التمرين 1: 2009 م1:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. احسب : $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركزتناظر للمنحنى (C_f).
2. ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.
3. أ) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب لـِ (C_f) عند $+\infty$.

ب) أحسب : $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (x+2)]$ استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,7 < \alpha < -1,6$.
5. أرسم (C_f) من أجل كل x من $\mathbb{R}$.
6. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$
7. أ) أحسب $\mathscr{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = x + 2$، $y = x$ و $y = \alpha$

ب) بين أن : $\mathscr{A}(\alpha) = 2ln(-\alpha)$ ثم عين حصرا لـِ : $\mathscr{A}(\alpha)$.

التمرين 2: 2009 م2:

1. g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x + lnx$.

أ) أحسب نهاية الدالة g عندما x يؤول إلى $+\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g.

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فإن $g(x) \neq 0$.

2. لتكن f الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{6lnx}{2x + lnx}$.

أ) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \frac{6\frac{lnx}{x}}{2 + \frac{lnx}{x}}$ من أجل كل $x \in [1,\infty[$.

ب) أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f.

د) شكل جدول تغيرات f، ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متمايزين ؟

هـ) جد معادلة المماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x) = f(e^x)$. و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) شكل جدول تغيرات h.

ب) جد معادلةالمماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1.

ج) أرسم كلا من (Δ_1)، (Δ_2)، (C_f) و (C_h).

التمرين 3: 2010 م1:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$.
2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها .
3. بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالات تعريفهاثم شكل جدول تغيراتها.
4. -أ) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$. بين أن (D) و (D') مقاربانللمنحنى (C_f) ثم حددوضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9 < x_0 < 0,91$ و $-1,66 < x_1 < -1,65$.

ج) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(x) + f(-x)$ فسر هندسيا النتيجة .

د) أرسم (D)، (D') و (C_f).

هـ) m عدد حقيقي ، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y = x+m$. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

5. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يأتي : $g(x) = [f(x)]^2$ أدرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x.

التمرين 4: 2010 م2:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) بين أن الدالة f فردية .
ب) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:
$f'(x) = 1 + \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.
ج) أدرس تغيرات f.

2. أ) أكتب معادلةالمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
ب)أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها.
جـ) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر .
د) أرسم (d)، (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$$g(x) = |x|\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$
أ) بين أن g زوجية .
ب) انطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.

التمرين5: 2011 م1:

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{a+bln2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عين a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل .

2. g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :
$g(x) = \dfrac{1+2ln2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب إلى المعلم السابق.
أ)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$، فسر النتيجتين هندسيا .
ب)أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
ج)حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$.
د)أنشئ (C_g).

3. أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :
$h(x) = \dfrac{1+2ln2x}{2x}$. أحسب $h'(x)$.
ب) تحقق أن : $g(x) = \dfrac{1}{4x^2} + \dfrac{ln2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين6: 2011 م2:

I). f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = 3 - \dfrac{4}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس تغيرات f.

2. عين معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى عندها.

4. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ $g(x) = f(x) - x$.
أ) أدرس تغيرات الدالة g.
ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$.

5. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.
ب) أرسم المماس (T) والمستقيم (Δ) الذي معدلته $y = x$ والمنحنى (C_f).

II). (u_n) المتتالية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. باستخدام المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) مثل الحدود u_0، u_1 و u_2 على محور الفواصل .

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 < u_n < \alpha$.

3. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

4. استنتج أن (u_n) متقاربة وبين أن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$.

التمرين7: 2012 م1:

I). g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4-2x)e^x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$.

3. استنتج إشارة $g(x)$.

II). f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x-2}{e^x-2x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول $(2cm)$.

1. بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين عند $-\infty$ و $+\infty$ معادلتاهما $y=-1$ و $y=0$.
2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$.
ب) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيراتها .
ج) أحسب $f(1)$، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.
3. أ) بين أن : $f(\alpha)=-1+\frac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.
ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
ج) أرسم $\left(C_f\right)$.
4. ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة : $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.
5. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=[f(x)]^2$.
أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة كلا من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.
ب) شكل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين8:2012 م2:

I). g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+a+bln(x)$

1. عين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4.
2. نضع $a=-2$ و $b=2$.
أ) أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.
ب) بين لأن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II). f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-2-2\frac{ln(x)}{x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول $(2cm)$.

1. أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$.
ب) احسب : $f'(x)$، ثم تحقق أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.
ج) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات f.
2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-2$ مقارب لـِ $\left(C_f\right)$ ، ثم أدرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (Δ).
ب) بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، ثم جد معادلة له .
ج) نأخذ $\alpha=1,25$. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $0,6<x_1<0,7$ و $2,6<x_2<2,7$، ثم ارسم كلا من (Δ)، (T) و $\left(C_f\right)$
3. ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2ln(x)=0$

التمرين9:2013 م1:

I). g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=(x+1)^2+(2-ln(x+1))^2$.

1. أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31<\alpha<0,32$ وأن : $ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$.
3. استنتج ،حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II). الدالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=(x+1)^2+(2-ln(x+1))^2$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب: $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}-1}g(x)$
2. أثبت أنه من أجل كل xمن $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$.
3. أدرس تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن : $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
5. مثل المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $]-1;2[$.

III). (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة $h(x)=ln(x+1)$.
A النقطة ذات الإحداثيين $(-1;2)$ وM نقطة من (Γ) فاصلتها x.

1. أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$.
2. الدالة k معرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=\sqrt{f(x)}$.
أ) بين أن للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على $]-1;+\infty[$.
ب) عين إحداثيي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن .
ج) بين أن $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

التمرين10: 2013 م2:

I). الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = (x-1)\,e^{x}$

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $1 + (x-1)\,e^{x} \geq 0$.

II). الدالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{e^{x}-1}{x} \; ; x>0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

1. أ) بين أن f مستمرة على $[0;+\infty[$.
ب) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$:
$f'(x) = \dfrac{1+(x-1)\,e^{x}}{x^{2}}$.
ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

III). n عددطبيعي حيث : $n \geq 1$، f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $f_n(x) = \dfrac{e^{x}-1}{x} + nlnx$ و (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$.
2. أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f_n(x)$.
3. أدرس الوضع النسبي لـِ (C_n) و (C_{n+1}).
4. بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثييها .
5. أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من: $]0.3;0.4[$.
ب)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن: $f_n(\alpha_1) < 0$ ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$.
6. أ)بالإعتماد على الجزء II بين أنه من أجل كل x من $]0;1]$: $\dfrac{e^{x}-1}{x} \leq e-1$.
ب)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $n \geq 1$: $ln(\alpha_n) \geqslant \dfrac{1-e}{n}$، ثم $\alpha_n \geqslant e^{\frac{1-e}{n}}$.
ج)جد نهاية المتتالية (α_n) .

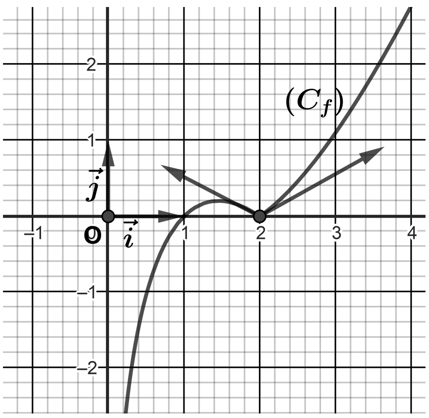
التمرين11: 2014 م1:

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I). g الدالة المعرفة على المجال $[0;3]$ بـِ: $g(x) = xlnx + x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;3]$، ثم تحقق أن $1,45 < \alpha < 1,46$.
ب) استنتج إشارة $g(x) - 2$.

II). التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على المجال $]0;3]$ بـِ : $f(x) = |x-2|\,lnx$.



1. باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية الإشتقاق للدالة f عند 2.
2. أثبت صحة تخمينك.
3. أدرس تغيرات الدالة f.

III). h الدالة المعرفة على $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ كما يلي : $h(x) = (2-cosx)\,ln\,(cosx)$

1. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \dfrac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) الممثل للدالة h.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة h، ثم شكل جدول تغيراتها وأرسم (Δ) و (C_h).

