اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة تقني رياضي و ثالثة علمي
المدّة: 1 سا

التّمرين الأوّل:

فيمايلي عيّن الإقتراح الوحيد الصحيح مع التعليل

1) الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ هي دالة أ) فردية ب) زوجية ج) لا فردية ولا زوجية

2) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)}$ ، منحناها البياني يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته :

أ) $y=x+1$ ب) $y=x+1+e^{-1}$ ج) $y=x+1-e^{-1}$

3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $-y'+(\ln 3)y=\ln 9$ حيث: $y(0)=11$ هو:

أ) $y=3^{x+2}-2$ ب) $y=3^{x+2}+2$ ج) $y=9e^{x}+2$

4) f الدّالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln(x^3-1)}{\ln x}$، نهاية f لما $x\to+\infty$ هي :

أ) $+\infty$ ب) 0 ج) 3

5) f الدّالة المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{-1+x\ln(x-2)}{x}$ دالتها المشتقة هي :

أ) $f'(x)=\dfrac{x\ln(x-2)+x+1}{x^3-2x^2}$ ب) $f'(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2(x-2)}$ ج) $f'(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^3-2x^2}$

التّمرين الثاني:

I. نعتبر الدّالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=1+\dfrac{2\ln x}{x}$ والجدول المقابل يمثل جدول تغيراتها .

x	0		α		e		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$+$	‖	$+$	0	$-$	
h	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$1+\frac{2}{e}$	↘	1

1) تحقق أن : $0,7<\alpha<0,8$.

2) شكل جدول إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. نعتبر الدّالتين g و f المعرفتين على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+\dfrac{\ln x}{x}$ و $f(x)=g(x)+\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^2$

وليكن (C_g) و (C_f) تمثيليهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. ثم فسر النتيجتين هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغير الدّالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ency-education.com/exams

3) أثبت أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.ثم فسر النتيجتين هندسيا .

4) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = g'(x) \times h(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدّالة f .

5) أثبت أن : $f(\alpha) = \dfrac{3}{4}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدّالة f .

6) أثبت أن لـ (C_g) و (C_f) مماسا مشتركا (T) يطلب تعيين معادلة له .

7) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - g(x)\right]$.ثم فسر النتيجة هندسيا .

8) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

9) أنشئ كل من المماس (T) و المنحنيين (C_g) و (C_f) في نفس المعلم .

III. نعتبر الدّالة k المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x) = f(|x|)$.

1) أثبت أن الدّالة k زوجية .

2) بيّن كيف يتم رسم (C_k) إنطلاقا من (C_f) .. ثم انشئه في معلم جديد.

ency-education.com/exams

التصحيح النموذجي لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول:

① الدالة f هي ⓕ فردية لأن:

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$

مجال متناظر بالنسبة للصفر وعليه

$x \in D_f$ يعني $(-x) \in D_f$

$f(-x) = \ln\left(-x + \sqrt{(-x)^2+1}\right) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$

$= \ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\dfrac{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}{\sqrt{x^2+1}+x} = \ln\left(\dfrac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2 - x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)$

$= \ln\left(\dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)$

$= \ln 1^{0} - \ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) = -\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$

$= -f(x)$

② $f(x) = x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)}$ سنناقش البياني يقبل

مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $y = x+1-e^{-1}$

③ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - y = \lim\limits_{x\to+\infty} x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)} - (x+1-e^{-1})$ أي

$= \lim\limits_{x\to+\infty} x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)^{-1}} - x - 1 + e^{-1} = -e^{-1}+e^{-1} = 0$

③ الحل العام للمعادلة التفاضلية هي ⓨ أي

$-y' = (-\ln 3)y + \ln 9$ أي $y' = (\ln 3)y - \ln 9$

أي: $y = ce^{(\ln 3)x} - \dfrac{\ln 9}{\ln 3}$ أي

$y = ce^{(\ln 3)x} + 2$ أي $y = ce^{(\ln 3)x + \frac{2\ln 3}{\ln 3}}$

$y = c3^x + 2$ أي $y = ce^{\ln 3^x} + 2$ أي

ولدينا: $y(0) = 11$ أي:

$y(0) = c3^0 + 2 = 11$

$c = 9$ وعليه

$y = 9(3^x) + 2 = 3^2 \times 3^x + 2$

$y = 3^{x+2} + 2$

④ نبين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^3-1)}{\ln x}$ هي الإجابة ⓒ

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln\left[x^3\left(1-\frac{1}{x^3}\right)\right]}{\ln x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x^3 + \ln\left(1-\frac{1}{x^3}\right)}{\ln x}$ ($\ln 1 = 0$)

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x^3}{\ln x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3\ln x}{\ln x} = 3$

⑤ مشتقة الدالة f هي الإجابة ⓒ أي

$f'(x) = \dfrac{\left[1\left(\ln(x-2) + \frac{1}{x-2}x\right)\right]x - 1\left(-1 + x\ln(x-2)\right)}{x^2}$

$= \dfrac{x\ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} + 1 - x\ln(x-2)}{x^2}$

$= \dfrac{\frac{x^2+x-2}{x-2}}{x^2} = \dfrac{x^2+x-2}{x-2} \times \dfrac{1}{x^2}$

$= \dfrac{x^2+x-2}{x^3-2x^2}$

حل التمرين الثاني:

① التحقق من أن $0,7 < \alpha < 0,8$

$h(0,7) \simeq -0,019$; $h(0,8) \simeq +0,144$

أي: $0,7 < \alpha < 0,8$

② جدول دراسة إشارة h

x	0		α		$+\infty$
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

(A) $f(x) = g(x) + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$ و $g(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$

$D_f = D_h = \mathbb{R}$

① حساب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to 0} g(x)$

$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} 1 + \frac{\ln x}{x} = -\infty$ ($\ln x \to -\infty$, $x \to 0^+$)

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{\ln x}{x} = 1$ (ن.ش $\frac{+\infty}{+\infty}$)

التفسير:

$x = 0$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C_g)

$y = 1$ مستقيم مقارب أفقي لـ (C_g) بجوار $(+\infty)$

② دراسة تغير الدالة g.

لدينا الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

ودالتها المشتقة هي:

$g'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - 1\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

إشارة g' من إشارة البسط لأن المقام موجب تماما.

أي $1 - \ln x = 0$ أي $\ln x = 1$ أي $x = e^1$

x	0		e^1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

لما $x \in]0;e^1]$ الدالة g' موجبة إذن g متزايدة تماما.

لما $x \in [e^1;+\infty[$ الدالة g' سالبة إذن g متناقصة تماما.

جدول تغيرات الدالة g:

x	0		e^1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$ ‖	↗	$g(e^1)$	↘	1

③ تبيان أن: $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} 1 + \frac{\ln x}{x} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$ ($\frac{-\infty}{0^+}$, $+\infty$)

$= -\infty + \infty$ (ع.ع.ت)

الإزالة:

$= \lim_{x\to 0} 1 + \frac{x\ln x}{x^2} + \frac{(\ln x)^2}{x^2}$

$= \lim_{x\to 0} 1 + \frac{x\ln x + (\ln x)^2}{x^2} = +\infty$ ($x\ln x \to 0$, $x^2 \to 0^+$, $(\ln x)^2 \to +\infty$)

حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{\ln x}{x} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 = 1$ (ن.ش $\frac{0}{+\infty}$)

• التفسير:

$x = 0$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f).

