

الثانويات: عيسى زريمش (حمام دباغ) - هوارى بومدين (عين احسانية) يوم : 04 / 12 / 2017

حدادي عبد الله (هليلوبوليس) - شلال مسعود (قالمه) المستوى: 3 عتج المدة : ساعتان

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (06 نقط) :

لكل سؤال ثلاث إجابات ، إجابة واحدة منها صحيحة ، المطلوب : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	في مستو منسوب إلى معلم متعامد المنحنى البياني للدالة f المعرفة على $\{1\} - \square$ ب: $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ يقبل محور تناظر معادلته :	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$
02	إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على $\square$: $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ و h دالة معرفة على $\square$ ب: $h(x) = f(3x)$ فإن	$h'(x) = \frac{1}{x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
03	f حلا في $\square$ للمعادلة التفاضلية : $y' + 6y - 2 = 0$ و (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، المنحنى (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا معادلته :	$y = -\frac{1}{3}$	$y = \frac{1}{3}$	$y = -\frac{1}{2}$

التمرين الثاني (07 نقاط) :

(I) f دالة معرفة على $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ ب : $f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$
(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الوثيقة المرفقة.

1/* براءة بيانية: شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال I .

2/* g دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$.

ب) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = -x + 2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $+\infty$.

ج) أدرس تغيرات الدالة g .

(II) k دالة معرفة على $\{-1\}$ كما يلي : $k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

(C_k) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

1/* أ) أحسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة .

2/* أكتب معادلتى المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى (C_k) في النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

3/* أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) . ((الإنشاء على الوثيقة المرفقة تعاد مع ورقة الإجابة))

التمرين الثالث (07 نقاط):

(I) g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2 \ln x$.

1 / ادرس تغيرات الدالة g .

2 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً β حيث : $0.75 < \beta < 0.76$

** استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$) .

1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب) 1/* بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج) 2/* ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) أ) 1/* أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

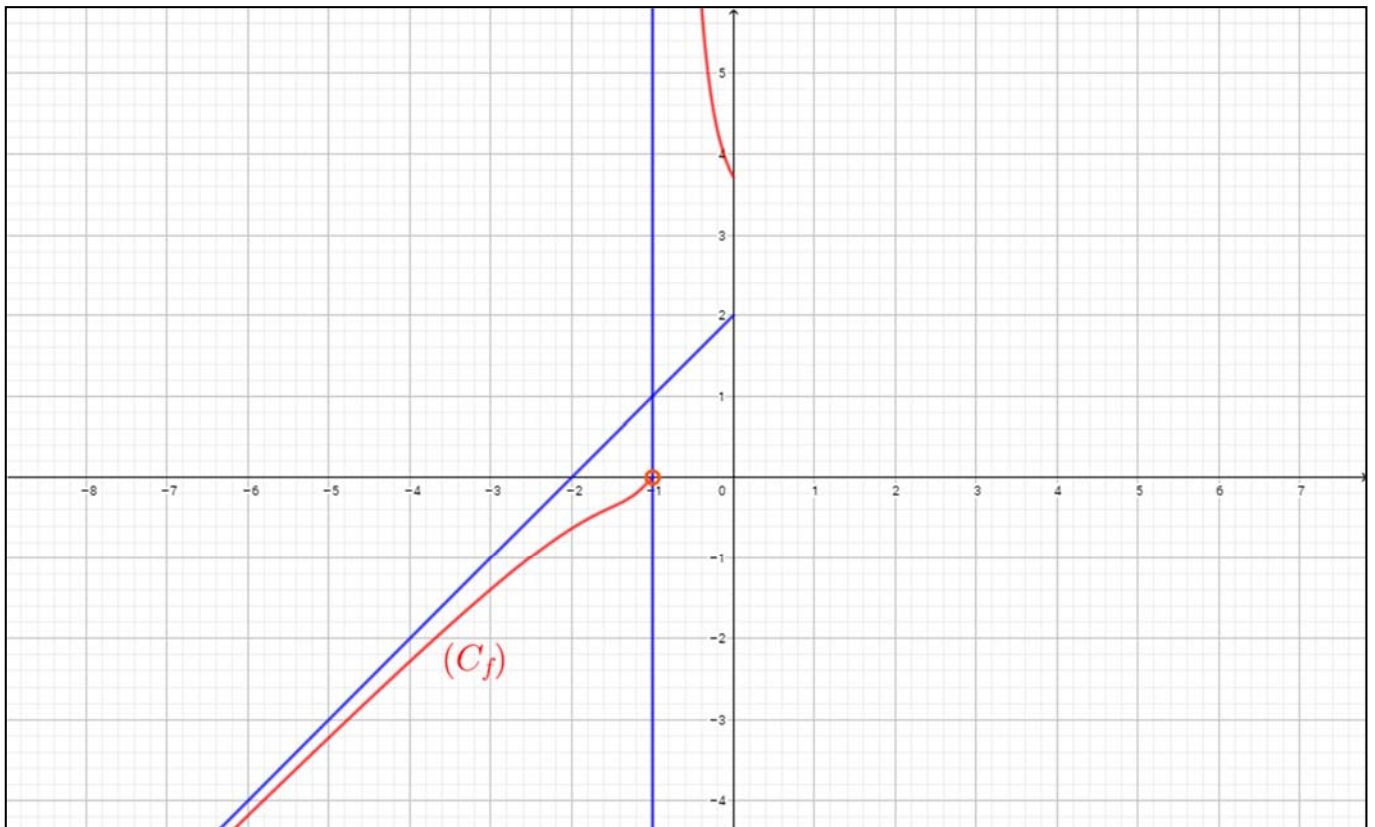
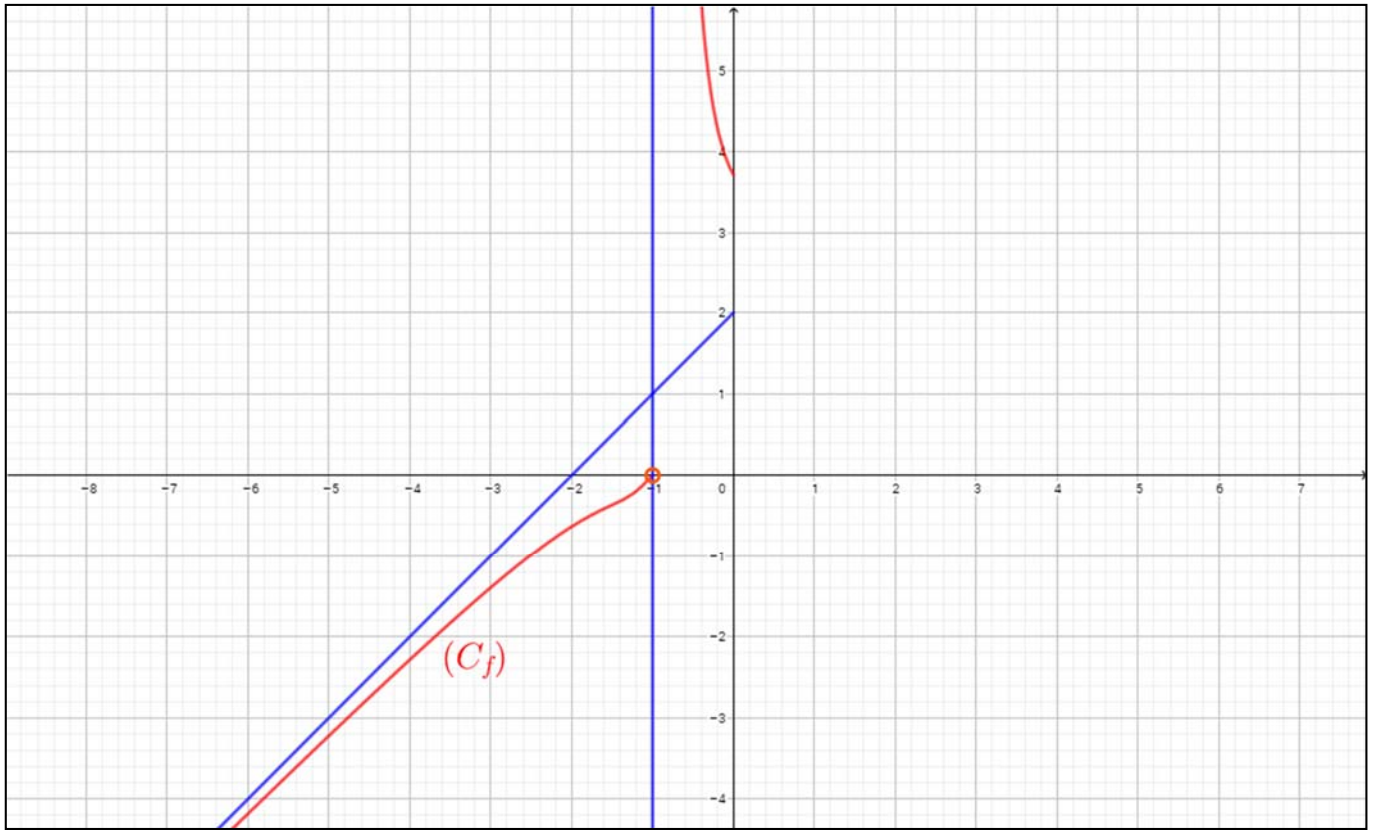
ب) 2/* استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) أ) 1/* بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلته .

ب) 2/* أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

4) m عدد حقيقي ، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $0 = -mx + 2 + 2 \ln x$ (E)

حليين مختلفين موجبين .



تصحيح اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

سؤال 1	سؤال 2	سؤال 3
أ	ج	ب

التبرير:

1 من أجل كل عدد حقيقي x حيث $(1+x) \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن: $(1-x) \in \mathbb{R} - \{1\}$ ، نبين أن: $f(1+x) = f(1-x)$
 $f(1-x) = (1-x)^2 + 2(1-x) - \ln(1-x-1)^2$
 $= 1 - 2x + x^2 - 2 + 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots\dots\dots (1)$
 $f(1+x) = (1+x)^2 - 2(1+x) - \ln(1+x-1)^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots (2)$
من (1) و (2) نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f)
2 لدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$h'(x) = [f(3x)]' = 3f'(3x) = 3 \left(\frac{1}{(3x)^2 + 3} \right) = \frac{1}{3x^2 + 1}$
3 $y' + 6y - 2 = 0$ تكافئ $y' = -6y + 2$ ، حلول المعادلة التفاضلية $y' = -6y + 2$ في $\mathbb{R}$ هي الدوال y حيث
 $y = ce^{-6x} + \frac{1}{3}$ مع c ثابت حقيقي.

لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ce^{-6x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

التمرين الثاني:

$I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ ، $f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$ (I)

1/ تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

$D_g = [0; +\infty[$ ، $g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$ /2

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \right) = -\infty$ (1)

ب نبين أن المستقيم ذي المعادلة $y = -x + 2$ هو

مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $+\infty$: لدينا:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - (-x + 2)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + e^{\frac{1}{x+1}} \right) = 0$ ومنه

ج- دراسة تغيرات الدالة g :

دراسة اتجاه تغير الدالة g على $[0; +\infty[$: g تقبل الاشتقاق

على $[0; +\infty[$ ودالتها المشتقة g' : $g'(x) = -\left(1 + \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{1}{x+1}}\right)$

من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g'(x) < 0$ ومنه الدالة g

متناقصة تماما على المجال $[0; +\infty[$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		$-$
$g(x)$	$1+e$	$-\infty$

جدول التغيرات:

(II) $D_k = \mathbb{R} - \{-1\}$ ، $k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

1/ حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{e^{\frac{1}{h+1}} - e}{h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{e \left(e^{-\frac{1}{h+1}} - 1 \right)}{h} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \left(\frac{-\frac{1}{h+1}}{\frac{-h}{h+1}} \right) \times \frac{-e}{h+1} \right) = -1 - e$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{e^{\frac{1}{h+1}} - 1}{-h} \times \frac{-e}{h+1} \right) = 1 - e$$

الاستنتاج: لدينا: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$

إذن: الدالة k لا تقبل الاشتقاق في 0 .

ب) التفسير الهندسي: بمأن الدالة k قابلة للاشتقاق في 0 من اليمين وقابلة للاشتقاق في 0 من اليسار فإن منحنى الدالة k يقبل نصفي مماسين في النقطة التي فاصلتها 0 ومنه هي نقطة زاوية.

2/ كتابة معادلتى نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x} (1 + \ln x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x} \right] = 0$$

(ج) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ) :

لدينا $\left[f(x) - (-x+1) \right] = \frac{2}{x} (1 + \ln x)$ ومنه إشارة

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$1+\ln x$	-	0	+

الفرق هي من إشارة $(1 + \ln x)$ وهي :
 إذن: (C_f) يقع فوق (Δ) على $\left[\frac{1}{e}; +\infty \right]$ وتحت (Δ) على المجال $\left] 0; \frac{1}{e} \right]$ و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $\left(\frac{1}{e}; \frac{-1+e}{e} \right)$.

2/ أثبات انه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

الدالة f قابلة الاشتقاق على D_f و دالتها المشتقة f' حيث

$$f'(x) = -1 + \left[\frac{-2}{x^2} (1 + \ln x) + \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{x} \right] = -\frac{(x^2 + 2 \ln x)}{x^2} = \frac{-g(x)}{x^2}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f : من أجل كل x من D_f

لدينا : إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$ وهي :

x	0	$\beta + \infty$
$f'(x)$	+	-

x	0	β	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\beta)$	$-\infty$

*** جدول تغيرات الدالة f :**

3/ * نبين أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) : نحل المعادلة

$$x^2 + 2 \ln x = x^2 \text{ معناه } \frac{-g(x)}{x^2} = -1 \text{ معناه } f'(x) = -1$$

ومنه $\ln x = 0$ ومنه $x = 1$ إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$ معادلته $y = -x + 3$

ب* التمثيل البياني:

4/ تعيين m حتى

تقبل المعادلة (E)

حليين مختلفين

موجبين : (E)

$$m = \frac{2}{x} (1 + \ln x) \text{ تكافئ}$$

$$m = f(x) - 1 + x \text{ أي أن}$$

$$f(x) = -x + m + 1 \text{ ومنه}$$

حلول (E) هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات

المعادلة : $y = -x + m + 1$ الموازية لـ (T) و (Δ) ومنه نجد:

المعادلة (E) تقبل حليين متمايزين موجبين تماما : من أجل

$$m \in]0; 2[\text{ أي } m + 1 \in]1; 3[$$

(C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$ معادلته $y = -x + 2$

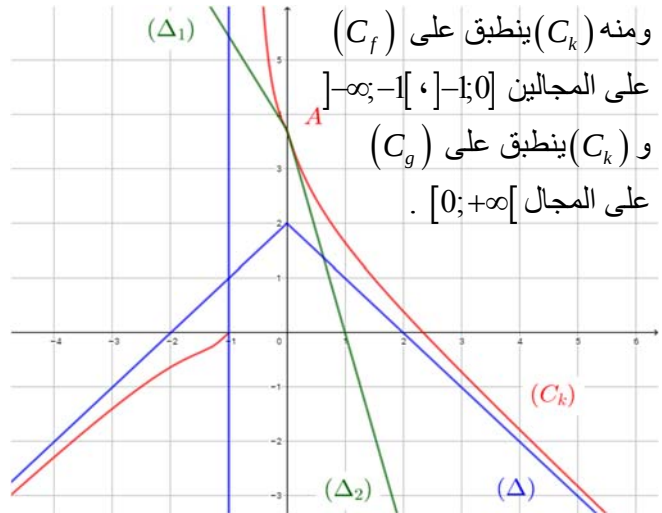
(C_k) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$:

$$(\Delta_1): y = (1-e)x + e + 1 \quad ; \quad x \leq 0$$

$$(\Delta_2): y = (-1-e)x + e + 1 \quad ; \quad x \geq 0$$

3/ رسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) :

لدينا $\begin{cases} k(x) = f(x) & ; \quad x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0] \\ k(x) = g(x) & ; \quad x \geq 0 \end{cases}$



التمرين الثالث:

g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

1/ دراسة تغيرات g : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$

$g^*(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$: $]0; +\infty[$ قابلة للإشتقاق على

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

*** جدول التغيرات:**

2/ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث

$$0.75 < \beta < 0.76 \quad * : g \text{ مستمرة ومتزايدة تماما على}$$

$$]0; +\infty[\text{ فهي مستمرة ومتزايدة تماما على }]0.75; 0.76[$$

$$g(0.75) \approx -0.013 \text{ و } g(0.76) \approx 0.029 \text{ إذن } g(0.75) \times g(0.76) < 0$$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل

حلا وحيدا β حيث $0.75 < \beta < 0.76$

x	0	$\beta + \infty$
$g(x)$	-	+

3/ إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$:

$$D_f =]0; +\infty[\quad , \quad f(x) = 1 - x + \frac{2}{x} (1 + \ln x) \quad (II)$$

1/ أ) حساب نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

(ب) نبين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته

	$\therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -x + 1$
--	--

ملاحظة

يُمنح نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الْإِجَابَةِ

السُّؤَالُ النَّظَرِي: (نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ)

① f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = 2x + 3$.

بَرِّرْ لِمَاذَا: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$.

② f دالة عددية معرفة وقابلة للإشتقاق على المجموعة D .

إذا كانت f ثابتة على D فإن الدالة المشتقة للدالة f تنعدم من أجل كل قيمة من D .

أثبت أن العكس ليس دائما صحيح.

التمرين الأول: (07 نقاط): أجب بـ: صغ أو خطأ مع التبرير.

(1) إذا كان: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ فإن $f(x) = g(x)$ (يمكن التبرير بمثال واحد فقط).

(2) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x + 1] = \frac{3}{2}$ تكافئ أن: المستقيم ذو المعادلة $y = -2x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f .

(3) من أجل كل عددين حقيقيين سالبان تماما: a و b : $\ln(a \times b) = \ln(-a) + \ln|b|$.

