

التمرين الأول: (04نقط)

✎ I مجال من $\mathbb{R}$ يشمل العدد الحقيقي a ، و f دالة قابلة للاشتقاق عند a حيث $f'(a)=l$ مع $(l \in \mathbb{R})$

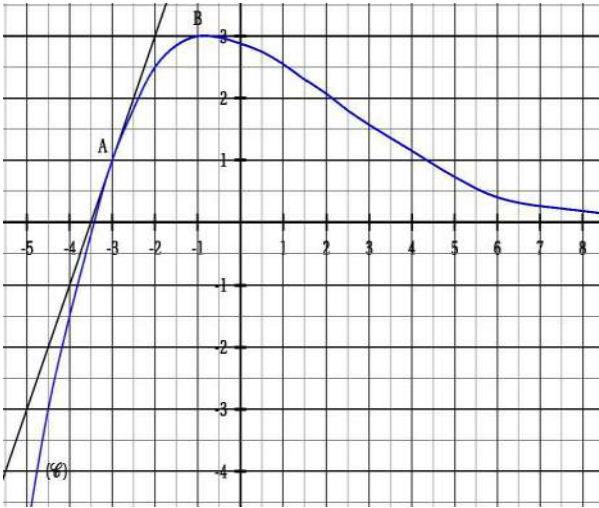
نعتبر الدالة g المعرفة بـ $g(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ إذا كان $x \in I - \{a\}$ و $g(a)=l$.
 أ) أثبت أن الدالة g مستمرة عند a .

ب) من أجل $x \in I - \{a\}$ ، أكتب $f(x)$ بدلالة x و $g(x)$.

ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني: (05نقط)

✎ المنحنى البياني (C) الممثل أسفله للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ هذا المنحنى يمر بالنقطة $A(-3;1)$ والنقطة $B(-1;3)$ ، المستقيمين (Δ) و (Δ') مماسين للمنحنى في النقطتين A و B على الترتيب.



1) عين بيانيا :

أ) $f'(-1)$ و $f'(-3)$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ج) عين إشارة $f(x)$ وإشارة $f'(x)$

2) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=f(|x|)$

أ) بين أن الدالة k زوجية ثم عبر عن $k(x)$ بدلالة

$f(x)$.

ب) عين جدول تغيرات الدالة k ارسم في معلم آخر

المنحنى (c_k)

3) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=e^{f(x)}$

أ) بين أن للدالتين g و f نفس اتجاه التغير

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ج) احسب $g'(-3)$

التمرين الثالث : (04نقاط)

1- حل في المجموعة المعادلة : $x^2 - 4x - 5 = 0$

2- إستنتج حلول المعادلات التالية :

أ) $\ln(x-3) + \ln(x-1) = 3 \ln 2$

ب) $(\ln x)^2 - 4 \ln x - 5 = 0$

ج) $e^x - 4 = 5e^{-x}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

- (1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- (2) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين مختلفين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$
- (3) أستنتج إشارة $g(x)$

II. f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

- (1) بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و عند $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما $y = -1$ و $y = 0$ على الترتيب

(2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$

ب) أستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) أحسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

(3) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha-1} - 1$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

(4) أرسم المنحنى (C_f)

- (5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$$

(6) h هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

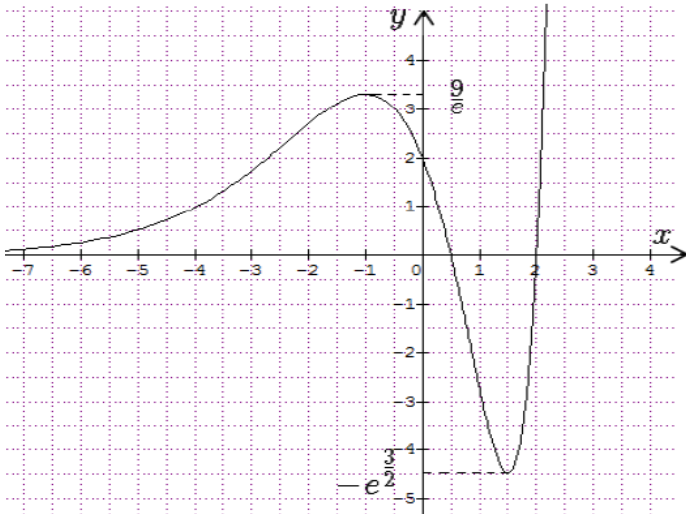
أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .

👉 بالتوفيق 😊 والنجاح 🎯 2017 BACC 🌸 أستاذ المادة 🌸

التمرين الأول (04 نقاط) :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ يعطى في الشكل التالي:



1. عين بيانيا إشارة الدالة f على $\mathbb{R}$.
2. شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = m - 2$.
- إذا علمت أن $f'(x_0) = -3$ اكتب معادلة مماس المنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها: $x_0 = 0$.
4. ماهي الدالة من بين الدوال الآتية التي منحناها البياني (C_f) (علل إجابتك).

