

متوسطة الشهيد: بن موسى الحاج

تمارين محلولة في مادة الرياضيات

السنة

4

متوسط

جمع وترتيب الأستاذ: بلعكري عادل

التمرين (1): أكتب على أبسط شكل ممكن ما يلي :

$$A = \frac{3}{2} - \frac{1}{5} \times \frac{20}{7} \text{ , } B = \left(\frac{3}{9} - \frac{6}{48} \right) : \frac{15}{12} \text{ , } C = \frac{25 \times 10^2 \times 169}{13 \times 500 \times 65}$$

الحل:

$$A = \frac{3}{2} - \frac{1}{5} \times \frac{20}{7} = \frac{3}{2} - \frac{1 \times 4}{1 \times 7} = \frac{3}{2} - \frac{4}{7} = \frac{21 - 8}{14} = \frac{13}{14}$$

$$B = \left(\frac{3}{9} - \frac{6}{48} \right) : \frac{15}{12} = \left(\frac{3:3}{9:3} - \frac{6:6}{48:6} \right) : \frac{15}{12} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) : \frac{15}{12}$$

$$= \left(\frac{8-3}{24} \right) : \frac{15}{12} = \frac{5}{24} \times \frac{12}{15} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$C = \frac{25 \times 10^2 \times 169}{13 \times 500 \times 65} = \frac{25 \times 10^2 \times 13 \times 13}{13 \times 2 \times 25 \times 10 \times 65} = \frac{13 \times 10}{2 \times 65} = \frac{130}{130} = 1$$

التمرين (2):

• أحسب القاسم المشترك الأكبر للعدين 729 و 513.

• استنتج الكسر غير القابل للاختزال المساوي

$$\frac{513}{729}$$

الحل:

بتطبيق خوارزمية إقليدس (القسمات المتتالية)

$$PGCD(729; 513)$$

$$729 = 513 \times 1 + 216$$

$$513 = 216 \times 2 + 81$$

$$216 = 81 \times 2 + 54$$

$$81 = 54 \times 1 + 27$$

$$54 = 27 \times 2 + 0$$

$$PGCD(729; 513) = 27$$

استنتج الكسر غير القابل للاختزال المساوي للكسر $\frac{513}{729}$.

ومنه $\frac{513:27}{729:27} = \frac{19}{27}$ إذن الكسر الغير القابل للاختزال هو $\frac{19}{27}$

التمرين (3):

لتكن العبارة E حيث : $E = (2x-5)^2 - 36$

1. تحقق بالنشر أن : $E = 4x^2 - 20x - 11$

2. حلّ العبارة E إلى جذاء عاملين .

الحل:

1. التحقق بالنشر أن : $E = 4x^2 - 20x - 11$

$$E = (2x-5)^2 - 36 = (2x)^2 - 2(2x)(5) + 5^2 - 36$$

$$E = 4x^2 - 20x + 25 - 36 = 4x^2 - 20x - 11$$

$$E = 4x^2 - 20x - 11$$

2. تحليل العبارة E إلى جذاء عاملين.

$$E = (2x-5)^2 - 36 = (2x-5)^2 - 6^2 = [(2x-5)-6][(2x-5)+6]$$

$$E = (2x-11)(2x+1)$$

1. أنشر وبسط العبارة $(3x-2)^2$.

التمرين (4):

لتكن العبارة الجبرية H حيث:

$$H = (3x-2)(x+1) + 9x^2 - 12 + 4$$

2. حلّ H إلى جذاء عاملين من الدرجة الأولى .

3. حل المعادلة $(3x-2)(4x-1) = 0$

الحل:

1. نشر وبسط العبارة $(3x-2)^2$.

$$(3x-2)^2 = 9x^2 - 12 + 4$$

$$H = (3x-2)(x+1) + 9x^2 - 12 + 4$$

2. تحليل H إلى جذاء عاملين من الدرجة الأولى .

$$H = (3x-2)(x+1) + 9x^2 - 12 + 4$$

$$H = (3x-2)(x+1) + (3x-2)^2$$

$$H = (3x-2)(x+1) + (3x-2)(3x-2)$$

$$H = (3x-2)[(x+1) + (3x-2)]$$

$$H = (3x-2)(x+1+3x-2)$$

$$H = (3x-2)(4x-1)$$

3. حل المعادلة $(3x-2)(4x-1) = 0$

إذن للعبارة حلان هما $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}$

التمرين (5):

(1) علم النقطتين : $A(3,3)$ و $B(7,-1)$ في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس (O, i, j)

(2) أحسب إحداثيتي N منتصف $[OB]$

(3) أحسب إحداثيتي C بحيث يكون الرباعي OABC متوازي أضلاع.

