مجلة المتفوق في الرياضيات
سنة اولى علوم وتكنولوجيا 2025

① الدوال العددية + الدائرة المثلثية

تجميع، كتابة واعداد الأستاذ: ياحي رشيد

عدد التمارين 58

للتواصل معنا

لمن يريد التواصل مع الأستاذ ياحي رشيد

- لتلقي نصائح حول المادة،
- لرفع مستواه في المادة
- للانضمام لمجموعة تيليغرام خاصة بكل مستوى (1 + 2 + 3 ثانوي)
- ، لعمل حصص دعم فردي(خاص) أو جماعي عن بعدأو حضوري تشرف بكم بالتواصل معنا عبر :

✆ رقم الهاتف 0656836024

Facebook: Rachidyahiyahi

مجموعة تيليغرام: https://t.me/+Q7CON2oBpMdkYWU0

قناتنا على اليوتيوب : رياضيات التعليم الثانوي-الأستاذ ياحي رشيد
https://www.youtube.com/@user-mq7hv5vl1n/playlists

فايسبوك الصفحة : دروس دعم في رياضيات التعليم الثانوي - الأستاذ ياحي رشيد
https://www.facebook.com/profile.php?id=100075474326596

مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات): :
https://www.facebook.com/groups/389083745788555/member-requests

التمرين 01

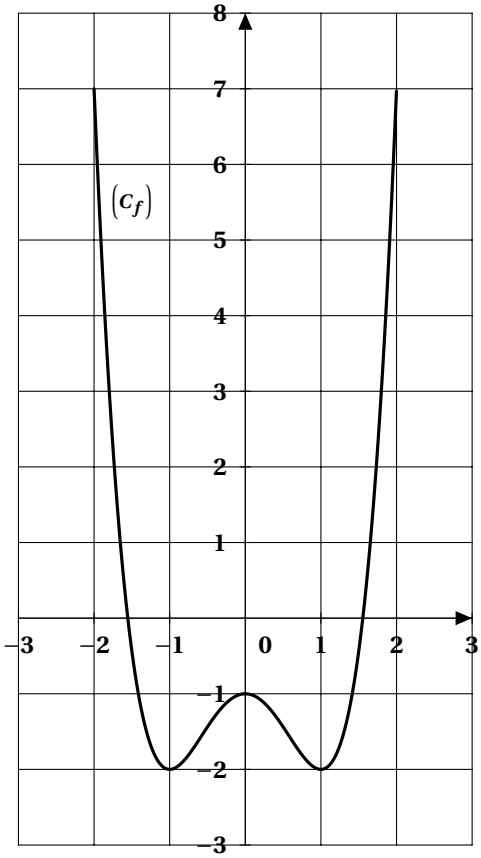
I. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 4x^2 - 12x + 5$.

1/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (2x-3)^2 - 4$.

2/ احسب كلا من $f(-1)$ و $f(0)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ذات المجهول x.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$ و $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0$.



II. المستوي منسوب إلى معلم (O, I, J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين كلا من $f(-1)$، $f(0)$ و $f(2)$.

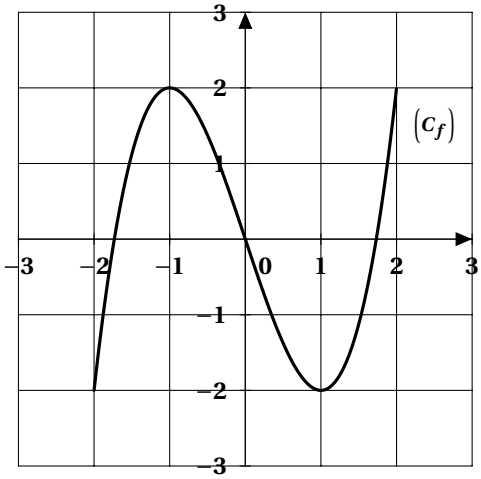
3/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين -2 و 7 بالدالة f.

4/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ عين القيم الحدية للدالة f.

التمرين 02

I. المستوي منسوب إلى معلم (O, I, J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) في الشكل المقابل:



1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين صور كل من الأعداد -2، -1، 0 و 1 بالدالة f.

3/ عين السوابق الممكنة لكل من الأعداد -2، 2 و 3 بالدالة f.

4/ عين القيم الحدية للدالة f.

5/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

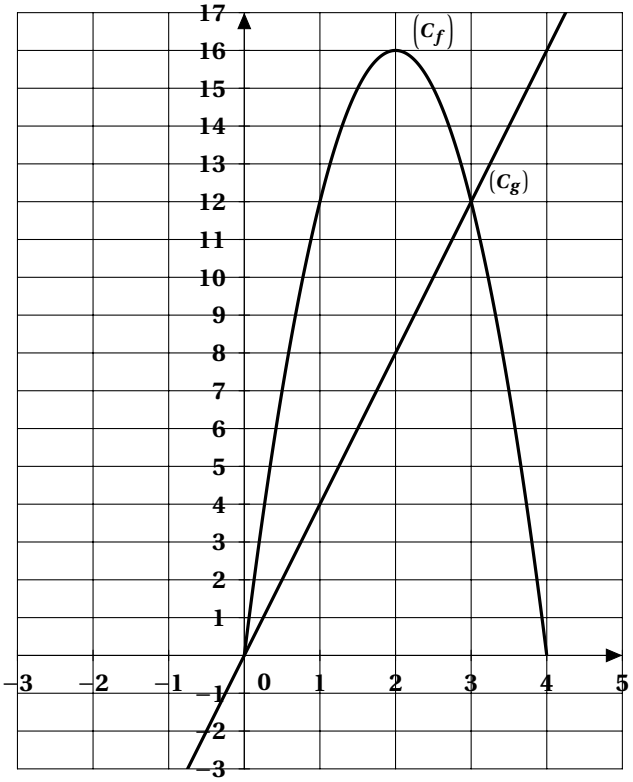
6/ عين إشارة الدالة f.

II. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = -3x^2 + 2$.

1/ أثبت أن الدالة g زوجية.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين $[0,+\infty[$ و $]-\infty,0]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين 03



I. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x) = -4x^2 + 16x$.

1/ احسب صور كل من العددين -2 و $\frac{1}{2}$ بالدالة f.

2/ عين السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة f.

3/ أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:
$f(x) = -4(x-2)^2 + 16$.

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2,+\infty[$ و $]-\infty,2]$.

II. المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). (C_f) التمثيل البياني للدالة f المعرفة سابقا على المجال $[0,4]$

1/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2/ عين القيم الحدية للدالة f.

3/ حل بيانيا المعادلة $f(x) = 12$ ذات المجهول x ثم فسر النتيجة جبريا.

III. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 4x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1/ ادرس شفعية الدالة g.

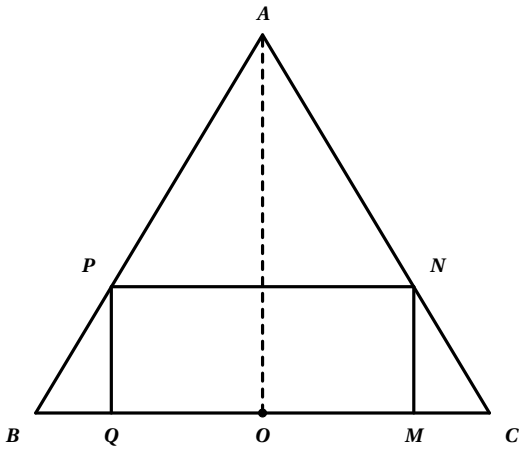
2/ حل بيانيا في المجال $[0,4]$ المتراجحة $g(x) < f(x)$ ذات المجهول x.

IV. في ورشة لتقطيع الزجاج والمرايا، يملك عامل قطعة زجاج مرآة على شكل مثلث ABC متساوي الساقين قاعدته $[BC]$ وارتفاعه $[OA]$ حيث $OA = BC = 8\,cm$.

يريد هذا العامل قص مرآة مستطيلة أو مربعة الشكل من القطعة السابقة حيث المهم أن تكون مساحتها أكبر ما يمكن، فوقع في حيرة من أمره حول أبعاد هذه المرآة وهو بحاجة إلى مساعدتك.

نفرض M نقطة متحركة على $[OC]$ حيث $MC = x$، ومن M نرسم المستطيل $MNPQ$ حيث $[OA]$ محور تناظر له. (انظر الشكل)

نرمز بـ $S(x)$ إلى مساحة المستطيل $MNPQ$.



1/ أثبت أن $QM = 2(4-x)$.

2/ أثبت أن $MN = 2x$.
3/ احسب $S(x)$ ثم تحقق أن $S(x) = f(x)$.
4/ من خلال إجابة السؤال II. 2/ ، عين موضع النقطة M حتى تكون المساحة $S(x)$ أكبر ما يمكن وحدد في هذه الحالة أبعاد المرآة لهذا العامل.

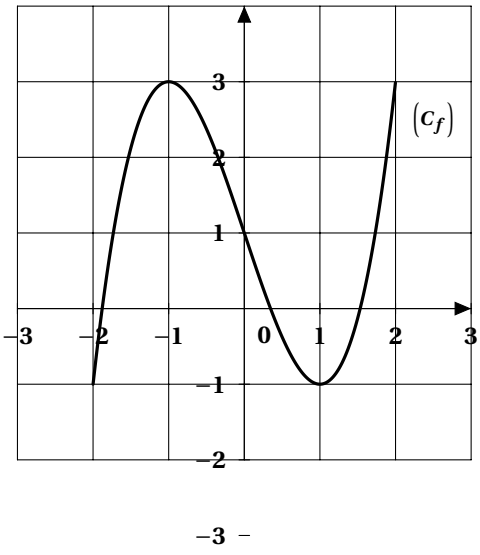
التمرين 04

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-3,1]$ بـ : $f(x) = 3(x+1)^2 - 7$.
1/ احسب كلا من $f(-3)$، $f(1)$ و $f(0)$.
2/ عين السوابق الممكنة للعدد -7 بالدالة f.
3/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-3,-1]$ و $[-1,1]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
4/ عين قيمة حدية للدالة f.
5/ قارن دون حساب ومع التعليل بين $f(0.5)$ و $f(0.75)$.

