

التمرين الأول: (08 نقاط)

(I) - ABC مثلث كفي .

- عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تكون النقطة G مرجح الجملة المثقلة :
 $\{(A, m^2); (B, m - 4); (C, -2)\}$ موجودة .

(II) - في كل مايلي نضع : $m = 1$

E نقطة من المستوي التي تحقق : $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

(1) - أنشئ الشكل .

(2) - بين أن النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(B, \alpha), (C, \beta)\}$ حيث : α, β بين عدنان حقيقيان يطلب تعيينها .

(3) - بين أن النقاط : A, E, G على استقامة واحدة .

(4) - لتكن النقطة F مرجح الجملة المثقلة : $\{(A, 1), (B, -3)\}$. بين أن النقطة G هي منتصف $[CF]$

(5) - عين ثم أنشئ المجموعة (Δ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$$

(6) - عين ثم أنشئ المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 16$$

(III) - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ نفرض :

$$C\left(1, \frac{1}{2}\right), B(3, 0), A(-1, 2)$$

- عين إحداثيتي النقطتين F و G المعرفتان سابقا .

الجزء الأول :

- لتكن في $\mathbb{R}$ كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

(1)- أحسب $P(1)$ ، ماذاستنتج ؟

(2)- أكتب $P(x)$ من الشكل : $P(x) = (x-1)Q(x)$ ، حيث $Q(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه .

(3)- بين أن : $P(x) < 0$ على المجال $]1, +\infty[$ ، $P(x) > 0$ على المجال $]-\infty, 1[$.

الجزء الثاني :

- لتكن الدالة المعرفة f على $\mathbb{R} - \{2\}$: $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \frac{-x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{(x-2)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، (2)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ فسر هذه النتيجة بيانيا .

(3)- أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{P(x)}{(x-2)^3}$ ، استنتج اتجاه تغيرا لدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4)- أ)- تحقق أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$

ب)- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته ثم وضعيته بالنسبة لـ (C_f) .

ج)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3 .

د)- باستعمال التقريب التآلفي للعدد $f(3+h)$ حيث h يؤول إلى 0 ، أحسب قيمة مقربة للعدد : $f(3.0002)$.

(5)- أحسب : $f(0)$ ، أنشئ (Δ) ، (T) ، (C_f) .

(6)- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

(7)- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$: $D_h = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$: $h(x) = -|x| + 1 + \frac{|x|-1}{(|x|-2)^2}$

أ)- أثبت أن الدالة h دالة زوجية .

ب)- إشرح كيفية إنشاء (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان للتوضيح)

