السلسلة رقـــم 03 (مـــحـــور الـــدالـــة)

بكالوريا دورة جـوان 2008

الموضوع الأول: (9 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^3 - 3x$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $f(-2)$ ، $f(-1)$

2) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f

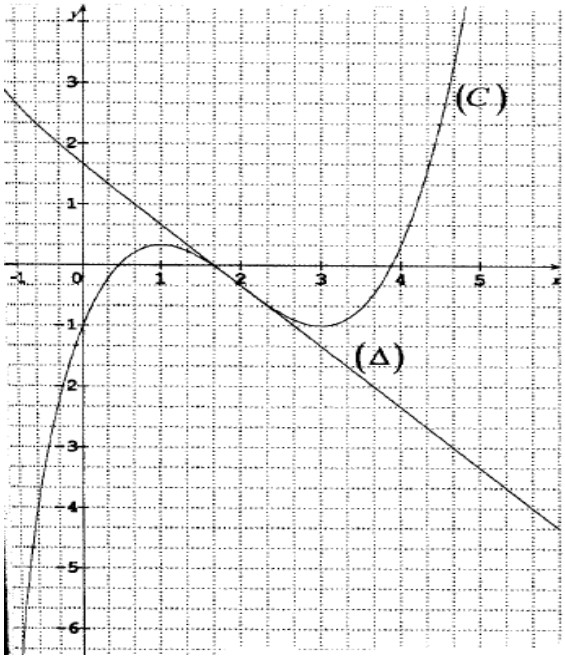
3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها

جـ) أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم (C_f) و (Δ)



الموضوع الثاني: (10 نقاط)

المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ و (Δ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2

1) خمن نهاية f عند $+\infty$ ثم بقراءة بيانية :

- عين اتجاه تغير f على المجال $]-1;+\infty[$
- شكل جدول تغيرات f

2) من العبارات الآتية :

$f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

$f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

$f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

عين العبارة المناسبة للدالة f مبررا ذلك

3) أدرس تغيرات الدالة f . هل تخميناتك وقراءتك السابقة صحيحة ؟

4) عين معادلة للمستقيم (Δ)

5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C)

6) أرسم المستقيم $y = -1$ ، ثم حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) < -1$

7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y = 3x - 1$

الموضوع الأول: (9 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{x-3}{x+1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلـى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن الدالة f تكتب على الشكـــل:

$$f(x)=1+\frac{a}{x+1}$$

حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

2) أحسب نهاية الدالة f عند $(+\infty)$ وَ $(-\infty)$ وَ (-1) ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا

3) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

4) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 3

5) عين إحداثيي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مـع حـاملـي محـــور الإحداثيات

6) أرســم كلا مـن (Δ) و (C_f)

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على $]2;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=-2+\frac{3}{x-2}$$

كل سؤال من الأسئلة الخمسة التالية يتضمن إجابة واحدة صحيحة، تعرف عليها، مع التبرير.

س 1) يمكن كتابة الدالة f على الشكل:

1) $f(x)=\frac{7+2x}{x-2}$ 2) $f(x)=\frac{-2x+7}{x-2}$

3) $f(x)=\frac{-2x-7}{x-2}$

س 2) f' مشتقـة الدالـة f على المجـــال $]2;+\infty[$ وعبـــارتها $f'(x)$ هي:

1) $f'(x)=\frac{3}{(x-2)^2}$ 2) $f'(x)=\frac{-2}{(x-2)^2}$

3) $f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}$

س 3) نهاية $f(x)$ عند $(+\infty)$ هي:

1) $+\infty$ 2) $+3$ 3) -2

س 4) المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته هي:

1) $x=2$ 2) $x=3$ 3) $y=2$

س 5) المنحنـى (C_f) يقبل مماسا عنـد النقطـة ذات الفاصلة $x_0=3$ معادلته هي:

1) $y=-\frac{1}{3}x+10$ 2) $y+3x-10=0$

3) $y=3x-10$

الموضوع الأول: (9 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$$

ليكـــن (C_f) تمثيلها البياني في المستـــوي المنســـوب إلى المعلـــم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتهـا
3. بين أن النقطة $I\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنـــى (C_f)
4. أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة I
5. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = (x-1)^2(2x-5)$$

ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصـــل

6. أرســـم (Δ) و (C_f)

الموضوع الثاني: (7 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $[-2;2]$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منســـوب إلـــى معلـــم متعامـــد ومتجانس

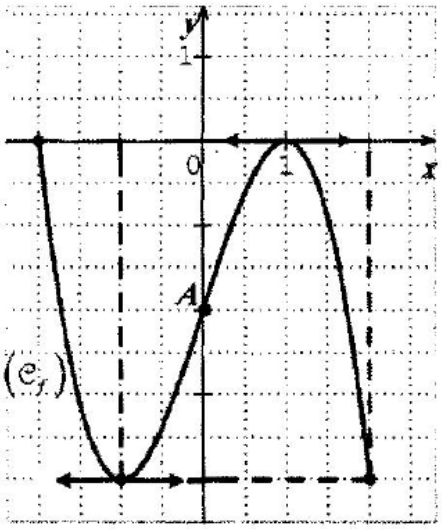
أنظر الشكل وأجب على الأسئلة التالية:

1. أ- عين $f'(1)$ و $f'(-1)$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب- عين صورتي العددين (-2) و (-1) بواسطـــــة الدالة f

جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f عـلى المجـــــال $[-2;2]$

2. باستعمـــال اتجـــاه تغيـر الـــدالة f ، قارن العـــددين $f\left(\frac{3}{2}\right)$ و $f(\sqrt{3})$
3. A هـــي النقطة من المنحـــنى (C_f) التي إحداثياهـــا $(0;-2)$، و بفرض أن $f'(0)=3$ ، اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى (C_f) في النقطة A ثم ارسمه بعد نقل الشكل



الموضوع الأول: (8 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{x+2}{x-2}$$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها

3) شكل جدول تغيرات الدالة f

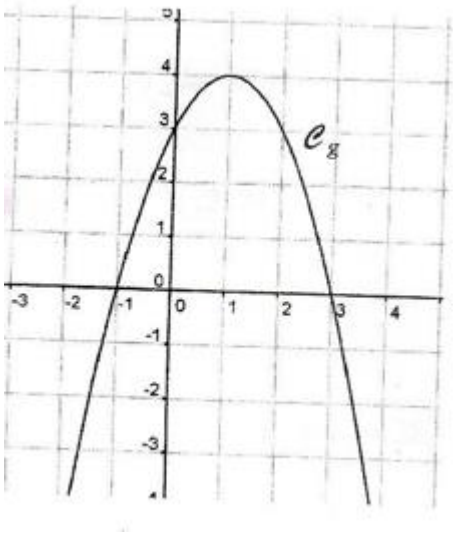
4) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات

5) أكتب معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4

6) أنشئ (Δ) و (C)

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

أ) في الشكل المقابل، C_g هو التمثيل البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-x^2+2x+3$



بقراءة بيانية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$
2. عين حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

ب) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+3$$

C_f التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. بين أن: $f'(x)=-g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$
2. أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$
3. أحسب $f(-1)$ ، $f(3)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
4. بين أنه يوجد مماسان للمنحنى C_f معاملا توجيه كل منهما يساوي 5
5. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=g(x)$ ، ثم استنتج إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين C_g و C_f

الموضوع الأول: (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$
2. أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها . (f' الدالة المشتقة للدالة f)
3. شكل جدول تغيرات الدالة f
4. أ) أكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1

   ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

   $$f(x) - (3x - 5) = -(x-1)^3$$

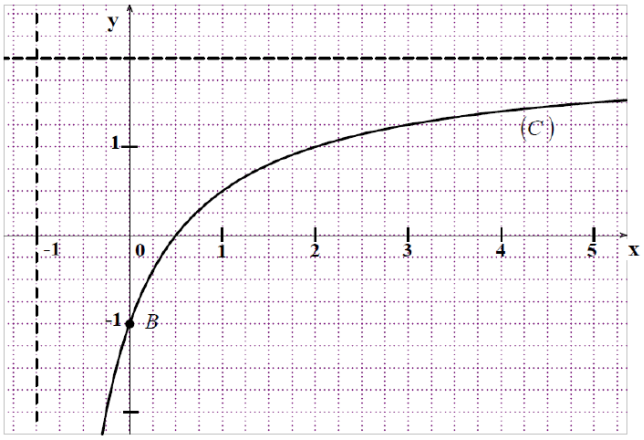
   جـ) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)
5. أحسب $f(-1)$ ثم أنشئ المماس (Δ) و المنحنى (C_f)

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة :

$f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي

يرمز (C) إلى التمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما هو موضح أدناه:



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بين أن : $a = 3$
2. أ) أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

   ب) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]-1;+\infty[$. (f' الدالة المشتقة للدالة f)
3. أ) حل في المجال $]-1;+\infty[$ المعادلة : $f'(x) = \frac{3}{4}$

   ب) (D) مستقيم معادلته: $y = \frac{3}{4}x - 1$

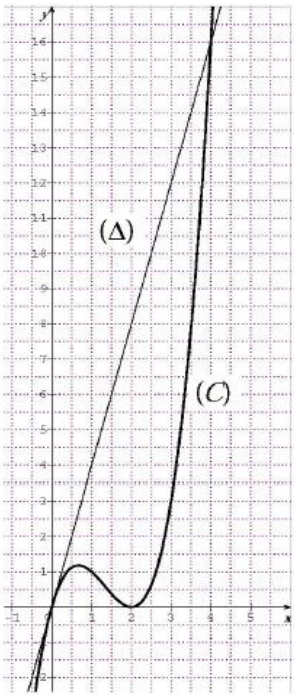
   أكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D)
4. أحسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم حل بيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 0$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O ،

حيث: $y = g(x)$ معادلة له



I) بقراءة بيانية، عين :

1 - عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

2 - إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

3 - عدد حلول المعادلة :

$$f(x) = g(x)$$

II) باستعمال عبارة الدالة f :

1 - أ) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

ب) أحسب $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f

2 - أ) أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

3 - أ) بين أن : $g(x) = 4x$

ب) عين فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ)

4 - بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$

5 - عين بيانيا، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m ، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

بالعبارة : $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$

و (C) المنحنى البياني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) بين أنه، من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$:

$$f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$$

2) هل النقطة $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (C)

3) أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها

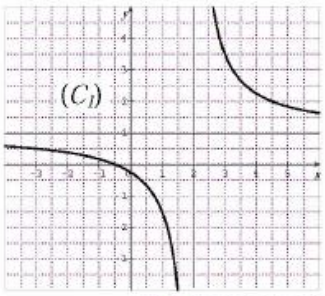
ب) استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما

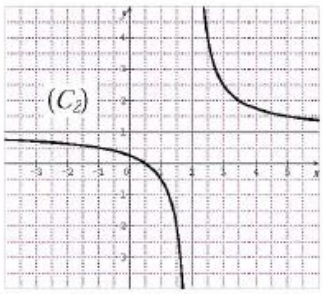
4) أحسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

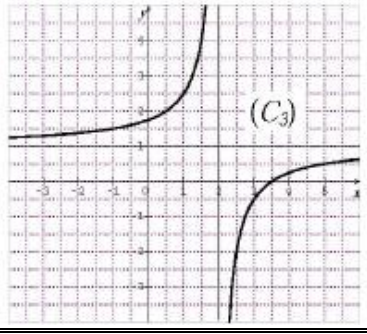
5) جد فواصل نقط المنحنى (C) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $-\frac{3}{2}$