التمرين12: 2014 م2:

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x) = (x-1)\,e^{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. عين نهايتي f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها . item أ)بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن : $1,27 < \alpha < 1,28$.
ب)أكتب معادلة لـِ T مماس النحنى C_f عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم حد وضعية C_f بالنسبة لـِ T.
ج)أرسم T و C_f

3. عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{m}=-1$ حلا وحيدا .

4. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني .
أ) بين أن الدالة h زوجية.
ب) أرسم (C_h) مستعينا بـ (C_f).

5. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث a و b عددان حقيقيان .
عين a و b حتى يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$.

التمرين13: 2015 م1:

I). h الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بما يلي:
$h(x)=(x+2)^2+2-2ln(x+2)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}h(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير h، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. استنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $h(x)>0$.

II). f الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بما يلي :
$f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}ln(x+2)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ (وحدة الطول $1cm$)

1. أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2. أ) بين أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$.
ب) أدرس اتجاه تغير f، على المجال $]-2;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبةإلى المستقيم (Δ).

4. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.
ب) أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f).
ج) أحسب بالسنتمتر المربع ،مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$، $x=-1$ و $x=1$.

III). g الدالة المعرفة بـ : $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|ln(x+2)|$ على $]-2;+\infty[$

1. أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى g؟

2. أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

3. انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

التمرين14: 2015 م2:

I). g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $g(x)=(x+2)e^{x}-2$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أحسب $g(0)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II). f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$.
(C_f) المنحى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.

1. بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-g(x)$.
ب) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات f.
ج) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$ ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3. أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,92<\alpha<0,93$ و $-1,56<\beta<-1,55$. ب) أرسم المستقيم (δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$.

4. أ) بين أن الدالة : $x\mapsto xe^{x}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^{x}$ على $\mathbb{R}$.
ب) أحسب $\mathscr{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$، $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)أ)).
ج) جد حصرا للعدد $\mathscr{A}$.

التمرين15: 2016 م1:

I). g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي :
$g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+ln(x+1)$.

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}g(x)$.
ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,4<\alpha<0,5$.
ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II). f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي :
$f(x)=1+(x-1)\,ln(x+1)$

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}f(x)$ وفسر النتيجة هندسياثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2. أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.
ب) بيّن أن : $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$، ثم أعط حصرا لـِ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

3. ليكن a عدددا حقيقيا من المجال $]-1;+\infty[$ نسمي (T_a) مماس المنحى (C_f) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة a.
نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:
$h(x)=f(x)-[f'(a)(x-a)+f(a)]$.
أ) تحقق أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$:
$h'(x)=f'(x)-f'(a)$.
ب) باستعمال اتجاه تغير الدالة g، عين إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج إتجاه تغير الدالة h على $]-1;+\infty[$.
ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (T_a).

4. أ) بين أنه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.
ب) أرسم المماسين والمنحنى (C_f).

5. نعتبر الدالة H المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ:
$H(x)=\dfrac{1}{2}\left(x^2-2x-3\right)ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.
أ) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\,ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.
ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$، $x=1$ و $x=2$ 0

التمرين16: 2016 م2:

I). نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $g(x)=x-xlnx$.

1. أ) أحسب: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.
ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين ان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3,5<\alpha<3,6$.

3. استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ عللى المجال $]0;+\infty[$.

II). نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{ln(x)}{x+1}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث: $\left\|\vec{i}\right\|=2\,cm$ و $\left\|\vec{j}\right\|=4\,cm$

1. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:
$f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.
ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على $]0;\alpha[$ ومتناقصة تماما على $]\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
د) أحسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسر النتيجة هندسيا.

3. أ) بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.
ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
ج) أرسم (C_f).

4. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي : $x^2+x-2m(x+1)=ln(x^2)\cdots(E)$.
أ) تحقق أن المعادلة (E) يؤول حلهاإلى : $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$.
ب) عين بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين .

5. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{ln|x|}{-|x|-1}$ و C_h منحناها البياني في المستوي.
أ) بيّن أن الدّالة h زوجية.
ب) أرسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

التمرين 17: 2017 م1:

I). لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$: كما يلي $f(x)=-2x+3+2ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أ) أحسب النهايتين: $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}2} f(x)$
ثم فسر النتيجتين بيانيا .
ب) أحسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2. بيّن أنه من أجل كل x من D_f: $f'(x)=-2-\frac{2}{(x-1)(x-2)}$،
ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. أ) تحقق أنه من أجل كل x من D_f، $(3-x)\in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$.
ب) استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيين إحداثييه.
4. اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.45\,;0.46[$ ثم استنتج أنها تقبل حلاآخر β يطلب تعيين حصرا له .
5. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
6. أرسم (Δ) و (C_f).
7. بين أن الدالة: $h: x\mapsto (x-1)ln(x-1)-(x-2)ln(x-2)$
أصلية للدالة $x\mapsto ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$، ثم أحسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-2x+3$، $x=\beta$ و $x=0$.

التمرين 18: 2017 م2:

I). نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3+6x+12$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1,48\,;1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II). نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$،
ثم أدرس اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.
2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).
3. بيِّن أنَّ: $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4. أرسم المستقيم (Δ) و (C_f).
5. نرمز بـ S إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$، $x=0$ و $y=0$.
أثبت أن : من أجل كل $x\in[\alpha;0]$، $-3\leqslant f(x)\leqslant f(\alpha)$، ثم بيِّن أن: $\frac{3}{2}\alpha^2\leqslant S\leqslant -3\alpha$.

التمرين 19: 2017 م1: الدورة الثانية

I). لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=\frac{-1}{2}+\frac{2-lnx}{x^2}$.

1. أحسب: $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بيِّن أنَّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71<\alpha<1,72$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

I). نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :
$f(x)=-\frac{1}{2}x+2+\frac{-1+lnx}{x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1\,cm$.

1. أ) $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .
2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=\frac{-1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
3. نقبل أنَّ: $f(\alpha)\simeq 0,87$ و $f(\gamma)=f(\beta)=0$
حيث $0,76<\beta<0,78$ و $4,19<\gamma<4,22$.
أنشئ في المعلم السّابق المستقيم (Δ) و (C_f).

4. ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leq e$، نرمز بـ $\mathscr{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 1$ و $x = \lambda$.
أ) أحسب $\mathscr{A}(\lambda)$ بدلالة λ.
ب) عيّن قيمة λ بحيث: $\mathscr{A}(\lambda) = \frac{1}{2}\, cm^2$.

التمرين20: 2017 م2: الدورة الثانية

I). لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$.
- أدرس اتجاه تغيّر g ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II). نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1\, cm$.

1. أ) أحسب: $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) أدرس اتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ) بيّن أنَّ : $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - x]$ ثم استنتج معادلة لـِ (Δ) المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f).
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا T يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4. باستعمال المنحنى (C_f)، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تكون للمعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.

5. ليكن α عددا حقيقيا موجبا ، نرمز بـِ $\mathscr{A}(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y = x + 1$، $x = -1$ و $x = \alpha$.
- أحسب $\mathscr{A}(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim_{\alpha\to+\infty} \mathscr{A}(\alpha)$

التمرين21: 2018 م1:

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا وأحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2. بين أنَّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$:
$f'(x) = \frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x--1)^2}$ وأدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ) أكتب معادلة المماس T للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر .
ب) h دالة عددية معرفة على $]-\infty;1[$ بِـ $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
أدرس اتجاه تغير h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x) \geq 0$

4. بيّن أنَّه من ةأجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس T. فسر النتيجة هندسيا.

5. أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2;\frac{2}{3}e^2\right)$ ثم أرسم المستقيمين (T)، (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-2;1[$.

6. أ) بيّن أنَّه من أجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$.
ب) تحقق أنه من أجل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم بيِّن أنَّ: $1 - ln2 \leq \int_{-1}^{0} f(x)dx < e - 1$

7. m وسيط حقيقي،ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$ حيث $x \in [-2;1[$.

التمرين22: 2018 م2:

I). نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1]$ بـِ : $g(x) = 2 - x + lnx$

1. أ)أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;1]$
ب) بيِّن أنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,15 < \alpha < 0,16$.

2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1]$.

II). لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـِ: $f(x) = \frac{1 - 2x + lnx}{x-1}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب: $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{lnx}{x-1}$) ثم فسر النتيجة بيانيا .

2. أ) بيِّن أنَّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$.
ب) بيِّن أنَّ f متزايدة تماما على $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$. ثم شكل جدول تغيراتها.

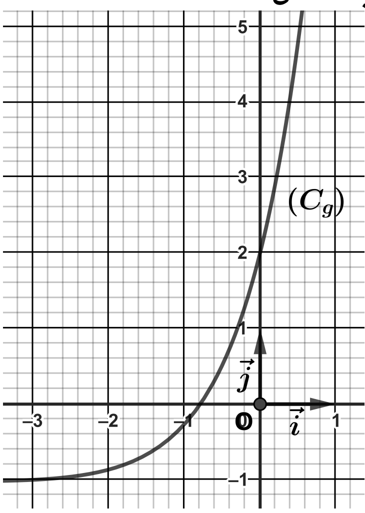
3. أدرس الوضع النسبي لِ (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-2$.

4. أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f)
(يعطى $f(\frac{1}{\alpha}) \simeq -1,8$)

5. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $|f(x)|=m$ حلين متمايزين .

التمرين23: 2019 م1:

I). g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x+3)e^x-1$
و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل:



بقراءة بيانية

أ) حددإشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقق أنَّ: $-0,8<\alpha<-0,7$.

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II). f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِ: $f(x)=(x+2)(e^x-1)$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. بيِن أنَّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدوول تغيرات f.

3. أ)أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم استنتج أنَّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).
ج)أكتب معادلة لِ (T) مماس (C_f) الموازي لِ (Δ).

4. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$.
(يعطى $f(\alpha)\approx-0,7$).

5. أحسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$
و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيِّن أنَّ الدالة h زوجية.
ب) تأكد أنَّه من أجل كل x من $[0;+\infty[$ فإنَّ: $h(x)=f(x-2)+1$.
ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $[-3;3]$.

التمرين24: 2019 م2:

I). g الدالة المعرفة والمتزايدة تماما على $]0;+_{i}nfty[$ بـِ : $g(x)=(x+1)(x+e)-e(xlnx)$
أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II). f الدالة المعرفة على $]0;+_{i}nfty[$ بـِ : $f(x)=ln(x+1)+\frac{elnx}{x+1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ)أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$، ثم بيِّن أنَّ: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
ب) بيِّن أنَّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.
ج) استنتج اتجاه تغير f، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أكتب معادلة لِ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3. أ)بيِّن أنَّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α.
ب)تحقق أنَّ: $0,7<\alpha<0,8$.

4. (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto ln(x+1)$ على المجال $]0;+\infty[$.
أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-ln(x+1)]$ ثم فسرالنتيجة بيانيا .
ب)أدرس الوضع النسبي لِ (C_f) و (Γ).
ج)أرسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f).

5. m وسيط حقيقي ، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\frac{1+e}{2}x-m$ حلين متمايزين .

6. نقبل أنَّه من أجل كل x من $]1;+\infty[$: $lnx<x+1$.
أ)بيِّن أنَّه من أجل كل x من $]1;+\infty[$: $ln2<f(x)<e+ln(x+1)$.
ب)تحقق أنَّه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ الدالة: $x\mapsto(x+1)ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto ln(x+1)$.
ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل

محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما :
$x = e - 1$ و $x = e^2 - 1$.

- باستخدام السؤال 6 ـ أ)، بيّن أنَّ : $\left(e^2 - e\right) ln2 < S < e^3$.

التمرين 25: 2020 م1:

I). الدالة العددية g معرَّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -1 + x + 2lnx$.

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g.
2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

II). f الدالةالمعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{-1 + (x - 2)\,lnx}{x}$
$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{>\\x\to 0}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أ) بيِّن أنَّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
ب) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. ليكن (Γ) المنحنى البياني الممثل للدالة: $x \mapsto lnx$ على المجال $]0;+\infty[$.
أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - lnx]$، ثم فسر النتيجة هندسيا.
ب) أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمنحنى (Γ).
4. بيِّن أنَّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β، ثم تحقق أنَّ: $0,5 < \alpha < 0,6$ وَ $2,9 < \beta < 3$.
5. أرسم (Γ) ثم $\left(C_f\right)$.

التمرين 26: 2020 م2:

الدالة العددية f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـِ :
$f(x) = x - 1 + \dfrac{1}{4}\left(2e^{-x} - 1\right)^2$.
$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (وحدة الطول $2\,cm$).