😊😊 بالتمويه

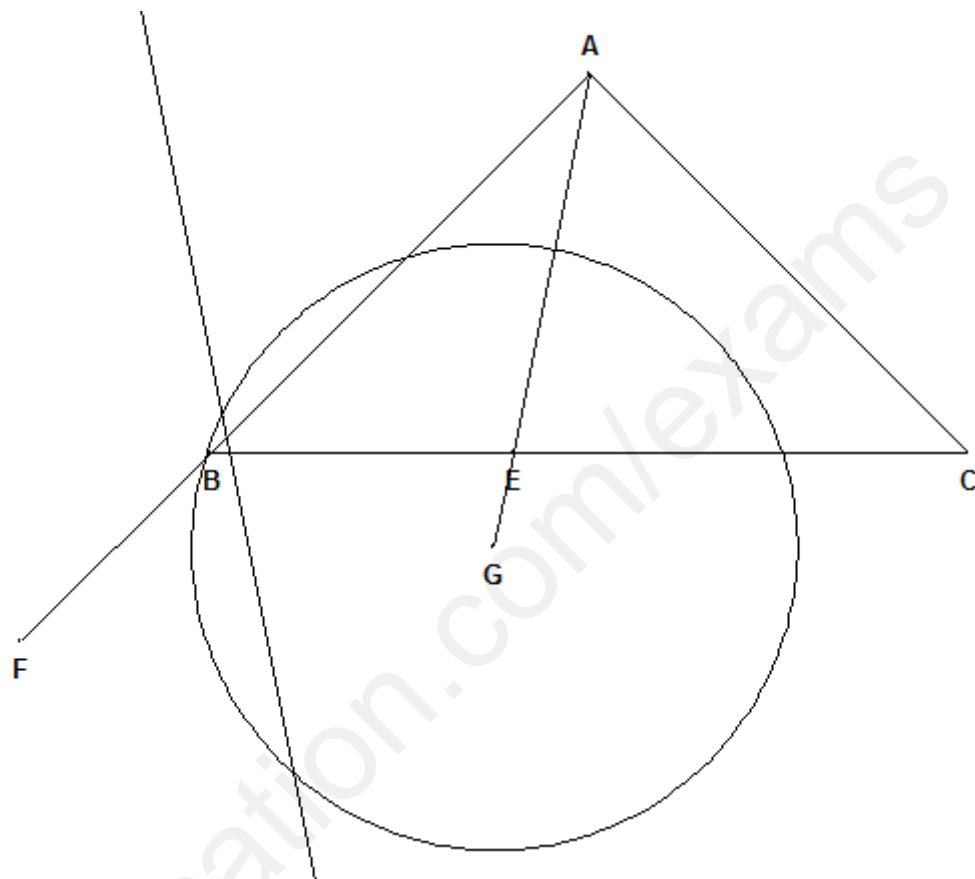
😊😊 بالتمويه
😊😊 زادي

التمرين الأول: (08 نقاط)

(I) - النقطة G موجودة معناه : $m^2+m-4-2 \neq 0$ ، $m^2+m-6 \neq 0$.

(01)..... $m \in \mathbb{R} - \{-3, 2\}$: ومنه . $m_2 = 2$, $m_1 = -3$, $\Delta = 25$

(302).....-(1-(H



معناه : $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{5} \overrightarrow{BC}$ - (2)

النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(B,3),(C,2)\}$ ، $\alpha=3$ ، $\beta=2$ (01 ن)

$$-\vec{GA} + 3\vec{GE} + 3\vec{EB} + 2\vec{GE} + 2\vec{EC} = \vec{0} : \quad \vec{GA} - 3\vec{GB} - 2\vec{GC} = \vec{0} : \text{لدينا (3)}$$

$$-\overrightarrow{GA} + 5\overrightarrow{GE} + \underbrace{3\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC}}_{\vec{0}} = \vec{0}$$

و منه : النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,-1),(G,5)\}$

$$-\overrightarrow{GA} + 5\overrightarrow{GE} = \vec{0}$$

و منه : النقاط : E ، G ، A على إستقامة واحدة (01 ن)

$$\vec{GF} + \vec{FA} - 3\vec{GF} - 3\vec{FB} - 2\vec{GC} = \vec{0} : \quad \vec{GA} - 3\vec{GB} - 2\vec{GC} = \vec{0} : \quad (4) \text{ لدينا}$$

$$\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \quad , \quad -2\overrightarrow{GF} - 2\overrightarrow{GC} + \underbrace{\overrightarrow{FA} - 3\overrightarrow{FB}}_{\vec{0}} = \vec{0}$$

و منه : النقطة G هي منتصف $[CF]$ (01 ن)

(5) - $4MG = 4MF$ ، و منه : (Δ) هي محور القطعة المستقيمة : $[GF]$ (01 ن)

(6-) $4MG = 16$ ، $MG = 4$ و منه : (Γ) هي دائرة مركزها G و نصف قطرها $r = 4$ (01 ن)

التمرين الثاني (12 نقطة)

الجزء الأول :

(1-) $P(1) = 0$ ومنه : جذر لـ $P(x)$ (0.5 ن)

(2-) من أجل كل x من D_f : $P(x) = (x - 1)(-x^2 + 5x - 8)$ (0.5 ن)

	$-\infty$	1	$+\infty$
$x - 1$	-	+	
$-x^2 + 5x - 8$	-	-	
$P(x)$	-	-	

ومنه : $P(x) < 0$ على المجال $]1, +\infty[$ ، $P(x) > 0$ على المجال $]-\infty, 1[$ (0.5 ن)