6) جد إحداثيات نقط تقاطع (C) مع كل من حامل محور الفواصل و حامل محور التراتيب

7) عين، مع التبرير، المنحنى (C) من بين المنحنيات (C_1) ، (C_2) ، (C_3) الممثلة أدناه :







الموضوع الأول: (9 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين العدد الحقيقي α بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=\alpha-\frac{3}{x+2}$

2) عين النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

3) أحسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$ (f' الدالة المشتقة للدالة f)

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

5) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات

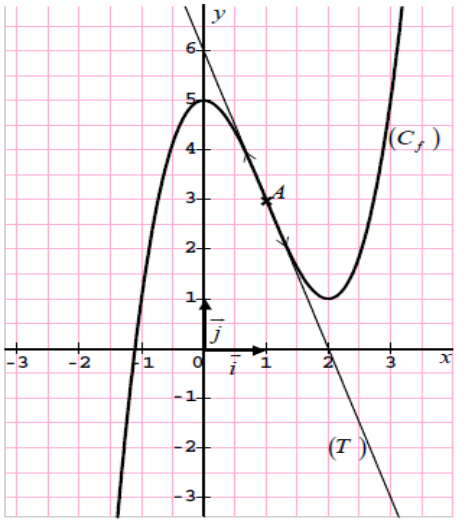
6) أ) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

ب) بين أنه يوجد مماس آخر (Δ') للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ)

7) أرسم المماس (Δ) و المنحنى (C_f)

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;3)$ كما في الشكل:



I) بقراءة بيانية :

1 - خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2 - أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها

3 - أ) أكتب معادلة للمماس (T)

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T)، ثم استنتج أن A هي نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)

4 - عين حلول المتراجحة: $f(x)>5$

II) إذا علمت أن f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل: $f(x)=x^3+ax^2+b$ حيث: a و b عددان حقيقيان

1. عين العددين a و b
2. تحقق من صحة إجاباتك السابقة حول:

أ) اتجاه تغير الدالة f

ب) معادلة المماس (T)

جـ) نقطة الانعطاف A

د) حلول المتراجحة: $f(x)>5$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\frac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)$

و $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكل جدول تغيرات الدالة f

4) a و b عددان حقيقيان، (Δ) مستقيم معادلته: $y=ax+b$

عين العددين a و b علما أن المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أ) تحقق أنه لكل x من $\mathbb{R}-\{2\}$:

$$f(x)=-1+\frac{1}{x-2}$$

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

6) أنشئ (Δ) و (C_f)

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=x^3-3x+2$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها

4) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أحسب $f(-2)$ و $f(2)$ ، ثم أنشئ (T) و (C_f)

6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+2$

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة :

$$f(x)\geq x+2$$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

لتكـــن f دالة معـــرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\frac{4-x}{x+1}$

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلـى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ وَ $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقـاربين يطـلب تعيين معادلة لكل منهما

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيـــراتها

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامـل توجيه كل منهما -5 يطلب تعيين معـــادلة لكـل منهما

4) أنشئ المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنـى (C_f)

الموضوع الثاني: (8 نقطة)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x)=x^3-6x^2+9x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلـــى المعلم المتعامـد و المتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=(3x-3)(x-3)$$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جـــدول تغيراتهـا

3. أ) أكتب معـادلة المـمـــاس (T) للمنحنى (C_f) عنـد النقطة E ذات الفاصلة 2

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)-(-3x+8)=(x-2)^3$$

جـ) استنتـــج وضعيـــة المنحنى (C_f) بالنسبـــة إلـــى المماس (T)

د) برر أن E نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

4. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)=x(x-3)^2$$

ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مـــع حامـــل محـــور الفواصـــل

5. أحسب $f(4)$ ثم أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f)

بالتوفيـــق فـــي شهـــادة البكـــالـــوريـــا 2017 و مســـار علـمي ناجـح