- **قابلية الاشتقاق في عدد:**

- نقول إن دالة f قابلة للاشتقاق في العدد x_0 إذا كانت:

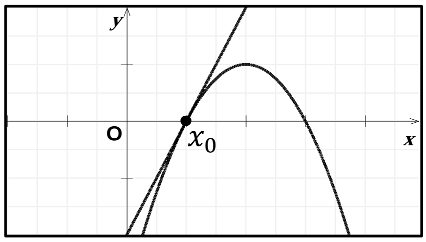
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$$

هذه النهاية تسمى العدد المشتق للدالة f في x_0 ويرمز له بالرمز: $f'(x_0)$.

- **معادلة المماس لمنحنى دالة:**

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في x_0.
معادلة المماس لمنحنى الدالة f في النقطة التي فاصلتها x_0 هي:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



ملاحظة:

الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $u(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$، تسمى الدالة التآلفية المماسة لمنحنى الدالة f في النقطة التي فاصلتها x_0 وهي تقريب للدالة f بجوار x_0.

- **قابلية الاشتقاق على اليمين – قابلية الاشتقاق على اليسار:**

- نقول إن دالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في x_0 إذا كانت:

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l_1$$

هذه النهاية تسمى العدد المشتق للدالة f على يمين x_0.

- نقول إن دالة f قابلة للاشتقاق على اليسار في x_0 إذا كانت:

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l_2$$

هذه النهاية تسمى العدد المشتق للدالة f على يسار x_0.

ملاحظة:

تكون دالة f قابلة للاشتقاق في x_0 إذا كانت f قابلة للاشتقاق على اليمين في x_0 وعلى اليسار في x_0 و:

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$$

- **الاشتقاق والاستمرارية:**

إذا كانت: f دالة قابلة للاشتقاق في العدد x_0
فإن: f دالة مستمرة في العدد x_0

- **جدول مشتقات بعض الدوال المألوفة:**

$f(x)$	$f'(x)$
$k\ /\ k \in \mathbb{R}$	0
x	1
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$x^r\ /\ r \in \mathbb{Q}^* - \{1\}$	rx^{r-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

- **العمليات على الدوال المشتقة:**

$f(x)$	$f'(x)$
$(ku)\ /\ k \in \mathbb{R}$	$(ku)' = k(u)'$
$(u - v)$	$(u - v)' = u' - v'$
$(u + v)$	$(u + v)' = u' + v'$
$(u \times v)$	$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$
(u^n)	$(u^n)' = nu^n \times u^{n-1}$
$\left(\frac{u}{v}\right)$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$
$\left(\frac{1}{v}\right)$	$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

- **مشتق مركب دالتين:**

$$(uov)' = [u'ov] \times v'$$

- **مشتق الدالة الجذر:**

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

- **الاشتقاق واتجاه تغير دالة:**

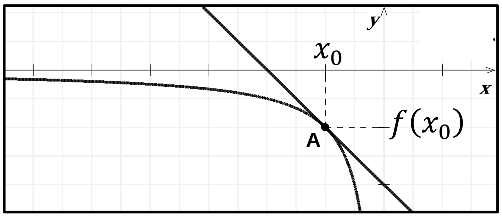
لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I.

إشارة $f'(x)$	اتجاه تغير الدالة f
$f'(x) \leq 0$	f متناقصة على المجال I
$f'(x) \geq 0$	f متزايدة على المجال I
$f'(x) = 0$	f ثابتة على المجال I

