التمرين 01: ع ت 2016 (الموضوع المسرّب)

I) g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. أ. بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلّين في IR ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1{,}52 \prec \alpha \prec -1{,}51$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) f الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$.

جـ. شكّل جدول تغيرات الدالة f على IR ، (نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}38$).

د. عيّن دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا.

2. أ. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

جـ. بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.

د. ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-2,+\infty[$.

هـ. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^{x}+(x^2+3x+2)=0$
على المجال $]-2,+\infty[$.

التمرين 02: ع ت 2016

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=2e^{x}-x^2-x$.

1. أ. احسب $g'(x)$ من أجل كل x من IR ، ثمّ أدرس اتجاه تغير الدالة g' .

ب. بيّن أنّه من أجل كل x من IR ، $g'(x)\succ 0$.

جـ. أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و $-\infty$ ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. أ. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث: $-1{,}38 \prec \alpha \prec -1{,}37$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x)=\dfrac{x^2e^{x}}{e^{x}-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. بيّن أنّه من أجل كل x من IR ، $f'(x)=\dfrac{xe^{x}g(x)}{(e^{x}-x)^2}$.

2. أ. بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا.

جـ. أنشئ المنحنى (C_f)،(نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}29$).

التمرين 03: ر 2016

I) φ الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $\varphi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$.

1. أ. احسب $\lim_{x\to+\infty}\varphi(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}\varphi(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة φ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في IR ، حلا α يختلف عن 1 ثمّ تحقّق أنّ: $2{,}79 \prec \alpha \prec 2{,}80$.

3. استنتج إشارة $\varphi(x)$ على IR .

II) f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على IR كما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. بيّن أنّ للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثمّ جد معادلة له.

3. ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

4. أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$.

ب. ادرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على IR ثمّ استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g).

5. احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث $n\in IN^*$ و $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f .

التمرين 04: ع 2015

I) g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g على IR .

2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في IR ، ثمَ تحقَق أنَ $0{,}36 \prec \alpha \prec 0{,}37$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) f الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. بيَن أنَه من أجل كل x من IR : $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

ب. استنتج أنَ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2. أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثمَ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. أحسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمَ فسَر النتيجة هندسيا.

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}1$.

التمرين 05: ت ر 2015

I) g الدالة المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=(x+2)e^x-2$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

3. أحسب $g(0)$ ، ثمَ استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=2x+3-(x+1)e^x$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثمَ أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمَ شكَل جدول تغيرات الدالة f .

جـ. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ثمَ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين α و β حيث: $0.92<\alpha<0.93$ و $-1.56<\beta<-1.55$.

ب. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

التمرين 06: ر 2015 تونس

لتكن f الدالة المعرفة على $[0,\pi]$ بـ: $f(x)=e^{\sin x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. عيَن f' المشتقة الدالة f ثمَ أنشئ جدول تغيرات الدالة f على $[0,\pi]$.

ب. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_f).

جـ. ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

. برهن أنَ معادلة (T) تعطى بالعبارة: $y=x+1$.

2. g الدالة المعرَفة على $[0,1]$ كما يلي : $g(x)=e^x\sqrt{1-x^2}-1$

الجدول المقابل يمثَل جدول تغيرات الدالة g .

x	0	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	1
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	0 ↗	$g\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$	↘ -1

أ. برَر أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0,1[$ حلا وحيدا α .

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $[0,1]$.

3. نريد تعيين الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) في النقطة 0 على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

لتكن الدالة h المعرفة على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بِـ : $h(x)=e^{\sin x}-(x+1)$.

أ. تحقَق أنَه من أجل كل $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ فإنَ : $h'(x)=g(\sin x)$. (نذكر أنَ $\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}$)

ب. بيَن أنَه يوجد عدد وحيد β من المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بحيث $\sin\beta=\alpha$.

جـ. عيَن صورة الدالة $x\mapsto\sin x$ على المجالين $[0,\beta]$ و $\left[\beta,\frac{\pi}{2}\right]$.

د. أنشئ جدول تغيرات الدالة h .

هـ. استنتج أنَه من أجل كل $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ ، $f(x)\geq x+1$ ثمَ الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T).

4. ارسم كل من المماس (T) والمنحنى (C_f).