ب / $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^x$

أ / $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$

ج / $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{2x}$

التمرين الثاني (04 نقاط):

g دالة عددية معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $I = [-2; 2]$ و g' دالتها المشتقة جدول تغيراتها يعطى :

x	-2	-1	0	1	2
$g'(x)$	1	0	-2	-1	0

عين العبارة الصحيحة مع التعليل:

1. أ / $g(-2) < g(-1)$ ، ب / $g(-1) < g(0)$

ج / $g(0) < g(1)$ ،

2. (C) المنحني البياني الممثل لـ g في معلم، (C) يقبل

مماسين موازيين للمستقيم ذي المعادلة:

أ / $y = x$ ، ب / $y = \frac{1}{2}x$ ، ج / $y = -\frac{1}{2}x$

3. لدينا $g(-2) > g(2)$ ، من أجل كل k من المجال $[g(2); g(-2)]$ المعادلة $g(x) = k$ تقبل:

أ / حلا وحيدا ، ب / حلين ، ج / لا تقبل حلو

4. لدينا $g(1) = 0$ ومن أجل كل x من المجال $[0; 2]$:

أ / $g(x) \leq -2x$ ، ب / $g(x) \geq -2x$ ، ج / $g(x) \geq 0$

التمرين الثالث (08 نقاط):

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 - (2x + 1)e^{2x}$

1. احسب نهاية g عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب $g'(x)$ وادرس إشارة $g'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0, 1; 0, 3]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 - xe^{2x}$

نرمز بـ (C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة $2cm$

1. احسب نهاية f عند $-\infty$ و $+\infty$.
 2. احسب $f'(x)$ وادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 3. بين أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{4\alpha^2}{2\alpha + 1}$ ثم جد حصر لـ $f(\alpha)$.
 4. ليكن المستقيم (D) الذي معادلته: $y = 2x - 1$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 1)]$
 5. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ثم ارسم المنحني (C) .
 6. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = 2x^2 - 1 - x^2e^{2x^2}$.
- أ / تحقق أن: $h(x) = f(x^2)$
- ب / احسب $h'(x)$ وتحقق أن: $h'(x) = 2xf'(x^2)$
- ج / استنتج إشارة $h'(x)$ على $\mathbb{R}$

التمرين الرابع (04 نقاط):

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $2X^2 + 4X - 16 = 0$

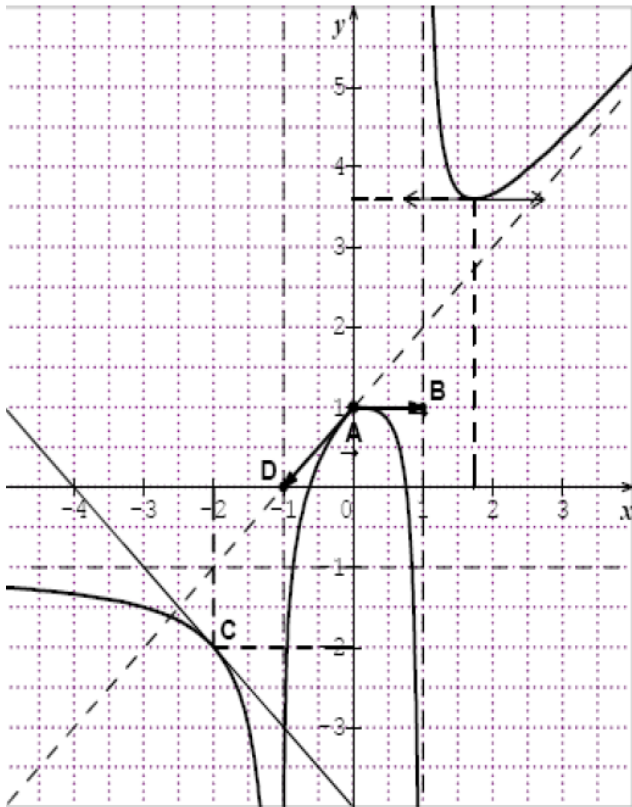
- استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $2(\ln x)^2 + 4\ln x - 16 = 0$
- استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $2\ln(x)^2 + 4\ln x - 16 = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل

(3)	(2)	(1)	
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$	دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ $f(x) = 2(\ln x)^2 - \ln x - 3$
$S = \{-1\}$	$S = \{+1\}$	$S = \{+2\}$	حل المعادلة: $\sqrt[3]{5-3x} = 2$
دالتها المشتقة هي: $f'(x) = \frac{\ln 3}{2x^2} e^{\frac{1}{\ln 3} x}$	دالتها المشتقة هي: $f'(x) = \frac{\ln 3}{x^2} e^{\frac{1}{\ln 3} x}$	دالتها المشتقة هي: $f'(x) = \frac{-\ln 3}{x^2} e^{\frac{1}{\ln 3} x}$	دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ ب: $f(x) = 3^{\frac{1}{x}}$
هي الدوال: $x \mapsto ce^{2x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت	هي الدوال: $x \mapsto ce^{3x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت	هي الدوال: $x \mapsto ce^{-3x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت	حل المعادلة التفاضلية: $y' = 3y$



التمرين الثاني (08 نقاط) :

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد

ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ اعتمادا على الشكل:

1. حدد D_f ثم عين النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -1} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

2. أ / عين معادلة المستقيم المقارب المائل للمنحني (C_f) .

ب / استنتج النهاية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x - 1]$.

3. أ / عين القيم التالية: $f(0)$, $f'_-(0)$, $f'_+(0)$ و $f'(-2)$.

ب / هل الدالة f مستمرة وقابلة للاشتقاق عند 0 ؟ علل.

ج / حدد إشارة $f'(x)$ على D_f .

د / شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. حل بيانيا في المجال: $]-1; 1[$:

أ / المعادلة: $f(x) = 0$ واعط حصرا لحلول المعادلة.

ب / المتراجحة: $f'(x) \geq 1$.

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

التمرين الثالث (08 نقاط):

I (نعتبر في المجال $]0; +\infty[$ الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.
(1 ادرس تغيرات الدالة g .

(2 بين أن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $\left[1; \frac{3}{2}\right]$.

(3 استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$:

II (نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln x}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

2. احسب كلا من: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

3. استنتج جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$.