$y = 1$ مستقيم مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$

④ تبيان أن: $f'(x) = g'(x) \times h(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة هي:

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - 1\ln x}{x^2} + 2\left(\frac{\frac{1}{x}x - \ln x}{x^2}\right)\frac{\ln x}{x}$

$= \frac{1-\ln x}{x^2} + \frac{2(1-\ln x)\ln x}{x^2 \cdot x}$

$= \frac{1-\ln x}{x^2}\left(1 + \frac{2\ln x}{x}\right) = g'(x) \cdot h(x)$

إشارة f' من إشارة g' و h

x	0		α		e^1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

www.ency-education.com

وعليه حاتاه تغير الدالة f كالآتي:

لما $x \in]0;d]$ و $x \in [e;+\infty[$ الدالة f' سالبة

اذن f متناقصة تماما

ولما $x \in [d;e]$ الدالة f موجبة اذن f متزايدة تماما

5) اثبات ان $f(d)=\frac{3}{4}$

$$f(d)=g(d)+\left(\frac{\ln d}{d}\right)^2=1+\frac{\ln d}{d}+\left(\frac{\ln d}{d}\right)^2$$

ولدينا: $h(d)=0$ اي $1+2\frac{\ln d}{d}=0$

اي $\frac{\ln d}{d}=-\frac{1}{2}$ وعليه

$$f(d)=1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

$$=\frac{4-2+1}{4}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

جدول تغيرات الدالة f

x	0		d		$e^{\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{3}{4}$	↗	$f(e)$	↘	1

6) تبيان ان (C_f) و (C_g) مماسا متشركا

$$f'(x)=g'(x)$$

لدينا: $f'(x)=g'(x)\times h(x)$ اي

$$g'(x)\times h(x)=g'(x)$$

وعليه $h(x)=1$ اي $1+\frac{2\ln x}{x}=1$

اي $\frac{2\ln x}{x}=0$ اي $2\ln x=0$

اي $\ln x=0$ اي $\boxed{x=1}$

$f'(1)=1$ / $f(1)=1$

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$y=x-1+1$

$(T): y=x$

او بالعموميا في g:

$(T): y=g'(1)(x-1)+g(1)$

$g'(1)=1$ و $g(1)=1$

$y=x-1+1$

$(T): \boxed{y=x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2=\boxed{0}$

(C_g) مقارب لمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

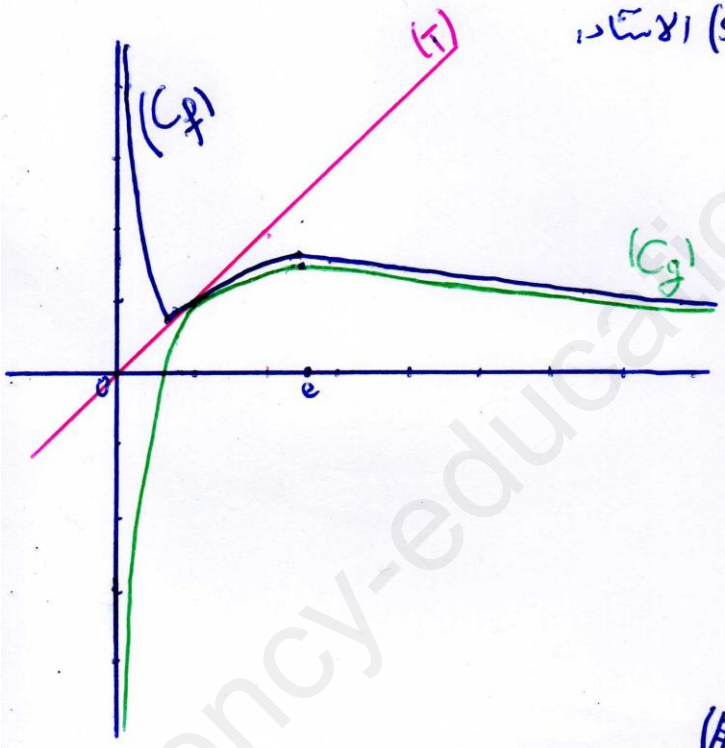
8) الوضع النسبي

ندرس اشارة العبارة $f(x)-g(x)$

$f(x)-g(x)=\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-g(x)$	‖	$+$	0	$+$	
الوضع النسبي	‖ (C_f) فوق (C_g)		(C_f) و (C_g) متقاطعان		(C_f) فوق (C_g)

9) الانشاء:

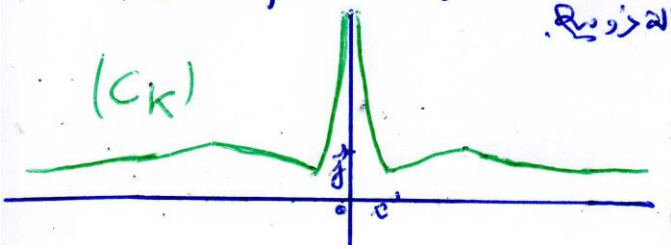


8) نعلم أن $|-x|=|x|$

$K(x)=f(|x|)$ لما $D_K=\mathbb{R}^*$ مجال متناظر بالنسبة للصفر.

$K(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=K(x)$

اذن K دالة زوجية.



www.ency-education.com

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ثالثة علوم تجريبية – تقني رياضي يوم: 08 – 12 – 2022 المدة : ساعتان

التمرين الأول: 03 نقاط

لكل سؤال اقتراح واحد فقط صحيح ،حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير.

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y'+2y-2=0$ الذي يحقق $y(0)=2023$ هو :

أ) $y=2021\,e^{2x}-1$ ب) $y=2022\,e^{2x}+1$ ج) $y=-2022\,e^{2x}+3$

2) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تقبل في $\mathbb{R}$:

أ) حلا على الأقل ب) حلا وحيدا ج) لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

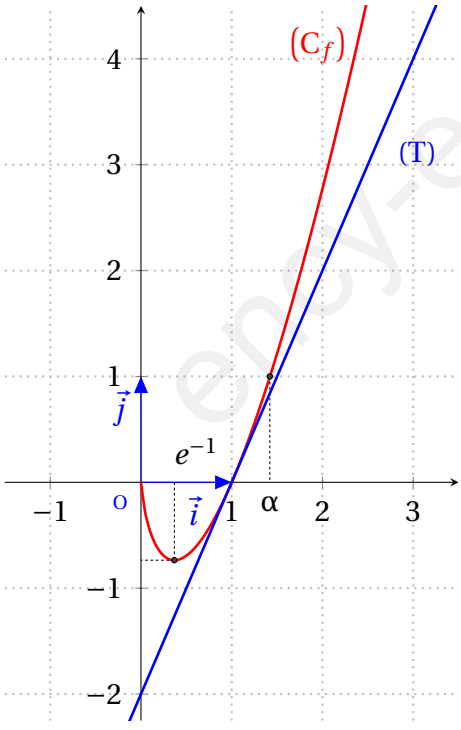
3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ ، فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ تساوي :

أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 0

التمرين الثاني: 08 نقاط

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (C_f) يقبل قيمة حدية صغرى عند e^{-1} تساوي $-\frac{2}{e}$ ويقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 و (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $1.3<\alpha<1.5$.

I) **بقراءة بيانية:**



1) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$.

2) حدّد حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$:

أ) إشارة كل من : $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) وضعية (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=1$.