التمرين 05

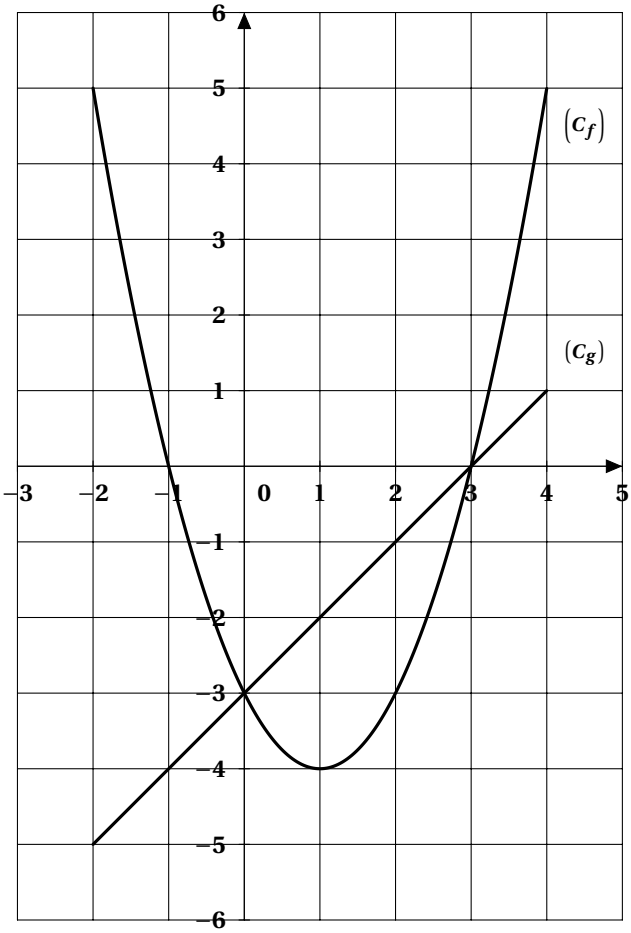
لتكن f و g الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = x^3 - 3x^2$.
1/ احسب كلا من $f(0)$، $f(1)$، $f(3)$، $g(0)$، $g(1)$ و $g(3)$.
2/ عين السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة g.
3/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) - f(x) = x(x-1)(x-3)$.
4/ استنتج حلول المعادلة $g(x) - f(x) = 0$ ذات المجهول x. ماذا تمثل هذه الحلول بيانيا؟

التمرين 06



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث: :
1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2/ عين كلا من $f(1)$ و $f(2)$.
3/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4/ عين القيم الحدية للدالة f.
5/ ما هي عدد سوابق العدد 1 بالدالة f ؟ عين حصرا لهذه السوابق.
6/ x عدد حقيقي حيث: $1 \leqslant x \leqslant 2$. عين حصرا لـ $f(x)$.

التمرين 07



I. المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين صور كل من العددين -2 و 0 بالدالة f.

3/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين -3 و 0 بالدالة f.

4/ هل تقبل الدالة f قيمة حدية صغرى؟ عينها إن وجدت.

5/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

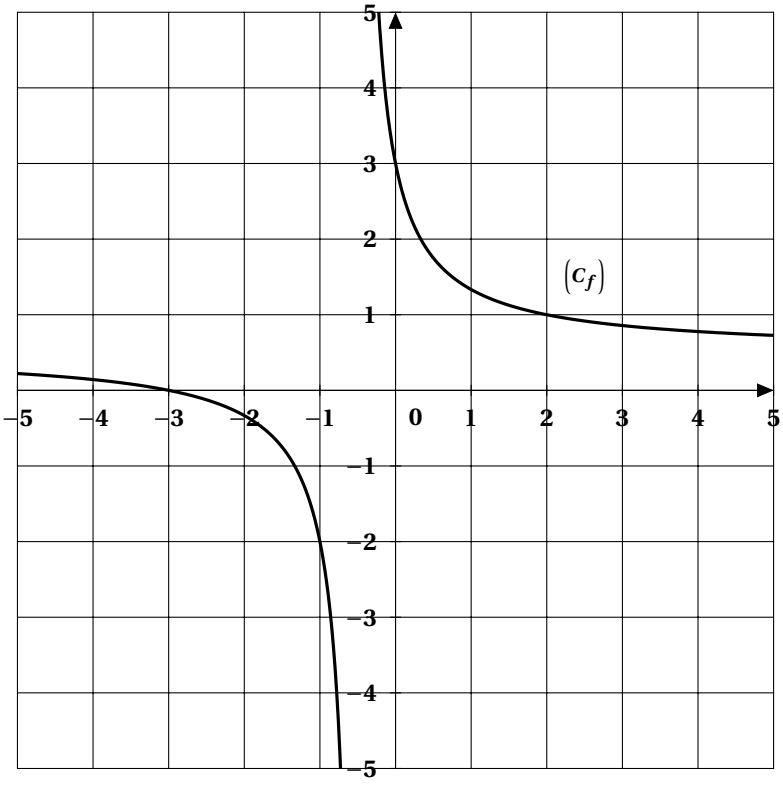
II. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[-1,4]$ بـ: $g(x)=x-3$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1/ ادرس شفعية الدالة g.

2/ حل بيانيا في المجال $[-1,4]$ المعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x.

3/ حل بيانيا في المجال $[-1,4]$ المتراجحة $f(x)<g(x)$ ذات المجهول x.

التمرين 08



I. المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بتمثيلها البياني (C_f) حيث:

1/ عين صور كل من الأعداد -1، 0 و 2 بالدالة f.

2/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين -2 و $\frac{1}{2}$ بالدالة f.

3/ عين اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ و $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ هل الدالة f فردية؟ علل.

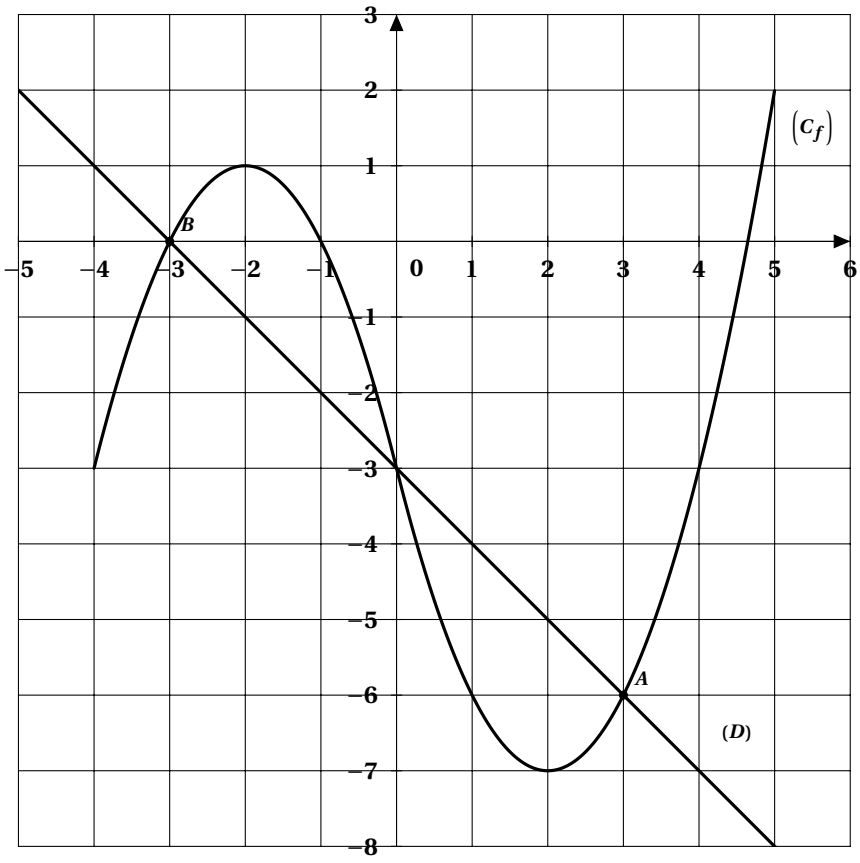
II. نفرض أن الدالة f معرفة بـ: $f(x)=\frac{x+3}{2x+1}$.

1/ أثبت أنه من أجل كل x_1 و x_2 من $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$:

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{5(x_2-x_1)}{(2x_1+1)(2x_2+1)}$$

2/ استنتج صحة إجابتك على السؤال 3.

التمرين 09



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) و g الدالة المعرفة بالمستقيم (D) حيث:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين صور كل من العددين $1-$ و 2 بالدالة f.

3/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين $6-$ و $3-$ بالدالة f.

4/ عين القيم الحدية للدالة f.

