (بـ cm^3) بتشذيب المكعب .

2- ثم يتم قطع جزء من الجلة لتتمسك في مكانها .السطح الناتج قرص D مركزه O_1 و قطره AB = 5 cm.

احسب كم يبعد مركز الجلة (h في الشكل) على مركز القطع بتقريب إلى المليمتر mm.

للتذكير:

حجم الكرة من دائرة نصف قطرها R هو : $\frac{4}{3}\pi R^3$

تمرين – **3A.4 نانت**

علبة من الشوكولاتة على شكل هرم قاعدة مربعة، وقطع بمستو موازٍ للقاعدة .الجزء الهرم العلوي هو الغطاء، ويحتوي الجزء السفلي على الشوكولاتة.

نعطي: AB = 30 cm SO = 18 cm SO' = 6 cm

1.احسب حجم الهرم SABCD .

2.استنتج حجم الهرم SEFGH .

3.احسب حجم المجسم ABCDEFGH التي تحوي الشكولاتة.

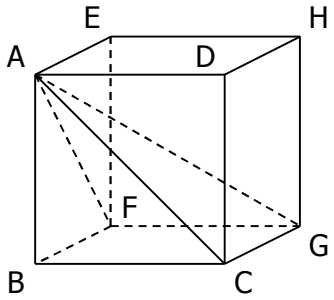
تمرين - **3A.5 بولينيزيا**

ABCDEFGH مكعب طول حرفه 6 cm

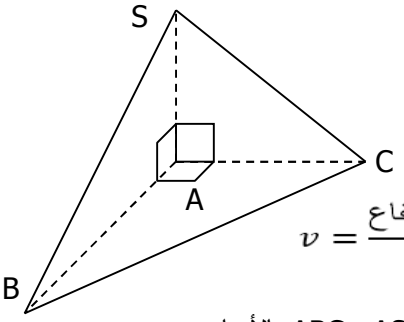
1.احسب AC ، أعط القيمة مضبوطة .

2.نقبل بأن المثلث ACG قائم في C .
احسب AG بأعطاء القيمة مضبوطة ثم القيمة المدورة إلى mm .

3. نعتبر ABCGF هرما ،احسب حجمه .



تمرين3B.1 ريونيون
SABC هو هرم قمته S
القاعدة ABCهي مثلث متساوي الساقين في A حيث :
AC = 3 cm.
الارتفاع [SA]طوله 4 cm.

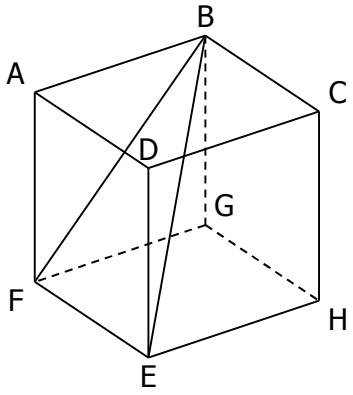


1.احسب حجم الهرم SABC.
تذكير: حجم الهرم V يعطى بالعلاقة التالية:

$$v = \frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$$

2. a.ارسم المثلثات ASC، ASB ، ABC بالأبعاد الحقيقية كلا على حدى.
b.استنتج كيف ترسم المثلث BCS بالأبعاد الحقيقية دون حساب

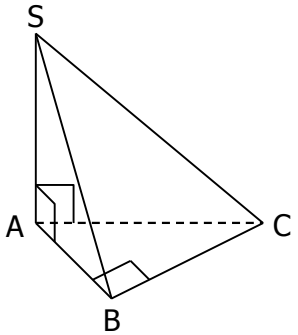
تمرين**3B.2 -** تركيا
الشكل أسفله هو بلاطة قائمة من خشب منها نقطع الهرم ADEFB.



AB = 4 cm
AF = 4 cm
BD = 5 cm

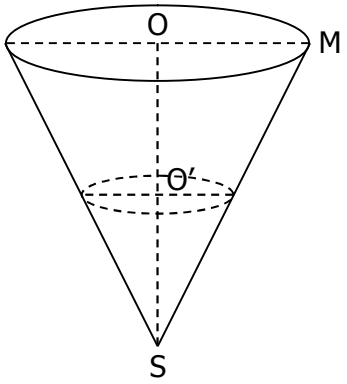
1.النقطة A هل هي على المستقيم (HG) ؟
2. ارسم بالأبعاد الحقيقية الوجه ABD ثم احسب القيمة المضبوطة لـ: AD.
3.احسب حجم هذا الهرم وبين أنه يمثل أكثر من٪ 30 من حجم البلاطة القائمة.
تذكرة : حجم الهرم: $\frac{B \times h}{3}$

تمرين**3B.3 -** أفريقيا
يمثل الرسم المقابل هرم SABC
ارتفاعه SA = 5 cm ، وقاعدته هي المثلث ABC القائم فيB
AB = 4 cm . BC = 3 cm



1.احسب مساحة المثلث ABC ثم حجم الهرم.SABC
2.ارسم مخطط (منشور) هذا الهرم.

