الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البليدة — السنة الدراسية: 2023/2022

ثانوية المصالحة الوطنية –بني تامو — المدة : ساعتين

المستوى: السنة الثالثة رياضي و تقني رياضي

اختبار الفصل الثاني لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\left[0,\sqrt{6}\right[$ ب : $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{6-x^2}}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\left[0,\sqrt{6}\right[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

الجزء الثاني: لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1) أحسب: $u_3;u_2;u_1$ ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n\le\sqrt{3}$.

3) أ/ أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

ب/ استنتج أن (u_n) متقاربة مع تحديد نهايتها.

4) نعتبر (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n=\dfrac{u_n^{\,2}}{3-u_n^{\,2}}$.

أ/ بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب/ أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

ج/ أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$.

5) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $w_n=e^{v_n}$.

أ/ بين أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب/ أحسب الجداء P_n بدلالة n : $P_n=w_0\times w_1\times w_2\times\ldots\times w_n$.

ج/ من أجل أي قيمة للعدد الطبيعي n يكون: $P_n\ge e^{3n}$.

التمرين الثاني: (5 نقاط)

1) أ/ أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 7 .

ب/ أحسب المجموع S_n بدلالة n: $S_n=1+5+5^2+\ldots+5^n$.

ج/ استنتج باقي القسمة الاقليدية للعددين $S_{1962};S_{2022}$ على 7 .

2) عين كل الثنائيات (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ بحيث: $\begin{cases} 25x-31y=7 \\ p\gcd(x,y)=7 \end{cases}$

3) لتكن في مجموعة الاعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ المعادلة (E) ذات المجهول x حيث: $3x(x+2)\equiv 2[7]$.

أ/ حل المعادلة (E) في $\mathbb{Z}$.

ب/ ليكن العدد الطبيعي n يكتب $\overline{361}$ في النظام ذي الأساس α و باقي قسمته على 7 هو 3 .

-عين قيم العدد الطبيعي α .

-استنتج قيمة العدد الطبيعي α اذا علمت أن: $n=241$.

المسألة: (9 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln(x)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0} g(x);\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير g على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $1,75 \prec \alpha \prec 2$.

4) استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2+1}$.

(C_f) منحناها البياني في مستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

1) أحسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to 0} f(x);\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$.

ب/ أدرس اتجاه تغير f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ بين أنه من أجل كل x من $[1,+\infty[$: $0\le f(x)\le \dfrac{\ln x}{x^2}$.

د/ بين أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

3) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$.

4) أنشئ (Δ) و (C_f).

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+m$.

6) أ/ تحقق أن الدالة H المعرفة على $[1,+\infty[$ ب: $H(x)=\dfrac{-1}{x}(1+\ln x)+1$ هي دالة أصلية للدالة h حيث: $h(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$.

ب/ لتكن A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$.

-عين حصرا للمساحة A .