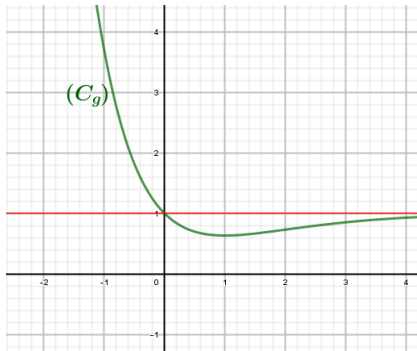
(4) $3 \ln(\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}}) + 12 \ln\left(\sqrt[6]{\sqrt[5]{4(3 - 2\sqrt{2})^{10}}}\right) = 0$

(5) المعادلة $(x)^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}_+^*$.

(6) $1 + 3^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{2}{2}} + 3^{\frac{3}{2}} + \dots + 3^{\frac{n}{2}} = -\frac{1}{2} \left(1 - (\sqrt{3})^{n+1}\right) (1 + \sqrt{3})$ حيث $(n \in \mathbb{N})$.

(7) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و في الشكل 01 جدول تغيراتها.

و g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و في الشكل 02 تمثيلها البياني.



الشكل 02

X	$-\infty$	1	$+\infty$
f(x)	4	2	$+\infty$

الشكل 01

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x) = 2$

f و g دالتان عدديتان معرفتان و قابلتان للإشتقاق عند العدد الحقيقي x_0 .

بحيث: $f(x_0) = g(x_0) = 0$ و $f'(x_0) \neq 0$.

(1) هل الدالتان f و g مستمرتان عند القيمة x_0 ؟ برّر إجابتك.

(2) بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.

(3) استنتج: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x) + \cos(x) - 1}{x^2 - x} \right)$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $f(x) = e \ln(x) - x$

C_f تمثلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(0; \bar{i}; \bar{j})$

(1) أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال التعريف.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها. ثم استنتج إشارة الدالة f على $\mathbb{R}_+^*$.

(3) قارن بين العددين: e^π و π^e .

(4) عين معادلة لـ T مماس المنحنى C_f في النقطة A ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

بين أنّ المعادلة $e \ln x = x - 3$ تقبل حليْن فقط α و β حيث $\alpha \in]0; 1[$ و $\beta \in]8.9; 9[$.

استعمل الجدول أدناه من أجل استنتاج أحسن حصر للعدد α سعته 10^{-1} .

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	-6,36	-4,57	-3,57	-2,89	-2,38	-1,99	-1,67	-1,41	-1,19	-1

(5) أنشئ C_f على المجال $]0; \beta]$ في المعلم السابق.

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.

(7) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e \ln(x+1) - x$.

تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$ فإنّ $g(x) = f(x+1) + 1$.

اشرح- دون رسم - كيفية إنشاء C_g انطلاقاً من C_f .

(8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $h(x) = x \left(e(\ln(x) - 1) - \frac{1}{2}x \right)$.

بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}_+^*$ فإنّ: $h'(x) = a \ln x + bx + c$ حيث a, b و c أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

أحسب نهاية الدالة h عند أطراف مجال التعريف.

استنتج إتجاه تغير الدالة h .

الأستاذ: زيرة يتمنى الشّجاع للجميع

من رام العلي من غيرك ✨ أضاع العمر في طلب المحال

بقدر الكدر نكتسب المعالي ✨ و من أراد العلي سهر الليالي

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2x+1)e^x - 1$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2. أحسب $g(0)$, ثم حدد إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x(1-e^x)^2$

نسبي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$

4. استنتج إشارة $f(x)$, ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

5. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

6. أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (-1)

7. أنشئ المنحنى (C_f) , (Δ) و المماس (T) على $]-\infty, 1]$

(III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $[-1, 1]$ كما يلي: $h(x) = x(1-e^{|x|})^2$

1. ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر , ثم فسر النتائج هندسيا

2. بين أن h دالة فردية , ثم استنتج طريقة لإنشاء (C_h) منحنى الدالة h دون دراسة تغيراتها

3. أنشئ (C_h) منحنى الدالة h في نفس المعلم و بلون مختلف.

التمرين الثاني:

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

3. حدد إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + e - 2\frac{\ln x}{x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_f)

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

3. استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها على $]0, +\infty[$

4. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x + e$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)

5. بين أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم المقارب المائل (Δ) ، ثم جد معادلة له

6. بين المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $2 < \alpha < 2,1$

ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0, +\infty[$

7. ارسم المماس (T) و المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

8. باستعمال المنحنى (C_f) عين قيم الوسيط الحقيقي حتى تقبل المعادلة :

$$x(e - m) = \ln(x^2) \quad \text{حلا وحيدا على }]0, +\infty[$$

(III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

1. احسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

2. استنتج اتجاه تغير h ، ثم أكتب جدول تغيراتها على $]0, +\infty[$

بالتوفيق

عن أساتذة المادة

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول :

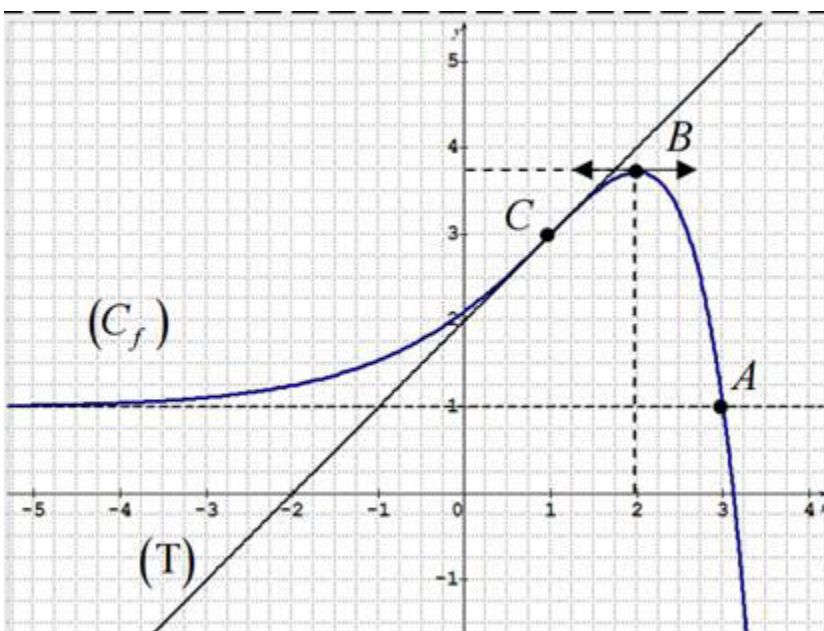
- I] نعتبر الدالة العددية g المعرفة على i بـ: $g(x) = e^x - 4x + 4$
- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على i .
- (2) استنتج أن $g(x)f > 0$ من أجل كل x من i .
- II] f دالة عددية معرفة على i بـ: $f(x) = x + 2 + 4xe^{-x}$ و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس (O, i, j) .

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) أ- بين أن للمنحنى (C_f) مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته $y = x + 2$.
- ب - أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .
- (3) بين أنه من أجل كل x من i ، $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ استنتج تغيرات الدالة f .
- (4) بين أنه يوجد عدد وحيد α من المجال $[-0,32; -0,30]$ بحيث $f(\alpha) = 0$.
- (5) بين أن للمنحنى (C_f) مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تحديد معادلته.
- (6) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; i, j)$ حيث

$A(3;1)$ و $B(2;e+1)$ و $C(1;3)$ من البيان أجب عن الأسئلة التالية :



- (1) عين كلا من $f'(1)$ و $f'(2)$ و $f''(1)$.
- (2) أكتب معادلة المماس (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة C .
- (3) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3; +\infty[$ ثم أستنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.
- ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

(5) لتكن h الدالة المعرفة على $]-\infty; \alpha[$ كما يلي $h(x) = f(x) - \ln[f(x)]$.

أ- أعط عبارة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثالث :

لتكن الدالة f المعرفة على i^* بـ : $f(x) = 1 - \frac{\ln(x^2)}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x أحسب $f(x) + f(-x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(3) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 1$

(4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس (C_f) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

(5) أكتب معادلة المماس (T) ثم أنشئ (C_f) و (T) .

إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : _____ (04 نقاط)

إختيار من متعدد : إختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير.