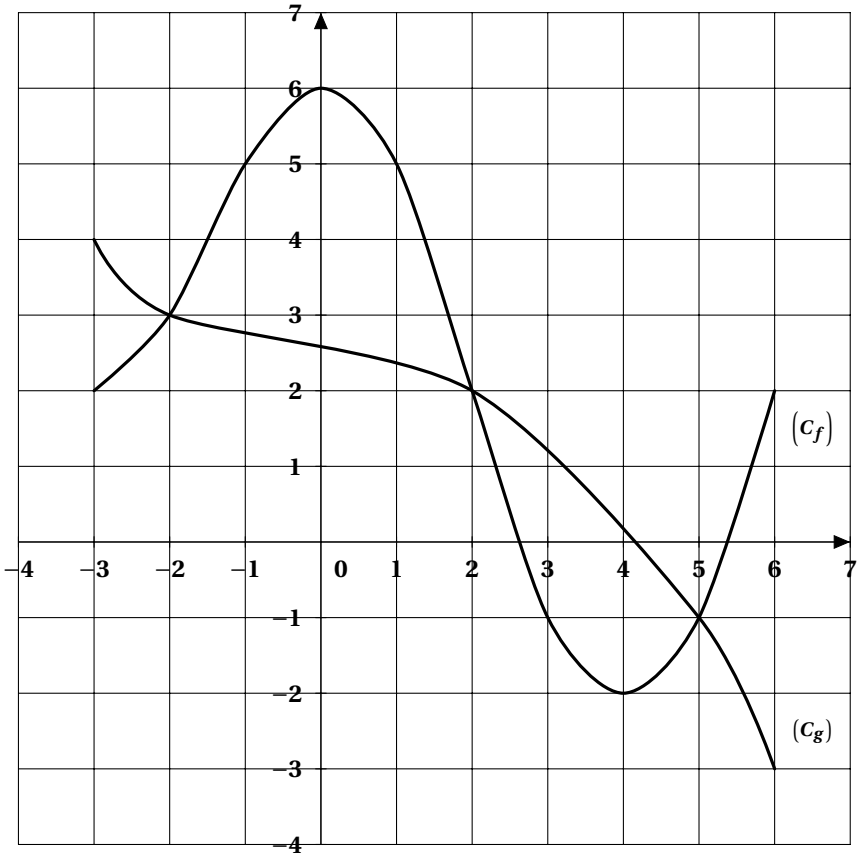
5/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$ ذات المجهول x ثم عين إشارة الدالة f.

7/ إذا علمت أن الدالة g هي دالة تآلفية وتمثيلها البياني يشمل النقطتين A و B. عين عبارة الدالة g.

7/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ والمتراجحة $f(x)\leqslant g(x)$ ذات المجهول x.

التمرين 10



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f و g الدالتين المعرفتين على المجال $[-3,6]$ بتمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) حيث:

1/ احسب كلا من $g(-2)$ و $g(5)$.

2/ عين السوابق الممكنة للعدد 2 بالدالة f.

3/ عين السوابق الممكنة للعدد 3 بالدالة g.

4/ عين اتجاه تغير كل من الدالتين f و g ثم شكل جدول تغيراتهما.

5/ عين إشارة كل من الدالتين f و g.

6/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ والمتراجحة $f(x)<g(x)$ ذات المجهول x.

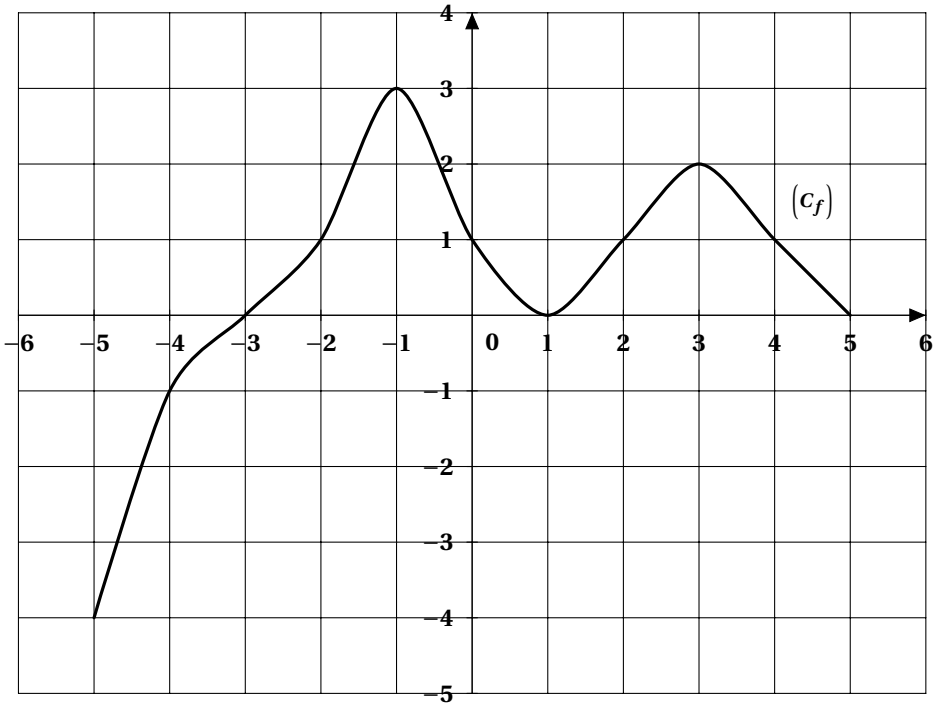
7/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=2$ والمتراجحة $f(x)\geqslant 2$ ذات المجهول x.

التمرين 11

I. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$g(x) = x^2 + 2x + 5$.

1/ عين صور كل من الأعداد 0، 1 و 2 بالدالة g.
2/ عين السوابق الممكنة للعدد 5 بالدالة g.
3/ ادرس شفعية الدالة g.

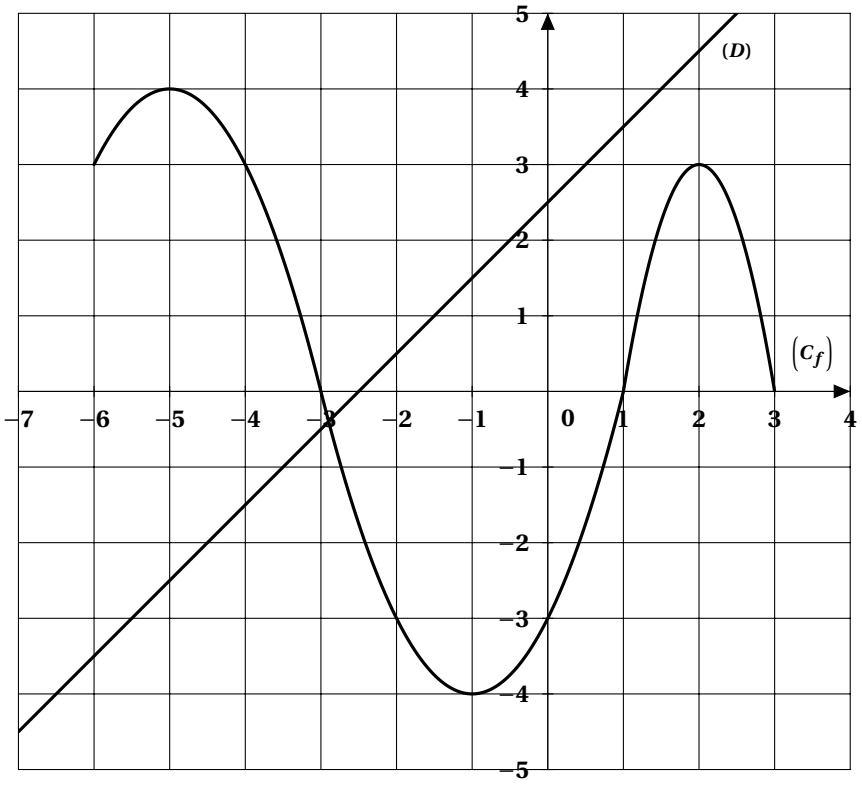
II. المستوي منسوب إلى معلم (O, I, J).
لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:



1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2/ عين كلا من $f(-8)$، $f(-5)$، $f(-3)$، $f(-1)$، $f(0)$ و $f(4)$.
3/ عين السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة f.
4/ حل بيانيا المعادلتين $f(x) = -1$ و $f(x) = 1$ والمتراجحة $f(x) < 0$ ذات المجهول x.
5/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
6/ عين إشارة الدالة f ثم استنتج حلول المتراجحة $f(x) \geqslant 0$ ذات المجهول x.
7/ عين القيم الحدية للدالة f.

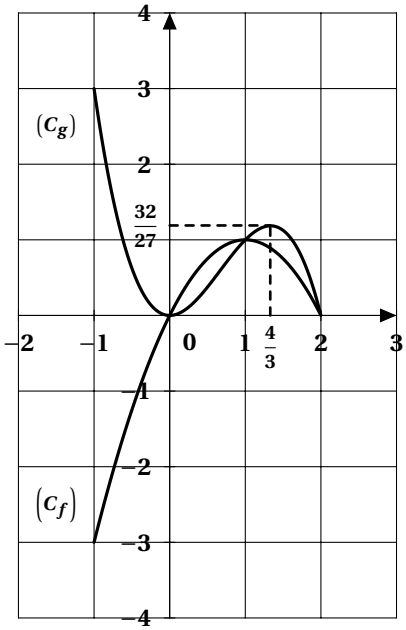
التمرين 12

المستوي منسوب إلى معلم (O, I, J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) و g الدالة المعرفة بالمستقيم (D) حيث:



1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2/ عين صور كل من الأعداد -3، -1 و 2 بالدالة f.
3/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين -2 و 2 بالدالة f.
4/ حل بيانيا المعادلتين $f(x) = -3$ و $f(x) = 0$ والمتراجحة $f(x) \leqslant 3$ ذات المجهول x.
5/ حل بيانيا المعادلة $f(x) = g(x)$ والمتراجحة $f(x) \leqslant g(x)$ ذات المجهول x.
6/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
7/ عين إشارة الدالة f.
8/ إذا علمت أن الدالة g هي دالة تآلفية. عين عبارة الدالة g.