II) نقبل أن الدالة f معرفة بالعبارة : $f(x)=(ax+b)\ln x$

حيث a و b عددان حقيقيان.

1) أُحسب $f'(x)$ بدلالة a و b.

2) باستعمال المعطيات السابقة عيّن a و b.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) عبّر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) أُدرس إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث: 09 نقاط

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)\,e^{x}-e$.

1) أُدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0.5<\alpha<0.6$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\,e^{x}-e\,x+e-2$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أُحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y=-e\,x+e-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

ج) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة له.

4) أنشئ كل من : (C_f) ، (D) و (T) . يعطى $f(\alpha)\approx 0.2$

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)\,e^{-x}=x$.

III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e\,[(x+1)\,e^{x}-x]$.

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)=f(x+a)+b$.

2) اشرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أُرسمه في نفس المعلم السابق.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

تصحيح اختبار الفصل الأول :

التمرين الأول : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y'+2y-2=0$ الذي يحقق $y(0)=2023$ هو : ب) $y=2022e^{2x}+1$. 1p

التبرير: لدينا : $-y'+2y-2=0$ تكافئ $y'=2y-2$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة 1 حلولها الدوال من الشكل: $\boxed{y=Ce^{2x}+1}$ مع C عدد حقيقي ثابت. ولدينا $y(0)=2023$ إذن $2023=Ce^{0}+1$ ومنه $C=2022$ وبالتالي: $\boxed{y=2022e^{2x}+1}$

2) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تقبل في $\mathbb{R}$: ب) حلا وحيدًا 1p

التبرير: نضع $t=e^{x}>0$ ومنه المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تكافئ المعادلة $(E)\cdots t^2-3t-4=0$.

$\Delta=9-4(1)(-4)=25>0$ للمعادلة (E) حلين في $\mathbb{R}$ هما: $t_1=4>0$ أو $t_2=-1<0$ "مرفوض"

إذن حلول المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ هي : $S=\{\ln 4\}$ وعليه فهي تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ تساوي : ج) 0

التبرير: لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و 1p

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}x+\sqrt{x^2-1}\times\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2+1}{x-\sqrt{x^2-1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}=0$$

($x-\sqrt{x^2-1}\to-\infty$)

التمرين الثاني:

I) بقراءة بيانية:

1) $f(1)=0$ و $f'(1)=\dfrac{4-0}{3-1}=2$. 1p

2) أ) تحديد إشارة كل من: $f(x)$ و $f'(x)$: 1p

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ب) وضعية (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=1$. 0.5p

x	0		α		$+\infty$
$f(x)-1$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	

II) نقبل أن الدالة f معرفة بالعبارة : $f(x)=(ax+b)\ln x$

حيث a و b عددان حقيقيان.

1) حساب $f'(x)$ بدلالة a و b.

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة:

$$f'(x)=a\ln x+\frac{ax+b}{x}=\frac{ax\ln x+ax+b}{x}$$ 1p

2) باستعمال المعطيات السابقة نعيّن a و b.

لدينا: $f'(1)=2$ ومنه $\dfrac{a(1)\ln(1)+a+b}{1}=2$ أي $a+b=2$ إذن $a=2-b$.

من جهة أخرى لدينا أيضا $f(e^{-1})=\dfrac{-2}{e}$ أي: $(ae^{-1}+b)\ln(e^{-1})=\dfrac{-2}{e}$

ومنه $ae^{-1}+b=\dfrac{2}{e}$ إذن $a+be=2$ أي $a+be-2=0$.

نعوض بقيمة a التي وجدناها سابقا نجد: $2-b+be-2=0$ 1.5p

ومنه $b(e-1)=0$ إذن $b=0$ و $a=2$.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) التعبير عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]1;+\infty[$ ولدينا:

$$g'(x)=f'(x)-\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{f'(x)[f(x)-1]}{f(x)}$$ 1p

ب) دراسة إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f(x)>0$ ومنه الإشارة من إشارة البسط : $f'(x)[f(x)-1]$.

x	1		α		$+\infty$
$f(x)-1$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖	$+$		$+$	
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

1p

ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]1;\alpha]$. 0.5p

تشكيل جدول تغيرات الدالة g .

x	1		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	↘	$g(\alpha)$	↗	

0.5p

التمرين الثالث:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{x}-e$.

1) دراسة تغيرات الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها.

أ- تعيين نهاية الدالة g عند $-\infty$ وَ $+\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)e^{x}-e=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}(x+1)e^{x}-e=\lim_{x\to-\infty}xe^{x}+e^{x}-e=-e$$ 0.5p

لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0$.

ب- الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x)=e^{x}+(x+1)e^{x}=(x+2)e^{x}$.

$g'(x)=0$ يكافئ $x=-2$ مع $e^{x}>0$. 0.5p

ency-education.com/exams

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

0.25p

الدالة g متزايدة تماما على المجال $[-2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2]$. 0.25p

جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		-2		α		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$			
$g(x)$	$-\mathrm{e}$	$\searrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
			$g(-2)\approx -2.85$				

0.25p

2) برهان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$:

في المجال $]-\infty;-2]$ الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما و $0\notin[g(-2);-\mathrm{e}]$ ومنه المعادلة $g(x)=0$ لا تقبل حلا في هذا المجال.

0.5p

في المجال $[-2;+\infty[$ الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما و $0\in[g(-2);+\infty[$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-2;+\infty[$.

ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

التحقق أن: $0.5<\alpha<0.6$:

لدينا $g(0.5)\times g(0.6)<0$. 0.25p

3) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

0.25p

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2=+\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2=\lim_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}\left(x-\mathrm{e}x\mathrm{e}^{-x}\right)+\mathrm{e}-2=+\infty$$

0.5p

مع العلم أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}x\mathrm{e}^{-x}=0$.

2) حساب $f'(x)$: الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا:

$f'(x)=\mathrm{e}^{x}+x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}=\mathrm{e}^{x}(1+x)-\mathrm{e}=g(x)$. 0.5p

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ وعليه:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

0.5p

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$. 0.25p

جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

0.5p

3) أ) إثبات أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y=-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)]=\lim_{x\to-\infty}[x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2+\mathrm{e}\ x-\mathrm{e}+2]$$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)]=\lim\limits_{x\to-\infty}x\mathrm{e}^{x}=0$ 0.5p

وعليه المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)=x\mathrm{e}^{x}=0$ معناه $x=0$ حيث $\mathrm{e}^{x}>0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x\mathrm{e}^{x}$		$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(0;f(0))$	(C_f) فوق (Δ)	

0.5p

ج) نبيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة له.

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f'(x)=-\mathrm{e}$.

أي $g(x)=-\mathrm{e}$ ومنه $(x+1)\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}=-\mathrm{e}$ أي $x+1=0$ وعليه $x=-1$

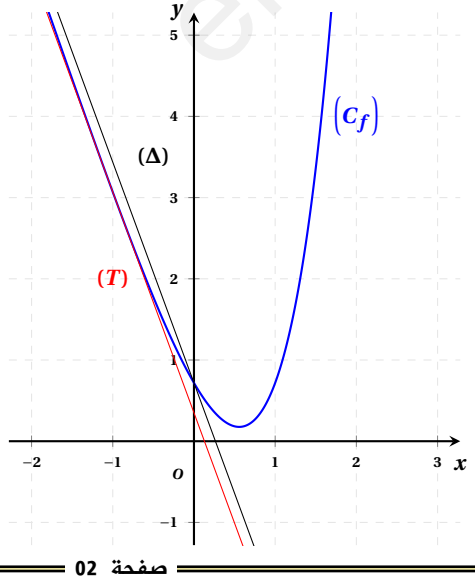
وبالتالي يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) معادلته:

$(T):y=-\mathrm{e}(x+1)+f(-1)$ مع $f(-1)=-\mathrm{e}^{-1}+2\mathrm{e}-2$. 0.5p

إذن : $(T):y=-\mathrm{e}\ x-\mathrm{e}-\mathrm{e}^{-1}+2\mathrm{e}-2$

وعليه : $(T):y=-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2-\mathrm{e}^{-1}$.

4) إنشاء كل من : (C_f) ، (D) و (T) . يعطى $f(\alpha)\approx 0.2$



0.75p

enjoy-education.com/exams

5) نناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)e^{-x}=x$.

$(m+2-e)e^{-x}=x$ تكافئ $(m+2-e)=xe^{x}$ ومنه $m=xe^{x}+e-2$ وعليه $f(x)=-ex+m$. إذن هي مناقشة مائلة

الحلول هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-ex+m$ ومنه :

- $m\in]-\infty;e-2-e^{-1}[$ لا توجد حلول.
- $m=e-2-e^{-1}$ يوجد حل وحيد سالب.
- $m\in]e-2-e^{-1};e-2[$ يوجد حلان سالبين.
- $m=e-2$ يوجد حل وحيد معدوم .
- $m>e-2$ يوجد حل وحيد موجب

0.5p

III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e[(x+1)e^{x}-x]$.

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:

$h(x)=f(x+a)+b$.

لدينا: $h(x)=e[(x+1)e^{x}-x]=(x+1)e^{x+1}-ex$ ، و :

0.75p

$$f(x+a)+b=(x+a)e^{x+a}-e(x+a)+e-2+b$$
$$=(x+a)e^{x+a}-ex-ea+e-2+b$$

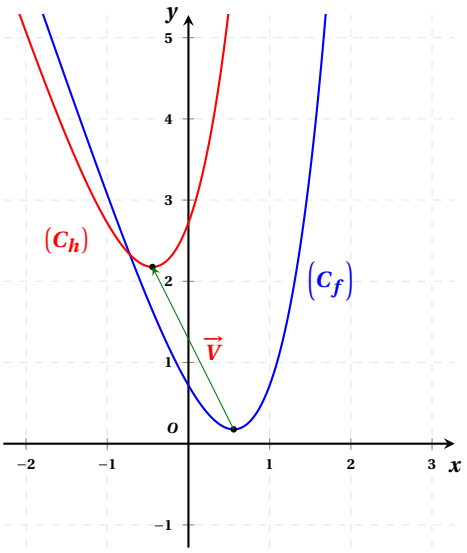
بالمطابقة نجد : $x+a=1$ و $-ea+e-2+b=0$

ومنه : $a=1$ و $-e+e-2+b=0$ إذن : $b=2$ وبالتالي: $h(x)=f(x+1)+2$

2) شرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم نرسمه في نفس المعلم السابق.

(C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه : $\vec{V}=-\vec{i}+2\vec{j}$.

0.25p



0.25p

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

المستوى: ثالثة رياضي و تقني رياضي ثانوية المجاهد الراحل عبد القادر علام – تابلاط –

المدة: ساعتان ❋ 2022 / 12 / 05 ❋

إمتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (10 نقاط):

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $g(x)=1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

1. احسب النهايات $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{<\\ x\to 0}} g(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{>\\ x\to 0}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2. ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم $3\ cm$)

1. احسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ماذا تستنتج؟

3. احسب $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟ ثم فسر النتيجة بيانيا.

4. بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ و أن من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$.

5. شكل جدول تغيرات الدالة f .

6. بين أن $\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]=-\frac{1}{4}$ ماذا تستنتج؟ $\lim\limits_{|x|\to+\infty}$

7. أنشئ (C_f).

III- 1. ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ، بين أن المعادلة $f(x)=n$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}_+^*$.

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\alpha_n > n$ و استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}(\alpha_n)$.

---

www.ency-education.com

التمرين الثاني (10 نقاط):

I- 1. علما أن $x-\frac{x^2}{2}\le \ln(1+x)\le x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ ، استنتج النهاية : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{\ln(1+x)-x}{x^2}$

2 . لتكن الدالتين u و v المعرفتين على $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$ بما يلي $u(x)=x-1-x\ln(x)$ و $v(x)=x-1-x\ln(-x)$ على الترتيب.

- شكل جدول تغيرات الدالتين u و v ثم استنتج إشارة $u(x)$ و $v(x)$.

(لاحظ أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $-4<\alpha<-3$ يحقق $v(\alpha)=0$)

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x^2)}{x-1} & ; \quad x\neq 1 \\ f(1)=2 \end{cases}$

1. أدرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f في 1.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
3. ليكن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ. بين أن $f(\alpha)=\frac{2}{\alpha}$ ثم أحصر العدد $f(\alpha)$

ب. أنشئ (C_f)

III- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بما يلي: $\begin{cases} g(x)=\dfrac{\ln\left((x+1)^2\right)}{x}+1 & ; \quad x\neq 0 \\ g(0)=3 \end{cases}$

1. بين أنه يمكن رسم المنحنى (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من المنحنى (C_f).
2. أنشئ المنحنى (C_g) في نفس المستوي السابق.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

تصحيح إمتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول (10 نقاط):

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $g(x)=1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

1. حساب النهايات $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{<\\x\to0}} g(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{>\\x\to0}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim\limits_{\substack{<\\x\to0}} g(x)=\lim\limits_{\substack{<\\x\to0}} 1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{t\to-\infty} 1+(1+t)e^{t}=\lim\limits_{t\to-\infty} 1+e^{t}+te^{t}=1$ و $\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{|x|\to+\infty} 1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=2$

$\lim\limits_{\substack{>\\x\to0}} g(x)=\lim\limits_{\substack{>\\x\to0}} 1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=+\infty$

2. دراسة إتجاه نغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]-\infty;0[$ والمجال $]0;+\infty[$ و

من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$:

$g'(x)=\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}+\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$=e^{\frac{1}{x}}\left[-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right]=\left(\frac{-2x-1}{x^3}\right)e^{\frac{1}{x}}$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $\left(\frac{-2x-1}{x^3}\right)$ لأن $e^{\frac{1}{x}}>0$.

الدالة g متناقصة تماما على المجال $\left]-\infty;\frac{-1}{2}\right]$ و المجال $]0;+\infty[$ و

متزايدة تماما على المجال $\left[\frac{-1}{2};0\right[$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		0		$+\infty$
$-2x-1$		$+$	0	$-$		$-$	
x^3		$-$		$-$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	
$g(x)$	2	↘	$1-e^{-2}$	↗	1	↘	2
					$+\infty$		

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$		$+$	

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

من جدول التغيرات :

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ;\ x\neq0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. حساب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}=+\infty$

2. حساب $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ ماذا تستنتج؟

ency-education.com/exams

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} = 0$ ومنه نستنتج أن $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0)$ أي الدالة f مستمرة في 0

3. حساب $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟ ثم تفسر النتيجة بيانيا.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ <}} \frac{f(x)}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ <}} \frac{\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ <}} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{f(x)}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}} = 0$$

ومنه نستنتج أن الدالة f غير قابلة للإشتقاق في 0

ومنه (C_f) يقبل في النقطة $O(0;0)$ نصفي مماسين معامل توجيههما 0 و 1.

4. تبين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ و أن من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$.

الدالة f عبارة عن حاصل قسمة و تركيب دوال قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ ومنه الدالة f قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ ومن أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$:

$$f'(x) = \frac{(1)\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right) - \left(\frac{-1}{x^2}\,e^{\frac{1}{x}}\right)(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2} = \frac{1+e^{\frac{1}{x}}+\frac{1}{x}\,e^{\frac{1}{x}}}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2} = \frac{1+e^{\frac{1}{x}}\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2} = \frac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$$

5. تشكيل جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$\|\|$	↗ $+\infty$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لأن $\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2 > 0$:

6. تبين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\dfrac{1}{2}x\right] = -\dfrac{1}{4}$ ماذا تستنتج؟

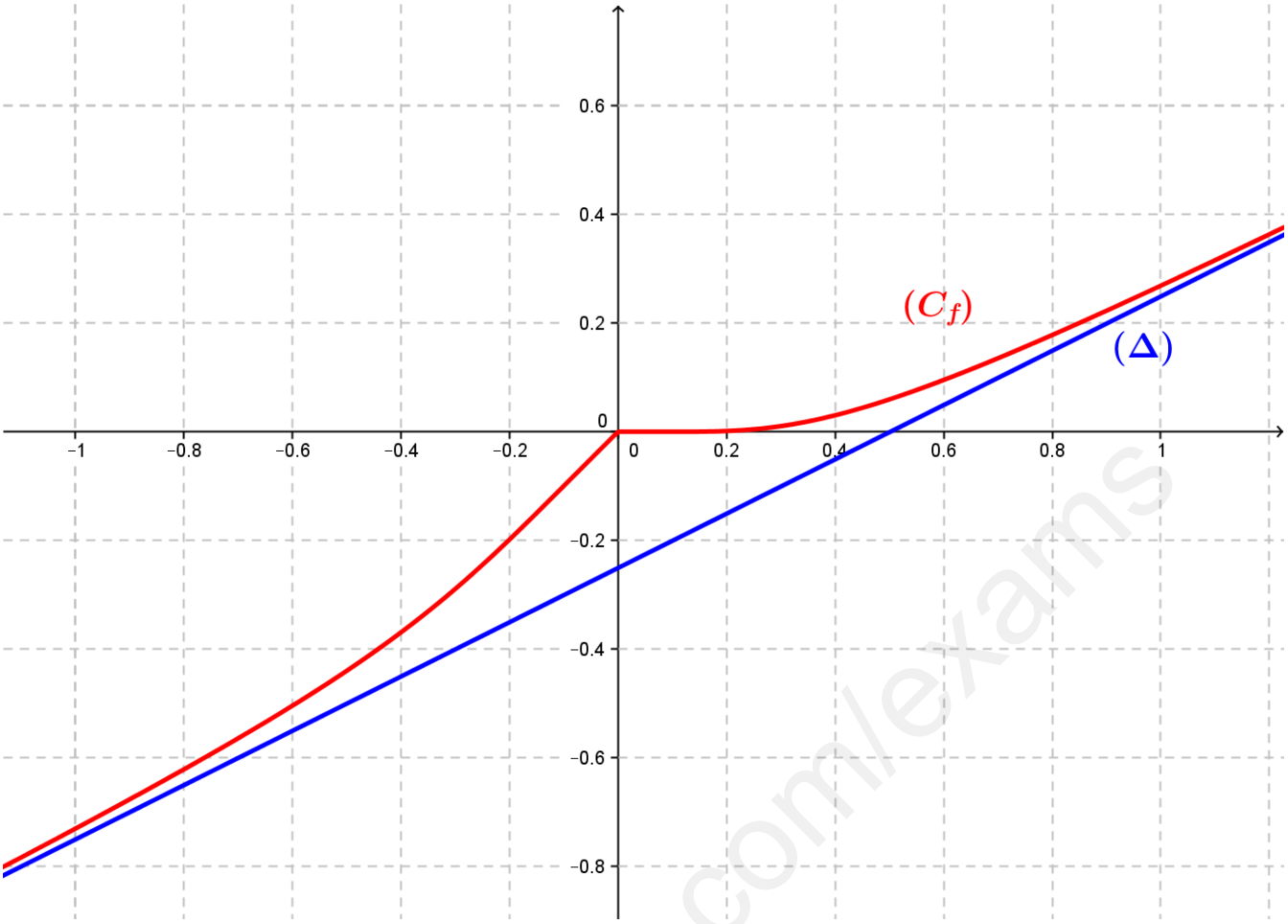
$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right] = \lim_{|x|\to+\infty}\left[\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}-\frac{1}{2}x\right] = \lim_{|x|\to+\infty}\left[\frac{2x-x\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}\right] = \lim_{|x|\to+\infty}\left[\frac{x-xe^{\frac{1}{x}}}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}\right]$$

$$= \lim_{t\to 0}\left[\frac{\frac{1}{t}-\frac{e^t}{t}}{2\left(1+e^t\right)}\right] = \lim_{t\to 0}\left[\frac{1-e^t}{t}\right] = \lim_{t\to 0}\left[\frac{-\left(e^t-1\right)}{t}\right] = -\frac{1}{4}$$

ومنه نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{4}$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

7. أنشئ (C_f).

www.ency-education.com



III- 1. ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ، تبين أن المعادلة $f(x)=n$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}_+^*$.

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $f(0)=0$ ومنه $n\in]0;+\infty[$

وعليه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=n$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}_+^*$.

2. تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\alpha_n > n$ و استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}(\alpha_n)$.

لدينا $f(\alpha_n)=n$ معناه $\dfrac{\alpha_n}{1+e^{\frac{1}{\alpha_n}}}=n$ معناه $\alpha_n=\left(1+e^{\frac{1}{\alpha_n}}\right)n$ و $\alpha_n=n+ne^{\frac{1}{\alpha_n}}$ وعليه $n+ne^{\frac{1}{\alpha_n}}>n$ و $\alpha_n>n$

بما ان $\alpha_n>n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(n)=+\infty$ ومنه بإستعمال النهاية بالمقارنة نجد $\lim\limits_{n\to+\infty}(\alpha_n)=+\infty$.

التمرين الثاني (10 نقاط):

1. إستنتاج النهاية : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}$

بما أن $x-\dfrac{x^2}{2}\le \ln(1+x)\le x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$ يكافئ $-\dfrac{x^2}{2}\le \ln(1+x)-x\le -\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$ يكافئ

ولدينا $-\dfrac{1}{2}\le \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}\le -\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{3}$ إذن باستعمال النهاية بالحصر نجد $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\left[-\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{3}\right]=\dfrac{-1}{2}$

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}=\dfrac{-1}{2}$.

ency-education.com/exams

2. لتكن الدالتين u و v المعرفتين على $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$ بما يلي $u(x)=x-1-x\ln(x)$ و $v(x)=x-1-x\ln(-x)$ على الترتيب.

- تشكيل جدول تغيرات الدالتين u و v ثم استنتج إشارة $u(x)$ و $v(x)$.