1. أ) بيِّن أنَّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:
$f'(x) = \left(1 - e^{-x}\right)\left(2e^{-x} + 1\right)$.
ب) أدرس إشارة $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدَّالة f.
ج) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
2. أ)بيِّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - \dfrac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$.
ب) أدرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (Δ).
3. بيِّن أنَّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.
4. بيِّن أنَّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أرسم (Δ)، (T) و المنحنى البياني $\left(C_f\right)$.
6. ليكن m وسيطا حقيقيا .عين مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.

التمرين 27: 2021 م1:

I) الدالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$.

1. بيّن أن الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.
2. أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,71 < \alpha < 1,72$.
ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ:
$f(x) = x + 1 + \left(-x^2 - 2x + 3\right)e^{1-x}$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ) بيِّن انه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:
$f'(x) = g(x)e^{1-x}$.
ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]0;\alpha]$.
ج) بيِّن أنَّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
2. بيِّن أنَّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـِ (C) ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).
3. بين أنَّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـِ (Δ) في نقطة A يطلب تعيين فاصلتها (لايطلب كتابة معادلة (T)).
4. أ) بيِّن أنَّ (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $\left(1 + \sqrt{6}\right)$.
ب) أرسم (Δ)،(T) و (C).
(نأخذ $f(\alpha) \simeq 1,1$، $f(\sqrt{5}) \simeq 1,4$ $f(1 + \sqrt{6}) \simeq 3,1$).

5. الدالة العددية h معرفةعلى المجال $]-\infty;0]$ بـ : $h(x) = -x + 1 + \left(-x^2 + 2x + 3\right) e^{1+x}$.
(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$: $h(x) = f(-x)$.
ب) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه .

التمرين28: 2021 **م2:**

I) الدالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $g(x) = 2lnx - 1 - \frac{1}{x^2}$.

1. بيِّن أنَّ الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

2. أ) بيّن أنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,89 < \alpha < 1,90$.
ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2lnx}{x}$.
(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ (وحدة الطول $2\,cm$).

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
ب) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$.

2. أ) بيّن أنه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$.
ب) بيِّن أن الدالة f متزايدة تماما على $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$.
جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أ) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} [f(x) - (-x-2)]$ ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ).

4. بين أن (C) يقبل نقطة إنعطاف A فاصلتها 1 ثم أكتب معادلة لـِ (T) مماس (C) عند A .

5. أرسم (T)، (Δ) و (C). (نأخذ $\frac{1}{\alpha} = 0,53$ و $\left(f\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right)$).

التمرين29: 2022 **م1:**

f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ:
$f(x) = 1 + (x-1)\,lnx$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ حيث $\|\overrightarrow{i}\| = 2\,cm$.

1. أ) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة كلا من $\frac{x-1}{x}$ و lnx.
ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $\frac{x-1}{x} + lnx$.

2. أ) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$.
ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = x - 2 + lnx$.
أ) بين أن الدالة h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.
ب) برهن أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,5 < \alpha < 1,6$ ثم بين أن $ln\,(\alpha) = 2 - \alpha$.
جـ) بيّن أنَّ: $y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} x$ معادلة لِـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α.

4. أنشئ (T) و (C_f) على $]0;4]$ (نأخذ $\frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} \simeq 0,8$).

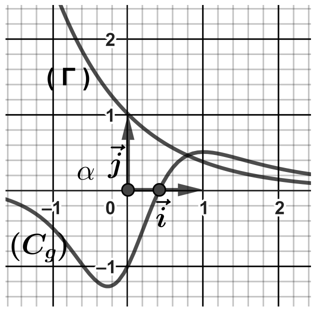
5. أ) بيِّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f(x) - x = (x-1)(-1 + lnx)$.
ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $f(x) - x$.

6. k الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ : $k(x) = \frac{-3}{4}x^2 + 2x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x\right) lnx$.
أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $k'(x) = f(x) - x$.
ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = x$، $x = 1$ و $x = e$.

7. g الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x) = (x + +1)\,ln\,(x+2)$
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$: $g(x) = f(x+2) - 1$.
ب) استنتج أن (C_g) صورة (C_f) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. (لا يطلب إنشاء (C_g))

التمرين30:2022 م2:

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (Γ) التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto e^{-x}$ و (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $g(x)=\frac{x^2+2x-1}{(x^2+1)^2}$ ‏ α فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و (Γ) (كما هو مبين في الشكل).