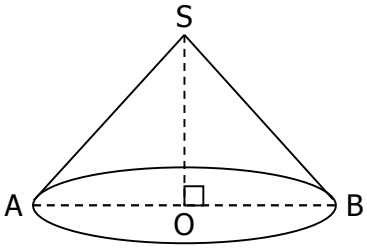
تمرين**3B.4** جزر الأنتيل
الحاوية المقابلة لها شكل مخروطي أبعادها OM = 5cm و OS = 10 cm .



1.احسب بـ cm^3 حجم الحاوية (أعط قيمة تقريبية إلى العشر).
2. يتم تعبئة الحاوية بالماء إلى النقطة O' ؛ O'S يساوي 5,3cm . من المعروف أن المخروط المكون من السائل هو تصغير للمخروط الأول

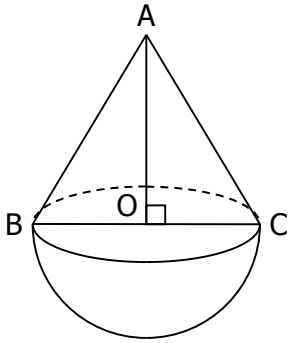
a. حدد معامل التصغير.
b.احسب قيمة التقريبية لحجم الماء.
3. احسب ظل الزاوية $\widehat{SMO}$.
4. أعطِ قيمة تقريبية لـ$\widehat{SMO}$ إلى أقرب درجة.

تمرين**3B.5** بواتيه
مخروط دوراني قمته النقطة S ؛ ارتفاعه 9 cm قاعدتها عبارة عن دائرة ذات المركز O ونصف قطرها 6 cm ، وبالتالي تكون القطعة [AB] قطر لها .
لا يطلب إعادة رسم الشكل.



1. احسب حجم هذا المخروط بالتقريب إلى $0.1\ cm^3$
2. احسب الطول SA بتقريب 0.1 cm .

تمرين **3B.6** غرونوبل



الوحدة هي السنتيمتر. لعبة لها شكل نصف كرة يعلوها مخروط دوراني قمته A ، كما هو موضح في الشكل المقابل. القطعة [BC] هي قطر قاعدة المخروط: النقطة Oهي مركز القاعدة

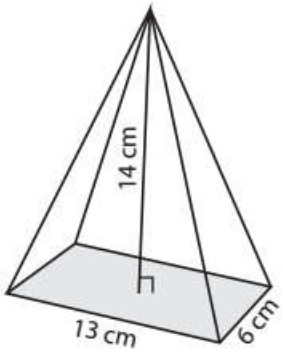
نعطي: AB = 7 و BC = 6.
1. a . ارسم المثلث **AOB** بالابعاد الحقيقية .
b. احسب القيمة المضبوطة لـ AO
c.احسب القيمة الدقيقة لجيب الزاوية $\widehat{BAO}$
ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{BAO}$ (أعط النتيجة بالتدوير إلى الدرجة).
2.احسب حجم هذه اللعبة ، المخروط ونصف الكرة معا (أعط النتيجة بالتدوير إلى CM^3)

1cm(سنتيمتر) =0.033 ft (قدم) = 0,394 in (بوصة)

الاسم واللقب : القسم : فوج :

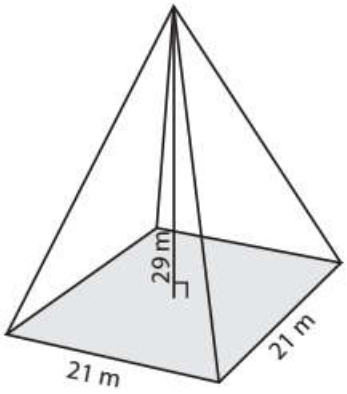
تدريب: احسب حجم كل هرم في كل حالة، النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$

1)



