

التمرين الأول (05 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير.

1/ حلول المعادلة (E) ذات الجهول x : (E) $\ln(3x - 2) + \ln(3x + 2) = \ln 5$ هي :

أ) $\{-1\}$ ب) $\{-1; 1\}$ ج) $\{1\}$.

2/ المنحني (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \ln(e^{-x} + e^{20})^{101} + \frac{3e^x}{e^x - 1}$ له مستقيم مقارب عند $+\infty$ معادلته :

أ) $y = 2022$ ب) $y = 2023$ ج) $y = 2024$

3/ الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = 3x + \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ هي دالة :

أ) فردية ب) زوجية ج) ليست فردية وليست زوجية.

4/ h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ $h(x) = e^{ax} + \frac{b}{x+1}$.

قيمتا العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل المنحني (C_h) الممثل للدالة h في معلم متعامد مماسا يوازي حامل محور الفواصل عند النقطة $A(0; 2)$ هما :

أ) $a = 1$ و $b = 2$ ب) $a = 2$ و $b = 1$ ج) $a = 1$ و $b = 1$

التمرين الثاني (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (يطلب حساب النهايتين)

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.31 < \alpha < 1.32$.
ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$.

وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (تعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

2. أ) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. أـ بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
 بـ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .
5. أنشئ (Δ) و (C_f) .

♦ التمرين الثالث (08 نقاط)

- (I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$.
1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (تعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ حيث $n \in \mathbb{N}$)
1. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1 - \sqrt{2}) \simeq -0.25$ و $g(1 + \sqrt{2}) \simeq 1.43$).
2. أـ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-0.8 < \alpha < -0.7$.
 بـ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - (x + 1)^2 e^{-x}$.
- وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
1. أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- بـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.
- جـ ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
2. أـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.
 بـ شكل جدول تغيرات الدالة f . نأخذ $f(\alpha) \simeq -0.9$.
3. بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $1.41 < \beta < 1.42$.
4. أـ بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 . يطلب تعيين معادلة لكل منهما .
 بـ أنشئ كلا من (Δ) و المماسين و المنحني (C_f) .
- (III) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $k(x) = f(\frac{1}{x})$.
- دون حساب العبارة الصريحة للدالة k أجب عن الأسئلة التالية:
- أـ استنتج نهايات الدالة k عند أطراف مجموعة تعريفها.
- بـ أحسب $k'(x)$. ثم ادرس اشارتها على $\mathbb{R}^*$.
- جـ شكل جدول تغيرات الدالة k .