سلسلة تمارين الدوال العددية الواردة في البكالوريا

من 2008 إلى 2018 [شعبة علوم تجريبية]

السنة الدراسية : 2018/ 2019

جمع و إعداد الأستاذ : بخاخشة خالد

التمرين الأول[باك 2008][م1](7.5ن)

I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1\,cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$.

(C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ) بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر النتيجة بيانيا. (نذكر أن $\lim_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثييها .

د) أكتب معادلة المماس للمنحى (C_g) عند النقطة I .

هـ) أرسم (C_g) .

و) H الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي : $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان

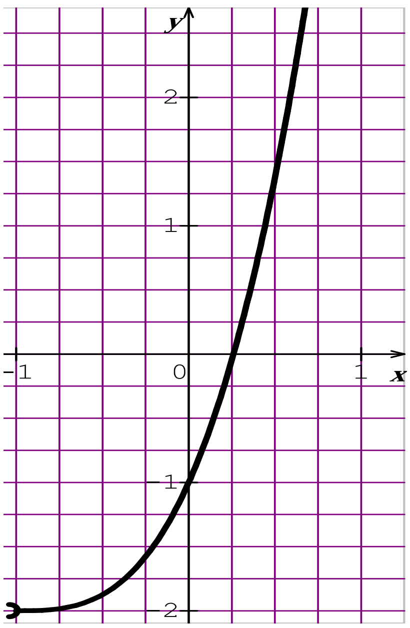
- عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$. استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0 .

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيَن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين الثاني[باك 2008] [م2] (7ن)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1) أ- بقراءة بيانية شكَل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$

بـ- علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$

جـ- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) f هي الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

بـ- عيَن دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسَر النتيجة بيانيا

جـ- أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ وفسَر النتيجتين بيانيا .

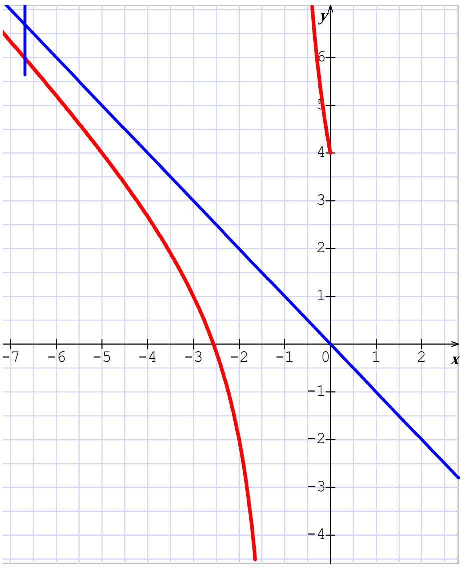
د- شكَل جدول تغيرات f .

3) نأخذ $\alpha \approx 0.26$ ، أ ـ عيّن مدوّر $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} بـ ـ أرسم المنحنى (Γ) .

4) أ ـ أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=x+a+\dfrac{b}{(x-1)^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان .

بـ ـ عيّن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ و التي تحقق $F(1)=2$.

التمرين الثالث [باك 2009] [م1] (7.5ن)



I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ : $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

كما هو مبين في الشكل

1) أ ـ أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

بـ ـ بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيّر f شكّل جدول تغيراتها .

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ ـ أحسب نهاية g عند $+\infty$.

بـ ـ تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

جـ ـ أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$. ماذا تستنتج ؟

بـ ـ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) .

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=\dfrac{1}{2}$ ، $x=-\dfrac{1}{2}$.

التمرين الرابع [باك 2009] [م2] (7ن)

I) h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}h(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

و إستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها .

3) أحسب $h(0)$ و إستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

بـ ـ باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أن $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$.

جـ ـ إستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

د ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

هـ- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3,3$ و $3,4$.

4) أرسم (C_f) .

5) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=x-1$ ، $x=0$ و $x=1$.

التمرين الخامس [باك 2010] [م1] (10ن)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ بـ : $f(x)=1+\ln(2x-1)$

و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}} f(x)$.

2) بيَن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكَل جدول تغيراتها .

3) عيَن فاصلة النقطة من $(\mathcal{C}_f)$ التي تكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ- أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

بـ- استنتج أنه يمكن رسم $(\mathcal{C}_f)$ انطلاقا من $(\mathcal{C})$ منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم أرسم $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}_f)$.

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ : $g(x)=f(x)-x$

1) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيَن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g على I ثم شكَل جدول تغيراتها .

3) أ- أحسب $g(1)$ ثم بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\dfrac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α . تحقق أن $2<\alpha<3$.

بـ- أرسم $(\mathcal{C}_g)$ منحنى الدالة g على المجال $\left]\dfrac{1}{2};5\right[$ في المعلم السابق .

4) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدَد وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (d) .

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]1;\alpha[$ فإن : $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي : $u_n=f\left(1+\dfrac{1}{2n}\right)$.