(4) أحسب الطولين OB و AC ثم استنتج طبيعة الرباعي OABC .

الحل:

(1) تعليم النقطتين : $A(3,3)$ و $B(7,-1)$ في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس (O, i, j)

(2) حساب إحداثيتي N منتصف $[OB]$ حيث : $N(x_N; y_N)$

$$N\left(\frac{x_B + x_O}{2}; \frac{y_B + y_O}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{7+0}{2}; \frac{-1+0}{2}\right)$$

$$N(3.5; -0.5)$$

(3) أحسب إحداثيتي C بحيث يكون الرباعي OABC متوازي أضلاع

$$(x_B - x_A; y_B - y_A) = (x_C - x_O; y_C - y_O)$$

$$(7-3; -1-3) = (x_C - 0; y_C - 0)$$

إذن : $\overline{AB} = \overline{OC}$ ومنه

$$\text{ومنّه : } \begin{cases} 7-3 = x_C \\ -1-3 = y_C \end{cases} \text{ إذن إحداثيات النقطة C هي } C(4; -4)$$

(4) حساب الطولين OB و AC

$$AC = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} = \sqrt{(4-3)^2 + (-4-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{50}$$

$$OB = \sqrt{(x_b - x_o)^2 + (y_b - y_o)^2} = \sqrt{(-1-0)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (7)^2} = \sqrt{50}$$

إنّ طبيعة الرباعي $OABC$ هو مستطيل لأن القطران OB و AC متساويان.

التمرين (6):

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - y = -24 \end{cases} \quad \text{أوجد الثنائية التي تكون حل للجملة التالية :}$$

الحل:

أيجاد الثنائية التي تكون حل للجملة التالية :

$$\begin{cases} 3x - y = 0 & (1) \\ x - y = -24 & (2) \end{cases}$$

$$y = 3x \quad (3)$$

من المعادلة (1) نجد :

$$x - 3x = -24$$

$$-2x = -24$$

بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (2) نجد :

$$x = 12$$

حساب قيمة y :

$$3 \times 12 - y = 0$$

$$y = 36$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

إنّ الثنائية (12;36) هي حل لجملة معادلتين.

التمرين (6):

يبين الجدول الآتي علامات قسم رابعة متوسط في الفرض الأخير لمادة الرياضيات:

العلامات	$0 \leq x \leq 5$	$5 \leq x \leq 10$	$10 \leq x \leq 15$	$15 \leq x \leq 20$
عدد التلاميذ	07	12	18	5

(1) ما هو عدد تلاميذ القسم ؟

(2) اكتب جدولا تبين فيه التكرارات المجمعة و مراكز الفئات.

(3) احسب المتوسط المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية .

(4) عين كلا من : مدى كل فئة - الفئة الوسيطة - ا

لفئة المتوسطة لهذه السلسلة الإحصائية .

الحل :

الجدول الآتي علامات قسم رابعة متوسط في الفرض الأخير لمادة الرياضيات:

العلامات	$0 \leq x < 5$	$5 \leq x < 10$	$10 \leq x < 15$	$15 \leq x \leq 20$
عدد التلاميذ	07	12	18	5
التكرار المجموع	7	19	37	42
التكرار المجموع	42	35	23	5
مراكز الفئات	$\frac{0+5}{2} = 2,5$	$\frac{5+10}{2} = 7,5$	$\frac{10+15}{2} = 12,5$	$\frac{15+20}{2} = 17,5$

1/ عدد تلاميذ القسم هو 42 تلميذ

2/ كتابة الجدول أعلاه مع تبين فيه التكرارات المجمعة و مراكز الفئات.

3/ حساب المتوسط المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية .

$$\bar{x} = \frac{7 \times 2,5 + 12 \times 7,5 + 18 \times 12,5 + 5 \times 17,5}{7 + 12 + 18 + 5} = \frac{17,5 + 90 + 225 + 87,5}{42} = \frac{420}{42} = 10$$

4/ عين كلا من :

• مدى كل فئة

$$5 - 0 = 10 - 5 = 15 - 10 = 20 - 15 = 5$$

• الفئة الوسيطة لدينا (N=عدد التلاميذ"التكرارات")

$$N = 42 \Rightarrow \begin{cases} \frac{N}{2} = \frac{42}{2} = 21 \\ \frac{N}{2} + 1 = \frac{42}{2} + 1 = 22 \end{cases}$$

إنّ القيمة الوسيطة موجودة في الرتبين 21 و 22 وهي : $10 \leq x < 15$

• الفئة المتوسطة لهذه السلسلة الإحصائية

هي التي تقابل أكبر تكرار 18 وهي $10 \leq N < 15$

المسألة:

الجزء الأول:

بمك فلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ثلاثة أضعاف عرضها ومساحتها 67500 m^2

✓ احسب طول وعرض هذه القطعة .