التمرين 07: ر 2015

f الدالة المعرفة بـ : $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2. أحسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ <}}\frac{f(x)}{x}$ ، ثمَ فسَر النتيجة هندسيا.

3. أ. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
4. أ. بيَن أنَ $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$.
ب. استنتج أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
5. g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.
أ. أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.
ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
6. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)\succ x$.
ب. استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
ج. أنشئ المنحنى (C_f).
7. m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغيَر الحقيقي x على المجال $]-\infty;0[$ ، بـ : $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$.
أ. أحسب $h_m'(x)$ حيث h_m' هي الدالة المشتقة للدالة h_m.
ب. باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $h_m'(x)=0$.

التمرين 08: بكـ ر 2014

f هي الدالة المعرفة على IR بـ : $f(x)=(x-1)e^{x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1. عيَن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على IR ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
3. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على IR ، ثمَ تحقَق أنَ $1{,}27\prec\alpha\prec1{,}28$.
ب. أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدَد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) .
ج. أرسم (T) و (C_f) .
4. عيَن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{x}=-1$ حلا وحيدا في IR .
5. h هي الدالة المعرفة على IR بـ : $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني.
أ. بيَن أنَ الدالة h زوجية.
ب. أرسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .
6. g دالة معرفة على IR بـ: $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث a ، b عددان حقيقيان.
عيَن a ، b حتى يكون : من أجل كل x من IR ، $g'(x)=f(x)$.

التمرين 09: ع بكـ 2013

x	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

I) f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ و (C) تمثيلها البياني في $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{<\\x\to1}} f(x)$ ثمَ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).
2. احسب $f'(x)$. بيَن أنَ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
3. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α . باستعمال الجدول القيم أعلاه جِد حصرا للعد
4. أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثمَ ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.
5. عيَن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلَان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1. أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. أ. تحقق من أنَ: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمَ بيَن أنَ $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب. استنتج معادلة (T) مماس المنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج. تحقق من أنَ : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T) .

التمرين 10: ر 2013

I) الدالة g معرَفة على IR بـ : $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1. أ. أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغيَر الدالة g ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1-\sqrt{2})\approx-0{,}25$ و $g(1+\sqrt{2})\approx1{,}43$)

2. أ. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلَين في IR ، ثمَ تحقق أنَ أحدهما معدوم والآخر α حيث $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

ب. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) الدالة f معرفة على IR بـ : $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. أ. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

جـ. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$. (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f).

ب. شكّل جدول تغيرات الدالة f على IR . (نأخذ $f(\alpha)\approx-0{,}9$)

3. أ. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل واحد منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة كل منهما.

ب. مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f).

جـ. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^x=0$.

التمرين 11: ع ت 2012

I) لتكن g الدالة المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=1-xe^x$.

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2. ادرس اتجاه تغيَر الدالة g ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

3. أ. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$.

ب. تحقَق أنَ $0{,}5\prec\alpha\prec0{,}6$ ، ثمَ استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2[$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^x-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. لتكن f' المشتقة الدالة f . بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2[$ فإنَ : $f'(x)=-g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2[$ ، ثمَ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. بيَن أنَ $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدوَر النتائج إلى 10^{-2})

4. أ. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

5. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين x_1 و x_2 حيث: $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب. أنشئ (Δ) و (C_f).

التمرين 12: ر 2012

I) g هي الدالة معرَفة على IR كما يلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1. ادرس تغيَرات الدالة g، ثمَ شكَل جدول تغيراتها.
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59\prec\alpha\prec 1,60$.
3. استنتج إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. بيَن أنَ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين مائلين معادلتهما على الترتيب $y=-1$ وَ $y=0$.
2. أ. برهن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ثمَ شكَل جدول تغيرات الدالة f.

ج. أحسب $f(1)$ ثمَ استنتج حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3. أ. بيَن أنَ: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ حيث α هو العدد المعرَف في السؤال 2 من الجزء I.

ب. استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدوَر النتائج إلى 10^{-2})

جـ. ارسم (C_f).

4. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.
5. h هي الدالة المعرفة على IR كما يلي: $h(x)=[f(x)]^2$.

أ. احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثمَ استنتج إشارة $h'(x)$.

ب. شكَل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين 13: ر 2012

I) g هي الدالة معرَفة على IR كما يلي : $g(x)=2-xe^x$.