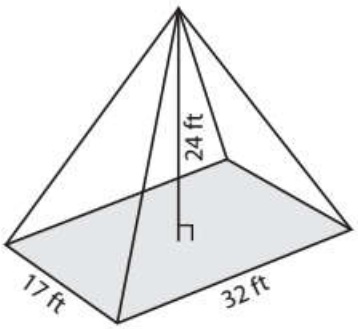
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

2)



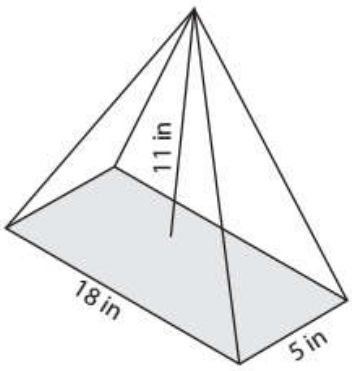
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

3)



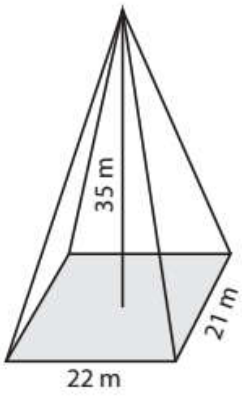
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

4)



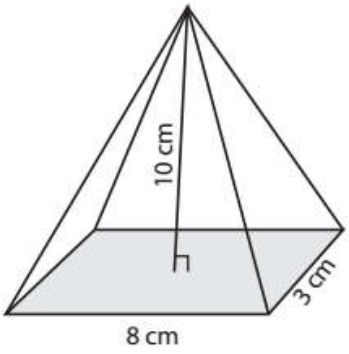
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

5)



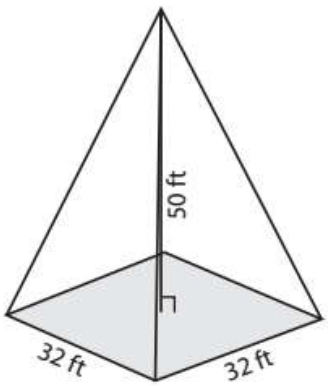
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

6)



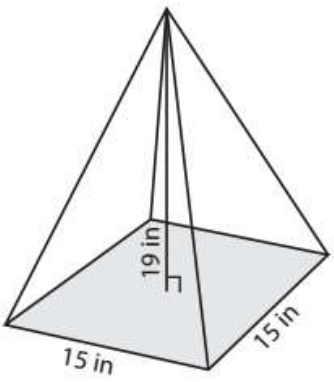
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

7)



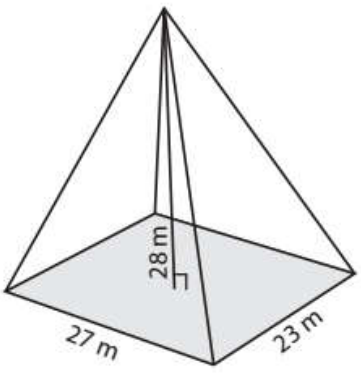
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

8)



$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

9)

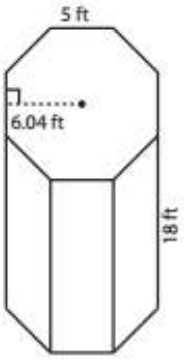


$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

الاسم واللقب : القسم : فوج :

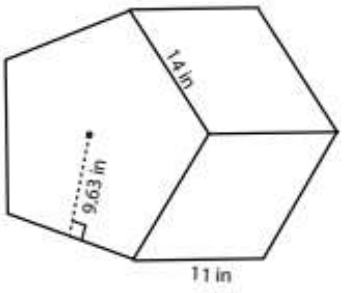
تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$

1)



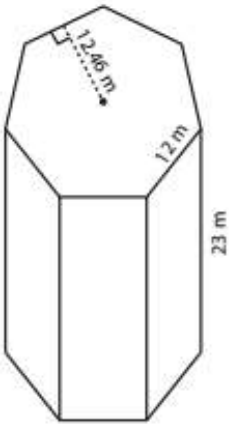
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2)



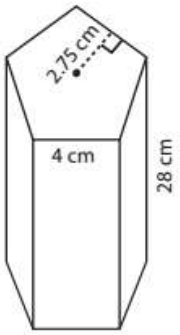
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

3)



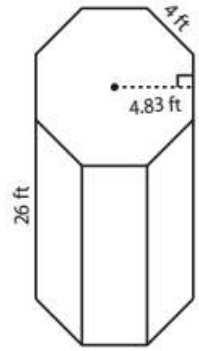
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

4)