1) عيَن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$.

التمرين السادس [باك 2010] [م2] (7ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ- أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ و فسر هندسيا النتيجة .

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكَل جدول تغيراتها .

3) أ- بيَن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$.

بـ- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$.

ب- هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

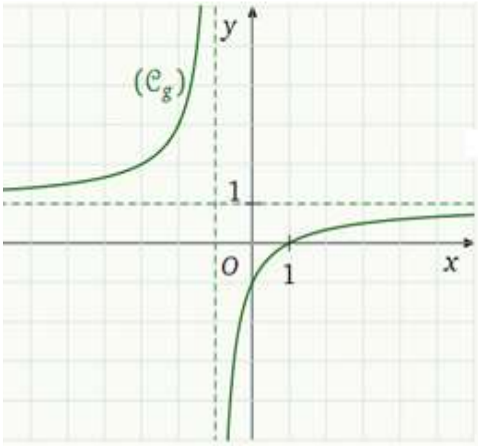
جـ- أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

التمرين السابع[باك 2011][م1] (7ن)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$

و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل) ،



بقراءة بيانية :

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب- حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$.

جـ- عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$.

ب- أحسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ- باستعمال الجزء **I)** السؤال جـ ، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب- α عدد حقيقي . بيّن أن الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$.

جـ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\frac{2}{x+1}$ ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

التمرين الثامن[باك 2011][م2] (7ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^x-ex-1$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب- أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ ، تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α .

د- أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$.

3) أ- أحسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ ؛ $x=\alpha$.

ب- أثبت أن : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات)

التمرين التاسع [باك 2012] [م1] (7ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي : $f(x)=x+5+6\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ، $f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.

إستنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ- بيّن المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$.

ب- أدرس وضع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-3.5<\alpha<-3.4$ و $-1.1<\beta<-1$.

5) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .

6) أ- نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\dfrac{5}{2}+6\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)\right)$.

بيّن أن $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}+6\ln\dfrac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

ب- بيّن أن المستقيم (AB) يمس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها .

7) لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$.

بين أن g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

التمرين العاشر [باك 2012] [م2] (7ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-xe^x$.

1)أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2)أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

3)أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ ، تقبل في حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$

ب-تحقق أن $0.5<\alpha<0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^x-x-1$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن : $f'(x)=-g(x)$ ،

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3)بيّن أن $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

4)أ-بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$

ب-أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبية إلى (Δ) .

5)أ-بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6<x_1<-1.5$ و $1.5<x_2<1.6$.

ب-أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=(ax+b)e^{x}$

أ- عين العددين الحقيقين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{x}$ على $\mathbb{R}$.

بـ- إستنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التمرين الحادي عشر [باك 2013][م1] (6.5ن)

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ <}}f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C) .

2) أحسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .

4) أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثم أرسم المنحني (C') الممثل للدالة $|f|$.

5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ- تحقق أن $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثم بين أن : $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

بـ- إستنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$.

جـ- تحقق من أن : $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^{3}}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^{3}}$ ، معادلة للمستقيم (T) .

التمرين الثاني عشر [باك 2013][م2] (7ن)

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^{2}+2x+4-2\ln(x+1)$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) إستنتج أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.

بـ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^{2}}$

بـ- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم تحقق أن $0<\alpha<0,5$.

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

بـ- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^{3}}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 .

أ- أحسب x_0 .

بـ- أرسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

جـ- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

التمرين الثالث عشر [باك 2014][م1] (6ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+\dfrac{2\ln x}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

بـ ـ أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ ـ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=1$.

بـ ـ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ ـ بيِن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$.

3) أنشئ (T) و (C_f).

4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $h(x)=1+\dfrac{2\ln|x|}{|x|}$.

و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ ـ بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $h(x)-h(-x)=0$. ماذا تستنتج ؟

بـ ـ أنشئ المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f).

جـ ـ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$.

التمرين الرابع عشر [باك 2014][م2] (7ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

بـ ـ أدرس اتجاه تغيَر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثمَ شكل جدول تغيراتها .

2) أ ـ بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

بـ ـ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ ـ بيَن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

بـ ـ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

جـ ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

3) أ ـ بيَن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x\cdot g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

بـ ـ استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكَل جدول تغيرات الدالة f .(نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$)

4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ ـ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

بـ ـ استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h)

التمرين الخامس عشر [باك 2015][م1] (6ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أن: $0,36<\alpha<0,37$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

ب- إستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

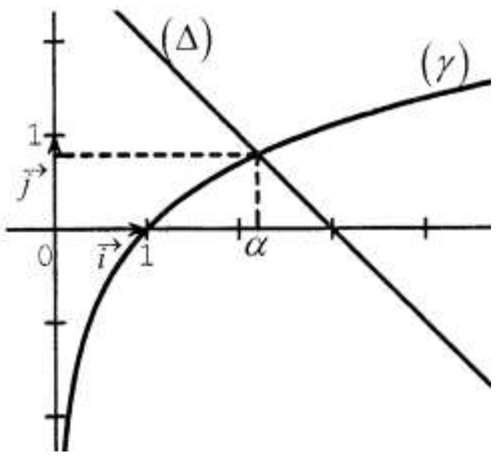
4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(\alpha)\approx 0,1$.

6) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$.

ب- إستنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

التمرين السادس عشر [باك 2015][م2] (7ن)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$

α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0;+\infty[$.

2) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$.

إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

3) تحقق أن : $2,2<\alpha<2,3$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\left(1-\frac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أن: $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0;e^2]$.

III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق: $F(1)=-3$.

1) بيّن أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بيّن أن $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ، ثم إستنتج عبارة الدالة F .

التمرين السابع عشر [باك 2016][م1] (7ن)

I) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$. (العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري)

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث $-0,34<\alpha<-0,33$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{e}{x+1}+\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بيّن أن $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)=-\infty$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا .

بـ- بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$

جـ- أدرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

د- أرسم المنحنى (C_f).(نقبل أن : $f(\alpha)=3,16$)

2) أ- بيّن أن الدالة $x\mapsto\dfrac{-1}{x+1}\left[1+\ln(x+1)\right]$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$

بـ- أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$.

3) نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1;1[$ بـ : $k(x)=f(-|x|)$ ، (C_k) تمثيلها لبياني في المعلم السابق.

أ- بيّن أن الدالة k زوجية .

بـ- بيّن كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أرسمه . (دون دراسة تغيرات الدالة k)

جـ- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $k(x)=m$.

التمرين الثامن عشر [باك 2016][م2] (6ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x^2-x$.

1) أ- أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$

جـ- أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38<\alpha<-1,37$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

بـ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^x g(x)}{(e^x-x)^2}$ (حيث f' هي مشتق الدالة f) .

جـ- أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2) أ- بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

بـ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

جـ- أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha)\approx 0,29$)

التمرين التاسع عشر [باك 2017][م1] (7ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على D حيث $D =]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانيا .

2) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

استنتج أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب .

3) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D ، $f'(x) = \frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.

إستنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8 < \alpha < 1.9$

5) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = \frac{2}{3}x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ثم أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

6) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .

7) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(2-3|m|)x + 3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$

التمرين العشرون [باك 2017][م2] (7ن)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2 - x^2e^{1-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيرا هندسيا للنتيجة ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

II) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = 1 - xe^{1-x}$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x) \geq 0$ ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T).

2) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$.

3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

جـ- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = 2x + (x^2+2x+2)e^{1-x}$.

- تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = 1$.

التمرين الواحد و العشرون [باك 2018][م1](7ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

1)أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2)أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$.

$(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$..

1)أ-أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ-أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $(\Delta): y=2x+1$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x)=g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}8$).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^{x}$

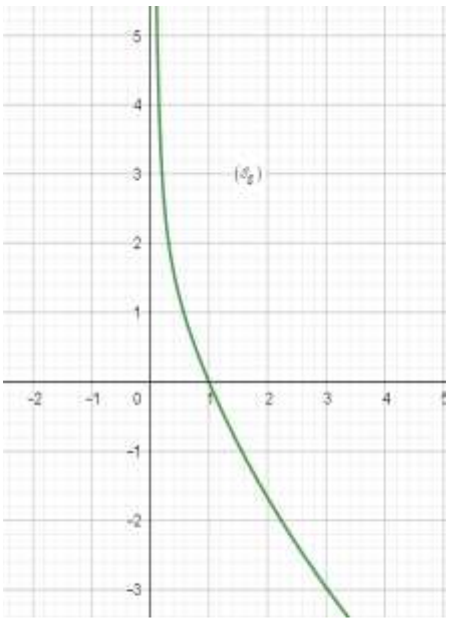
6)أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ و التي تنعدم من أجل $x=1$.

بـ- أحسب العدد A مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathscr{C}_f)$ والمستقيمات التي معادلاتهما: $x=1$ ، $x=3$ و $y=2x+1$

التمرين الثاني و العشرون[باك 2018][م2](7ن)

I) g الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-\ln x-1$

$(\mathscr{C}_g)$ المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبيّن في الشكل المقابل :



ـ أحسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$$

و $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$. ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) أـبيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$.

بـ-استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) بيّن أن $y=\left(\dfrac{e^2}{e-1}\right)x-\dfrac{e}{e-1}$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في نقطة

تقاطعه مع حامل محور الفواصل ، ثم أرسم المماس (T) و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$.

4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x)=e^2x-me$ حلين متمايزين .

III) n عدد طبيعي حيث $n>1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=n$.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n>1$: $I_n=\ln(1+n\ln n)$.

2) أدرس إتجاه تغير المتتالية (I_n) .