التمرين 13



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f و g الدالتين المعرفتين بتمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) حيث:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f و D_g مجموعة تعريف الدالة g.

2/ عين كلا من $f(-1)$ و $g(2)$.

3/ عين السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة f.

4/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ والمتراجحة $f(x)\geq g(x)$ ذات المجهول x.

5/ عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6/ عين إشارة الدالة f.

7/ عين القيم الحدية للدالة g.

8/ قارن بين $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $f\left(\frac{3}{2}\right)$.

التمرين 14

I. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-6x+7$.

1/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-3)^2-2$.

2/ احسب كلا من $f(0)$ و $f(6)$.

3/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين -2 و 7 بالدالة f.

4/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]3,+\infty[$ و $]-\infty,3]$ ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[0,6]$.

II. لتكن g الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي:

x	0		2		4		5
$g(x)$	0	↘	-3	↗	0	↗	2

1/ حل المعادلة $g(x)=0$ ذات المجهول x ثم استنتج إشارة الدالة g على المجال $[0,5]$.

2/ قارن بين $g\left(\frac{5}{2}\right)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$.

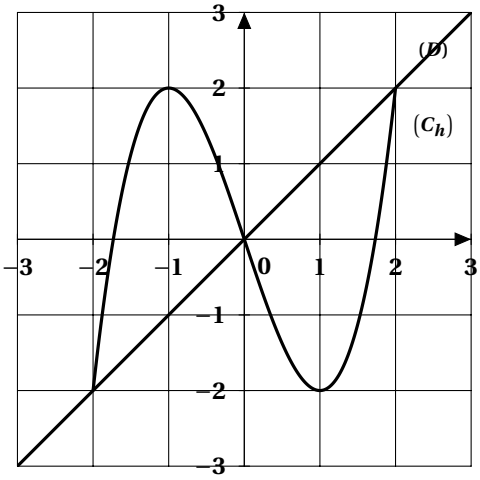
3/ أكمل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[-5,5]$ علما أن الدالة g فردية.

4/ انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g، أنشئ (C_g) التمثيل البياني للدالة g على المجال $[-5,5]$ في مستو منسوب إلى معلم (O,I,J).

III. لتكن h الدالة المعرفة على المجال $[-2,2]$ بـ: $h(x)=x^3-3x$ و (C_h) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم (O,I,J).

1/ أ/ ادرس شفعية الدالة h.

بـ/ احسب $h(2)$ ثم استنتج $h(-2)$.



2/ قمنا بإنشاء (C_h) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$:

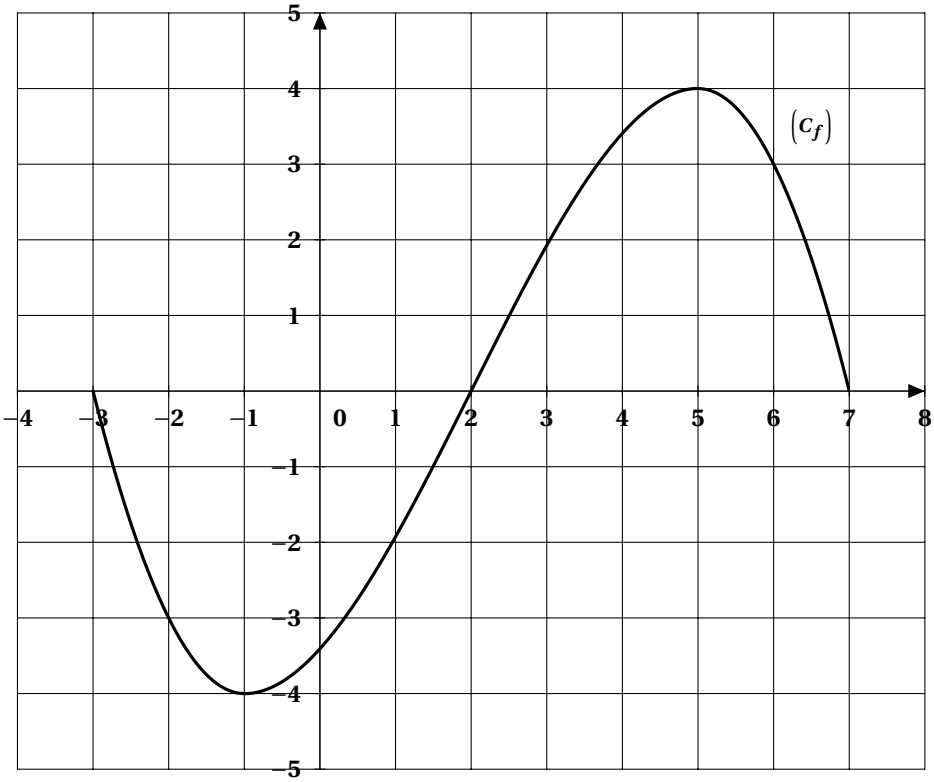
أ/ عين القيم الحدية للدالة h.

بـ/ عين اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ/ عين حلول المعادلة $h(x) = x$ والمتراجحة $h(x) < x$ ذات المجهول x في المجال $[-2,2]$.

التمرين 15

المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J).



لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين صور كل من الأعداد -1، 2 و 5 بالدالة f.

3/ عين السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة f.

4/ عين القيم الحدية للدالة f.

5/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6/ قارن بين $f(-2)$ و $f(-1.5)$.

7/ عين إشارة الدالة f ثم استنتج حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ ذات المجهول x.

التمرين 16

لتكن f الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي:

x	-4		-1		0		1		3		5
$f(x)$	1.5	↘	0	↘	-2	↗	0	↗	2	↘	1

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين اتجاه تغير الدالة f.
3/ عين القيم الحدية للدالة f.
4/ حل في المجال $[-4,5]$ المعادلة $f(x)=0$ ذات المجهول x.
5/ عين إشارة الدالة f.
6/ قارن دون حساب ومع التعليل بين $f(-3)$ و $f(-2)$ ثم بين $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(2)$.
7/ انطلاقا من جدول تغيرات الدالة f، أنشئ (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[-4,5]$ في مستو منسوب إلى معلم (O,I,J).
8/ عين شفعية الدالة f مع التعليل.

التمرين 17

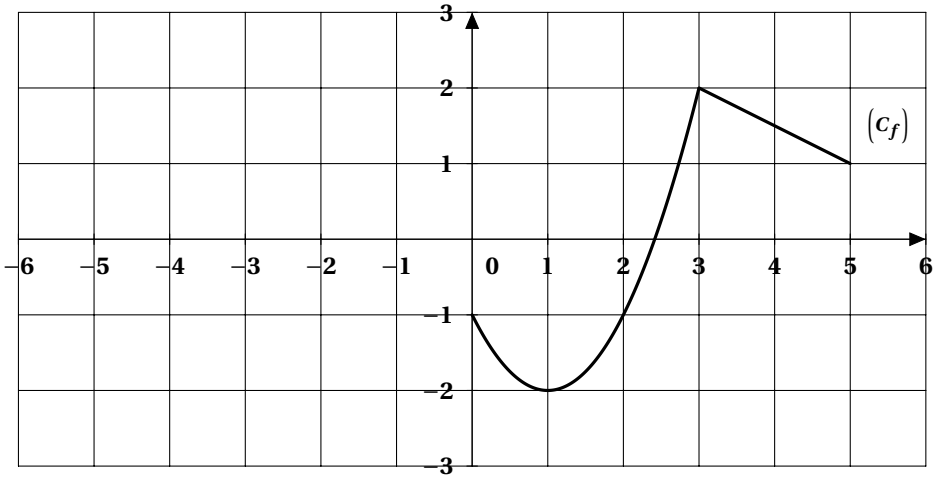
لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-4x+a$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث a عدد حقيقي.

I. عين العدد الحقيقي a علما أن النقطة $A(1,2)$ تنتمي إلى (C_f).

II. نفرض أن $a=5$ أي أن الدالة f معرفة بـ : $f(x)=x^2-4x+5$.
1/ احسب صور كل من الأعداد 0، 2 و -1 بالدالة f.
2/ عين السوابق الممكنة للعدد 5 بالدالة f.
3/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-2)^2+1$.
4/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2,+\infty[$ و $]-\infty,2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
5/ استنتج أن الدالة f تقبل قيمة حدية يطلب تعيينها.

التمرين 18

المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-5,5]$ بتمثيلها البياني (C_f) حيث:



1/ أكمل التمثيل البياني (C_f) علما أن الدالة f زوجية.
2/ عين صور كل من الأعداد 0، 1 و -2 بالدالة f.
3/ عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-5,5]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
4/ قارن دون حساب ومع التعليل بين $f(\pi)$ و $f(4)$.
5/ عين القيم الحدية للدالة f.

التمرين 19

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-4x+a$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث a عدد حقيقي.

I. عين العدد الحقيقي a علما أن النقطة $A(1,2)$ تنتمي إلى (C_f).

II. نفرض أن $a=5$ أي أن الدالة f معرفة بـ : $f(x)=x^2-4x+5$.

1/ احسب صور كل من الأعداد 0، 2 و -1 بالدالة f.

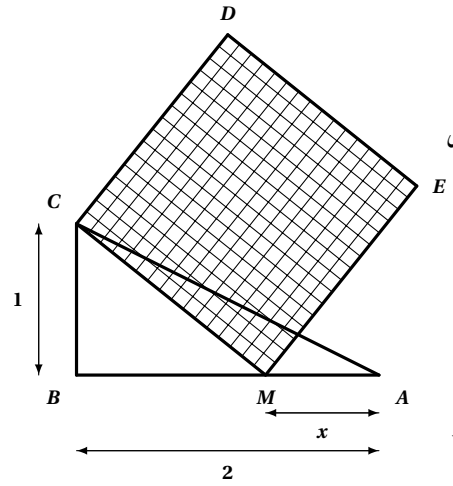
2/ عين السوابق الممكنة للعدد 5 بالدالة f.

3/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-2)^2+1$.

4/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2,+\infty[$ و $]-\infty,2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ استنتج أن الدالة f تقبل قيمة حدية يطلب تعيينها.

6/ ABC مثلث قائم في B حيث $AB=2\,cm$ و $BC=1\,cm$، M نقطة من $[AB]$ حيث $AM=x$ (x عدد حقيقي من المجال $[0,2]$)، D و E نقطتان بحيث يكون الرباعي $MCDE$ مربع (انظر الشكل المقابل). نرمز بـ $S(x)$ إلى مساحة المربع $MCDE$.



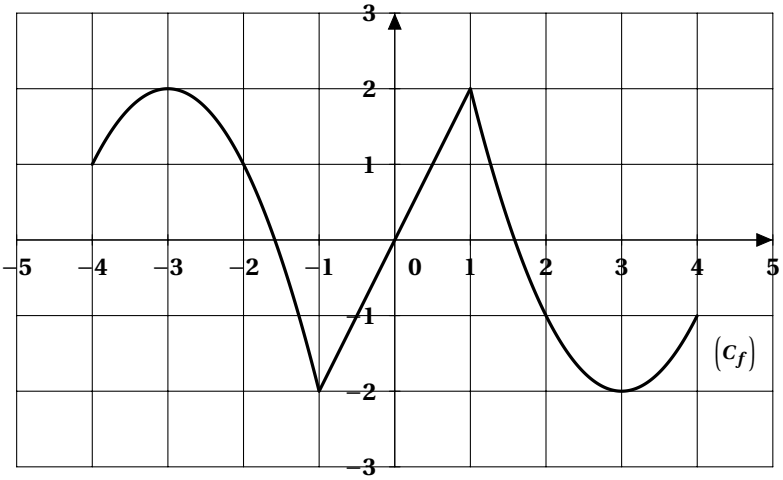
أ/ عبر عن MC^2 بدلالة x.

ب/ تحقق أنه من أجل كل x من المجال $[0,2]$: $S(x)=f(x)$.

جـ/ عين قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون مساحة المربع $MCDE$ أصغر ما يمكن.

التمرين 20

المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:



1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين صور كل من العددين 0 و -2 بالدالة f.

3/ أ/ عين السوابق الممكنة للعدد 2 بالدالة f.

ب/ ما هي عدد سوابق العدد 0 بالدالة f ؟

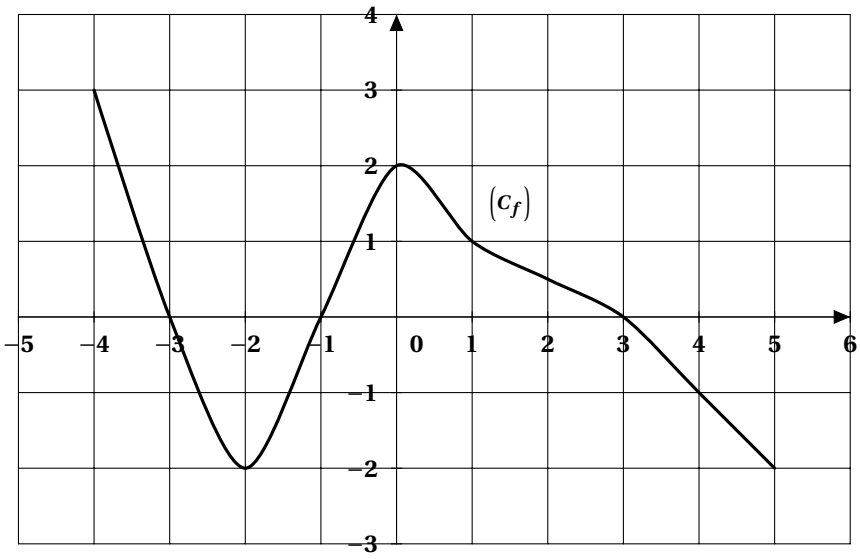
4/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ أ/ عين شفعية الدالة f مع التعليل.

ب/ إذا علمت أن $f\left(\sqrt{2}\right)=9-6\sqrt{2}$، عين $f\left(-\sqrt{2}\right)$.

6/ عين القيم الحدية للدالة f.

التمرين 21



I. المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين صور كل من الأعداد -3، 0 و 5 بالدالة f.

3/ عين السوابق الممكنة لكل من -2 و 3 و 4 و 0 بالدالة f.

التمرين 22

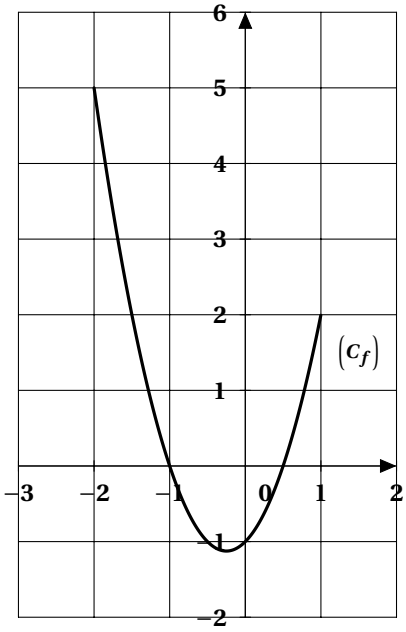
لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-4x+13$.

1/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-2)^2+9$.

2/ عين صور كل من العددين -1 و 2 بالدالة f.

3/ باختيار العبارة المناسبة للدالة f، عين السوابق الممكنة لكل من الأعداد -7، 9 و 13 بالدالة f.

التمرين 23



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى تساوي $-\frac{9}{8}$ من أجل $x=-\frac{1}{4}$:

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$ ذات المجهول x.

4/ نفرض أن الدالة f معرفة بـ : $f(x)=2x^2+x-1$ ولتكن g الدالة التآلفية التي تحقق: $g(0)=1$ و $g(1)=0$.

- أن الدالة g معرفة بـ : $g(x)=-x+1$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x.

التمرين 24

المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بتمثيلها البياني (C_f) و g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$g(x)=2-\frac{1}{2}x$ و (C_g) تمثيلها البياني حيث:

1/ عين اتجاه تغير الدالة g مع التعليل.

2/ أنشئ (C_g) في المعلم السابق.

3/ بقراءة بيانية:

أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x.

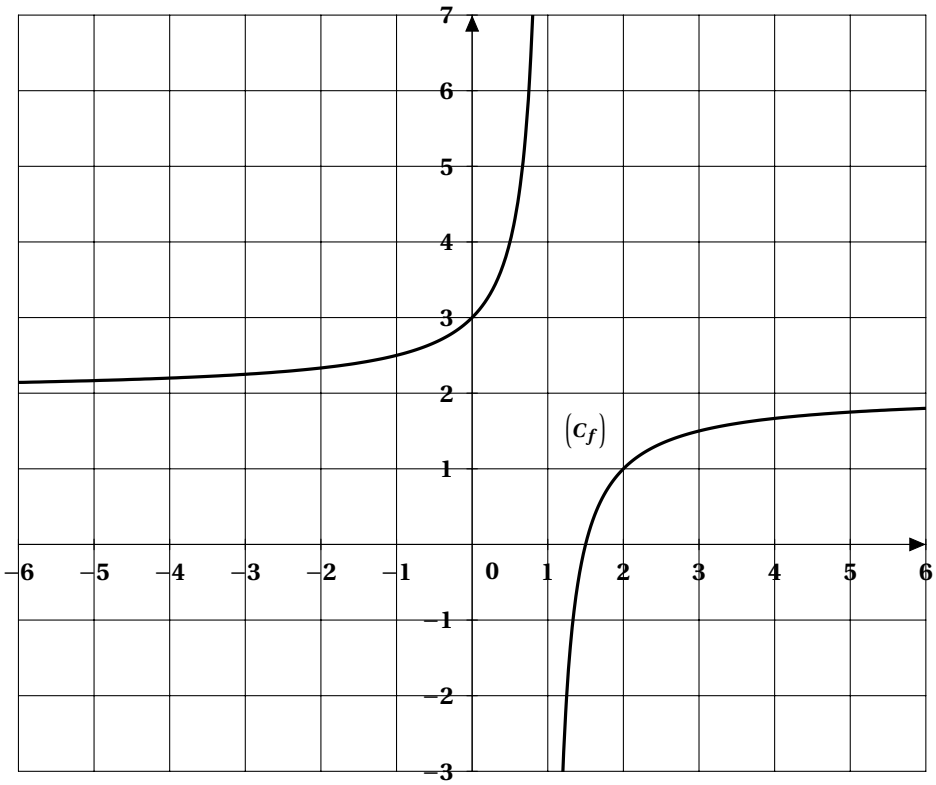
بـ/ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)\geq g(x)$ ذات المجهول x.

4/ نفرض أن الدالة f معرفة بـ : $f(x)=\frac{2x-3}{x-1}$.

أ/ احسب الفرق $f(x)-g(x)$.

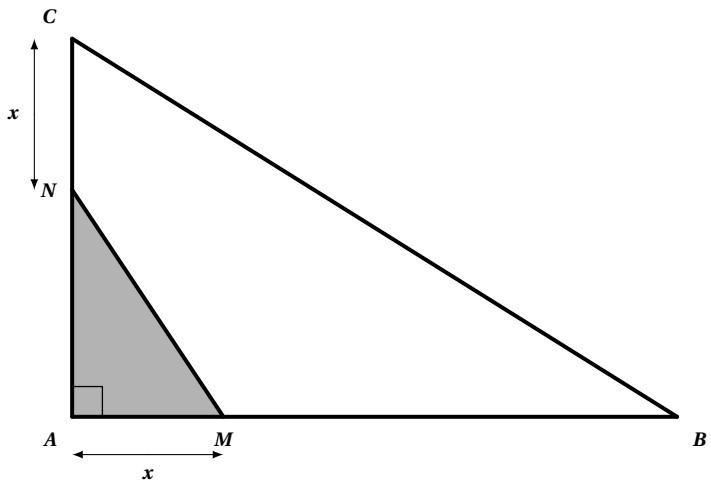
بـ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x. (حسابيا)

جـ/ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)\geq g(x)$ ذات المجهول x. (حسابيا)

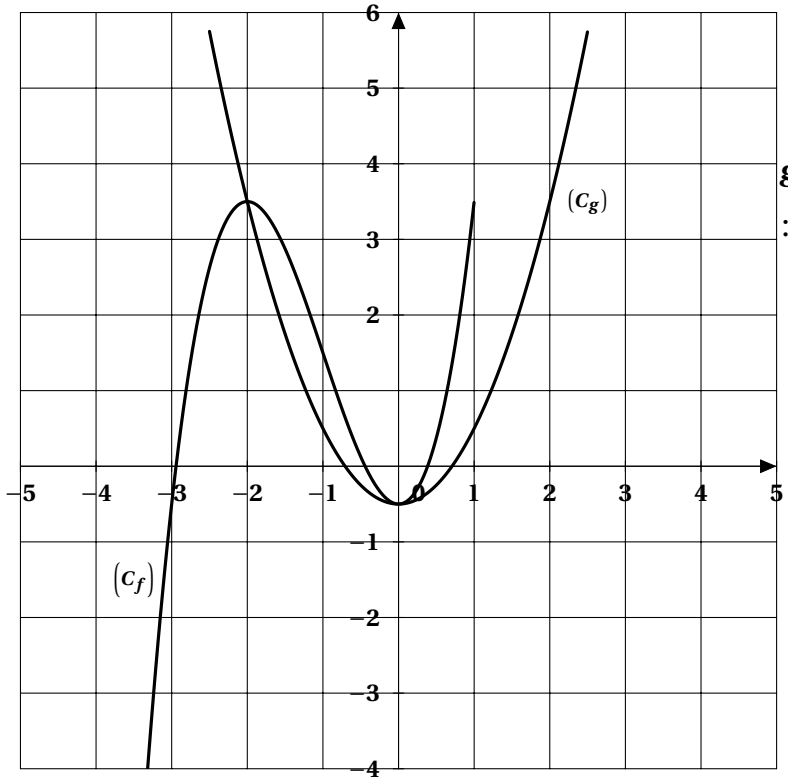


التمرين 25

ABC مثلث قائم في النقطة A حيث $AB=8cm$ و $AC=4cm$ و M و N نقطتان من $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب حيث $AM=CN=x$ كما هو موضح في الشكل.

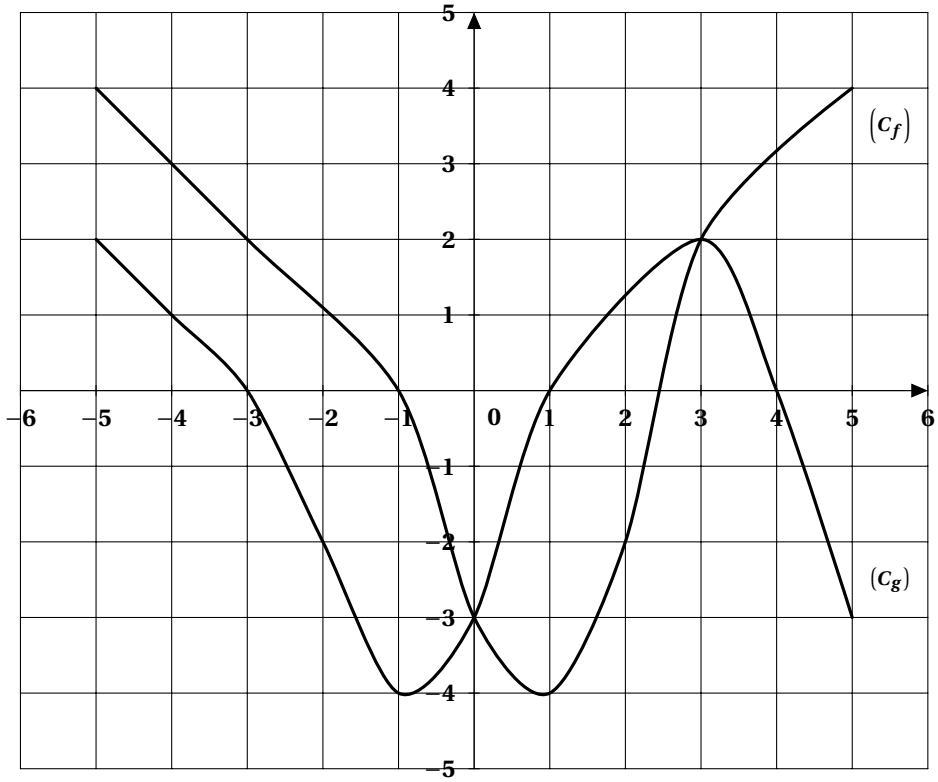


نرمز بـ $f(x)$ إلى مساحة المثلث AMN.
1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2/ اكتب عبارة $f(x)$ بدلالة x.
3/ عين قيم العدد الحقيقي x حتى تكون مساحة المثلث AMN تساوي نصف مساحة المثلث ABC.



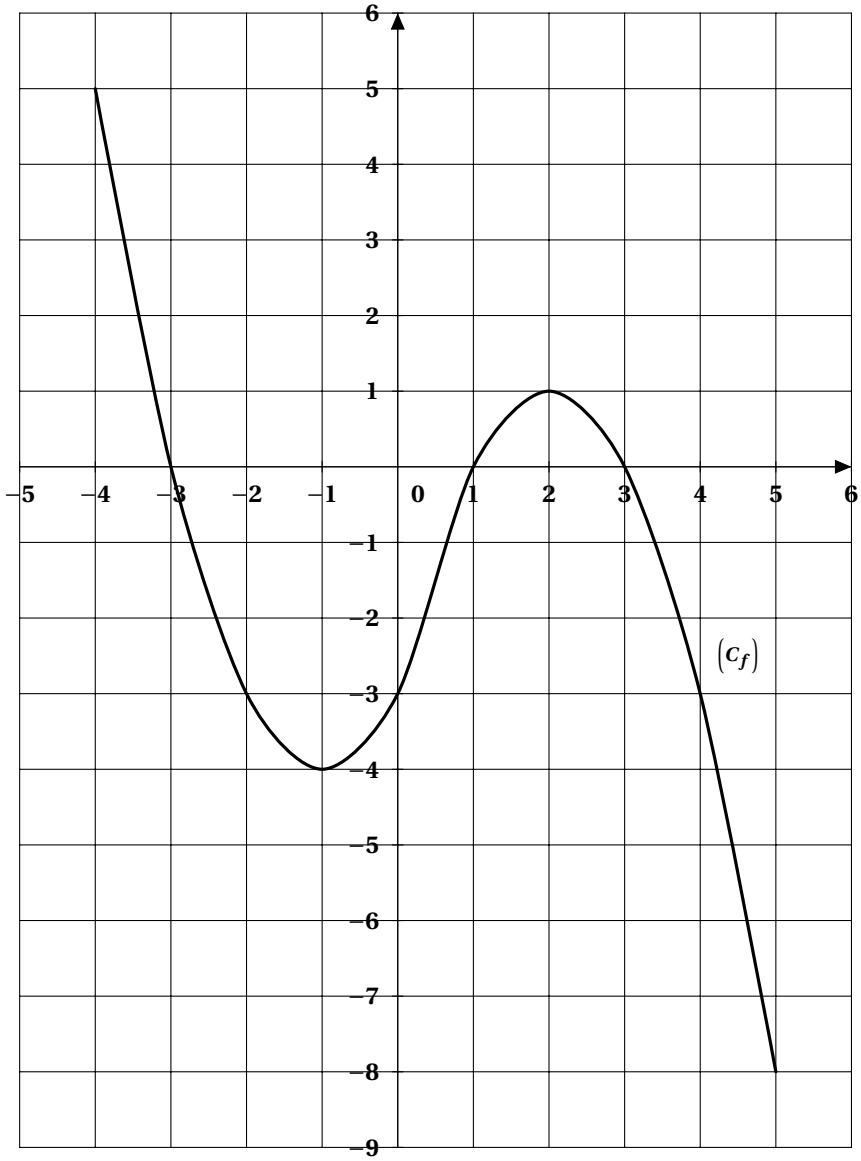
II. المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f و g الدالتين المعرفتين بتمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) حيث:
1/ عين صور كل من الأعداد -1، 0 و 1 بالدالة f.
2/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين 3.5 و 5 بالدالة f.
3/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$ ذات المجهول x.
5/ عين إشارة الدالة f.
6/ حل بيانيا المتراجحة $f(x) \geq g(x)$ ذات المجهول x.
7/ هل الدالة g زوجية أم فردية؟ علل.

التمرين 26



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f و g الدالتين المعرفتين على المجال $[-5,5]$ بتمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) حيث:
1/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x.
2/ حل بيانيا المتراجحة $f(x)<g(x)$ ذات المجهول x.
3/ ما هو عدد حلول المعادلة $g(x)=2$ ذات المجهول x ؟
4/ شكل جدول تغيرات الدالة g.
5/ عين إشارة الدالة g.