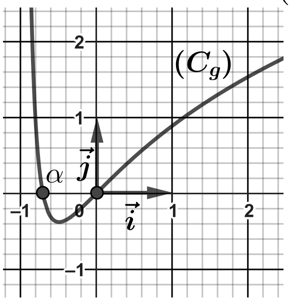
1. بقراءة بيانية ،حدِّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)-e^{-x}$
2. تحقَّق حسابيا أنَّ: $0,7<\alpha<0,8$.

II) f الدالة العددية المعرَّفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $f(x)=e^{-x}-\frac{x+1}{x^2+1}$ ‏ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=g(x)-e^{-x}$.
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3. أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-e^{-x}]$ وفسر النتيجة بيانيا .
ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ).
4. أ) أكتب معادلة لِـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
ب) أنشئ (T)، (Γ) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) =\simeq 0,6$)
ج) ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)-m=0$
5. علما أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;0]$: $\frac{1}{2}x+1 \le \frac{1}{x^2+1} \le \frac{5}{4(1-x)}$.
أ) عين حصرا للعدد I حيث: $\int_{-1}^{0}\frac{dx}{x^2+1}$.
ب) أحسب J حيث: $J=\int_{-1}^{0}\frac{x}{x^2+1}dx$ ثم استنتج حصرا لـ A، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (Γ) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و$x=0$

التمرين31:2023 م1:

I) g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـِ: $g(x)=2ln(x+1)-\frac{x}{x-1}$ ‏ (C_g) تمثيلها البياني ،يقطع محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاهما α و 0 .(لاحظ الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية ،حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.
2) تحقق أنَّ: $-0,72<\alpha<-0,71$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x+3)\,ln(x+1)-3x$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1. أ) أحسب $\lim_{x \underset{>}{\to} -1} f(x)$ ثم فسِّر النتيجة هندسيا .
ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x من المجال $]-1;+\infty[$: $f(x)=x\left[\left(2+\frac{3}{x}\right)ln(x+1)-3\right]$
ثم استنتج أنَّ: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.
2. أ) بيِّن أنَّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$.
ب) استنتج أنَّ f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0;+\infty[$.
ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. أ) أرسم (C_f) في المجال $]-1;4]$
(نأخذ: $f(3)\simeq 3,5$، $f(4)\simeq 5,7$و $f(\alpha)\simeq 3,5$).
ب) عيِّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاث حلول بالضبط.
4. F الدالةالمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـِ : $F(x)=\left(x^2+2x+3\right)ln(x+1)-2x^2-2x$.
أ) تحقق أنَّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.
ب) استنتج بالسنتمتر المربع $\mathscr{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$، $x=\alpha$ و$x=0$
جـ) تحقق أنَّ: $\mathscr{A}=\left(6\alpha^2+4\alpha\right)cm^2$.

التمرين32:2023 م2:

I) الجدول المقابل يمثل تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $g(x)=-1+(2x-1)e^x$.

x	$-\infty$ $\qquad \frac{-1}{2} \qquad$ $+\infty$
$g(x)$	$-1 \searrow g\left(\frac{-1}{2}\right) \nearrow +\infty$

1. أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7<\alpha<0,8$.
2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+4+(2x-3)e^{x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1. أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بيِّن أنَّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب) بيِّن أنَّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+4$ مقارب مائل لـِ (C_f) عند $-\infty$.

جـ) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

2. أ) بيِّن أنَّه من أجل كل عدد حقيق x: $f'(x)=g(x)$.

ب) استنتج أنَّ f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكِّل جدول تغيراتها.

3. أ) أثبت أنَّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) أرسم (Δ)، (T)و(C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 0,1$ و$f(2)\simeq 9,4$).

جـ) عيِّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=-x+m$ حلَّين بالضبط.

4. F الدالة المعرَّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $F(x)=(-2x+5)e^{x}$.

أ) تحقق أن F دالة أصلية للدالة $x\mapsto(-2x+5)e^{x}$ على $\mathbb{R}$.

ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـِ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=-x+4$، $x=-1$و$x=0$.