(لاحظ : يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $-4<\alpha<-3$ يحقق $v(\alpha)=0$)

الدالة u قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و من أجل كل $x\in]0;+\infty[$:

$$u'(x)=1-\left[\ln(x)+1\right]=-\ln x$$

من جدول التغيرات

x	0		1		$+\infty$
$u'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$u(x)$	‖	↗	0	↘	$-\infty$
	-1				

x	0		1		$+\infty$
$u(x)$	‖	$-$	0	$-$	

الدالة v قابلة للإشتقاق على المجال $]-\infty;0[$ و من أجل كل $x\in]-\infty;0[$:

$$v'(x)=1-\left[\ln(-x)+1\right]=-\ln(-x)$$

من جدول التغيرات

x	$-\infty$		α		-1		0
$v'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	‖
$v(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	-2	↘	-1

x	$-\infty$		α		0
$v(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖

4. لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x^2)}{x-1} & ; \quad x\neq 1 \\ f(1)=2 \end{cases}$$

دراسة استمرارية الدالة f في 1 :

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\ln(x^2)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2\ln(x)}{x-1}=2$$

ومنه $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$ وعليه الدالة f مستمرة في 1

4. دراسة قابلية اشتقاق الدالة f في 1 :

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\dfrac{\ln(x^2)}{x-1}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2\ln(x)-2(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2\left[\ln(x)-(x-1)\right]}{(x-1)^2}=\lim_{t\to 0}\frac{2\left[\ln(t+1)-t\right]}{t^2}=-1$$

5. دراسة اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها.

الدالة قابلة للإشتقاق على المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$:

$$f'(x)=\frac{\dfrac{2x}{x^2}(x-1)-\ln(x^2)}{(x-1)^2}=\frac{\dfrac{2(x-1)}{x}-\ln(x^2)}{(x-1)^2}=\frac{2(x-1)-2x\ln|x|}{x(x-1)^2}=\frac{2\left[2x-1-x\ln|x|\right]}{x(x-1)^2}$$

من أجل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2u(x)}{x(x-1)^2}$ وعليه: إشارة $f'(x)$ من إشارة $u(x)$ لأن $\dfrac{2}{x(x-1)^2}>0$

www.ency-education.com

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	

ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

من أجل $x\in]-\infty;0[$: $f'(x)=\dfrac{2v(x)}{x(x-1)^2}$ وعليه:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\dfrac{v(x)}{x}$ لأن $\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$

x	$-\infty$		α		0
$v(x)$		$+$	0	$-$	
x		$-$		$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال

$[\alpha;+\infty[$

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	
$f(x)$		0		$+\infty$	$+\infty$		0
			$f(\alpha)$				

ت. تبين أن $f(\alpha)=\dfrac{2}{\alpha}$ ثم أحصر العدد $f(\alpha)$

$$f(\alpha)=\frac{\ln(\alpha^2)}{\alpha-1}=\frac{2\ln|\alpha|}{\alpha-1}=\frac{2\ln(-\alpha)}{\alpha-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

و من جهة لدينا $v(\alpha)=0$ معناه $\ln(-\alpha)=0$ معناه $\alpha-1=-\alpha$

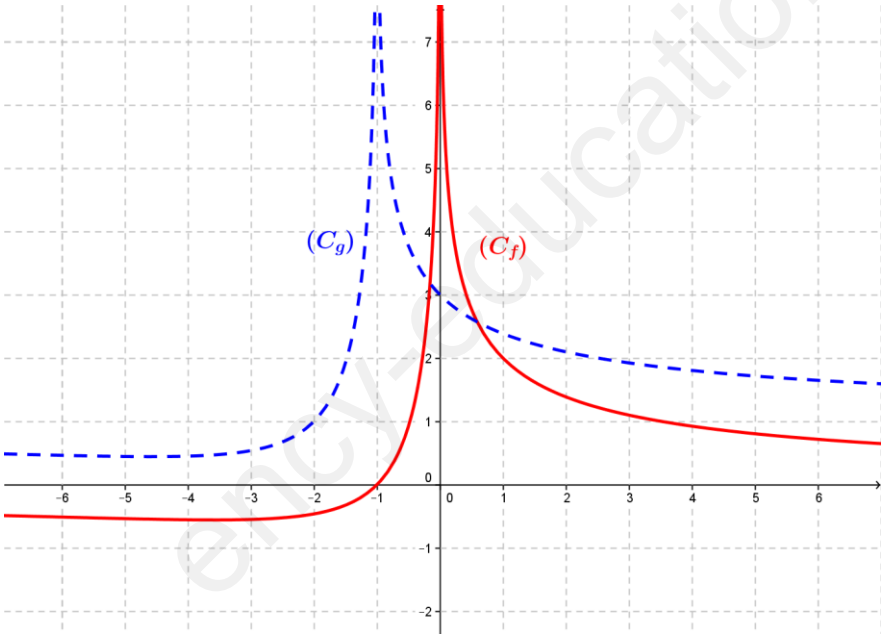
$f(\alpha)=\dfrac{2\dfrac{\alpha-1}{\alpha}}{\alpha-1}=\dfrac{2}{\alpha}$ نجد (1) بالتعويض في $\ln(-\alpha)=\dfrac{\alpha-1}{\alpha}$

حصر العدد $f(\alpha)$:

لدينا $-4<\alpha<-3$ يكافئ $\dfrac{2}{-4}<\dfrac{2}{\alpha}<\dfrac{2}{-3}$ ومنه $\dfrac{-1}{2}<f(\alpha)<\dfrac{-2}{3}$

5. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بما يلي:

$$\begin{cases} g(x)=\dfrac{\ln\left((x+1)^2\right)}{x}+1 & ; \quad x\neq 0 \\ g(0)=3 \end{cases}$$



1. تبين أنه يمكن رسم المنحنى (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من المنحنى (C_f).

لدينا $g(x)=f(x+1)+1$ ومنه (C_g) صورة (C_f) بإنسحاب شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

2. أنشئ المنحنى (C_g) في نفس المستوي السابق.

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الأول — يوم: 05 ديسمبر 2022

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

التمرين الأول: 03 نقاط

✓ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $\left(e^{x}-2\right)\left(e^{2x}-(e+1)e^{x}+e\right)=0$.

✓ مجموعة حلول هذه المعادلة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي: $\{0;\ln(2);1\}$.

2. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right)$.

✓ من أجل $x\in\mathbb{R}-\{0;1\}$ فإن: $f(1-x)+f(x)=-\frac{1}{2}$.

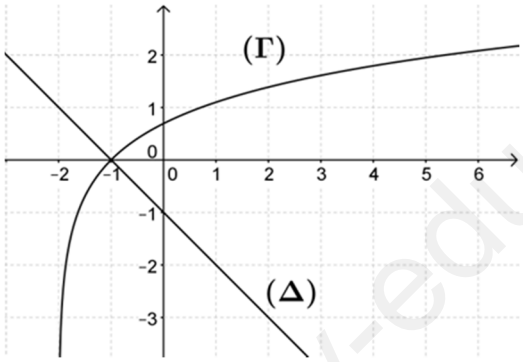
3. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y'=-2y-8$.

✓ الحل الخاص لهذه المعادلة التفاضلية من أجل الثنائية $(0;-1)$ هو الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-2x}-4$.

التمرين الثاني: 07 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I. في الشكل المقابل (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln(x+2)$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=-x-1$.