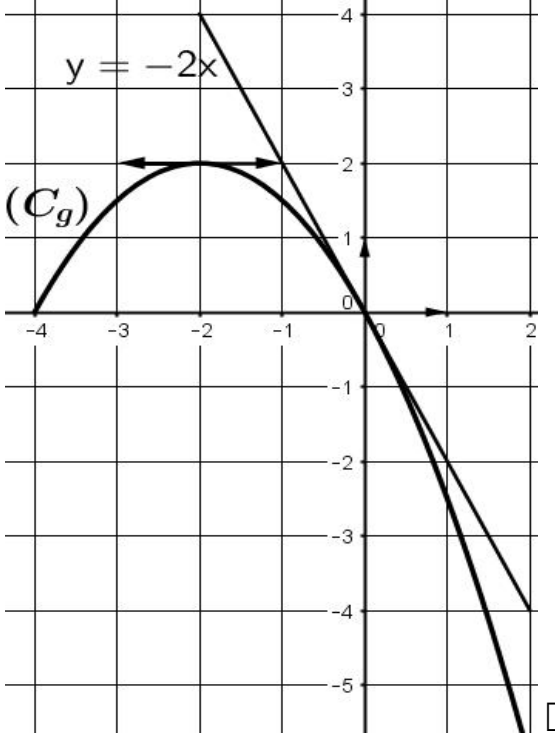
5. ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

6. بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

7. ارسم المنحني (C_f) .

اختبار الثلاثي الاول لمادة الرياضيات

التمرين الاول (04 ن)



التمثيل البياني المقابل (C_g) هو للدالة g المعرفة على $[-4, 2]$ والقابلة للاشتقاق على المجال $] -4, 2[$

مماسين للمنحنى (C_g) احدهما مائل معادلته $y = -2x$

وثان معادلته $y = 2$ ، اعتمادا على التمثيل البياني ، اجب عن ما يأتي:

1. عين في المجال $[-4, 2]$ النهاية: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$

2. حل في المجال $] -4, 2[$ المتراجحة $g'(x) \geq 0$

3. الدالة المعرفة على المجال $[-4, 2]$ بـ $f(x) = g(x-1)$

❖ احسب $f(1)$ و $f'(1)$

4. الدالة المعرفة على $]0; 2[\cup]-4; 0[$ بـ: $h(x) = g(-|x|)$

❖ شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين الثاني (04 ن)

f دالة معرفة على مجال I و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$ انقل ؛ ثم أكمل الجدول الآتي :

تفسيرا بيانيا	العبرة الرياضية الموافقة
.....	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
.....	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (3-x)] = 0$
.....	من اجل كل x من المجال $]0; 1[$: $f(x) < 2$
	$f(x) = \ln x$ من اجل $x = 1$

التمرين الثالث (05ن)

f الدالة القابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $]-1; +\infty[$ وجدول تغيراتها هو التالي :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	1	$+\infty$	$+\infty$	5
			0	

(C) هو تمثيلها البياني f في معلم $(0, \vec{i}; \vec{j})$.

❖ أكد صحة ؛ من عدم صحة ؛ كل عبارة من العبارات الآتية مع التبرير:

1. المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الترتيب .
2. من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن : $f(x) > 0$.
3. $f(1) < f\left(\frac{3}{4}\right)$.
4. g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; -1]$ كما يلي : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \quad (\text{أ})$$

ب) الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty; -1]$.

التمرين الرابع (07ن)

1) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 4 - x - e^x$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \quad (\text{أ})$$

ب) أدرس اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ ، تقبل حلا وحيدا α ؛ حيث $1.07 < \alpha < 1.08$ □

ثم ، عين إشارة $g(x) = 0$ على $\mathbb{R}$

2) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (3 - x)(1 - e^{-x})$

ونسـمي (C_f) التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0, \vec{i}; \vec{j})$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad (\text{أ})$$

ب) تحقق من أن : $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$ ؛ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

$$(\text{ج}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0 \quad (\text{نقبل أن})$$

✓ تأكد أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3 - x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

د) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

هـ) انشئ على المجال $]-1; +\infty[$ (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1,27$)

التمرين الاول (7.5 نقطة)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير عن كل مما يلي

$$1 - \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{\ln(x^2 + x - 5)}{x^2 - 4} \right] = \frac{5}{2}$$

$$2 - \ln(x^4) = 4 \ln x \text{ فان } \mathbb{R}^* \text{ من } x \text{ من اجل كل}$$

$$3 - \text{الحل الخاص } f \text{ للمعادلة التفاضلية: } 2y' + 3y = 2 \text{ حيث } f(0) = \frac{8}{3} \text{ هو } f(x) = 2e^{\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}$$

$$4 - \text{المعادلة: } 4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0 \text{ تقبل حلين مختلفين}$$

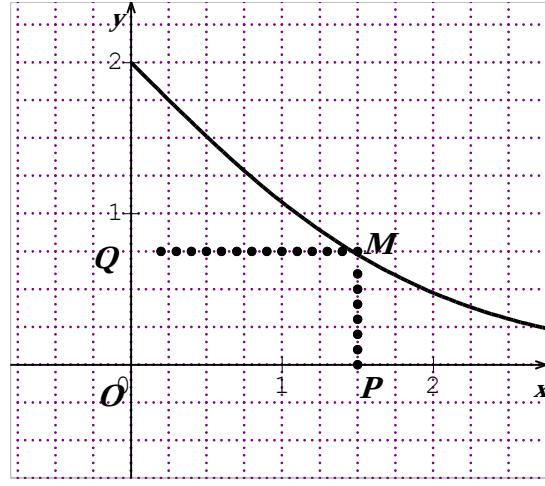
$$5 - \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{4^{90}}}}} = 2$$

التمرين الثاني (12.5 نقطة)المستوي منسوب إلى معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$ I نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (1-x)e^x + 1$ أ) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتهاب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1.27; 1.28]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{4x}{e^x + 1}$ و (C_f) منحنى الدالة f 1- أ) أحسب نهاية الدالة f عند $(-\infty)$ ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 4x$ مقارب لـ (C_f) في جوار $(-\infty)$ وادرس الوضع النسبي بينهماج) أحسب نهاية الدالة f عند $(+\infty)$ ثم فسر النتيجة ببيان

$$2 - \text{أ) بين انه من اجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ فان: } f'(x) = \frac{4g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها3 - بين أن: $f(\alpha) = 4\alpha - 4$ ثم أعط حصرا لـ: $f(\alpha)$ 4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 05. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) 6. m عدد حقيقي غير معدوم. ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة: $e^x = 4mx - 1$

$$III) \text{ نعتبر الدالة } h \text{ المعرفة على } [0, +\infty[\text{ ك ما يلي: } h(x) = \frac{4}{e^x + 1}$$