(1) نعتبر في $\square$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $3^{x+3} = 27$ (E)
مجموعة حلول المعادلة (E) هي :

(أ) $S = \{\ln 3\}$	(ب) $S = \{3\}$	(ج) $S = \{0\}$
---------------------	-----------------	-----------------

(2) نعتبر في $\square$ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $2^{x+3} \leq 4^{2-x}$ (E')
مجموعة حلول المتراجحة (E') هي :

(أ) $S = \left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$	(ب) $S = \left] -\infty; \frac{1}{3} \right]$	(ج) $S =]\ln 2; \ln 4[$
---	---	--------------------------

(3) عبارة الدالة المشتقة الأولى f' للدالة f حيث $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ من أجل x من $\square$ هي :

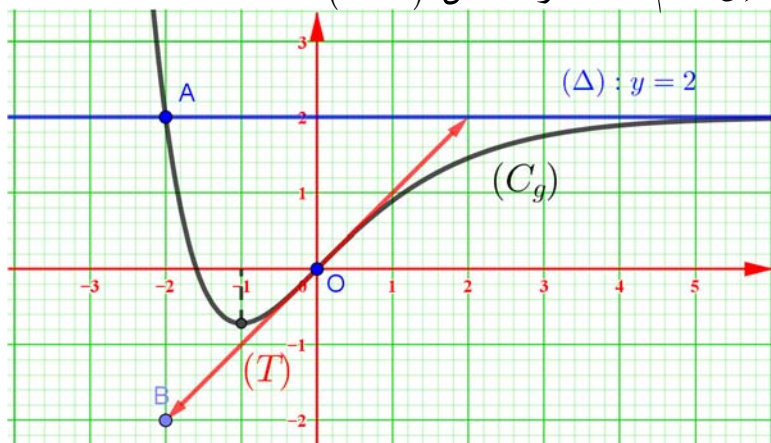
(أ) $f'(x) = (\ln 2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$	(ب) $f'(x) = -(\ln 2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$	(ج) $f'(x) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$
---	--	---

(4) القيمة المضبوطة للعدد A حيث $A = 5^{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{25}$ هي :

(أ) $A = 5\sqrt[3]{5}$	(ب) $A = 5$	(ج) $A = \sqrt[3]{5}$
------------------------	-------------	-----------------------

التمرين الثاني : _____ (07 نقاط)

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$



المعرفة على $\square$ بما يلي : $g(x) = (ax+b)e^{-x} + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية .

المنحني (C_g) يمر من النقطتين $A(-2; 2)$ و $O(0; 0)$ ،

و يقبل في النقطة $O(0; 0)$ مماسا (T) يمر من النقطة $B(-2; -2)$.

المنحني (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مواز لحامل

محور الفواصل معادلته : $y = 2$ بجوار $+\infty$.

(1) بقراءة بيانية عين كل من : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $g(0)$ ، $g(-2)$ ، $g'(-1)$ و $g'(0)$.

(2) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(3) أحسب عبارة $g'(x)$ بدلالة كل من العددين الحقيقيين a و b .

(4) بإستعمال المعطيات السابقة عين كل من الأعداد الحقيقية a, b و c ثم إستنتج عبارة $g(x)$.

(5) ناقش بياننا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

التمرين الثاني (E): (09 نقاط)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية u المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $u(x) = x - 3 + \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة u .

(2) بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]2.15; 2.25[$.

(3) إستنتج إشارة $u(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln(x) - 2) + 2$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{u(x)}{x^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) ليكن (C') المنحني ذي المعادلة $y = \ln x$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f(x) - \ln x = \frac{2 - \ln x}{x}$.

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$ ثم فسر النتيجة بياننا.

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المنحني (C').

(4) أ) بين أن : $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم إستنتج حصر لـ $f(\alpha)$

ب) أنشئ كل من (C') و (C_f).

(5) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]-\infty; 0[$ بما يلي : $h(x) = f(-x)$

إشرح كيفية الحصول على (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئ (C_h).



بالتوفيق 😊 والنجاح 😊 في الباك 2018 🌸 🌸 أساتذة المادة

إختبار الموسم الاول في الرياضيات

التمرين الاول

• اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية صحيحة أم خاطئة مع التبرير .

(1) f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها ، (C) تمثيلها البياني في معلم وجدول تغيراتها هو الجدول المقابل:

x	$-\infty$	1	5	11	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	3		$+\infty$	1		$-\infty$

(a) الدالة f فردية .

(b) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 1]$ فإن:

$$f(x) \in [-1; 3]$$

(c) المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الفواصل .

(d) المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل .

(e) المنحنى (C) يقبل في النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا موازيا للمستقيم المعرف بالمعادلة $y = -x + 1$

(2) اذا كان $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x + 1] = \frac{3}{2}$ فان المستقيم ذو المعادلة $y = -2x + \frac{1}{2}$ يقارب مائل لمنحنى الدالة f .

(3) حل المعادلة التفاضلية : $2y' + 4y = 8$ و $y(1) = 3$ هو $y = e^{-2x+2}$

$$1 + 3^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{2}{2}} + 3^{\frac{3}{2}} + \dots + 3^{\frac{n}{2}} = -\frac{1}{2} \left(1 - (\sqrt{3})^n \right) (1 + \sqrt{3}) \quad (4)$$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ $f(x) = x^2 + 3x - 2e^x$

الجزء الأول:

$$1. \text{ احسب نهايتي الدالة } f \text{ عند } +\infty, -\infty \text{ علما: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$$

$$2. \text{ احسب } f'(x)$$

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f' وشكل جدول تغيراتها على IR (لا يطلب حساب النهايات)

4. بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين α, β حيث $\alpha \in [0, 8; 0, 9]$ و $\beta \in [-1, 2; -1, 1]$

5. استنتج اشارة الدالة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على IR

6. بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + \alpha - 3$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$

7. عين معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

الجزء الثاني:

الهدف من هذا الجزء هو دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

نعتبر الدالة φ المعرفة على IR بـ $\varphi(x) = x^2 + 2x + 2 - 2e^x$

$$1. \text{ احسب } \varphi', \varphi''$$

2. بين أنه من أجل كل x من IR : $\varphi'(x) \leq 0$

3. شكل جدول تغيرات الدالة φ

4. احسب $\varphi(0)$ ثم استنتج إشارتها على IR

5. استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

ارسم (C_f) ، (T) (تؤخذ الوحدة : $\| \vec{c} \| = \| \vec{j} \| = 1cm$) و تعطى $-2,8 \leq f(\beta) \leq -2,7$

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه :

التمرين الأول:

أجب بصحيح أم خطأ مع التعليل في الحالتين :

$$(1) \text{ من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ فإن } \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - x}) = \frac{1}{2}$$

$$(3) \text{ الدالة المعرفة علي } \mathbb{R} \text{ بالشكل : } f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} ; x \neq 0 \\ 2 ; x = 0 \end{cases} \text{ هي دالة مستمرة عند } x_0 = 0$$

$$(4) \text{ مجموعة الحلول في } \mathbb{R} \text{ للمتراحة : } \ln(x-3) - 2 \leq 0 \text{ هي } S =]-\infty; e^2 + 3]$$

$$(5) \text{ حلول المعادلة التفاضلية : } \frac{1}{2}y' - 4y = 3 \text{ هي الدوال } f \text{ التي عبارتها من الشكل :}$$

$$f(x) = c \cdot e^{8x} - \frac{3}{4} \text{ حيث } c \text{ عدد حقيقي .}$$

التمرين الثاني :

$$- \text{ أثبت أن مجموعة حلول المتراحة : } 2 - \ln(x^2) \geq 0 \text{ هي } S = [-e; 0[\cup]0; e]$$

$$(I) \text{ لتكن الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} - \{0\} \text{ كما يلي : } f(x) = 1 + \frac{\ln(x^2)}{x} .$$

$$(C_f) \text{ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس } (O; \vec{i}, \vec{j}) \text{ مع } \|\vec{i}\| = 2cm$$

$$1. \text{ احسب نهايات الدالة } f \text{ عند أطراف مجالات تعريفها (لاحظ أن } x^2 = (|x|)^2 \text{)}$$

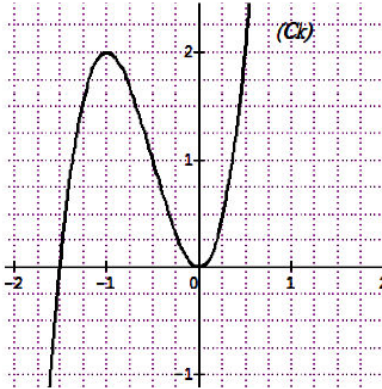
$$2. \text{ ادرس اتجاه تغير الدالة } f \text{ ثم شكل جدول تغيراتها .}$$

$$3. \text{ احسب } f(-x) + f(x) \text{ ثم فسر النتيجة بيانيا .}$$

$$4. \text{ بين أن المعادلة } f(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث : } \alpha \in \left] \frac{1}{2}; 1 \right[$$

5. أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس (C_f) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما .
6. أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم المقارب ذو المعادلة $y = 1$
7. اكتب معادلة المماس (T) ، ثم أنشئ (T) و (C_f)
- 8, ليكن المستقيم $(\Delta_m): y = m.x + 1$, أثبت أنّ جميع المستقيمات تمرّ من نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .
- 9, ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $e^{m.x^2} - x^2 = 0$
- (II) g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي : $g(x) = 1 + \frac{\ln(x^2)}{|x|}$ ، (C_g) منحناها البياني في المعلم السابق
1. ادرس شفعية الدالة g .
2. اشرح كيف يمكن استنتاج رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه

التمرين الأول:



(I) k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني المقابل:

