تمارين حول الدالة اللوغارتمية و تغيراتها
جمعها الأستاذ مباركي MEBARKI 2016

التمرين الأول :

الجزء الأول : MEBARKI2016

✓ g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x^3-1+2\ln x$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$.
2. أحسب $g'(x)$ وعين إشارتها .
3. شكل جدول تغيرات الدالة g .
4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث α من المجال $\left[\frac{1}{2},1\right]$.
5. عين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : MEBARKI2016

✓ f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=2x-\frac{\ln x}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول هي $2cm$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.
3. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن $f(\alpha)=3\alpha-\frac{1}{2\alpha^2}$.
5. احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
6. أنشئ بدقة المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f) ثم المنحني (C_f) .

هذه المعلومات تفيدك في حل التمرين : MEBARKI2016

1) $\ln 0=-\infty$ ، $\ln(+\infty)=+\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} x\ln x=0$

3) $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ ، $(\ln A(x))'=\frac{A'(x)}{A(x)}$

4) لإيجاد $f(\alpha)$ نتبع ما يلي :

أ . نضع $g(\alpha)=0$

ب . نستخرج قيمة $\ln\alpha$.

جـ . نقوم بتعويضها في $f(\alpha)$ ثم التبسيط

تذكر أيضا :

**** لإثبات أن $f(x)=k$:**

تقبل حلا وحيدا α في المجال $[a;b]$

نستعمل **مبرهنة القيم المتوسطة** ومراحلها :

من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن :

1) f دالة مستمرة و متزايدة (أو متناقصة) تماما على المجال $[a;b]$

2) $\begin{cases} f(a)\prec k \\ f(b)\succ k \end{cases}$ أو $\begin{cases} f(a)\succ k \\ f(b)\prec k \end{cases}$

تذكر جيدا: **" أنك (تستطيع النجاح) في حياتك الدراسية ولو كان الناس جميعا يعتقدون أنك غير ناجح .** **ولكنك (لن تنجح) أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح".**	**الأستاذ : مباركي**

تمارين حول الدالة اللوغارتمية و تغيراتها
MEBARKI 2016 جمعها الأستاذ مباركي

التمرين الثاني :

الجزء الأول : MEBARKI2016

✓ g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1)$.

1. علما أن $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x\ln x=0$: احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 1}(x-1)\ln(x-1)$ ثم استنتج $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} g(x)$.
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.
3. أحسب $g'(x)$ وعين إشارتها .
4. شكل جدول تغيرات الدالة g .
5. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث α من المجال $[e+1,e^3+1]$.
6. عين حسب قيم العدد الحقيقي x من $]1;+\infty[$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : MEBARKI2016

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln(x^2-1)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وبرهن أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)}$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

الجزء الثالث : MEBARKI2016

✓ h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=f(e^x)$.

1. بدون إيجاد عبارة $h(x)$: ادرس تغيرات الدالة h.
2. برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $h(x)\leq\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$

التمرين الثالث : اوجد حلول المعادلات الآتية :

1. $\ln x=2$	2. $\ln x=-3$	3. $7\ln x=2$	4. $\ln x+\ln 3=0$	5. $\ln(x^2+x)=1$
6. $\ln(2x-3)=\ln(x+4)$		7. $\ln\lvert 1-x\rvert=\ln 3$	8. $\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)=-1$	9. $2\ln(x-3)=\ln 4$
10. $\ln x+\ln(x-1)=\ln 2+\ln 3$		11. $2\ln x=\ln(x+4)+\ln(2x)$		12. $\ln(x+1)=-1+\ln(x-1)$
13. $\ln x+\ln(4-x)=\ln(2x-1)+\ln 3$		14. $\ln(x-1)+\ln(x+2)=2\ln 2$		15. $\ln(x-1)(x+2)=2\ln 2$

التمرين الرابع : MEBARKI2016

✓ P كثير حدود معرف بـ : $P(x)=x^3+x-2$

1. احسب : $P(1)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(x)=0$.
2. اوجد حلول المعادلات و المتراجحات الآتية :

$(\ln x)^3+\ln x-2=0$ ، $(\ln x)^3+\ln x-2\geq 0$

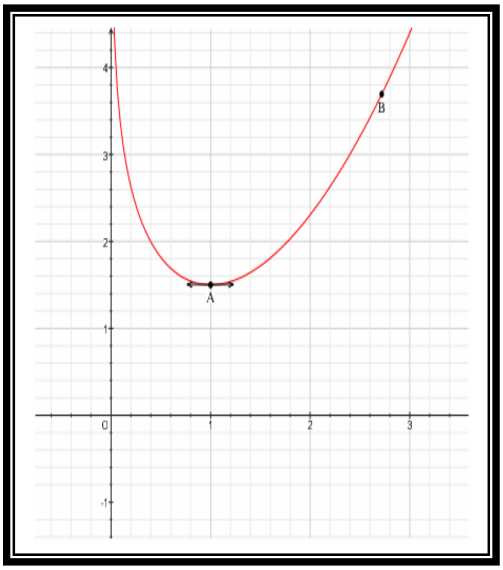
$e^{3x}+e^x-2=0$ ، $e^{3x}+e^x-2<0$

تذكر جيدا: " أنك (تستطيع النجاح) في حياتك الدراسية ولو كان الناس جميعا يعتقدون أنك غير ناجح . ولكنك (لن تنجح) أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح".	**الأستاذ : مباركي**

تمارين حول الدالة اللوغارتمية و تغيراتها
جمعها الأستاذ مباركي MEBARKI 2016

التمرين الخامس : MEBARKI2016

الشكل المقابل يمثل المنحنى البياني (C_f) للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$.



(C_f) يشمل النقطتين $A\left(1;\frac{3}{2}\right)$ و $B\left(e;\frac{e^2}{2}\right)$ ،

المماس للمنحنى (C_f) يوازي محور الفواصل .

1. عين بيانيا $f(e)$ و $f(1)$ و $f'(1)$.
2. عين بيانيا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
3. نضع $f(x)=\frac{x^2}{2}+a+b\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان .

أ) عين عبارة $f'(x)$ بدلالة a و b .

ب) عين العددان a و b .

4. تعطى : $a=1$ و $b=-1$. ادرس تغيرات الدالة f .

التمرين السادس :

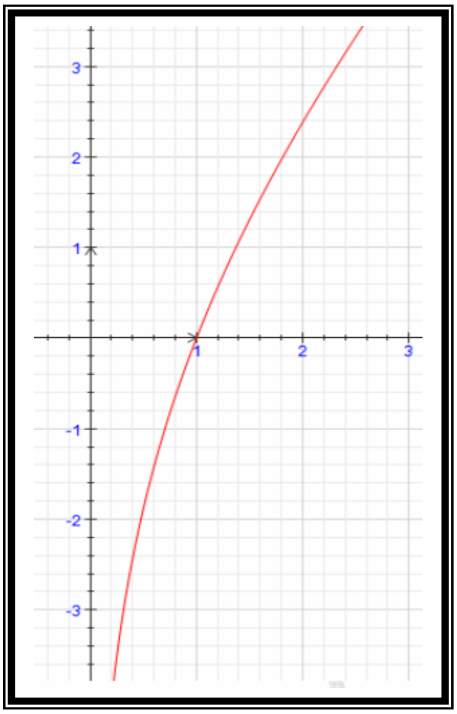
الجزء الأول : MEBARKI2016

✓ a و b عددان حقيقيان . h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x+a+b\ln x$

1. احسب $h'(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$.

✓ الشكل المقابل يمثل المنحنى البياني (C_h) للدالة h في معلم متعامد و متجانس

معادلة المماس للمنحنى (C_h) عند النقطة A ذات الفاصلة 1 هي $y=3(x-1)$



2. برهن أن : $h(x)=x-1+2\ln x$.
3. ادرس تغيرات الدالة h .
4. احسب $h(1)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x.
5. استنتج إشارة $h\left(\frac{1}{x}\right)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني : MEBARKI2016

✓ f الدالة العددية المعرفة بـ :

$f(x)=x-x^2\ln x$ إذا كان $x\succ 0$ و $f(0)=0$.

1. برهن أن الدالة f مستمرة عند القيمة 0.
2. احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. احسب $f'(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما .

ثم بين أن : $f'(x)=xh\left(\frac{1}{x}\right)$.

4. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث α من المجال $[1,2]$.
6. أنشئ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x-x^2\ln x-m+1=0$

تذكر جيدا: " أنك (تستطيع النجاح) في حياتك الدراسية ولو كان الناس جميعا يعتقدون أنك غير ناجح . ولكنك (لن تنجح) أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح."	الأستاذ : مباركي