منحني الدالة h معطى في الشكل المقابل

وليكن x عدد حقيقي موجب تماماً

ونعتبر النقط $Q(0, h(x))$ و $P(x, 0)$ و $M(x, h(x))$

أ) برهن أن مساحة المستطيل $OPMQ$ تساوي $\frac{4x}{e^x + 1}$

ب) بين أن هذه المساحة تكون أعظمية من أجل $x = \alpha$

(α هو العدد المعروف في السؤال (I) ب)

(إنتهى)

اختبار الثلاثي الاول في مادة
الرياضيات

التمرين الاول (05)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $y' + 3y = 2e^{-x}$: (E)

(1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي :
 $g(x) = a \times e^{-x}$ حل للمعادلة (E) .

(2) نعتبر المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$: (E') .
حل المعادلة (E')

(3) برهن أن الدالة f هي حل للمعادلة (E) اذا وفقط اذا كانت الدالة $(f - g)$ هي حل للمعادلة (E') .

(4) استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) .

التمرين الثاني (04) :

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $3n^3 - 11n + 48$ يقبل القسمة على $n + 3$

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $3n^2 - 9n + 16$ عدد طبيعي غير معدوم

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي 2

$$\text{PGCD}(3n^3 - 11n, n + 3) = \text{PGCD}(48, n + 3)$$

4. عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48

5. استنتج مجموعة الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{3n^3 - 11n}{n + 3}$ طبيعيا

التمرين الثالث:

نعتبر المعادلة $4x - 13y = 7$ حيث x و y عددان صحيحان.

1. عين الحل الخاص (x_0, y_0) للمعادلة (1) الذي يحقق $x_0 - y_0 = 4$

2. حل المعادلة (1) .

3. ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x و y .

• ماهي القيم الممكنة للعدد d إذا كان (x, y) حلا للمعادلة (1)؟

• عين الثنائيات (x, y) من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) بحيث يكون $d=7$.

• عين الثنائيات (x, y) من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) التي تحقق $\begin{cases} d=7 \\ x+y < 400 \end{cases}$

التمرين الرابع (07):

I. نعتبر الدالة العددية k المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = (-x + 1)e^x - 1$
جدول تغيراتها يعطى كما يلي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$k'(x)$	+	0	-
$k(x)$	-1	0	$-\infty$

(1) شكل جدول إشارة الدالة k .

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $k(x) \leq 0$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (-x + 2)(e^x + 1)$
نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = k(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-x + 2) = (-x + 2)e^x$ ،

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

(يعطى $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

ج) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

(4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -1 .

(5) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المماسين (T) و (T') للمنحني (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و 1 على الترتيب .

(6) أرسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C_f) .

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $f(x) = -x + m$: (E)

التمرين الأول (08 ن): توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل:

0	1	$+\infty$	1. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$ تساوي
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	2. إذا كانت h دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $e^{-x} \leq h(x) \leq 2e^{-x}$ و f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = xe^x h(x)$ فإن
$+\infty$	$-f'(2)$	$f'(2)$	3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 2 فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+2h)}{2h}$ تساوي
$f(x) = -e^{-2x} + 1$	$f(x) = -e^{-2x} - 1$	$f(x) = e^{-2x} - 1$	4. حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ الذي يحقق $f(0) = 0$ هو f حيث:
$\mathbb{R}$	$[1; +\infty[$	$]-\infty; 0]$	5. مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ ، للمترابطة $e^x - e^{-x} \leq 0$ هي

التمرين الثاني (12 ن):

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (-x + 2)e^x - 2$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (نقبل أن: $\lim_{t \rightarrow +\infty} te^t = 0$)

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $1.5 < \alpha < 1.6$

4. احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{e^x - 1} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (نقبل أن: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^2} = +\infty$)

2. ادرس استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمة 0، ثم فسر النتائج هندسيا.

3. (ا) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0\}$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن: $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

5. انشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $[-1; +\infty[$

العلامة		عناصر الإجابة	مخاور الموضوع																						
المجموع	مجزاة																								
8		التمرين الأول: 1. 0 (نهاية مركب دالتين) لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ 2. $+\infty$ (نهاية بالخصر) لأن: $e^{-x} \leq h(x) \leq 2e^{-x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$ 3. $-f'(2)$ لأن: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+2h)}{2h} = -\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{t} = -f'(2)$ 4. $f(x) = -e^{-2x} + 1$ لأن $f(0) = 0$ و $f'(x) + 2f(x) - 2 = 0$ 5. $S =]-\infty; 0]$ لأن: مجموعة التعريف للمترابحة $e^x - e^{-x} \leq 0$ هي $\mathbb{R}$ و $e^x - e^{-x} \leq 0$ تكافئ أن: $e^{2x} - 1 \leq 0$ تكافئ أن: $x \leq 0$ ومنه نجد أن: $S =]-\infty; 0]$	الدوال العددية																						
12	5	التمرين الثاني: I. 1. حساب النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ 2. دراسة اتجاه تغير الدالة g: حساب $g'(x) = (1-x)e^x$ دراسة إشارة $g'(x)$: من أجل كل x من $[1; +\infty[$ لدينا $g'(x) \leq 0$ من أجل كل x من $]-\infty; 1]$ لدينا $g'(x) \geq 0$ تشكيل جدول تغيرات الدالة g: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$+$ 0 $-$</td><td></td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-2</td><td>e^{-2}</td><td>$+\infty$</td></tr></table> 3. تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث $1.5 < \alpha < 1.6$ الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ و $g(1.5) \times g(1.6) < 0$ إذن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث $1.5 < \alpha < 1.6$ 4. حساب $g(0)$ ، مع استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: $g(0) = 0$ إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>0 $+$ 0 $-$</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$		$+$ 0 $-$		$g(x)$	-2	e^{-2}	$+\infty$	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$g(x)$	$-$	0 $+$ 0 $-$			الدوال العددية
x	$-\infty$	1	$+\infty$																						
$g'(x)$		$+$ 0 $-$																							
$g(x)$	-2	e^{-2}	$+\infty$																						
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																					
$g(x)$	$-$	0 $+$ 0 $-$																							

1. حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

2. دراسة استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة عند القيمة 0 :

لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0)$

إذن الدالة f مستمرة عند القيمة 0

لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1$

إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 0

التفسير الهندسي : (C_f) لا ينقطع عند النقطة 0 و (C_f) يقبل مماسا عند النقطة 0 معامل توجيهه $f'(0) = 1$

1

3. $f'(x) = \left(\frac{x^2}{e^x - 1} \right)' = \frac{2x(e^x - 1) - (e^x)(x^2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{x((2-x)e^x - 2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $\mathbb{R}$ ، مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f دراسة إشارة $f'(x)$:

من أجل كل x من $[\alpha; +\infty[$ ، لدينا $f'(x) \leq 0$ ،
من أجل كل x من $]-\infty; \alpha]$ ، لدينا $f'(x) \geq 0$ ،
جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$f(\alpha)$	

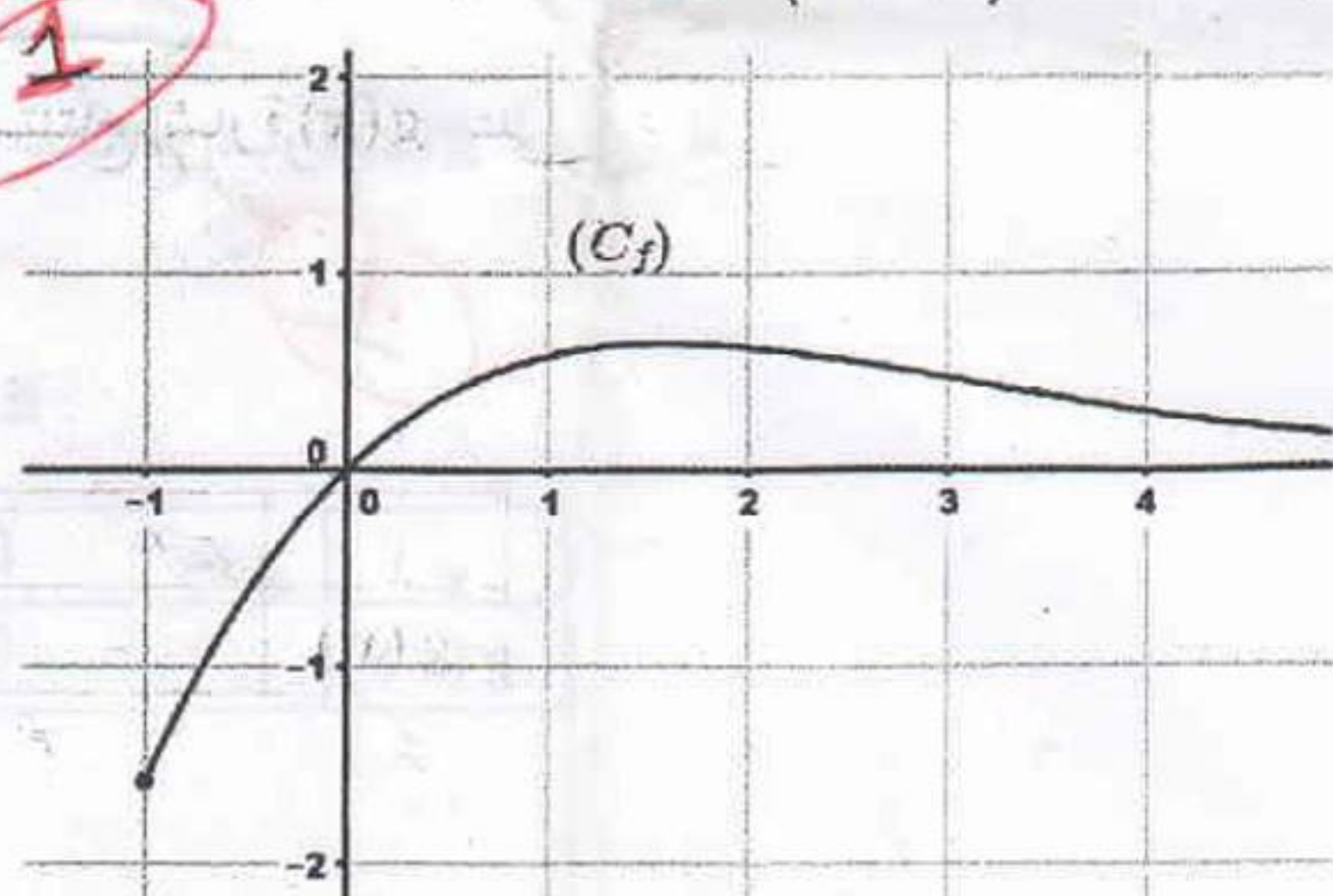
4. تبين أن $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ، ثم استنتاج حصر $f(\alpha)$:

لدينا : $g(\alpha) = 0$ ومنه نجد $e^\alpha = \frac{2}{2 - \alpha}$

و $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{e^\alpha - 1}$ بتعويض قيمة e^α نجد أن : $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$

استنتاج حصر $f(\alpha)$: $0.6 < f(\alpha) < 0.8$

5. إنشاء (C_f) في المعلم $(0; \bar{i}, \bar{j})$ على المجال $[-1; +\infty[$:



اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ عن الجمل التالية مع التعليل:

$$1. \text{ الدالة } f \text{ المعرفة بـ : } \begin{cases} f(x) = x^2 - x & ; x \geq 1 \\ f(x) = -x^2 + x & ; x < 1 \end{cases} \text{ تقبل الاشتقاق على } \mathbb{R}$$

$$2. \text{ إذا كانت } f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{x+2-\sqrt{4+x^2}}{x} & ; x \neq 0 \\ f(0) = \alpha \end{cases}$$

فان قيمة α حتى تكون f مستمرة عند العدد 0 هي : 1

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{\ln x} = 0$$

$$4. \text{ النقطة } w \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right) \text{ مركز تناظر للمنحنى الممثل للدالة } f \text{ المعرفة على }]0; 1[\text{ كما يلي :}$$

$$f(x) = x + 1 + 2 \ln \left(\frac{x}{1-x} \right)$$

$$5. \text{ المنحنى الممثل للدالة } f \text{ المعرفة على }]0; +\infty[\text{ بـ : } f(x) = (\ln x)^2 - \ln x + x \text{ يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي 1}$$

التمرين الثاني:

$$(I) \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي : } g(x) = xe^{-x} + 1$$

1. ادرس تغيرات الدالة g

$$2. \text{ بين أن المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث : } -0,6 < \alpha < -0,5$$

$$3. \text{ استنتج إشارة } g(x) \text{ على } \mathbb{R}$$

$$(II) \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بالعلاقة : } f(x) = (x+1)e^{-x} - x$$

$$(C_f) \text{ التمثيل البياني للدالة } f \text{ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس } (O; \vec{i}, \vec{j})$$

$$1. \text{ احسب : } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$2. (أ) \text{ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ فان : } f'(x) = -g(x)$$

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

$$3. (أ) \text{ بين أن المستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = -x \text{ مقارب مائل للمنحنى } (C_f) \text{ عند } +\infty$$

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

$$4. \text{ اثبت أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل مماسا } (T) \text{ موازيا للمستقيم } (\Delta) \text{ ، يطلب اعطاء معادلة له.}$$

$$5. \text{ بين أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها}$$

$$6. \text{ ارسم } (\Delta) \text{ ، } (T) \text{ و } (C_f) \text{ على المجال } [-2; +\infty[\text{ ، تعطى } f(\alpha) \approx 1,3$$

$$7. \text{ أوجد قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ حتى تقبل المعادلة : } \frac{x+1}{e^x} = m \text{ حلان مختلفان في الإشارة}$$

بالتوفيق

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقط)

لكل سؤال ثلاث إجابات ، إجابة واحدة منها صحيحة ، المطلوب : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة جـ
01	من أجل $x \in]0, +\infty[$ العبارة $x.2^{\frac{-\ln x}{\ln 2}}$ تماثلي	x	1	e
02	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x + \sqrt{2-e^{2x}} - \sqrt{2}}{2(x - \ln \sqrt{2})} \right)$ هي :	$-\infty$	$+\infty$	1
03	f دالة معرفة على $]2, +\infty[$ بـ $f(x) = x + \ln \left \frac{x-2}{x+2} \right $ دالتها المشتقة هي :	$f'(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$	$f'(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$	$f'(x) = \frac{x^2-4}{x^2}$
04	من أجل كل عدد حقيقي λ موجب تماما جميع المنحنيات (C_λ) التي معادلتها $y = e^{-\lambda x^2}$ تمر من نقطة ثابتة هي :	$O(0,0)$	$A(1;0)$	$A(0;1)$
05	المعادلة : $4(\ln x)^2 - 1 = 0$ تقبل في $\mathbb{R}^*$	حليين	4 حلول	لا تقبل حلول

التمرين الثاني: (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. المنحنيين (C_g) و (C_h) الممثلين للدالتين g و h على الترتيب

المعرفتين و القابلتين للإشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ إحداهما هي مشتقة الدالة الأخرى، حيث: $g(x) = a + \frac{b + \ln x}{x^2}$ و a, b عدنان حقيقيان .

(أنظر الملحق ... يعاد مع ورقة الإجابة)

1/ α عدد حقيقي ، بقراءة بيانية عين مايلي :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[h(x) - \frac{1}{2}x \right] , \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) , h'(\alpha) , g(\alpha) *$$

ب/ * العدنان الحقيقيان a و b .

ج/ * جدول التغيرات على المجال $]0, +\infty[$ يتضمن تغيرات الدالة و إشارة مشتقتها (يقصد تعيين الدالة و دالتها المشتقة حسب البيان)

2/ نعتبر أن : $h(x) = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{\ln x}{x}$

أ/ * تحقق بالحساب أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $h'(x) = g(x)$

ب/ * اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_h) في النقطة ذات الفاصلة e ، ثم استنتج أنه يوازي المستقيم (Δ)

ج/ * ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $2h(x) = x - m$

3/ k دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x) = \frac{1}{2}|x| + 1 - \frac{\ln|x|}{|x|}$ ، (C_k) تمثيلها البياني

** أنشئ (C_k) اعتمادا على (C_h) (الرسم يكون على الملحق)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1} + \sqrt{e}$

1/ بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \sqrt{e}$

2/ أ* بين أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $g'(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2}$

ب* شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$

3/ بين أن المعادلة : $g(x) = e - 1$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0, +\infty[$

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \begin{cases} x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \sqrt{e}(x+1) & , x > 0 \\ (1-x)e^{x-\frac{1}{2}} & , x \leq 0 \end{cases}$

و ليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستر منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