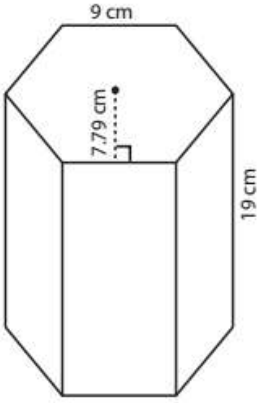
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

5)



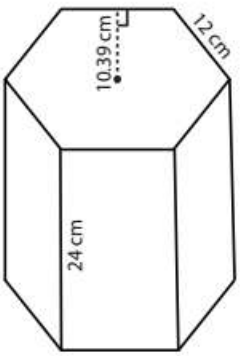
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

6)



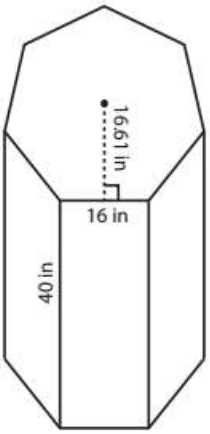
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

7)



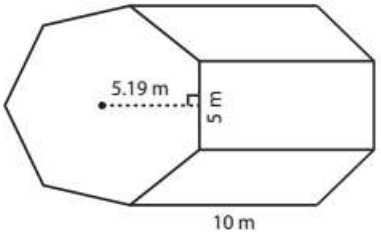
$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

8)



$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

9)

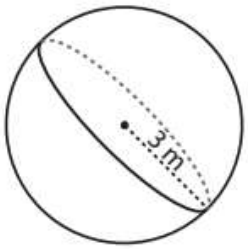


$v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

الاسم واللقب : القسم : فوج :

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$ ($\pi = 3.14$)

1)

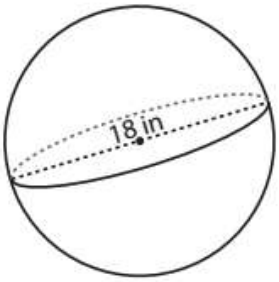


$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

2)

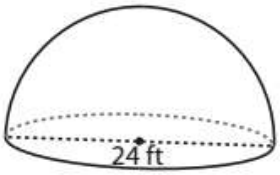
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

3)



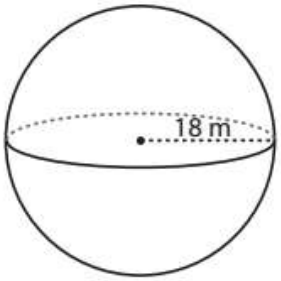
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

4)



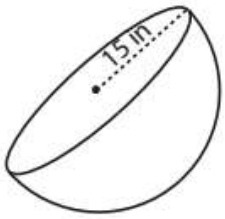
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

5)



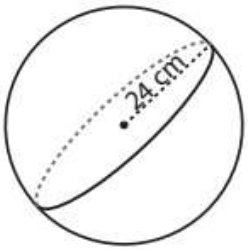
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

6)



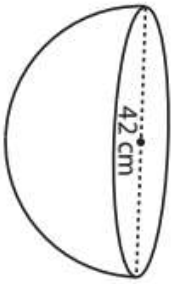
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

7)



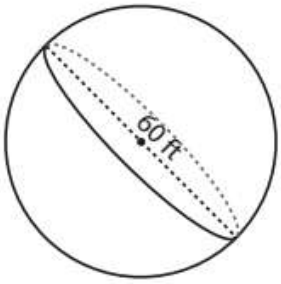
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

8)



$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

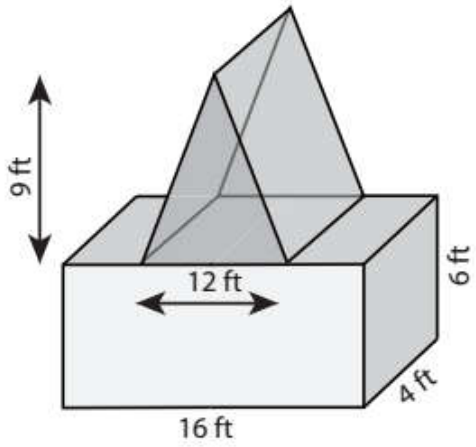
9)



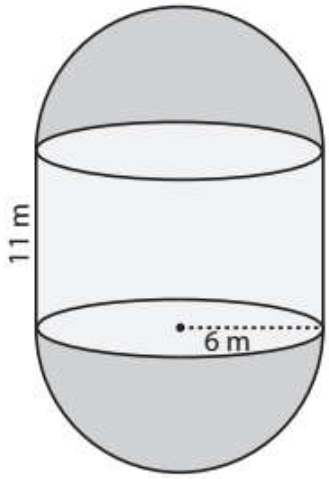
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$ ($\pi = 3.14$)