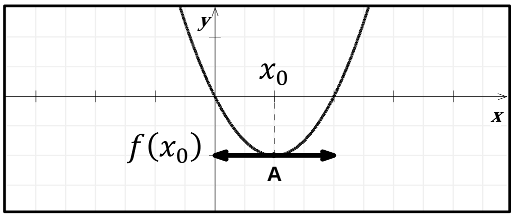
- **الاشتقاق والتفسير الهندسي:**

	النهاية	قابلية الاشتقاق	التفسير الهندسي
1	$\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a$ $(a \neq 0)$	f قابلة للاشتقاق في x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل مماسا في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ معامل توجيهه a.
2	$\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$	f قابلة للاشتقاق في x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل مماسا أفقيا في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$.
3	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a$ $(a \neq 0)$	f قابلة للاشتقاق على يمين x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ على اليمين معامل توجيه حامله a.
4	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$	f قابلة للاشتقاق على يمين x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس أفقي على اليمين في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$.
5	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ موجه نحو الأسفل.
6	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ موجه نحو الأعلى.
7	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a$ $(a \neq 0)$	f قابلة للاشتقاق على يسار x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ على اليسار معامل توجيه حامله a.
8	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$	f قابلة للاشتقاق على يسار x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس أفقي على اليسار في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$.
9	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ موجه نحو الأعلى.
10	$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A(x_0\,;f(x_0))$ موجه نحو الأسفل.

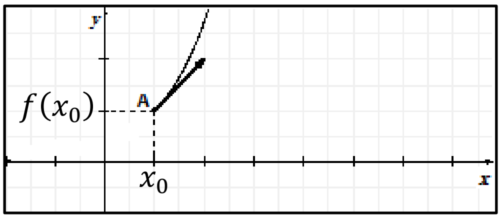
- **التفسير البياني:**



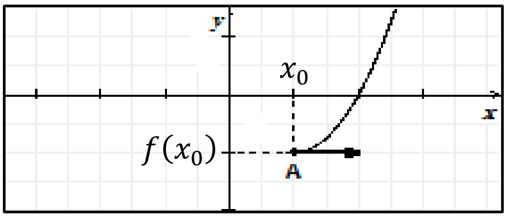
1- المنحنى الممثل للدالة f يقبل مماسا في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ معامل توجيهه a.



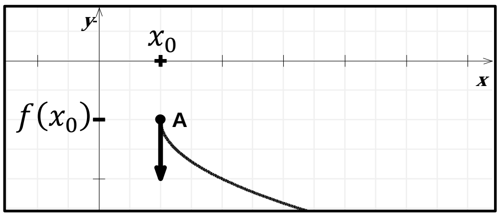
2- المنحنى الممثل للدالة f يقبل مماسا أفقيا في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$.



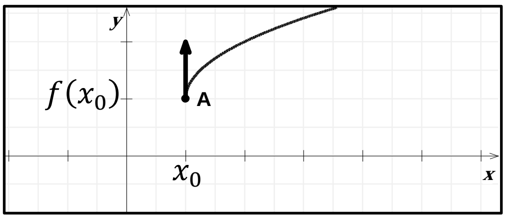
3- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ على اليمين معامل توجيه حامله a.



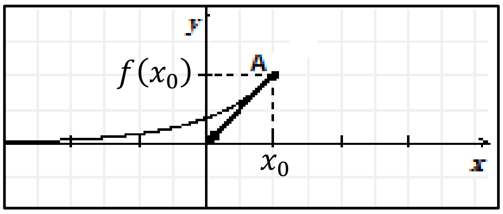
4- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس أفقي على اليمين في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$.



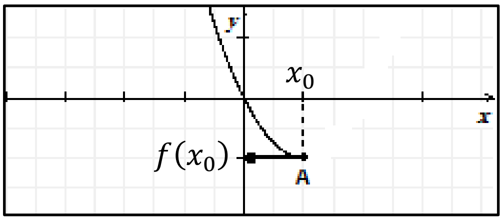
5- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأسفل.



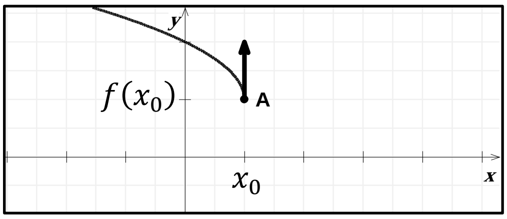
6- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأعلى.



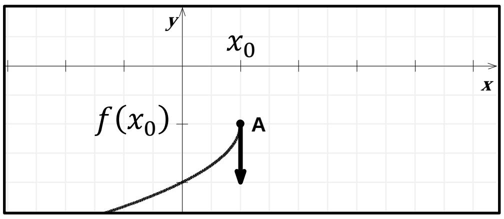
7- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ على اليسار معامل توجيه حامله a.



8- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس أفقي على اليسار في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$.



9- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأعلى.



10- المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A\left(x_0\,;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأسفل.