الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غليزان
المستوى: السنة الثانية ثانوي — يوم: الأحد 23 جوان 2024
الشعبة: علوم تجريبية
.

الامتحان الاستدراكي في مادة : الرياضيات — المدة :02 سا

ملاحظة : يمنع منعا باتا استعمال القلم الأحمر

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) ABC مثلث من المستوي حيث $AC=1$، $BC=2$ و $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\pi}{3}$، أحسب $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

2) $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان من المستوي حيث $\vec{u}(1;-2)$ و $\vec{v}(2;-3)$.
* أحسب $\vec{u}.\vec{v}$ بطريقتين مختلفتين.

3) أكتب المعادلة الديكارتية للدائرة (C) التي مركزها $\Omega(-2;1)$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$.

4) أكتب المعادلة الديكارتية للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $A(-1;3)$ و $\vec{n}(1;2)$ شعاع ناظمي له.

5) لتكن E مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق $x^2+y^2+2x-4y+1=0$
* بين أن (E) دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=5$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$

1) أحسب u_1، u_2 و u_3، ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية و لا هندسية.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-3$

ا) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ ، ثم عين حدها الأول.

ب) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n).

د) هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n:

$S_n=v_0+v_1+\ldots\ldots\ldots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\ldots\ldots\ldots+u_n$

ا) أحسب بدلالة n المجموع S_n.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $T_n=3n+9-4\left(\frac{2}{3}\right)^n$

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1: $f(x)=x-\dfrac{2}{x+1}$

ب) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1: $f'(x)=\dfrac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

* أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

4) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات.

5) بين أن النقطة $\omega(-1;-1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

ency-education.com

انتهى الموضوع بالتوفيق للجميع

www.ency-education.com

التصحيح النموذجي لامتحان الاستدراكي
المادة: رياضيات — المستوى: 2ع خ

حل التمرين الأول: 05 نقاط

1/ حساب $\vec{CA}.\vec{CB}$: (0,75)

$\vec{CA}.\vec{CB} = AC \times BC \times \cos(\vec{CA};\vec{CB})$

$= 1 \times 2 \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= 1 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1$.

2/ حساب $\vec{u}.\vec{v}$ بطريقتين مختلفتين:

طريقة 1: العبارة التحليلية (0,5)

$\vec{u}.\vec{v} = 1\times 2 + (-2)\times(-3)$

$= 2 + 6 = 8$

طريقة 2: (01)

* حساب $\|\vec{u}\|$ ، $\|\vec{v}\|$ و $\|\vec{u}-\vec{v}\|$:

لدينا: $\|\vec{u}\| = \sqrt{1^2+(-2)^2}$ و $\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{5}$ $= \sqrt{13}$

و $\|\vec{u}-\vec{v}\| = \sqrt{(1-2)^2+(-2-(-3))^2}$

$= \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}$

نعلم أن: $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left[\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right]$

إذن: $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}[5+13-2] = 8$.

3/ كتابة المعادلة الديكارتية لدائرة (C): (0,75)

لدينا: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2 = R^2$

إذن: $(x+2)^2+(y-1)^2 = \sqrt{3}^2$

ومنه: $(C): x^2+y^2+4x-2y+2=0$

4/ كتابة المعادلة الديكارتية للمستقيم (D): (01)

بما أن $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستقيم (D) فإن المعادلة الديكارتية للمستقيم (D) تكتب على الشكل:

$x+2y+c=0$

وبما أن $A \in (D)$ فإن: $-1+2(3)+c=0$

إذن: $c=-5$ وبالتالي المعادلة الديكارتية للمستقيم (D) هي: $(D): x+2y-5=0$

5/ تبيان أن (E) دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة: (01)

المعادلة $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ تكافئ

$(x+1)^2+(y-2)^2 = 2^2$

إذن (E) هي دائرة مركزها $\Omega(-1;2)$ ونصف قطرها 2.

حل التمرين الثاني: 07 نقاط

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \end{cases}$$

1/ أ/ حساب الحدود u_1 ، u_2 و u_3:

$u_1 = \frac{2}{3}u_0+1$ ، $u_2 = \frac{2}{3}u_1+1$ ، $u_3 = \frac{2}{3}u_2+1$

$= \frac{13}{3}$ (0,25) $= \frac{35}{9}$ (0,25) $= \frac{97}{27}$ (0,25)

ب/ التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n): (0,25)

لدينا: $u_0 > u_1 > u_2 > u_3$

إذن يمكن القول أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

2/ تبيان أن (u_n) ليست حسابية ولا هندسية:

* بما أن $u_1-u_0 \neq u_2-u_1$ فإن (u_n) ليست حسابية (01)

* بما أن $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$ فإن (u_n) ليست هندسية (01)

إذن (u_n) ليست حسابية ولا هندسية.

3/ $v_n = u_n - 3$

أ/ تبيان أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$: (01)

لدينا: $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{2}{3}u_n + 1 - 3$

$= \frac{2}{3}u_n - 2 = \frac{2}{3}(u_n - 3)$

$= \frac{2}{3}v_n$.

إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ وحدها الأول v_0 حيث: $v_0 = u_0 - 3 = 2$ (0,25)

ب/ التعبير عن v_n بدلالة n ثم استنتاج عبارة u_n بدلالة n:

لدينا: $v_n = v_0 \times q^n$ (0,25)

إذن: $v_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ (0,25)

* لدينا: $u_n = v_n + 3$ (0,25) إذن: $u_n = 3 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ (0,25)

ج/ دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n):

لدينا: $u_{n+1} - u_n = 3 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - \left[3 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$

$= 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$

$= 2\left(\frac{2}{3}\right)^n\left[\frac{2}{3} - 1\right]$ (0,75)

$= -\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^n = -\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n < 0$ (0,25)

فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ (0,25)

د/ هل المتتالية (u_n) متقاربة؟

لدينا: $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ لأن $-1 < \frac{2}{3} < 1$ (0,25)

www.ency-education.com

(0,25) $\lim_{n\to+\infty} U_n = 3$: إذن (U_n) متقاربة ومنه المتتالية (0,25)

14/ الحساب بدلالة n المجموع S_n :

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

$$= v_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad (0,25)$$

$$= 2\,\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{3}} \quad (0,25)$$

$$= 6\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right). \quad (0,25)$$

ب/ تبيان أن :

$$T_n = 3n+9-4\left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

لدينا:

$$T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$= v_0+3+v_1+3+\dots+v_n+3 \quad (0,25)$$

$$= S_n + 3(n+1) \quad (0,25)$$

$$= 6\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)+3(n+1)$$

$$= 6-6\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}+3n+3$$

$$= 3n+9-6\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$= 3n+9-4\left(\frac{2}{3}\right)^n. \quad (0,25)$$

حل التمرين الثالث: 08 نقاط

$f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+1}$; $D_f = \mathbb{R}-\{-1\}$.

1/ أ) تبيان أنه من أجل كل x من D_f : (0,5)

$$f(x) = x - \frac{2}{x+1}.$$

لدينا

$$f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+1} = \frac{x(x+1)-2}{x+1}$$

$$= \frac{x(x+1)}{x+1} - \frac{2}{x+1} = x - \frac{2}{x+1}.$$

ب/ حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to-\infty} x = -\infty \quad (0,25)$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x = +\infty \quad (0,25)$$

لدينا $\lim_{x\to-1} x^2+x-2 = -2$ و $\lim_{x\to-1} x+1 = 0^-$

إذن: $\lim_{x\to-1^-} f(x) = +\infty$ (0,25)

لدينا $\lim_{x\to-1} x^2+x-2 = -2$ و $\lim_{x\to-1} x+1 = 0^+$

إذن: $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$ (0,25)

ج/ تبيان أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين:

* لدينا: $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to-1^-} f(x) = +\infty$

إذن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ويوازي حامل محور الراتيب (0,25)

* لدينا: $f(x) = x - \frac{2}{x+1}$.

بما أن $\lim_{x\to\pm\infty} -\frac{2}{x+1} = 0$ فإن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) (0,25) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

2/ تبيان أن $f'(x) = \frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$.

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{-1\}$، ولدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1)-1(x^2+x-2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^2+x+2x+1-x^2-x+2}{(x+1)^2} \quad (0,5)$$

$$= \frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}.$$

ب/ دراسة إشارة $f'(x)$:

* دراسة إشارة $f'(x)$:

لدينا من أجل كل x من D_f : $(x+1)^2 > 0$

إذن من أجل كل x من D_f : إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط x^2+2x+3 (0,25)

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2+2x+3=0$:

لدينا: $\Delta = 2^2-4\times1\times3 = -8$ ، بما أن $\Delta<0$ فإن المعادلة $x^2+2x+3=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$، ومن أجل كل x من $\mathbb{R}$: $x^2+2x+3>0$ (0,25)

إذن: من أجل كل x من D_f : $f'(x)>0$ (0,25)

* اتجاه التغير: الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;+\infty[$. (0,25)

* تشكيل جدول التغيرات: (0,5)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

3/ دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D):

لدينا: $f(x)-y = f(x)-x = -\frac{2}{x+1}$. (0,25)

* إشارة الفرق $f(x)-y$ من نفس إشارة $-(x+1)$ من أجل كل x من D_f.

إذن: (0,25)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)-y$		+	‖	−	
الوضع النسبي	المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (D)		.	المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (D)	

(0,25)

www.ency-education.com

4/ تعيين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات :

أ/ لدينا $f(0) = -2$ إذن (0,25)

$(C_f) \cap (yy') = \{A(0;-2)\}$ (0,25)

ب/ الحل في $\mathbb{R}$ للمعادلة $f(x) = 0$ (0,5)

$f(x) = 0$ معناه $x^2+x-2=0$ ، $x+1 \neq 0$

* لدينا $\Delta = 1^2 - 4\times 1\times(-2)$ إذن $\Delta = 9$

بما أن $\Delta > 0$ فإن المعادلة $x^2+x-2=0$ تقبل حلين متمايزين هما : $x_1 = \frac{-1-\sqrt{9}}{2(1)} = -2$ ، $x_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2(1)} = 1$.