1)

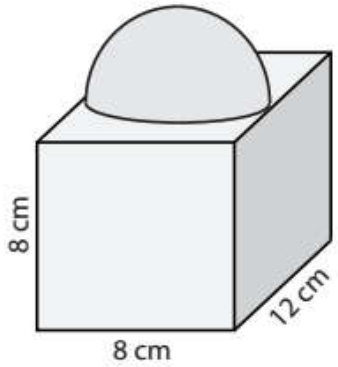


2)

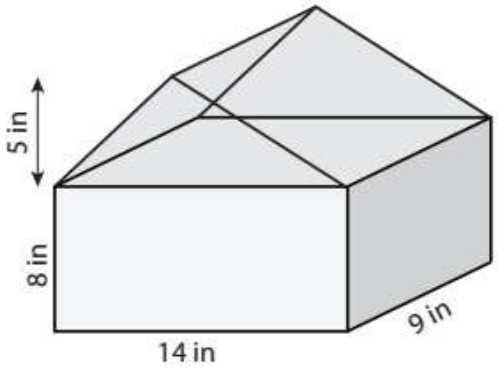


$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$	$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$	$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

3)

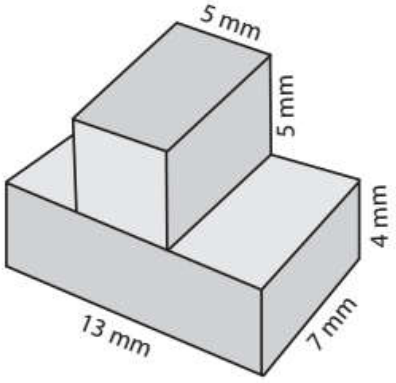


4)

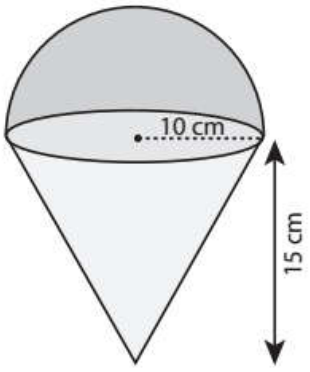


$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$	$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$	$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

5)



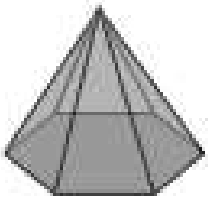
6)



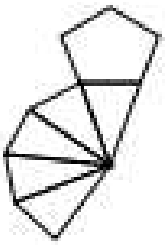
$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$	$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$	$v = \cdots\cdots\cdots\cdots$

تدريب: اختر منشور (تصميم) المجسم في كل حالة.

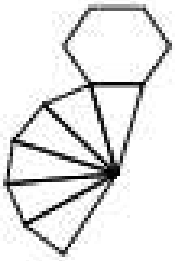
1)



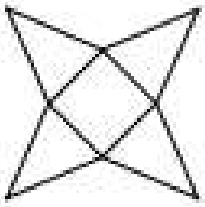
a)



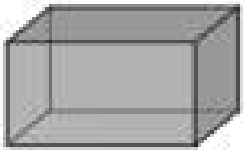
b)



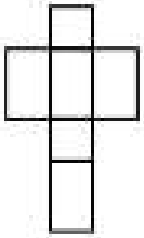
c)



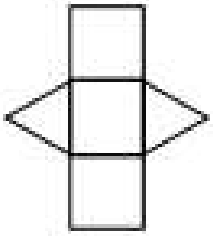
2)



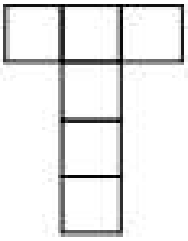
a)



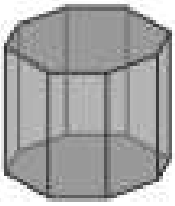
b)



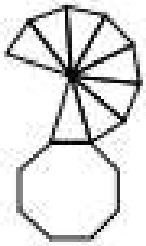
c)



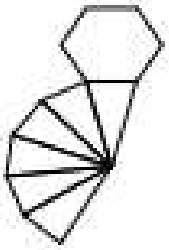
3)



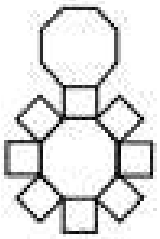
a)