الجزء الثاني:

عرس هذا الفلاح قطعة الأرضية ببطيخاً .

أثناء بيع المنتج عرض الفلاح على الزبائن صيغتين :

الصيغة A : 50 DA لكل كيلو غرام الواحد .

الصيغة B : 40 DA لكل كيلو غرام الواحد مع إضافة ثمن النقل قدره 600 DA .

1. أنقل ثم أتمم الجدول المقل :

وزن المنتج بـ (Kg)	40
المبلغ حسب الصيغة A (DA)	
المبلغ حسب الصيغة B (DA)	

ليكن x عدد الكيلو غرامات المبيعة ، $f(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة A و $g(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة B .

2. عرّس بدلالة x عن $f(x)$ و $g(x)$.

3. في نفس المعلم المتعامد والمتجانس أنشي تمثيلين الدالتين $f(x)$ و $g(x)$.

ملاحظة : 1cm على محور الفواصل يمثل 10 كيلو غرام و 1cm على محور التوابل يمثل 1000 DA (

4. حل المتراجحة : $50x < 40x + 600$ ، ثم قدم تفسيراً لهذا الحل .

5. حشد من البيان (بالتوضيح) الصيغة الأكثر فائدة للزبون مع الترح .

الحل:

الجزء الأول:

نفرض أن x هو العرض فيكون الطول هو $3x$

$$3x^2 = 67500$$

$$x^2 = 22500$$

معناه $x = 150$ لأن الأطوال موجبة إذن $x = -150$ مرفوضة

عرض الحديقة هو 150

طول الحديقة هو 300

الجزء الثاني:

الصيغة 1 : دفع 50 دينار للكيلو غرام

الصيغة 2 : دفع 40 دينار للكيلو غرام إضافة إلى 600 DA .

تكملة الجدول :

وزن المنتج بـ (kg)	40	60
المبلغ حسب الصيغة A بـ (DA)	2000	3000
المبلغ حسب الصيغة B بـ (DA)	2200	3000

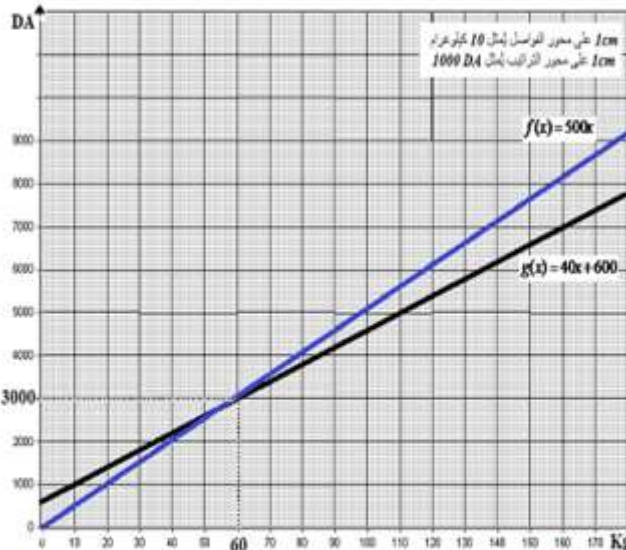
التعبير بدلالة x :

$$f(x) = 50x \quad g(x) = 40x + 600$$

التمثيل البياني :

$g(x) = 40x + 600$		
x	0	60
y	600	3000
(x ; y)	(0 ; 600)	(60 ; 3000)

$f(x) = 50x$		
x	0	60
y	0	3000
(x ; y)	(0 ; 0)	(60 ; 3000)



حل المتراجحة :

$$50x < 40x + 600$$

$$50x - 40x < 600$$

$$10x < 600$$

$$x < 60$$

النتيجة : تكون الصيغة الأولى أفضل إذا كان عدد الكيلو غرامات أقل من 60 kg

• إذا كان عدد الكيلو غرامات أقل من 60 فإن الصيغة الأولى هي الأفضل لأن التمثيل البياني للدالة f تقع تحت التمثيل البياني للدالة g.

• أما إذا كان عدد الكيلو غرامات أكبر من 60 فإن الصيغة الثانية هي الأفضل لأن التمثيل البياني للدالة g تقع تحت التمثيل البياني للدالة f.

بالتوفيق والنجاح