وبالتالي حلول المعادلة $f(x)=0$ هي : $\{-2;1\}$.

إذن : $(C_f) \cap (xx') = \{B(-2;0) ; C(1;0)\}$ (0,5)

5/ تبيان أن النقطة $\Omega(-1;-1)$ هي مركز تناظر المنحنى (C_f) : (0,75)

لدينا من أجل كل x من D_f ، $2(-1)-x \in D_f$

ولدينا من جهة أخرى :

$$f(2(-1)-x)+f(x) = f(-2-x)+f(x)$$

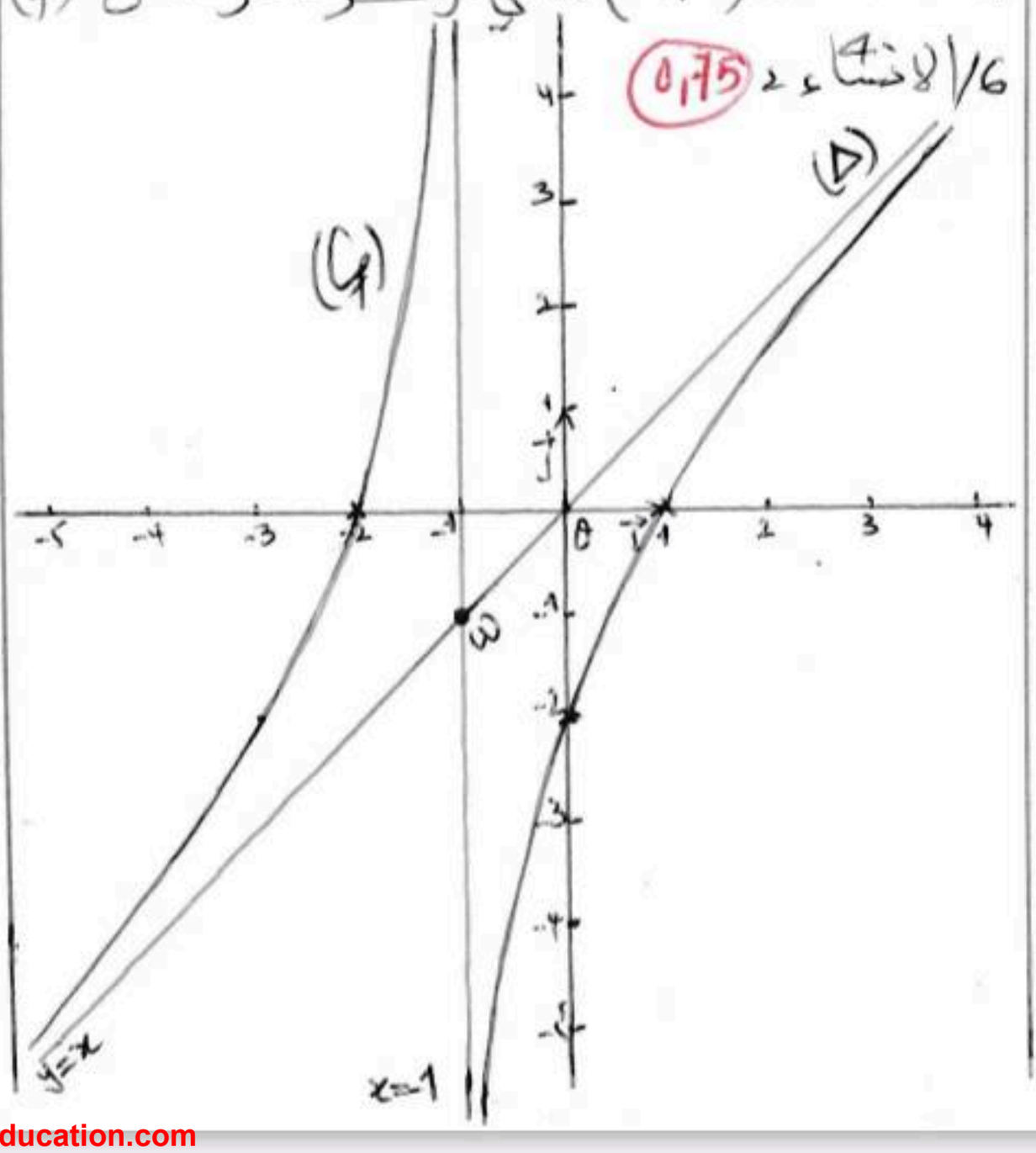
$$= -2-x-\frac{2}{-2-x+1}+x-\frac{2}{x+1}$$

$$= -2-\frac{2}{-x-1}-\frac{2}{x+1}$$

$$= -2.$$

إذن : النقطة $\Omega(-1;-1)$ هي مركز تناظر المنحنى (C_f)

6/ الانشاء : (0,75)



www.ency-education.com