الجزء الثاني :

(1-) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x^3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$ (0.5 ن)

(0.5 ن) ومنه : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2} (-x^3 + 5x^2 - 7x + 3) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)^2 = 0^+ \end{cases}$

(0.5 ن) (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً معادلته : $x = 2$

(2-) f قابلة للإشتقاق على D_f : $f'(x) = \frac{(-3x^2 + 10x - 7)(x - 2)^2 - 2(x - 2)(-x^3 + 5x^2 - 7x + 3)}{(x - 2)^4}$

$$f'(x) = \frac{(x - 2)[(-3x^2 + 10x - 7)(x - 2) - 2(-x^3 + 5x^2 - 7x + 3)]}{(x - 2)^4}$$

(0.5 ن) ومنه : $f'(x) = \frac{P(x)}{(x - 2)^3}$

- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ و $(x - 2)^3$.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g(x)$	+	○	-	-
$(x - 2)^3$	-	-	○	+
$f'(x)$	-	○	+	-

f متزايدة تماماً على المجال $[1, 2[$ ، f متناقصة تماماً على المجال $]2, +\infty[$ (0.5 ن)

(01 ن) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$-\infty$

(0.5ن)..... $f(x) = \frac{(-x+1)(x-2)^2 + x - 1}{(x-2)^2} = \frac{-x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{(x-2)^2}$ - (4)

(ب-) بما أن : $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{(x-2)^2} = 0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = -x + 1$

(0.5ن)..... بجوار $-\infty$ ، $+\infty$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x-1$	-	0	+	+
$(x-2)^2$	+	+	0	+
$f(x) - y$: إشارة	-	+	+	+

$$(C_f) \cap (\Delta) = \{A(1,0)\}$$

(0.5ن)..... (C_f) فوق (Δ) على المجال $[2, +\infty[\cup]1, 2]$ ، (C_f) تحت (Δ) على المجال $]-\infty, 1[$

(0.5ن)..... (ج-) $(T) : y = f'(3)(x-3) + f(3) = -4(x-3) + 0$ ومنه : $(T) : y = -4x + 12$

(0.5ن)..... (د-) $f(3+h) \approx f'(3)h + f(3)$ حيث h يؤول إلى 0 ومنه : $f(3+h) \approx -4h$

(0.25ن)..... $f(3.0002) \approx -0.0008$ ومنه : $f(3.0002) = f(3 + 0.0002) \approx -4(0.0002)$

(0.25ن)..... (5-) $f(0) = \frac{3}{4}$

(01ن)..... (6-) حلول المعادلة $f(x) = m$ بيانها هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y = m$

$m \in]-\infty, 0[$: للمعادلة حلا وحيدا موجب .

$m = 0$: للمعادلة حلين : حلا مضاعفا موجبا وحلا آخر موجبا .

$m \in]0, \frac{3}{4}[$: للمعادلة ثلاث حلول موجبة .

$m = \frac{3}{4}$: للمعادلة ثلاث حلول : حلا معدوما و حلين موجبين .

$m \in]\frac{3}{4}, +\infty[$: للمعادلة ثلاث حلول : حلا سالبا و حلين موجبين .

(7-أ) من أجل كل x من D_h ، $-x \in D_h$: $h(-x) = -|-x| + 1 + \frac{|-x| - 1}{(|-x| - 2)^2} = h(x)$

(0.5 ن)..... (لأن : $|-x| = |x|$) ومنه الدالة h دالة زوجية .

(ب) $h(x) = \begin{cases} f(x) & x \in I_1 = [0, 2[\cup]2, +\infty[\\ f(-x) & x \in I_2 =]-\infty, -2[\cup]-2, 0] \end{cases}$

(0.5 ن)..... (C_h) يطابق (C_f) : $x \in I_1$
 (C_h) : $x \in I_2$ هو نظير (C_f) بالنسبة لـ (yy') لأن الدالة دالة زوجية .

(4- إنشاء (Δ) ، (T) ، (C_f) ، (C_h) : (02 ن).....