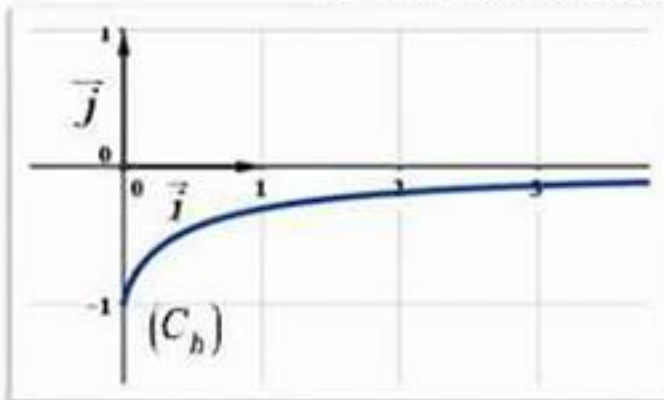
1/ أ* بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب* حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا

2/ أ* بين أن الدالة f مستمرة عند 0

ب* احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا

3/ أ* بين أن : $f'(x) = \begin{cases} g(x) & , x > 0 \\ -xe^{x-\frac{1}{2}} & , x < 0 \end{cases}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f



ب* بين أن $A\left(-1, \frac{2}{\sqrt{e}}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ج* بين أن معادلة المماس (T_α) للمنحنى (C_f) عند النقطة

ذات الفاصلة α من الشكل : $y = (e-1)x - \alpha(e-1) + f(\alpha)$

4/ لتكن h الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - 1$

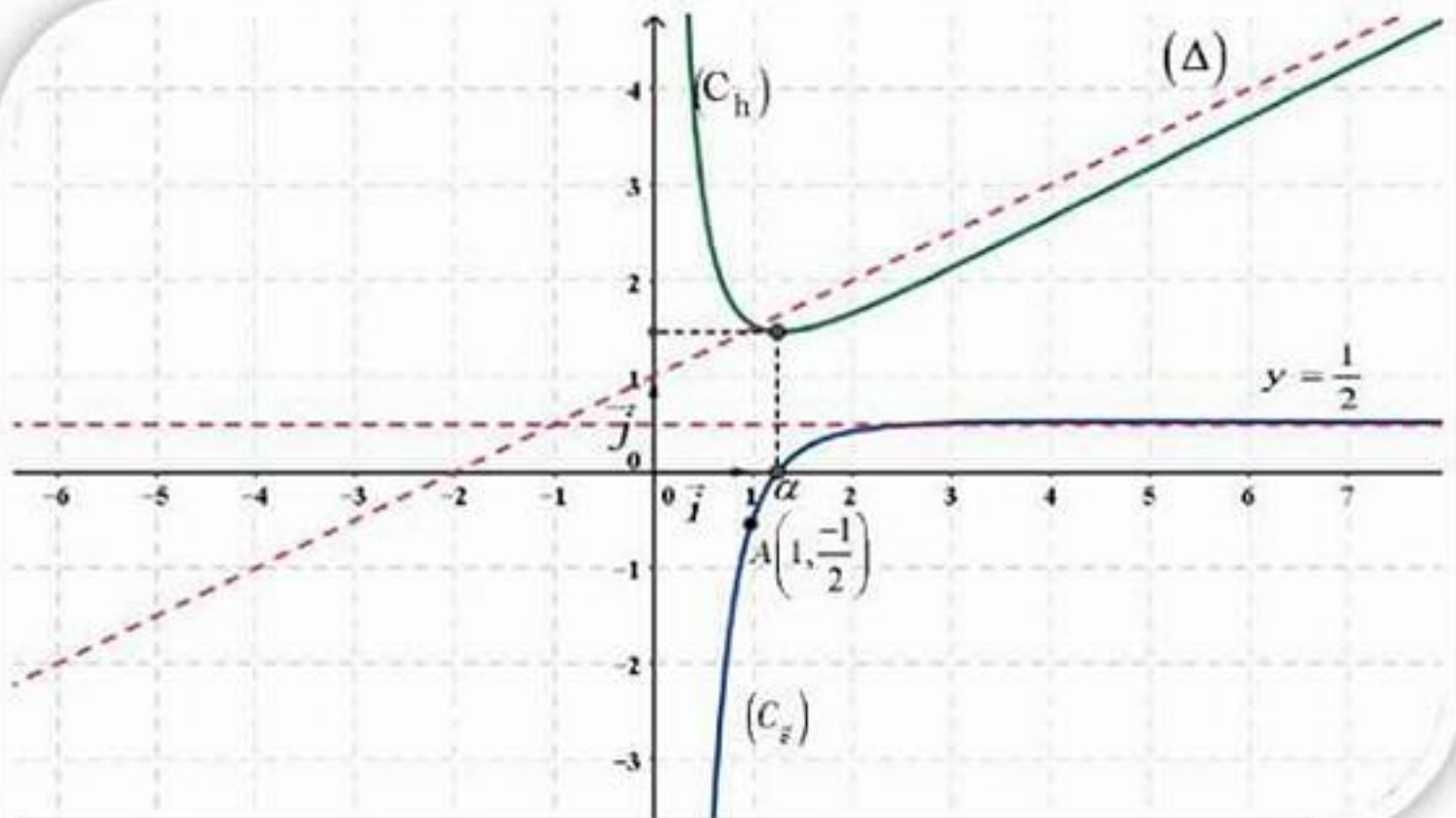
تمثيلها البياني (C_h) (أنظر الشكل المقابل)

أ* بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = \sqrt{e}x + \sqrt{e} + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب* استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