التمرين 27



المستوي منسوب إلى معلم (O,I,J). لتكن f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) حيث:

1/ أ/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

ب/ عين صور كل من الأعداد -1، 2 و 3 بالدالة f.

جـ/ عين السوابق الممكنة لكل من العددين -3 و 0 بالدالة f.

2/ أ/ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ عين إشارة الدالة f.

جـ/ حل بيانيا المتراجحة $f(x)>0$ ذات المجهول x.

3/ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-x-3$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ/ أنشئ (C_g).

ب/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x.

التمرين 28

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=1+\dfrac{1}{x-1}$.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty,1[$ و $]1,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ قارن دون حساب ومع التعليل بين العددين A و B حيث: $A=\dfrac{9354.32}{9353.32}$ و $B=\dfrac{9355.31}{9354.31}$.

4/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب.

5/ أنشئ (C_f).

6/ حل بيانيا المتراجحة $f(x)\leqslant 0$ ذات المجهول x ثم حل حسابيا المعادلة $f(x)=x$ ذات المجهول x.

التمرين 29

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=3+\dfrac{1}{x-2}$.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty,2[$ و $]2,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ احسب كلا من $f(0)$ و $f\left(\dfrac{5}{3}\right)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

4/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب.

5/ أنشئ (C_f).

التمرين 30

I. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-2)^2+1$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]2,+\infty[$ و $]-\infty,2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية ثم أنشئ (C_f).

II. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $g(x)=\alpha+\dfrac{1}{x-2}$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث a عدد حقيقي.

1/ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون العدد 3 حلا للمعادلة $f(x)=g(x)$ ذات المجهول x.

2/ ادرس شفعية الدالة g.

3/ أنشئ (C_g).

التمرين 31

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x+1}-1$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2/ أ/ أثبت أن (C_f) هو صورة (R) التمثيل البياني للدالة جذر تربيعي بانسحاب يطلب تعيين شعاعه $\vec{u}$.

ب/ أنشئ (R) ثم (C_f).

3/ أ/ حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$ والمتراجحة $f(x)<1$ ذات المجهول x.

ب/ عين بيانيا إشارة الدالة f.

4/ قارن دون حساب ومع التعليل بين العددين A و B حيث: $A=\dfrac{1}{(f(1445))^2}$ و $B=\dfrac{1}{(f(2024))^2}$.

5/ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\sqrt{|x|+1}-1$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- أثبت أن الدالة زوجية ثم فسر النتيجة بيانيا.

التمرين 32

لتكن f و g الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-6x+7$ و $g(x)=x+3$ و (C_f) و (Δ) تمثيليهما البيانيين في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-3)^2-2$.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[3,+\infty[$ و $]-\infty,3]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية.

4/ أنشئ (C_f) و (Δ) في نفس المعلم.

5/ عين بيانيا وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

6/ حل بيانيا المتراجحة $f(x)\leqslant x+3$ ذات المجهول x.

التمرين 33

لتكن f الدالة المعرفة بـ : $f(x)=\dfrac{2x-5}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f(x)=2-\dfrac{1}{x-2}$.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty,2[$ و $]2,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب ثم أنشئ (C_f).

التمرين 34

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-8x+20$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-4)^2+4$.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[4,+\infty[$ و $]-\infty,4]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من (R) التمثيل البياني للدالة مربع ثم أنشئ (C_f).

التمرين 35

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-2x+3}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

II. نفرض أن $a=-2$ و $b=1$ أي أن الدالة f معرفة بـ : $f(x)=-2+\dfrac{1}{x-1}$.

1/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty,1[$ و $]1,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2/ تحقق أن النقطة $A(0,-3)$ تنتمي إلى (C_f). ماذا تمثل هذه النقطة بيانيا؟

3/ عين نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

4/ أثبت أن (C_f) هو صورة (H) التمثيل البياني للدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه $\vec{u}$.

5/ أنشئ (H) ثم (C_f).

التمرين 36

لتكن f الدالة المعرفة بـ : $f(x)=\frac{-2x+3}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2/ أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f(x)=-2+\frac{1}{x-1}$.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty,1[$ و $]1,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ أثبت أن (C_f) هو صورة (H) التمثيل البياني للدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه $\vec{u}$.

5/ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=|x-3|$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

أ/ اكتب عبارة الدالة دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ أنشئ (C_f) و (C_g) في نفس المعلم.

التمرين 37

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-4x+3$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-2)^2-1$.

2/ أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ذات المجهول x.

ب/ استنتج إشارة الدالة f.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2,+\infty[$ و $]-\infty,2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية.

5/ أنشئ (C_f).

التمرين 38

I. لتكن f الدالة التآلفية المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(-3)=1$ و $f(2)=6$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ عين عبارة الدالة f.

2/ أنشئ (C_f).

II. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^2+6x+8$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ ذات المجهول x ثم استنتج نقاط تقاطع (C_g) مع محور الفواصل.

2/ عين السوابق الممكنة للعدد -1 بالدالة g.

3/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)=(x+3)^2-1$.

4/ ادرس اتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين $[-3,+\infty[$ و $]-\infty,-3]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مربع ثم أنشئ (C_g).

التمرين 39

الجدول المقابل يمثل جدول إشارة الدالة f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=ax-2$ حيث a عدد حقيقي غير معدوم:

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

1/ عين إشارة العدد الحقيقي a.
1/ عين إشارة العدد الحقيقي $f(-1)$.
3/ عين قيمة العدد الحقيقي a.

التمرين 40

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.
1/ أ/ علم على الدائرة (C) النقطتين A و B صورتي العددين $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{1445\pi}{6}$ على الترتيب.
ب/ احسب القيم المضبوطة لجيب وجيب تمام العدد الحقيقي $\frac{1445\pi}{6}$.
2/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=\cos(2024\pi-x)+\sin(1445\pi-x)+\cos\left(\frac{1996\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{1981\pi}{3}\right)$.
أ/ أثبت أن $A(x)=\cos(x)+\sin(x)$.
ب/ x عدد حقيقي من المجال $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$. عين كلا من $\cos(x)$ و $\sin(x)$ علما أن $A(x)=\cos(x)+\frac{3}{5}\cos(1998\pi)$.

التمرين 41

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.
1/ أكمل الجدول التالي:

القيس بالدرجات	$40°$	
القيس بالراديان		$\frac{5\pi}{12}$

2/ علم على الدائرة (C) النقط M_1، M_2 و M_3 صور الأعداد $\frac{115\pi}{6}$، $\frac{-129\pi}{4}$ و $\frac{17\pi}{2}$ على الترتيب.
3/ احسب القيم المضبوطة لـ $\cos$ و $\sin$ الأعداد الحقيقية $\frac{115\pi}{6}$، $\frac{-129\pi}{4}$ و $\frac{17\pi}{2}$.
4/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=\cos(x+1445\pi)+\sin(-x-2024\pi)-\cos(-x-3\pi)+\sin(x-20\pi)$.
- بسط العبارة $A(x)$.
5/ x عدد حقيقي من المجال $\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$ حيث $\sin(x)=\frac{1}{7}$. احسب $\cos(x)$.
6/ x عدد حقيقي من المجال $\left]\pi,\frac{3\pi}{2}\right[$ حيث $\sin(x)=\frac{-\sqrt{3}}{2}$. عين العدد الحقيقي x.

التمرين 42

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

نعتبر الأعداد الحقيقية a، b و c حيث: $a=\frac{13\pi}{3}$، $b=\frac{-2017\pi}{4}$ و $c=\frac{193\pi}{2}$.

1/ احسب القيم المضبوطة لـ cos و sin الأعداد الحقيقية a، b و c ثم علمها على الدائرة (C).

2/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=\cos(\pi+x)-\sin(\pi-x)+\sin(x)+\cos(-x)$.

- أثبت أن $A(x)=0$.

التمرين 43

من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=1-\cos\left(\frac{-384\pi}{24}\right)+\cos^2(-1445\pi+x)+\sin^2(2024\pi-x)-2\sin(23\pi-3x)$.

1/ أثبت أن $A(x)=1-2\sin(3x)$.

2/ قارن دون استخدام الآلة الحاسبة بين العددين $A\left(\frac{\pi}{21}\right)$ و $A\left(\frac{\pi}{15}\right)$.

3/ أ/ احسب $A\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ ثم استنتج $A\left(\frac{-5\pi}{12}\right)$.

بـ/ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=A(x)$. اختر الإجابة الصحيحة:

الدالة f هي دالة: أ/ زوجية بـ/ فردية جـ/ لا زوجية ولا فردية

التمرين 44

I. في كل حالة من الحالات التالية، أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

1/ $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(-\frac{172\pi}{4}\right)$.

2/ الدالة cos هي دالة فردية.

3/ x عدد حقيقي. إذا كان $\cos(x)=\frac{\sqrt{7}}{3}$ فإن $\sin(x)=\frac{\sqrt{2}}{3}$ أو $\sin(x)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

4/ الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\cos(x)+\sin(x)$ هي دالة دورية.

II. بسط العبارتين $A(x)$ و $B(x)$ حيث:

1/ $A(x)=2\sin(\pi-x)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin(-x)+\frac{\sin^2(x)}{1-\cos^2(x)}$.

2/ $B(x)=\sin(\pi+x)-2\sin(x-\pi)+\sin\left(\frac{128\pi}{4}+x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$.

التمرين 45

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ حول إلى الراديان القيسين $15°$ و $120°$ ثم حول إلى الدرجة القيسين $\frac{5\pi}{8}$ و $\frac{\pi}{7}$.

