

التمرين الأول: 06 نقاط

نعتبر العددين الطبيعيين $a = 7^{n+2} - 7^n$ و $b = 3 \times 7^{n+1} + 5 \times 7^n$ بحيث n عدد طبيعي.

(1) بين أن $a = 2^4 \times 3 \times 7^n$ وأن $b = 2 \times 7^n \times 13$ ، ثم استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لـ $a \times b^2$.

(2) احسب بدلالة n كلا من $PGCD(a; b)$ و $PPCM(a; b)$.

(3) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون للعدد a ثلاثون قاسما.

(4) نضع $n = 2p$ بحيث p عدد طبيعي.

✓ عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي الغير معدوم m التي من أجلها يكون $m \times a$ مربعا تاما.

(5) نعتبر العدد c بحيث $c = \frac{b}{a}$.

(أ) اكتب العدد c على شكل كسر غير قابل للاختزال، ثم عين أصغر مجموعة ينتمي إليها.

(ب) عين رتبة مقدار العدد c .

التمرين الثاني: 07 نقاط

الجزء الأول: نعتبر العددين الحقيقيين $A = a + 2\sqrt{a-1}$ و $B = a - 2\sqrt{a-1}$ بحيث a عدد حقيقي يحقق $a \geq 2$.

(1) بين أن $A = (\sqrt{a-1} + 1)^2$ ، $B = (\sqrt{a-1} - 1)^2$ و $A \times B = (a-2)^2$.

(2) أ) أثبت أن $\sqrt{a-1} - 1 \geq 0$ ، ثم تحقق أن $\sqrt{A \times B} + \sqrt{A} - \sqrt{B} = a$.

ب) استنتج المقارنة بين $\sqrt{A \times B}$ و $(\sqrt{B} - \sqrt{A})$.

الجزء الثاني: نعتبر المجموعتين $I = \{x \in \mathbb{R} / |x| + |x-4| = 4\}$ و $J = \left\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq -2 + \frac{5}{4-x} \leq 3\right\}$.

(1) أ) باستعمال البرهان بفصل الحالات بين أن $I = [0; 4]$.

ب) بين أن $J = [-1; 3]$ ، ثم عين كلا من $I \cap J$ و $I \cup J$.

(2) x و y عددان حقيقيان بحيث $x \in I$ و $y \in J$.

✓ عين حصر لـ $\frac{1}{y+5}$ ثم استنتج حصر لـ $\sqrt{\frac{x}{y+5}}$.

(3) انقل ثم أكمل الجدول التالي:

المجال	المركز	نصف القطر	الحصر	المسافة	القيمة المطلقة
$x \in [...; ...]$	$c = 1$	$r = 2$			

التمرين الثالث: 07 نقاط

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر التمثيل البياني لدالة f كما هو موضح في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية.

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أ) عين كلا من $f(-3)$ ، $f(0)$ و $f(6)$.

ب) عين السوابق الممكنة للعددين 0 و 2 بالدالة f .

(3) أ) حدد اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) قارن بين $f(4)$ و $f(5)$ دون تعيينهما مع التبرير.

(4) أ) عين القيم الحدية للدالة f .

ب) اذكر مجالا تكون فيه الدالة f زوجية مع التبرير.

(5) حدد إشارة الدالة f على المجال $[-4; 6]$.

(6) حل في المجال $[-4; 6]$ كلا من المعادلة والمتراجحة الآتيتين: $f(x) = 0$ ، $f(x) < 2$.