بقراءة بيانية : (1) شكل جدول تغيرات الدالة k

(2) حدد إشارة $k(x)$ تبعا لقيم x

(II) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = (k(x))^2$

(1) عين نهايتي الدالة h

(2) عين $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين الثاني:

عين مجموعة حلول كل مما يلي:

$$3x^2 - 2x - 1 > 0 \quad (1)$$

$$3.e^{2x} - 2.e^x - 1 > 0 \quad (2)$$

$$\frac{3}{(\ln x)^2} - \frac{2}{\ln x} - 1 > 0 \quad (3)$$

التمرين الثالث:

(I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (1 - 2x)e^{x+1} + 2$

(C_g) منحنى الدالة g

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $0,68 < \alpha < 0,69$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x

(II) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

(C_f) هو منحنى الدالة f

(1) عين نهايتي الدالة f ، ماذا تستنتج؟

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x+1)]$ ، ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$

(3) أدرس الوضعية النسبية بين (C_f) و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 4x + 3$

(4) بين أن: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(5) تحقق من أن $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

(6) عين $f(0)$ و $f(-1)$ ، ثم أرسم (C_f)

(7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = |m|$

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (4 نقاط) :

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة عين الاجابة الصحيحة مع التبرير

$$(1) \quad g \text{ هي الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } \begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} : x \neq 0 \\ g(0) = \alpha \end{cases} \quad g \text{ مستمرة على } \mathbb{R} \text{ يعني ان}$$

(أ) $\alpha = 1$ (ب) $\alpha = 0$ (ج) $\alpha = 3$

$$(2) \quad f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \text{ من أجل كل عدد حقيقي } x :$$

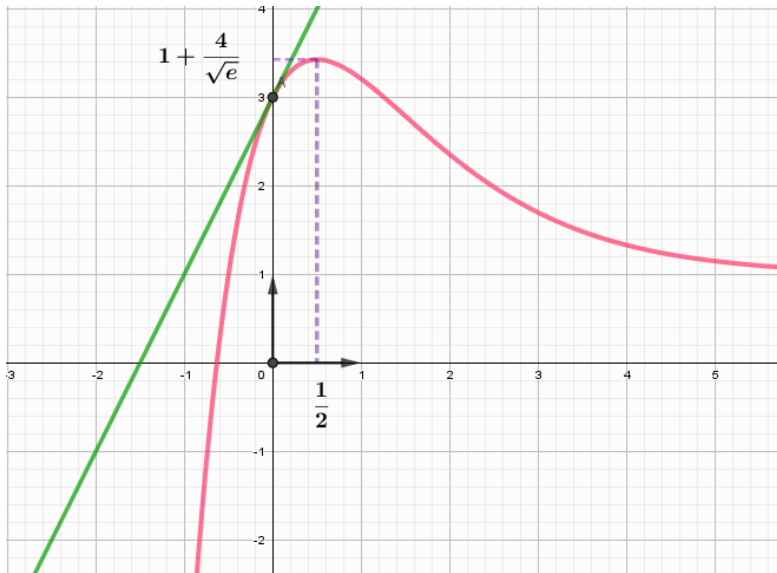
(أ) $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ (ب) $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ (ج) $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

$$(3) \quad \text{المعادلة التفاضلية من الشكل } y' = ay + b \text{ و التي حلها } f(x) = 3e^{-2x} + 4 \text{ هي}$$

(أ) $y' = -2y + 8$ (ب) $y' + 2y - 8 = 0$ (ج) $2y = y' + 8$

$$(4) \quad h \text{ دالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } h(x) = -4 + (4 - 2x)e^x \text{ المعادلة } h(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث}$$

(أ) $1,60 < \alpha < 1,61$ (ب) $1,61 < \alpha < 1,62$ (ج) $1,59 < \alpha < 1,60$



التمرين الثاني (4 نقاط) :

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في معلم متعامد ومتجانس و (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0; 3)$.

بقراءة بيانية أحب عن الأسئلة التالية

(1) أحسب $f(0)$ و $f'(0)$

ثم أكتب معادلة المماس (T) .

(2) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون للمعادلة

$$f(x) = 1 + m$$

(4) نضع $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$ حيث a و b عددين حقيقيين باستعمال السؤال (1) عين عددين a و b ثم عبارة $f(x)$.

التمرين الثالث (5 نقاط)

g الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي

x	-4	-2	0	1
$g(x)$		4	0	5

(1) أوجد حلول المعادلتين $g(x)=0$ و $g'(x)=0$.

(2) عين إشارتي $g(x)$ و $g'(x)$.

(3) h دالة معرفة على $[-4;1]$ بـ $h(x)=[g(x)]^2$

أ- أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة h دالة على $[-4;1]$

(4) k دالة معرفة على $[-4;0[\cup]0;1]$ بـ $k(x)=g\left(\frac{1}{x}\right)$

أحسب $k\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم $k'\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_k) عند النقطة ذات الفاصلة $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

التمرين الرابع (7 نقاط) :

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ $f(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و

متجانس

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{x^2+x-2}{x(x+1)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f(-1-x)+f(x)=1$ فسر النتيجة بيانيا

(4) أثبت ان المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

(5) برهن انه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يُعتمد المستقيم (Δ) الذي معادلته $3x-5y=0$ ثم أكتب معادلة المماس (T) .

(6) أرسم (T) و (Δ) و (C_f) .

(7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=m-1$

مع تمنيات أساتذة المادة - بالتوفيق و النجاح

ثانوية: محمد الصديق 2018/2017

التمرين الأول : جدول التغيرات الموالي هو لدالة u معرفة على $D_u = [-2; 4]$

x	-2	-1	0	1	2	4
$u'(x)$	+	0	-	0	+	
$u(x)$	2	3	0	-1	0	2

1. عين، باستعمال جدول تغيرات u لدالة u إشارة $u'(x)$ و $u(x)$

2. نعتبر الدوال f, g, h, k و z المعرفة كما يلي:

$$f = u^2, \quad g = u^3$$

$$h = \frac{1}{u}, \quad k = \sqrt{u}, \quad u(x^2) = j(x)$$

- عبر عن كل من $f'(x), g'(x), h'(x), k'(x)$ و $j'(x)$ بدلالة $u(x)$ و $u'(x)$.
- استنتج جدول تغيرات لكل دالة من الدوال f, g, h, k و z علي مجموعة تعريفها

التمرين 02: f دالة للمتغير الحقيقي x معرفة كمايلي $f(x) = |x+1|\sqrt{|x^2-1|}$ (C_f) هو تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة
 2. ادرس قابلية الاشتقاق الدالة f عند $x = -1$ و $x = 1$.
 3. ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
 4. اكتب معادلة المماس عند نقاط تقاطع (C_f) مع المحاور
 5. أنشئ (C_f) . و المماسات
 6. نعتبر الدالة $\varphi(x) = |x-1|\sqrt{|1-x^2|}$
- دون دراسة تغيرات الدالة φ استنتج كيف يمكن رسم منحناها البياني من (C_f)

التمرين 03: نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$

(C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

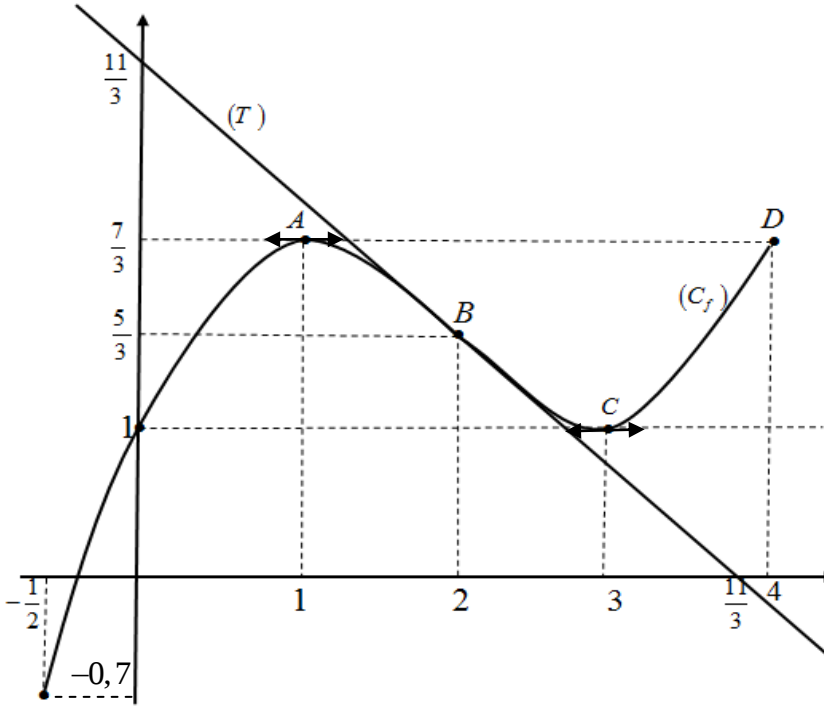
1. أ- ادرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
ب- عين الدالة المشتقة للدالة f .
ج- ادرس إشارة $f'(x)$. استنتج تغيرات f .
 2. أ- بين أن المستقيم D الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.
ب- ارسم المستقيم D والمنحني (C) .
 3. k عدد حقيقي موجب تماما ناقش حسب قيم k عدد حلول المعادلة $e^{2x} - e^x + 1 - k = 0$
- أ) بالحساب. ب) باستعمال تغيرات الدالة f .