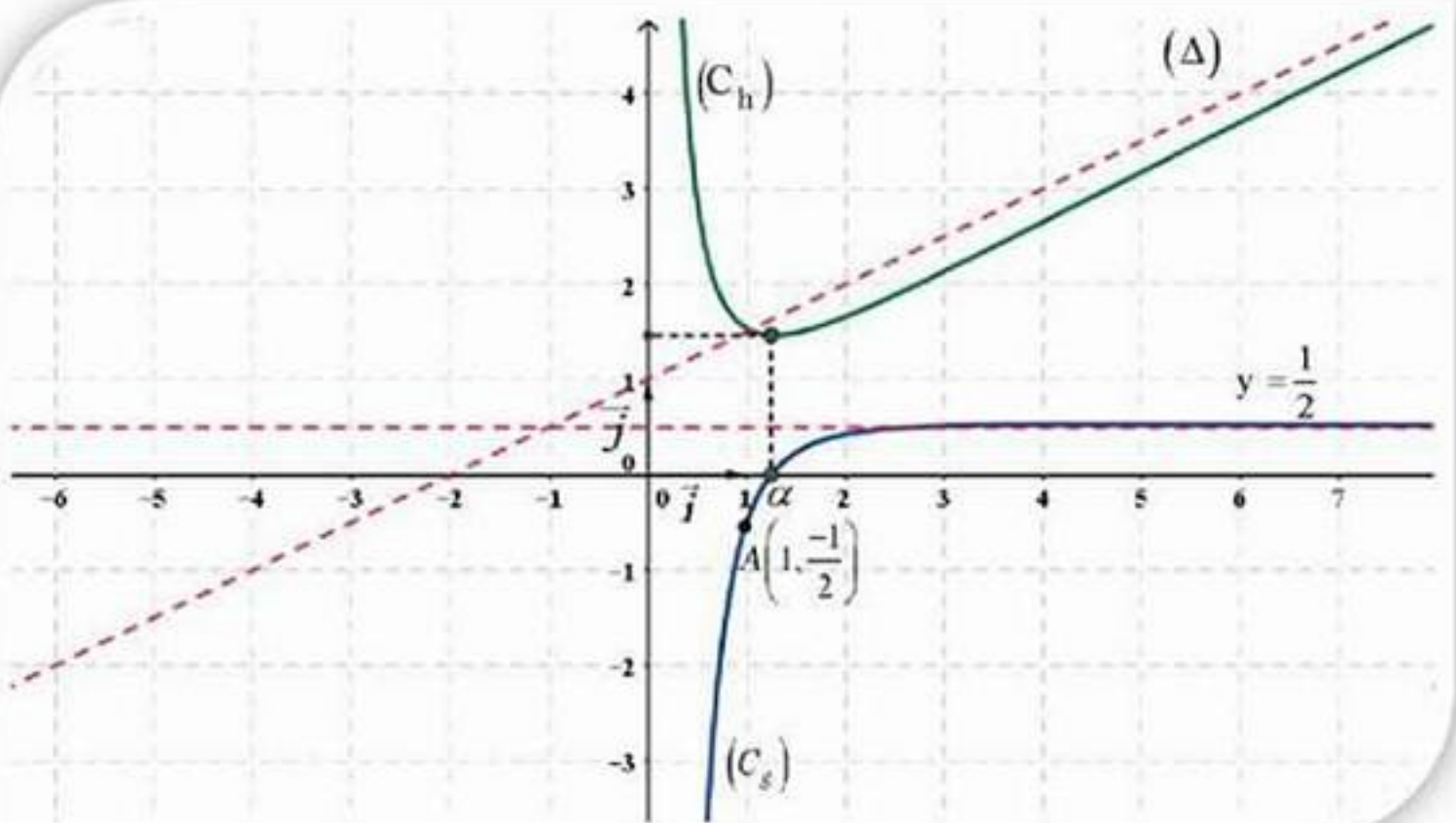
(5) أنشئ (Δ) ، (C_f)

الملحق: الاسم و اللقب : القسم :



✂

الملحق: الاسم و اللقب : القسم :



التمرين الأول:

✓ عين كل الثنائيات $(b;)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق : $\begin{cases} ab = 54 \\ pgcd(a; b) = 3 \end{cases}$

✓ n عدد طبيعي بحيث $n \geq 5$. نعتبر العددين $a = n^3 - n^2 - 12n$ و $b = 2n^2 - 7n - 4$

- بين ان $(n - 4)$ يقسم كل من العددين a و b .
- نضع $\alpha = 2n + 1$ و $\beta = n + 3$ و $pgcd(\alpha; \beta) = d$.
بين أن d يقسم 5.
- بين أن العددين n و $2n + 1$ أوليان فيما بينهما.
- حدد حسب قيم العدد n : $pgcd(a; b)$

التمرين الثاني:

❖ الجدول الآتي يمثل جدول تغيرات الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = x^3 - x^2 - x - 1$

X	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$h'(x)$	+		-	+
$h(x)$				

- احسب $h(1, 84)$ (تعطى النتيجة مدورة إلى 10^{-2}).
- استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
❖ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ ب:
$$g(x) = \frac{2x}{x^2-1} + \ln(x^2 - 1)$$
- احسب نهايات الدالة g بجوار أطراف مجموعة تعريفها.
- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون ، $g'(x) = \frac{2}{x^2-1} h(x)$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (تعطى $g(1, 84) \approx 2, 41$).
- اثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2, 11 < \alpha < -2, 10$.
- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
❖ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ ب:
$$f(x) = e^x \ln(x^2 - 1)$$
- وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
- احسب نهايات الدالة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسر النتائج هندسيا.
- اثبت أن $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ، و استنتج اتجاه تغير الدالة f .
- شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. اثبت أن: $f(\alpha) = \frac{2\alpha e^\alpha}{1-\alpha^2}$ ثم عين حصر ل $f(\alpha)$.

5. اثبت أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلين λ, β حيث: $-1,42 < \beta < -1,41$ و $1,41 < \lambda < 1,42$.

6. ارسم المنحنى (C_f) .

بالتوفيق للجميع