1. ادرس تغيَرات الدالة g، ثمَ شكَل جدول تغيراتها.
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على IR، ثمَ تحقَق أنَ $0,8\prec\alpha\prec 0,9$.
3. عيَن حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$. (C_f) تمثيلها البياني في م م م م $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$، ثمَ فسَر النتيجة هندسيا.
2. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب. بيَن أنَ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

3. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ)، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.
4. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$، ثمَ استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب. بيَن أنَ $f(\alpha)=\alpha$ ثمَ شكَل جدول تغيراتها.

5. أرسم (Δ)، (Δ') و (C_f).
6. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

التمرين 14: ر 2010

I) g الدالة العددية معرَفة على IR كما يلي : $g(x)=(3-x)e^{x}-3$.

1. ادرس تغيَرات الدالة g .
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82 \prec \alpha \prec 2,83$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1}\,;\,x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ الدالة f تقبل الإشتقاق عند $x_0=0$ ، ثمَ أكتب معادلة لـ(T) مماس (C_f) عند المبدأ O .
2. أ. بيَن أنَ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ، ثمَ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

   ب. بيَن أنَه من أجل $x\neq 0$ فإنَ : $f'(x)=\dfrac{x^2.g(x)}{(e^x-1)^2}$.

   جـ. تحقَق أنَ $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثمَ عيَن حصرا له.

   د. أنشئ جدول تغيرات الدالة f .
3. احسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضع النسبي لــ(C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$

   بيَن أنَ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^3\right]=0$ وفسَر النتيجة هندسيا.
4. أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f).

التمرين 15: ر 2010

f الدالة العددية المعرفة على IR^* بالعبارة : $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$.

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيَن العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلَ x من IR^* .
2. احسب نهايات الدَالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
3. بيَن أنَ f متزايدة على كلَ مجال من مجالي تعريفها ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.
4. (D) و (D') المستقيمان اللَذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$.

   أ. بيَن أنَ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)، ثمَ حدَد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

   ب. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين x_0 و x_1 حيث: $0.9<x_0<0.91$ و $-1.66<x_1<-1.65$.

   جـ. احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$. فسَر النتيجة هندسيا.

   د. ارسم (D) و (D') و (C_f).

   هـ. m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرَف بالمعادلة $y=x+m$.

   ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$.
5. نعتبر الدالة g المعرَفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=\left[f(x)\right]^2$.

   ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين 16: ع ت 2010

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR^* كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـ(C_f)لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ وفسَر النتيجة هندسيا.

2. ادرس اتجاه تغيَر الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.

3. أ. بيَن أنَ المنحنى(C_f)يقبل مستقيمين مقاربين مائلين(Δ)و(Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من(Δ')و(Δ).

4. أثبت أنَ النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى(C_f).

5. أ. بيَن أنَ المعادلة$f(x)=0$ تقبل حلَين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\beta<-1{,}3$.

ب. هل توجد مماسات لــ(C_f) توازي المستقيم(Δ)؟

جـ. أرسم(Δ)و(Δ')ثمَ المنحنى(C_f).

د. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$.

التمرين 17: Bac S Sénégal 2008

I) نعتبر المعادلتين التفاضليتين(E)و(E_0)حيث: $(E_0): y'+y=0$ و $(E): y'+y=e^{-x}\cos x$.

1. عيَن العددين الحقيقيين a و bبحيث تكون الدالة h حل للمعادلة(E)حيث: $h(x)=(a\cos x+b\sin x)e^{-x}$.

2. أ. بيَن أنَ الدالة f حل للمعادلة(E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $f-h$ حل للمعادلة(E_0).

ب. حل المعادلة(E_0).

جـ. استنتج مما سبق الحال العام(E).

3. عيَن الحل الخاص g للمعادلة(E)والذي يحقق: $g(0)=0$.

II) أدرس تغيرات الدالة k المعرفة على المجال$[0,2\pi[$ كما يلي: $k(x)=e^{-x}\sin x$.

التمرين 18: ر 2008

I) f الدالة المعرفة على IR بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$ و (C_f)تمثيلها البياني في م م م م م$(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. ادرس تغيَرات الدالة f .

2. بيَن أنَ (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس(C_f)في النقطة ω .

. أثبت أنَ ω هي مركز تناظر للمنحنى(C_f).

3. احسب$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

. استنتج أنَ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

4. بيَن أنَ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2{,}77;-2{,}76[$.

. احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدوَر النتائج إلى 10^{-2}) ثمَ أرسم(C_f)ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة IR بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$. C_gمنحنى الدالة g .

1. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x فإنَ $g(x)=f(-x)$.

. استنتج أنَه يوجد تحويل نقطي بسيط يحوَل(C_f)إلى C_g .

2. أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g)

التمرين 19: ع ت 2008

I) نعتبر الدالة العددية للمتغيَر الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي :

$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 1cm

. عيَن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي إلى (C_f) وعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية للمتغيَر الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي :

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ. بيَن أنَ $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسَر النتيجة بيانيا. (نذكر أنَ $\lim_{u\to-\infty} ue^u=0$)

ب. ادرس تغيَرات الدالة g ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.

ج. بيَن أنَ المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها.

د. اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

هـ. ارسم (C_g).

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $k(x)=g(x^2)$.

. باستعمال مشتق دالة مركبة، عيَن اتجاه تغيَر الدالة k ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.

التمرين 20: المغرب ع ت 2007 الدورة العادية

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=e^{-x}+x-1$.

أ. احسب $g'(x)$ ، ثمَ أدرس تغيرات الدالة g .

ب. بيَن أنَه من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $g(x)\geq 0$ ، ثمَ استنتج أنَه من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $e^{-x}+x\geq 1$ (لاحظ أنَ: $g(0)=0$).

II) لتكن f الدالة المعرَفة على IR كما يلي: $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ وأنَ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، ثمَ فسَر هندسيا هاتين النتيجتين.

2. بيَن أنَه من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$.

3. أ. أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثمَ أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ب. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $O(0,0)$ مبدأ المعلم.

4. أ. تحقق من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ ، ثمَ أدرس إشارة $x-f(x)$ على IR .

ب. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

5. أنشئ (D) ثمَ (C_f). نأخذ $\dfrac{1}{1-e}\approx -0.6$.

التمرين 21: المغرب ع ت 2006 الدورة الإستدراكية

I) g دالة عددية معرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=(x-1)e^x+x+1$.

1. احسب $g'(x)$ لكل x من $[0,+\infty[$ ثمَ استنتج أنَ الدالة g متزايدة تماما على $[0,+\infty[$.

2. بيَن أنَ: $g(x)\geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ (لاحظ أنَ: $g(0)=0$).

II) نعتبر الدالة العددية f المعرَفة على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{xe^x}{\left(e^x-1\right)^2}$

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ f دالة فردية.
2. أ. أحسب $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 0}} f(x)$ وفسَر النتيجة بيانيا.

ب. بيَن أنَ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ وفسَر هذه النتيجة بيانيا.

3. أ. بيَن أنَ: $f'(x)=\dfrac{-e^x g(x)}{(e^x-1)^3}$ من أجل كل x من $]0,+\infty[$.

ب. عيَن جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$.

4. أنشئ (C_f) على $]0,+\infty[\cup]-\infty,0[$.

التمرين 22: من بكالوريا الجزائر شعبة علوم الطبيعة والحياة 2005

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=x+1+e^x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1{,}28\prec\alpha\prec-1{,}27$.
3. استنتج حسب العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^x.g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب. أدرس تغيرات الدالة f .

2. بيَن أنَ $f(\alpha)=\alpha+1$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
3. أ. ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0. اكتب معادلة للمستقيم (T).

ب. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ ثمَ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4. احسب $f(-1)$ و $f(1)$ ثمَ ارسم كل من المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (T) .

التمرين 23: من بكالوريا الجزائر شعبة التكنولوجيا 2002

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=e^x-x+2$.

1. احسب $g'(x)$ ، ثمَ أدرس تغيرات الدالة g .
2. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x فإنَ $g(x)\geq 3$.

II) لتكن f الدالة المعرَفة على IR كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{-x}+x+1$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ f تقبل الإشتقاق على IR وأنَه من أجل كل عدد حقيقي x فإنَ: $f'(x)=e^{-x}.g(x)$.
2. أ. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها.
4. أرسم كل من المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).
5. ليكن (T_a) المستقيم الذي معادلته : $y=x+a$ حيث a عدد حقيقي.

أ. عيَن قيمة a بحيث يكون (T_a) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثييها.

ب. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(m-1)e^x-x+1=0$.