بالتوفيق

✧ اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات ✧

التمرين الأول: (05 نقاط)

f دالة معرفة على $\left[-\frac{1}{2}; 4\right]$ ، (C_f) منحناها البياني و (T) مماس له عند النقطة B . (كما في الشكل المقابل)



باستعمال التمثيل البياني:

[1] ♦ عين جدول تغيرات الدالة f .

[2] ♦ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل

حلا وحيدا α في المجال $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$.

[3] ♦ عين إشارة $f(x)$ على $\left[-\frac{1}{2}; 4\right]$.

[4] ♦ عين $f(2)$ ؛ $f'(2)$ و $f''(2)$.

[5] ♦ اكتب معادلة للمماس (T) والمماسين

في النقطتين A و C .

[6] ♦ g الدالة العددية المعرفة على $\left[-\frac{1}{2}; 4\right]$ بـ: $g(x) = |f(x)|$.

* عين جدول تغيرات الدالة g .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

الجزء I: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - 1 + 2 \ln x$.

[1] ♦ احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

[2] ♦ ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

[3] ♦ احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 2 + (\ln x)^2 - \ln x$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

[1] ♦ (أ) اثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم قدم جدول تغيراتها.

[2] ♦ اثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1 حيث: $\frac{1}{e} < x_0 < 1$ و $2 < x_1 < \frac{9}{4}$.

[3] ♦ (أ) حل المعادلة ذات المجهول x ، $f(x) = x$.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنصف الأول (Δ) .

[4] ♦ اوجد النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا للمنصف الأول (Δ) .

[5] ♦ انشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

[6] ♦ ناقش بإستعمال المنحنى (C_f) ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(\ln x)^2 - \ln x - m - 2 = 0$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

الجزء I : g دالة معرفة على IR كما يلي: $g(x) = x - e^{-\frac{x}{2}}$.

[1] ♦ احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

[2] ♦ ادرس اتجاه تغير الدالة g و أنجز جدول تغيراتها.

[3] ♦ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $]0; 1[$ ثم تحقق أن: $0,7 < \alpha < 0,71$.

[4] ♦ استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

الجزء II : لتكن الدالة f المعرفة على IR بما يلي: $f(x) = (2x - 4)e^{\frac{x}{2}} + 2 - x$
نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

[1] ♦ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

[2] ♦ (أ) اثبت أنه من أجل كل x من IR ، $f'(x) = e^{\frac{x}{2}} g(x)$

(ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

[3] ♦ بين أن $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{4}{\alpha}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

[4] ♦ (أ) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 2 - x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

[5] ♦ اكتب معادلة المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0; -2)$.

[6] ♦ احسب $f(2)$ ثم بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-2; -1[$.

[7] ♦ ارسم (Δ) ; (T) و (C_f) .

إنتهى

التمرين الأول:

المنحنى C_f الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$.

(1) بقراءة بيانية: -ا- جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

-ب- حدد إشارة $f(x)$ ، ثم إشارة $f'(x)$.

-ج- عين $f(0)$ و $f'(0)$.

(2) نقبل أن $f(x) = (ax + b)e^{-x}$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

استفد من الإجابة عن السؤال (1) -ج- لتعيين a و b .

(3) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^2$.

-ا- احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

-ب- شكل جدول تغيرات h .

التمرين الثاني:

I - المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = -e^x - x + 4$$

(1) بقراءة بيانية، شكل جدول تغيرات g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α من المجال $]1,07; 1,08[$.

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + 3 + \frac{x-3}{e^x}$.

وليكن C_f بيانها في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$; [الوحدة = 2cm].

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

(2) -ا- بين، أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

-ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f .

-ج- أثبت أن $f(\alpha) = -\left(\alpha - 2 + \frac{1}{\alpha - 4}\right)$ ، ثم استنتج حصراً لـ $f(\alpha)$.

(3) -ا- تحقق أن المستقيم (D) إذا المعادلة $y = -x + 3$ مقارب للمنحنى C_f بجوار $+\infty$.

-ب- ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة إلى المستقيم (D) .

-ج- بين أنه يوجد مماس (Δ) لـ C_f يوازي المستقيم (D) ؛ يطلب إعطاء معادلة لهذا المماس.

-د- احسب $f(0)$ و $f(3)$ ، ثم أنشئ (Δ) و C_f على $]-0,75; +\infty[$ ؛ (تعطى $f(-0,75) \approx -4,19$).

-هـ- ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m من المجال $]-4; +\infty[$ ، عدد و إشارة حلول

$$x - 3 = (m - 3)e^x$$

III - لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = -x + 3 + \frac{x-2}{e^{x+1}}$ ؛ وليكن C_k تمثيلها البياني.

بين أنه يمكن استنتاج C_k انطلاقاً من C_f .

انتهى... وبالتوفيق.



(ملاحظة : كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الإعتبار)

1) في كل حالة من الحالات التالية عين الإجابة الصحيحة من بين A ، B و C مع التعليل :

السؤال	A	B	C
العبارة : $\ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2017} + \ln(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2017}$ تساوي	2017	$4034 \times \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$	0
العدد $e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}}$ يساوي	$\frac{3\ln(2)}{\ln(\frac{1}{4})}$	32	$e^{3\ln(2 - \frac{1}{4})}$
من أجل $x \in]0; 1[$ ، العبارة : $e^{ \ln(x) }$ تساوي	x	$-x$	$\frac{1}{x}$
الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y' + 4y = 8$ و $f(1) = 3$ هو :	$f(x) = e^{2x} + 2$	$f(x) = e^{-2x+2} + 2$	$f(x) = e^{-2x+2}$
حلول المتراجحة : $7^{x-2} > 5^x$ في $\mathcal{R}$ هي	$\left[\frac{2\ln 7}{\ln(\frac{7}{5})}; +\infty \right[$	$\left] -\infty; \frac{2\ln 7}{\ln(\frac{7}{5})} \right[$	$] -\infty; +\infty [$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1; 3]$ كمايلي: $f(x) = 5 - \frac{12}{x+3}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الوثيقة المرافقة)

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود : $u_0; u_1; u_2; u_3$ مبرزا خطوط الرسم .

ب) ماتحمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها ؟

2) أ/ أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-1; 3]$

ب/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$

ج/ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حددها الأول v_0

ب/ أكتب v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$

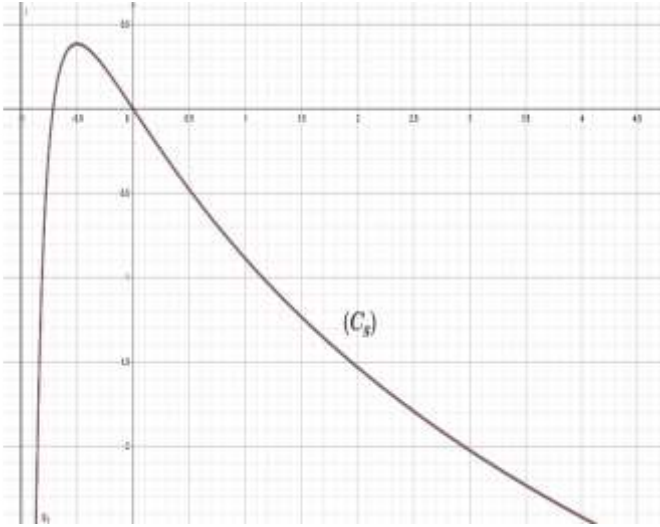
4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \dots + \frac{1}{u_n+1}$

(إرشاد يمكنك الملاحظة أن : $v_n = 1 - \frac{4}{u_n+1}$)

إقلب الصفحة

التوقيت (50 دقيقة)

التمرين الثالث



الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1, +\infty[$ كمايلي

$$g(x) = \frac{x}{x+1} - 2 \ln(x+1)$$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس . (الشكل المقابل)

(1) بقراءة بيانية :

✓ حدد عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$

✓ عَيِّن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

(2) احسب $g(0)$.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال

$[-0.72, -0.71]$

(4) استنتج حسب قيم X ، إشارة $g(x)$ على المجال $]-1, +\infty[$

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[\cup]-1, 0[$: $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$ ،
تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أحسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف . ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا .

2- أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[\cup]-1, 0[$ لدينا :

$$f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{x^4}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3- بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ثم أعط قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد $f(\alpha)$ بأخذ $\alpha = -0.715$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- أنشئ المنحنى (C_f) .

6- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $|f(x)| = m$

(تذكير : $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln(u)}{u} = 0$ ، $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\ln(u+1)}{u} = 1$ ، $\lim_{u \rightarrow 0} u \ln(u) = 0$) . *** انتهى ***

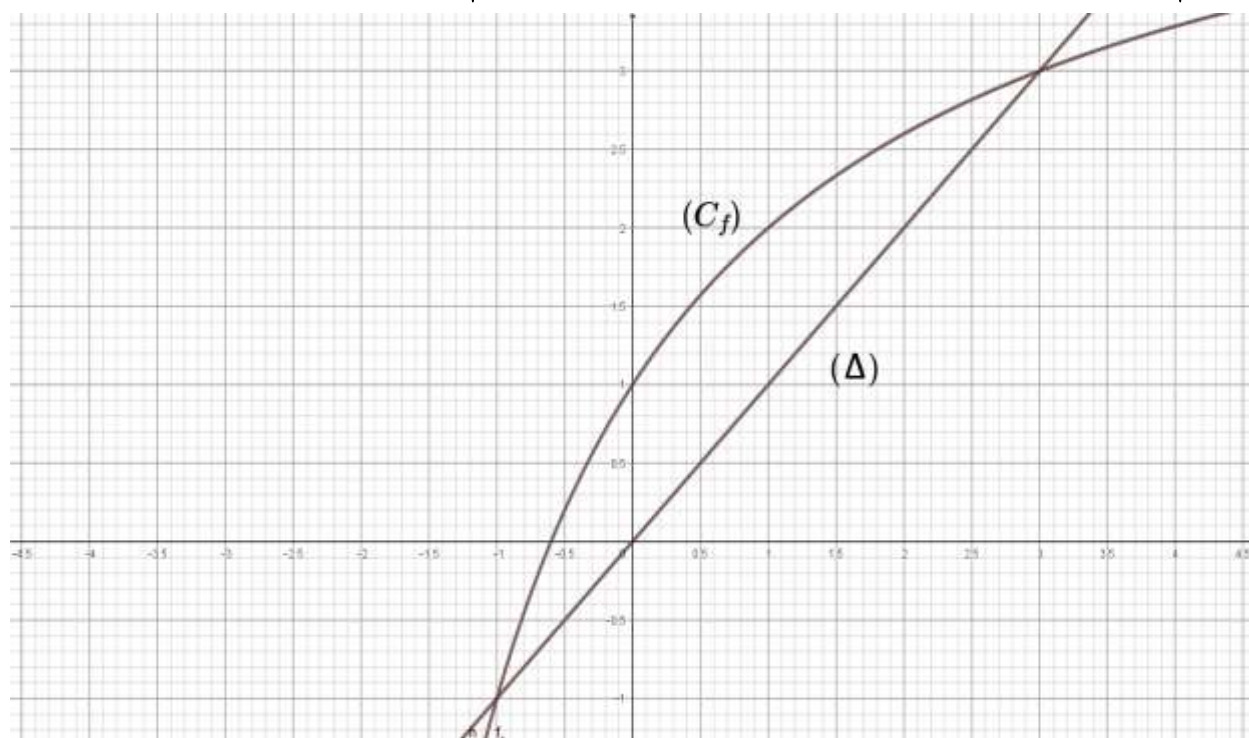
إليك جدول تغيراتك يا طالب المستقبل

السنة	2017	bac 2018
الإختبارات	+	
التجّاح	الثالثة ثانوي	الجامعة إن شاء الله

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح

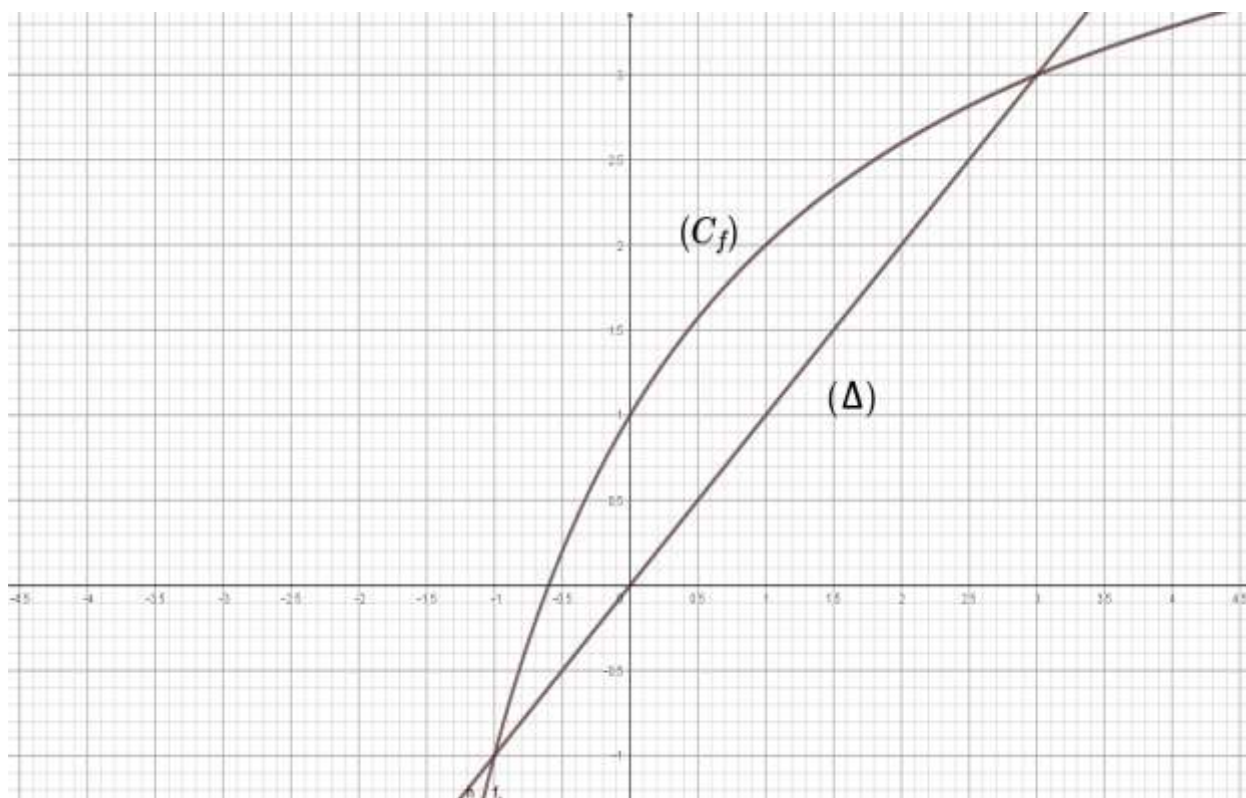
ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة
الإسم واللقب :

القسم :



ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة
الإسم واللقب :

القسم :



التمرين الأول: (05.5 نقطة)

$$(1) \text{ نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & : x \in]-\infty, -1[\\ \ln(2-x^2) & : x \in [-1, 1] \\ \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} & : x \in]1, +\infty[\end{cases}$$

✍ ادرس استمرار الدالة f .

$$(2) \text{ الدالة } f \text{ معرفة على المجال } \mathbb{R} \text{ بـ: } f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

✍ هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟

$$(3) \text{ حل المعادلة: } 2t^2 - 5t + 2 = 0 \quad \text{ثم حل في } \mathbb{R}^2 \text{ الجملة: } \begin{cases} 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0 \\ e^x \times e^y = 2 \end{cases}$$

$$(4) \text{ لتكن الدالة العددية } f \text{ المعرفة على المجال }]0, +\infty[\text{ بـ } f(x) = x + \ln(x).$$

$$\text{✍ بين أن المعادلة } f(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ في المجال } I = \left[\frac{2}{5}, \frac{7}{10} \right] \text{ وأن } e^{-\alpha} = \alpha.$$

التمرين الثاني (06.5 نقطة):

$$\text{لتكن المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ بـ: } \begin{cases} u_{n+1} = \alpha(u_n - 2) \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

(1) عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

$$(2) \text{ نضع } \alpha = \frac{2}{3}$$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -4$ (استعمل البرهان بالتراجع)

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : (u_n) متناقصة.

$$(3) \text{ نضع من أجل كل عدد طبيعي } n : v_n = u_n + 4.$$

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

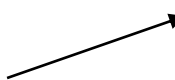
ب- اكتب v_n ثم u_n بدلالة n .

ت- احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} u_n$ ماذا تستنتج؟

$$\text{ث- احسب : } S_n = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln(x)$ (حيث : $\ln$ اللوغاريتم النيبيري) تغيرات الدالة g ملخصة في الجدول المقابل .

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		
$g(x)$		

(1) أكمل الجدول السابق.

(2) تحقق ان : $g(1) = 0$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ حيث : $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln(x)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) ا) (Δ) مستقيم ذي المعادلة $y = x$.

بين ان المنحني (C_f) يقطع المستقيم (Δ) في نقطتين يطلب تعيينهما .

ب) ادرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) .