2/ علم على الدائرة (C) النقط A، B، C و D صور الأعداد $\frac{63\pi}{4}$، $\frac{2019\pi}{6}$، $\frac{-123\pi}{3}$ و -43π على الترتيب.

3/ عين حسابيا إحداثيي كل من النقط A، B، C و D.

4/ إذا علمت أن $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. احسب جيب وجيب تمام الأعداد $\frac{-\pi}{8}$، $\frac{9\pi}{8}$ و $\frac{23\pi}{8}$.

5/ أثبت أن $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{-\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{23\pi}{8}\right)=0$.

6/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=\sin(11\pi-x)+2\sin(-x)+\sin(6\pi+x)-\cos(\pi-x)$.

أ/ أثبت أن $A(x)=\cos(x)$.

ب/ حل في المجال $[-\pi,\pi]$ المعادلة $A(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ذات المجهول x.

التمرين 46

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ أ/ علم على الدائرة (C) النقط M_1، M_2 و M_3 صور الأعداد $\frac{4038\pi}{2}$، $\frac{604\pi}{3}$ و $\frac{667\pi}{6}$ على الترتيب.

ب/ احسب العدد الحقيقي A حيث: $A=\sin\left(\frac{4038\pi}{2}\right)+\cos\left(\frac{604\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{667\pi}{6}\right)$.

2/ x عدد حقيقي من المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ حيث $\cos(x)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. احسب $\sin(x)$.

3/ x عدد حقيقي من المجال $[-\pi,\pi]$ حيث $\begin{cases}\cos(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin(x)=-\frac{1}{2}\end{cases}$. عين العدد الحقيقي x.

التمرين 47

1/ عين القيس الرئيسي للعدد الحقيقي $\frac{2019\pi}{4}$.

2/ احسب كلا من $\cos\left(\frac{2019\pi}{4}\right)$ و $\sin\left(\frac{2019\pi}{4}\right)$.

3/ احسب العدد الحقيقي A حيث: $A=\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right)$.

4/ x عدد حقيقي. أثبت صحة المساويات التالية:

أ/ $(\cos x+\sin x)^2-2\cos x\times\sin x-1=0$.

ب/ $\cos^4 x+\sin^4 x+2\cos^2 x\times\sin^2 x-1=0$.

جـ/ $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$.

التمرين 48

في كل حالة من الحالات التالية، أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل وتصحيح العبارات الخاطئة:

1/ الدالة $x\longmapsto\frac{5+x}{x}$ متناقصة تماما على المجال $]0,+\infty[$.

2/ من أجل كل عدد حقيقي x : $\cos(\pi+x)-\cos(\pi-x)+2\cos(x+2\pi)=-\cos(x)$.

3/ التمثيل البياني للدالة $x\longmapsto\sqrt{x+2}-1$ هو صورة التمثيل البياني للدالة $x\longmapsto\sqrt{x}$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.

التمرين 49

1/ احسب كلا من $\cos\left(\frac{-13\pi}{4}\right)$، $\cos\left(\frac{37\pi}{3}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

2/ بسط العبارة $A(x)$ حيث: $A(x)=\cos(13\pi-x)-\cos(2\pi-x)+\sin(31\pi+x)+\sin(x-125\pi)$.

3/ حل في المجال $[0,\pi]$ المعادلة $\sin(x)=\frac{1}{2}$ ذات المجهول x.

4/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\sin^2 x-\cos^2 x=1-2\cos^2 x$.

التمرين 50

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ علم على الدائرة (C) النقط A، B و C صور الأعداد $\frac{\pi}{3}$، $\frac{2009\pi}{4}$ و $\frac{-1430\pi}{3}$ على الترتيب.

2/ احسب القيم المضبوطة لـ cos و sin الأعداد الحقيقية $\frac{\pi}{3}$، $\frac{2009\pi}{4}$ و $\frac{-1430\pi}{3}$.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة cos على المجال $[0,\pi]$ ثم شكل جدول تغيراتها وأنشئ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

التمرين 51

1/ حول إلى الراديان القيس $54°$ ثم حول إلى الدرجة القيس $\frac{\pi}{120}$.

2/ احسب جيب تمام العدد الحقيقي 2019π.

3/ بسط العبارة $A(x)$ حيث: $A(x)=\cos(\pi+x)+\sin(\pi-x)+\cos(-x)$.

4/ ادرس شفعية الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\cos(x)\times\sin(x)$.

التمرين 52

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ علم على الدائرة (C) النقطة A صورة العدد الحقيقي $\frac{2019\pi}{4}$.

2/ احسب كلا من $\cos\left(\frac{2019\pi}{4}\right)$ و $\sin\left(\frac{2019\pi}{4}\right)$.

3/ أ/ بسط العبارة $A(x)$ حيث: $A(x)=\cos(\pi+x)-\sin(\pi-x)+2\cos(2\pi+x)-\sin(-x)$.

ب/ احسب قيمة $A(x)$ من أجل $x=-\frac{\pi}{4}$.

4/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $(\cos x+\sin x)^2-2\cos x\times\sin x-1=0$.

التمرين 53

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ حول إلى الراديان القيس $47°$ ثم حول إلى الدرجة القيس $\frac{3\pi}{7}$.

2/ أ/ علم على الدائرة (C) النقط A، B و C صور الأعداد $\frac{7\pi}{3}$، $\frac{-39\pi}{4}$ و $\frac{47\pi}{6}$ على الترتيب.

ب/ احسب جيب وجيب تمام الأعداد $\frac{7\pi}{3}$، $\frac{-39\pi}{4}$ و $\frac{47\pi}{6}$.

3/ أ/ إذا علمت أن $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$. أثبت أن $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$.

بـ/ استنتج كلا من $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$، $\cos\left(\frac{11\pi}{5}\right)$ و $\sin\left(\frac{-7\pi}{5}\right)$.

4/ عين قيم x من المجال $[0,\pi]$ في الحالتين: أ/ $\cos(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ بـ/ $\sin(x)=\frac{1}{2}$.

5/ x عدد حقيقي. أثبت صحة المساوتين التاليتين:

أ/ $(\cos x+\sin x)^2-2\cos x\times\sin x=1$.

بـ/ $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$.

التمرين 54

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ علم على الدائرة (C) النقط A، B و C صور الأعداد $\frac{17\pi}{3}$، $\frac{2009\pi}{4}$ و $\frac{-1430\pi}{3}$ على الترتيب.

2/ احسب القيم المضبوطة لـ cos و sin الأعداد $\frac{17\pi}{3}$، $\frac{2009\pi}{4}$ و $\frac{-1430\pi}{3}$.

3/ حل في المجال $\left[-\frac{\pi}{2},\pi\right]$ المعادلة $2\sin(x)=\sqrt{3}$ والمتراجحة $\cos(x)\leqslant\frac{1}{2}$ ذات المجهول x.

4/ x عدد حقيقي من المجال $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ حيث $\sin(x)=\frac{2}{3}$. احسب $\cos(x)$.

5/ بسط العبارة $A(x)$ حيث: $A(x)=\cos(13\pi-x)-\cos(2\pi-x)+\sin(31\pi+x)+\sin(x-125\pi)$.

التمرين 55

1/ بسط مايلي: (لاحظ أن $\frac{5\pi}{8}=\pi-\frac{3\pi}{8}$)

أ/ $S_1=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

بـ/ $S_2=\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

2/ أ/ إذا علمت أن $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. احسب $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

بـ/ استنتج كلا من $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

التمرين 56

في كل حالة من الحالات التالية، أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل وتصحيح العبارات الخاطئة:

1/ x عدد حقيقي. إذا كان $\sin(x)=1$ فإن $\sin(2x)=2$.

2/ الدالة $x\longmapsto\sqrt{-x}$ متناقصة تماما على مجموعة تعريفها.

3/ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)^2$. إذا كان $x>1$ فإن $f(x)>0$.

4/ من أجل كل عدد حقيقي x : $(\cos x+\sin x)^2+(\cos x-\sin x)^2=1+\cos x$.

التمرين 57

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ علم على الدائرة (C) النقط M_1، M_2 و M_3 صور الأعداد $\frac{2405\pi}{6}$، $\frac{-345\pi}{4}$ و 2021π على الترتيب.

2/ استنتج القيم المضبوطة لكل من $\sin\left(\frac{2405\pi}{6}\right)$، $\tan\left(\frac{-345\pi}{4}\right)$ و $\cos(2021\pi)$.

3/ x عدد حقيقي من المجال $\left]\pi,\frac{3\pi}{2}\right[$ حيث $\cos(x)=\frac{-3}{5}$. احسب $\sin(x)$.

4/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=2\cos(2021\pi-x)+\cos(2020\pi-x)-\cos(x+13\pi)+\sin\left(\frac{17\pi}{2}\right)$.

- أثبت أن $A(x)=1$.

التمرين 58

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)، (C) الدائرة المثلثية التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OI.

1/ علم على الدائرة (C) النقط A، B، C و D صور الأعداد $\frac{17\pi}{3}$، $\frac{112\pi}{3}$، $\frac{75\pi}{4}$ و $\frac{-13\pi}{4}$ على الترتيب.

2/ احسب القيم المضبوطة لكل من $\sin\left(\frac{75\pi}{4}\right)$، $\cos\left(\frac{75\pi}{4}\right)$، $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)$ و $\cos\left(\frac{17\pi}{3}\right)$.

3/ x عدد حقيقي من المجال $\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$ حيث $\cos(x)=\frac{\sqrt{8}}{3}$. احسب $\sin(x)$.

4/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $A(x)=\cos(1995\pi+x)+\cos(-x+2018\pi)+\sin(1440\pi+x)+\sin(2019\pi+x)$.

- بسط العبارة $A(x)$.