ثانوية لقرع محمد الضيف السنة الدراسية : 2017/2016
الرباح ـ ولاية الوادي

تمارين الدعم / السلسلة رقم 3 ــ المستوى :3ع ت + 3ر +3ت ر

**الدوال الأسيــــــــــــة** / من تقديم الأستاذ : بك علي

الشمـــولية + الدقـــة + الحداثـــة + التميـــز : تجدونـــه في ←←←← تقديم الأستاذ : بك علي

## التمرين1

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $IR$ كمايلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^{x}+1}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة $f$.

2) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتاهما: $y=x$ و $y=x+2$.

3) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة $A$ ذات الفاصلة 0.

أثبت أن $A$ مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$.

4 ) بين أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0$ حيث $-1.7<x_0<-1.68$.

5 ) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$.

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^{x}+m-2=0$.

## التمرين2(بكالوريا 2008 ع.ت)

I ) نعتبر الدالة $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يأتي : $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث : $a$ و $b$ عددان حقيقيان

$(C_f)$ المنحني الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1\,cm$.

عيّن قيمتي $a$ و $b$ بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى $(C_f)$ و معامل توجيه المماس عند $A$ يساوي $(-e)$ .

II) نعتبر الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ ، $(C_g)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا . ( نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$ )

ب) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بيّن ان المنحني $(C_g)$ يقبل نقطة إنعطاف $I$ يطلب تعيين احداثييها .

د) اكتب معادلة المماس للمنحني $(C_g)$ عند النقطة $I$ . هـ) ارسم $(C_g)$ .

III) لتكن $k$ الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^{2})$

- باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيّن اتجاه تغير الدالة $k$ ثم شكل جدول تغيراتها

**التمرين3**(بكالوريا أجنبية)

I- نعتبر الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$g(x)=ax+b-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان .

1) احسب الدالة المشتقة للدالة $g$ .

2) عيّن قيمتي $a$ و $b$ بحيث تنتمي النقطة $A(\ln2\,;\ln2)$ إلى المنحني الممثل للدالة $g$ ويكون المماس عند $A$ موازيا لمحور الفواصل .

II- نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$ ، $(c)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$ ) .

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x)=x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$ .

2) احسب نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ .

3) أثبت أن المستقيم $(D_1)$ الذي معادلته $y=x-2$ والمستقيم $(D_2)$ الذي معادلته $y=x+2$ هما مستقيمان مقاربان مائلان للمنحني $(c)$ .

4) أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$ .

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج جدول تغيّرات الدالة $f$ .

جـ- استنتج أن النقطة $A$ هي نقطة انعطاف للمنحني $(c)$ .

د- بيّن أن المنحني $(c)$ يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها $x_0$ حيث $-2<x_0<-1$ .

5) ارسم $(D_1)$ ، $(D_2)$ والمنحني $(c)$ .

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m+2)(e^x+2)-8=0$

**التمرين4**(بكالوريا 2016 ع.ت)

I- لتكن $g$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2e^x-x^2-x$ .

1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g'$ (حيث $g'$ هي مشتقة الدالة $g$)

ب) بيّن أنه، من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$ .

ج) احسب نهايتي الدالة $g$ عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $-1,38<\alpha<-1,37$ .

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$ .

II- لتكن $f$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$ .

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ .

ب) بيّن أنه ، من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^x\,g(x)}{(e^x-x)^2}$ (حيث $f'$ هي مشتقة الدالة $f$ ).

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2-أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

ج) أنشئ المنحنى $(C_f)$ . (تعطى $f(\alpha)\simeq0.29$ )

د) **سؤال إضافي**: ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=f(m)$

**التمرين5** ( بكالوريا 2015 شعبة الرياضيات)

$f$ الدالة المعرّفة بـ : $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$ .

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة $f$ عند 0 من اليسار.

2) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ .

ب) استنتج أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ بجوار $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

5) $g$ الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ .

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

6) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)>x$ .

ب) استنتج وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

جـ) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

7) $m$ عدد حقيقي. $h_m$ الدالة ذات المتغيّر الحقيقي $x$ المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ :

$$h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$$

أ) احسب $h'_m(x)$ حيث $h'_m$ هي الدالة المشتقة للدالة $h_m$ .

ب) باستعمال المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$ .

**التمرين6** (بكالوريا أجنبية)

**تحديد حل المعادلة التفاضلية** : $g'-2g=xe^x$ ..........(1)

1- حل المعادلة التفاضلية :

$y'-2y=0$.....(2) حيث $y$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

2- ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين و $\mu$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ :

$$\mu(x)=(ax+b)e^x$$

أ ) حدد $a$ و $b$ حتى يكون $\mu$ حلا للمعادلة $(1)$

ب) برهن أن الدالة $v$ تكون حلا للمعادلة $(2)$ إذا وفقط إذا كان $v+\mu$ حلا للمعادلة $(1)$

ج) استنتج مجموعة حلول المعادلة $(1)$.

د) حدد الحل للمعادلة $(1)$ والذي ينعدم عند القيمة 0.

**التمرين7**(بكالوريا مغربية)

**I)** نعتبر الدالة العددية $g$ المعرّفة على $R$ بـ : $g(x)=e^{-x}+x-1$

**1-** أدرس اتجاه تغير الدالة $g$.

**2-** احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $R$.

**II)** نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرّفة على $R$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1-** أ / بيّن أنّ: $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ لكل $x$ من $R^*$.

ب / احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

**2-** أ / بيّن أنّ : $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكل $x$ من $R$.

ب / أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيّرات الدالة $f$.

**3-** أ / أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة O.

ب / تحقق من أنّ: $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكلّ $x$ من $R$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ والمماس $(\Delta)$

**4-** أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$ ، (نأخذ $\dfrac{1}{1-e}\approx-0,6$)

**5-** ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $\dfrac{xe^{x}}{xe^{x}+1}-1=m$

**التمرين8**(بكالوريا 2016 شعبة الرياضيات وهوتمرين بكالوريا فرنسية)

**I)** $\varphi$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\varphi(x)=\left(x^2-x+1\right)e^{-x+1}-1$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $\varphi$ ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2) بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلاً $\alpha$ يختلف عن 1 ثم تحقّق أنّ: $2,79<\alpha<2,80$.

3) استنتج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

**II)** $f$ و $g$ الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.

$(C_f)$ و $(C_g)$ تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2) بيّن أنّ للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ مماسا مشتركا $(T)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3) ارسم المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$.

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$.

ب) ادرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$.

<u>سؤال إضافي</u> (وهو موجود في البكالوريا الفرنسية ومحذوف من الجزائرية)

شكل جدول تغيرات الدالة $g$ ثم إنشئ $(C_g)$ في نفس المعلم السابق.