(3) ا) بيّن أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f)

بالتوفيق للجميع

اختبار الثلاثي الاول في مادة الرياضيات

الشعبة: 3 علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات

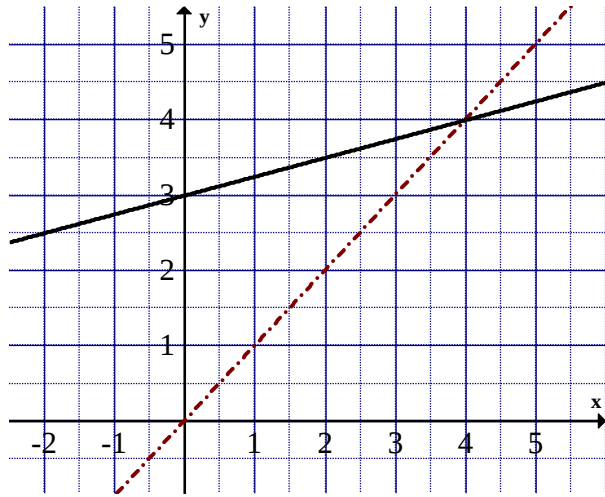
اليوم: الاثنين 04 ديسمبر 2017

التمرين الاول: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

I. الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $\mathbb{R}$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

أ. أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) دون حسابها مبرزاً خطوط الانشاء.



ب. ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها ؟

II. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 4$

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$$v_n = \ln(4 - u_n)$$

أ. بين وجود المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n .

ب. برهن أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ج. أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

د. ادرس تقارب المتتالية (u_n) .

IV. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n والجداء P_n المعرفين كما يلي :

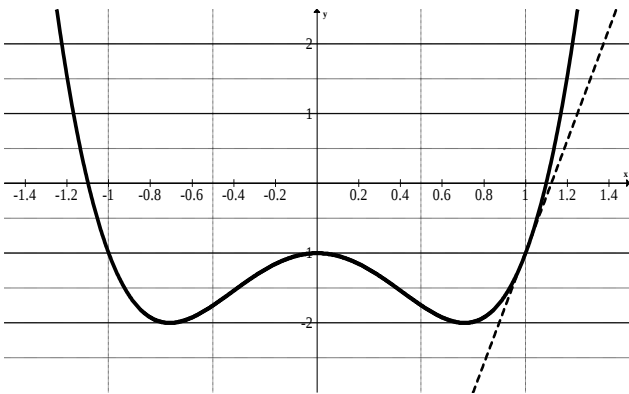
$$P_n = (4 - u_0) \times (4 - u_1) \times \dots \times (4 - u_n) \quad \text{و} \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

أ. احسب بدلالة n المجموع S_n .

ب. أوجد علاقة بين S_n و P_n ثم استنتج P_n بدلالة n .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

I. لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = ax^4 + bx^2 + c$ حيث a و b و c اعداد حقيقية ثابتة. وليكن في



الشكل المقابل (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $y = 8x - 9$: (T) المماس عند

النقطة ذات الفاصلة 1 للمنحنى (C) .

1. انطلاقاً من التمثيل البياني اوجد الاعداد الحقيقية a و b و c .

2. نأخذ $g(x) = 4x^4 - 4x^2 - 1$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$.

أ. احسب $g'(x)$ مشتقة الدالة g ثم شكّل جدول

تغيرات الدالة g .

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة α ($\alpha < 0$) و β على $\mathbb{R}$ يطلب تعيين حصر لهما بيانياً

سعته 2×10^{-1} .

ج. اوجد القيم المضبوطة لـ α و β .

د. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{xe^{x^2}}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. ادرس شفعية الدالة f ثم فسّر النتيجة بيانياً.

2. أ. احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب. يبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتهم.

3. أ. يبين أن $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2 e^{x^2}}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها (تعطى $f(\alpha) \approx 0.4$ و $f(\beta) \approx -0.4$).

4. ليكن (T_λ) المماس عند النقطة ذات الفاصلة λ للمنحنى (C_f) حيث λ عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$.

أ. يبين أن (T_λ) يشمل المبدأ اذا وفقط اذا كان $f(\lambda) - \lambda f'(\lambda) = 0$.

ب. اوجد القيم الممكنة للعدد λ .

ج. اكتب معادلة (T_λ) في هذه الحالة.

5. أ. حلّ في $\mathbb{R}^*$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم فسّر النتائج بيانياً.

ب. ارسم (T_λ) و (C_f) .

ج. ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = e^{-1}x + m$.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي: $f(x) = 2x [2\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2]$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

2. يبين أن $f'(x) = 2[\ln(x) + 1][2\ln(x) - 1]$ من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة e .

4. يبين أن $f''(x) = \frac{2}{x}[4\ln(x) + 1]$ من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5. ارسم (T) و (C_f) (وحدة الرسم $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ و $\|\vec{j}\| = 1\text{cm}$).

II. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = f \circ \exp(-x)$ (تعيين عبارة g غير مطلوب).

1. استنتج نهايات الدالة g عند حدود مجموعة التعريف.

2. أ. استنتج عبارة g' الدالة المشتقة للدالة g .

ب. ادرس إشارة $g'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g .

3. اكتب معادلة المماس (T') للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

4. ارسم (T') و (C_g) في نفس الشكل السابق.

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في الحالتين التاليتين :

التمرين الأول: 02 ن

1 الشكل المبسط لـ $A = 9^x + 2 \times 3^{2x+1}$ هو : (أ) $A = 7 \times 9^x$ ، (ب) $A = 9^{3x+1} + 2$ ، (ج) $A = 7 \times 3^{2x}$ 2 مجموعة حلول المتراجحة $\sqrt[3]{x^2 - 1} < 2$ في $\mathbb{Q}$ هي : (أ) $S =]-3; 3[$ ، (ب) $S =]-\infty; -3[$ ، (ج) $S =]3; +\infty[$

التمرين الثاني: 06 ن

1 نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.2 الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} h(x) = e^{f(x)}; x > 0 \\ h(0) = 0 \end{cases}$ (أ) ادرس استمرارية و قابلية الاشتقاق الدالة h عند العدد 0 من اليمين .(ب) ادرس تغيرات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين الثالث: 12 ن

I نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 2 - \ln(x^2)$ و جدول تغيراتها على المجال $]0; +\infty[$ موضح في الجدول التالي .1 احسب $g(-x) - g(x)$ ماذا تستنتج ؟ .2 شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$.3 استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$.II f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{\ln(x^2)}{x}$ و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.1 (أ) بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.(ب) احسب : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا ؟ .2 (أ) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.3 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$ و $+\infty$.4 ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .5 بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة لكل منها .6 احسب $f(1)$ ، ثم بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,62 < \alpha < -0,61$.7 أنشئ كلا من (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

انتهى

الاختبار الاول في مادة الرياضيات

التمرين الاول:

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = \sqrt{U_n}$

(1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_n > 1$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . برر لماذا المتتالية (U_n) متقاربة.

(3) نعرف متتالية (V_n) على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n = \ln U_n$

(أ) برهن ان المتتالية (V_n) هندسية. يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

(ب) عبر عن كل من V_n و U_n بدلالة n

(ج) عين نهاية المتتالية (U_n)

(د) احسب بدلالة n :

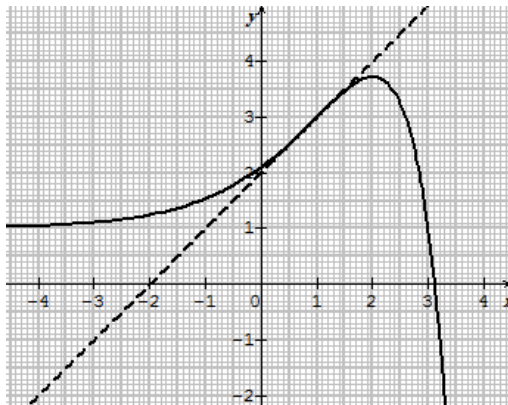
$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$S'_n = V_0^2 + V_1^2 + \dots + V_n^2$$

$$\pi_n = U_0 \cdot U_1 \cdot \dots \cdot U_n$$

التمرين الثاني:

التمثيل البياني في الشكل المقابل هو منحنى لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ في معلم متعامد و متجانس .



المنحنى (C_f) يمر بالنقطة $A(3; 1)$

يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة $B(2; 1+e)$

يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$ بجوار $-\infty$

و مماسا (T) يخترق (C_f) عند النقطة $C(1; 3)$

(1) عين $f'(2)$ ، $f'(1)$ ، $f''(1)$

(2) اكتب معادلة المماس (T)

(3) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3; +\infty[$

(4) استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

(5) شكل جدول تغيرات f

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = |m|$

(7) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty; \alpha]$ بـ: $h(x) = f(x) - \ln[f(x)]$

(a) اعط عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

(b) استنتج اتجاه تغير الدالة h و شكل جدول تغيراتها

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) بين انه مهما كان x من $\mathbb{R}$ فان: $f(x) = x - 2 + \frac{12}{e^x + 3}$

(2) احسب نهايات f عند اطراف مجال التعريف

(3) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) في جوار $-\infty$ و (Δ') في جوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلتيهما

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) و (Δ')

(5) ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها

(6) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2 < \alpha < -1,5$

(7) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة $A(\ln 3; \ln 3)$

(8) بين ان A مركز تناظر لـ (C_f)

(9) ارسم (C_f) و (T) و المستقيمات المقاربة

بالتوفيق للجميع