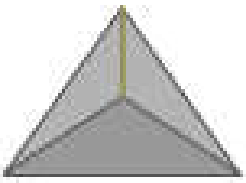
b)



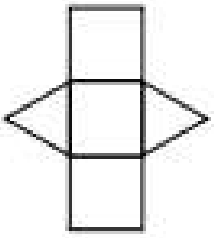
c)



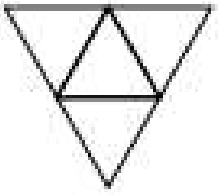
4)



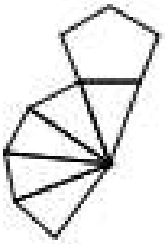
a)



b)

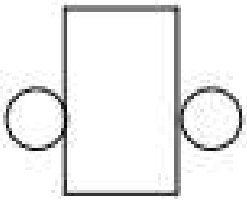


c)

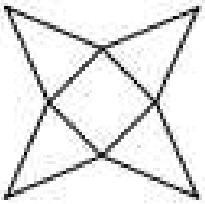


5)

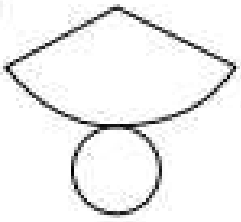
a)



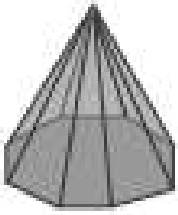
b)



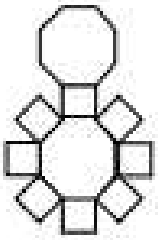
c)



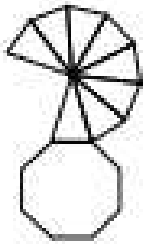
6)



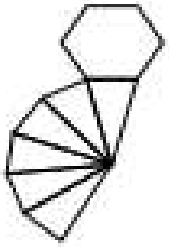
a)



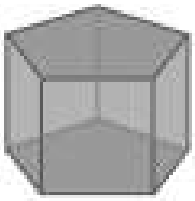
b)



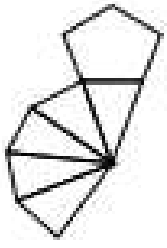
c)



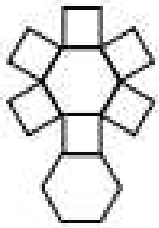
7)



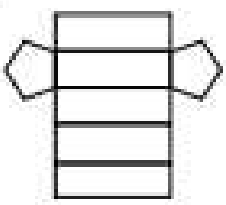
a)



b)



c)



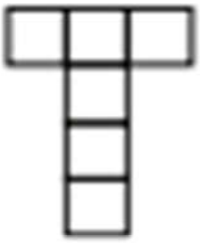
تدريب: اختر منشور (تصميم) المجسم في كل حالة .

1)

a)

b)

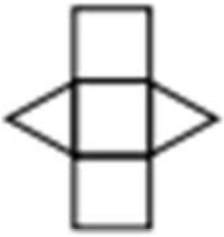
c)



2)

a)

b)

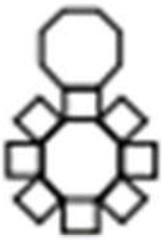


c)

3)

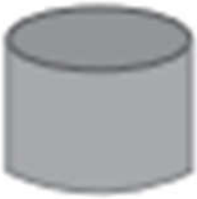
a)

b)

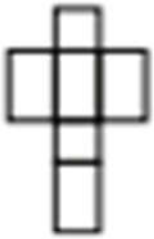


c)

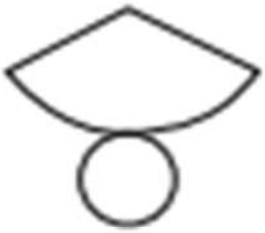
4)



a)



b)



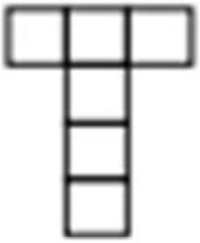
c)

5)

a)

b)

c)



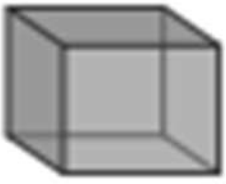
6)

a)

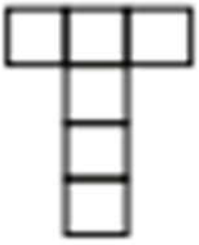
b)

c)

7)



a)



b)

c)