1. بقراءة بيانية حدد الوضع النسبي لـ (γ) و (Δ) على المجال $]-2;+\infty[$.

2. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بالعبارة:

$g(x)=x+1+\ln(x+2)$.

✓ استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II. الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\ln(x+2)-\frac{\ln(x+2)}{x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1. أ) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x>-2}}f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x\in]-2;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. أ) استنتج أن (Γ) صورة التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln(x)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln(x+2)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

www.ency-education.com

ج) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ).

4. احسب $f(0)$ ثم مثل كلا من (Γ) و (C_f).

5. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-2;2[$ بـ: $h(x)=\dfrac{\ln(2-|x|)}{2-|x|}-\ln(2-|x|)$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) بين أنه من أجل $x\in]-2;0[$: $h(x)+f(x)=0$، ثم استنتج طريقة لرسم (C_h) انطلاقا من (C_f) و ارسمه.

التمرين الثالث: 10 نقاط

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+x+3$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-3,1<\alpha<-3$.

ب) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1-\dfrac{x+2}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) احسب $f(0)$، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $f(x)$.

ج) بين أن $f(\alpha)=\alpha+2$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ب) اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة $O(0;0)$ مبدأ المعلم، ثم تحقق أن (T) و (Δ) متوازيان.

4. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم مثل (C_f).

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $me^x+m+x+2=0$.

5. ادرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=[f(x)]^2$ دون تعيين عبارتها.

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

سيتم فتح رابط QR التصحيح بعد نهاية الإمتحان

مديرية التربية لولاية غليزان
إختبار الفصل الأول
شعبة : 3 تقني رياضي

ثانوية:عبد الحميد بن باديس
سيدي سعادة–يلل
السنة الدراسية:2022–2023

إختبار في مادة : الرياضيات **المدة :02سا**

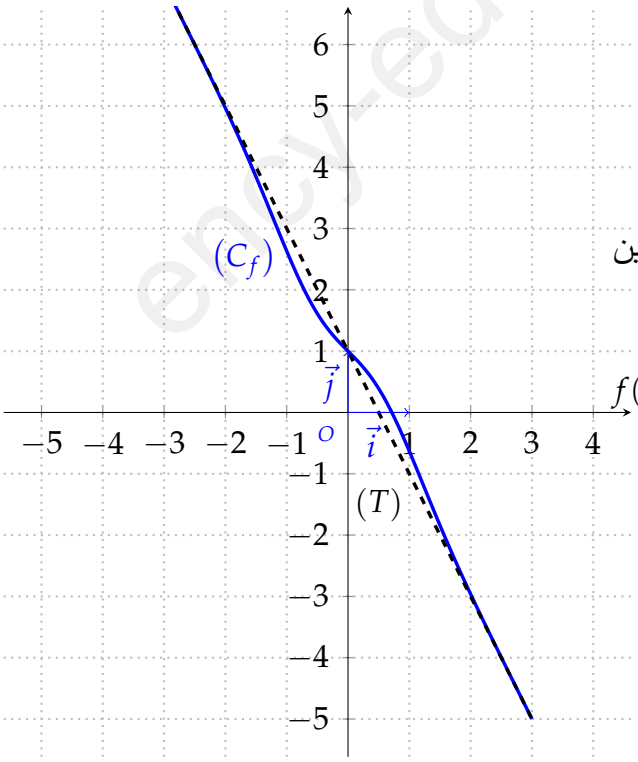
التمرين الأول: (06 نقط)

أجب بـ: صح أو خطأ مع التبرير في كل مايلي

1. نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3\leq e^x-x-1\leq\frac{1}{2}x^2+x^4$ إذن $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-x-1}{x^2}=\frac{1}{2}$.
2. S مجموعة حلول المعادلة $4^x-5\times2^x+6=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\left\{\ln 6;\frac{\ln 3}{\ln 2}\right\}$
3. عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو: 6688
4. S' مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+1)\leq\ln 8$ في $\mathbb{R}$ هي: $S'=[1;3]$
5. الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $k(-x)+k(x)=3$

التمرين الثاني: (06 نقط)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{-x^2}+ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان مع $a\neq0$ و (T) مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ كما موضح في الشكل المقابل .



1. أكتب معادلة للمستقيم (T) .ثم إستنتج أن $a=-2$ و $b=1$

إذا علمت أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{-x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x^2}=0$

2. أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (T') و (T'') موازيان لـ (T) يطلب تعيين معادلة لكل منهما
3. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x)=-2x+m$ تقبل حلين سالبين
4. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=f(\frac{1}{x})$

أ)أحسب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها

ب) أحسب $h'(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمـرين الثالث: (08 نقط)

I) g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\frac{x^3}{3}-2\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g .ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<\sqrt{2}$.ثم إستنتج إشارة $g(x)$

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\frac{x}{3}+\frac{\ln x}{x^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. حيث وحدة الطول $2cm$

1. احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

2. اثبت من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

ثم إستنتج إتجاه تغير f ،وشكل جدول تغيراتها

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=-\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

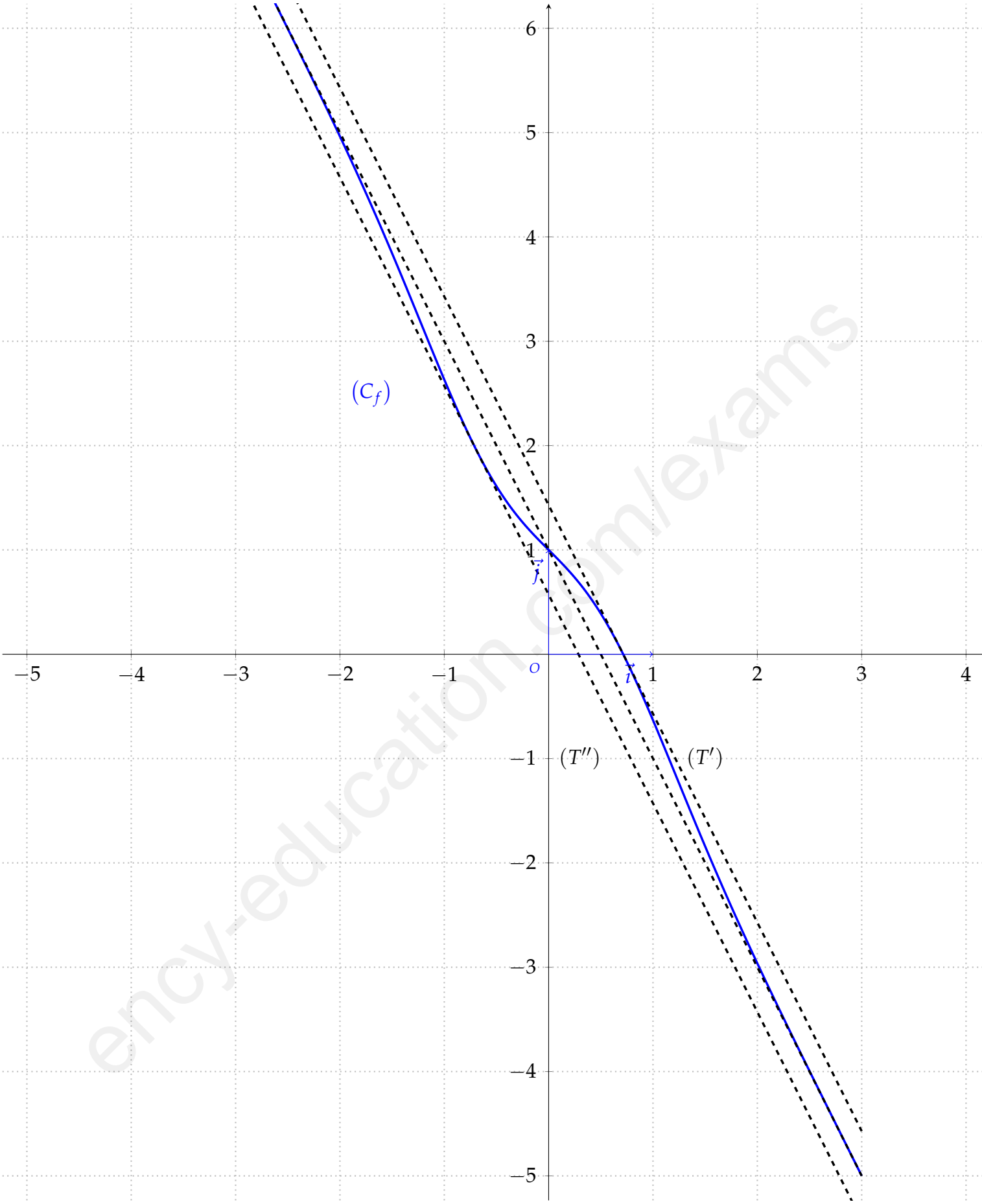
ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

4. اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) ميله $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين معادلة له .

5. بين أن $f(\alpha)=\frac{1-\alpha^3}{3\alpha^2}$ ،ثم أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T) (نأخذ $f(\alpha)\approx -0.3$)

ency-education.com/exams

www.ency-education.com



ency-education.com/exams

تمـــرين الأول :

1) صحيح

التبرير:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3\le e^x-x-1\le\frac{1}{2}x^2+x^4$

و بالضرب في $\frac{1}{x^2}$ من أجل $x\neq 0$ نجد $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}x\le\frac{e^x-x-1}{x^2}\le\frac{1}{2}+x^2$

ومنه $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}x\right)\le\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2}\le\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}+x^2\right)$

ومنه $\frac{1}{2}\le\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2}\le\frac{1}{2}$ ومنه $\frac{e^x-x-1}{x^2}=\frac{1}{2}$

2) خطأ

التبرير:

لدينا: $4^x-5\times 2^x+6=0\cdots(*)$ تكافئ $2^{2x}-5\times 2^x+6=0$

نضع: $t=2^x$. إذن $(*)$ تكافئ $t^2-5t+6=0$

ومنه $\Delta=(-5)^2-4\times 1\times 6=1$. إذن $\begin{cases}t_1=\frac{5-1}{2}=2\\ t_2=\frac{5+1}{2}=3\end{cases}$

يكافئ $\begin{cases}2^{x_1}=2\\ 2^{x_2}=3\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}2^{x_1}=2^1\\ e^{x_2\ln 2}=3\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}x_1=1\\ x_2\ln 2=\ln 3\end{cases}$

ومنه $\begin{cases}x_1=1\\ x_2=\frac{\ln 3}{\ln 2}\end{cases}$ ومنه $S=\{1;\frac{\ln 3}{\ln 2}\}$

3) صحيح

التبرير

لدينا: $\log\left(2022^{2023}\right)=2023\log(2022)\approx 6687,595$

ومنه $6687<\log(2022^{2023})<6688$ ومنه $10^{6687}<2022^{2023}<10^{6688}$

ومنه عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو 6688

4) خطأ

التبرير

لدينا: $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le\ln 8$

تعيين D مجموعة التعريف المتراجحة

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	

ومنه $D=]1;+\infty[$

إذن $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le\ln 8$ تكافئ $\ln[(x-1)(x+1)]\le\ln 8$

ومنه $(x-1)(x+1)\le 8$ ومنه $x^2+x-x-1\le 8$ يعني $x^2-9\le 0$

دراسة إشارة x^2-9 . إذن $x^2-9=0$ تكافئ $x^2=9$

ومنه $x=3$ أو $x=-3$ ومنه

x	1		3		$+\infty$
x^2-9		$-$	0	$+$	

ومنه $S'=]1;3]$

5) خطأ

التبرير

$$k(-x)+k(x)=\frac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}$$
$$=\frac{(3e^{-x}-1)e^x}{(e^{-x}+1)e^x}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}$$
$$=\frac{3-e^x}{1+e^x}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}$$
$$=\frac{2+2e^x}{1+e^x}=\frac{2(1+e^x)}{1+e^x}=2$$

تمـــرين الثاني :

1) كتابة معادلة للمماس (T)

معادلة المماس (T) من الشكل $y=a'x+b'$ و نلاحظ أن (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ومنه $b'=1$ و يشمل ايضا النقطة $B(-1;3)$ ومنه $-a'+1=3$

أي $a'=-2$ ومنه $(T):y=-2x+1$

لدينا: $f(x)=xe^{-x^2}+ax+b$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{-x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x^2}=0$

وبالتالي المستقيم ذي المعادلة $y=ax+b$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ و بالمطابقة مع معادلة مستقيم (T) نجد $a=-2$ و $b=1$

2) إثبات أن (C_f) يقبل مماسين (T') و (T'') موازيان لـ (T)

لدينا: الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة f'

حيث $f'(x)=e^{-x^2}-2x^2e^{-x^2}-2=e^{-x^2}(1-2x^2)-2$

إذن $f'(x)=-2$ تكافئ $e^{-x^2}(1-2x^2)-2=-2$ ومنه $e^{-x^2}(1-2x^2)=0$

ومنه $1-2x^2=0$ لأن $e^{-x^2}\neq 0$ ومنه $2x^2=1$ ومنه $x^2=\frac{1}{2}$ ومنه $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$. ومنه يوجد مماسين موزيان لـ (T) أحدهما عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و الأخر عند النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

كتابة معادلة للمماسين (T') و (T'')

$$\begin{cases}(T'):y=-2(x-\frac{1}{\sqrt{2}})+f(\frac{1}{\sqrt{2}})=-2x+\frac{e^{-\frac{1}{2}}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\\ (T''):y=-2(x+\frac{1}{\sqrt{2}})+f(-\frac{1}{\sqrt{2}})=-2x-\frac{e^{-\frac{1}{2}}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\end{cases}$$

3) مناقشة حلول المعادلة $f(x)=-2x+m$

المعادلة $f(x)=-2x+m$ تقبل حلين سالبين

من أجل $m\in\left]-\frac{e^{-\frac{1}{2}}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}};1\right[$

4) أ) حساب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها

$$\lim_{x\to+\infty}h(x)=\lim_{x\to+\infty}f(\frac{1}{x})=f(0)=1$$

$$\lim_{x\to-\infty}h(x)=\lim_{x\to-\infty}f(\frac{1}{x})=f(0)=1$$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0}h(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(\frac{1}{x})=\lim_{t\to+\infty}f(t)=-\infty$$

$$\lim_{x\xrightarrow{<}0}h(x)=\lim_{x\xrightarrow{<}0}f(\frac{1}{x})=\lim_{t\to-\infty}f(t)=+\infty$$

ب) حساب $h'(x)$ و إستنتاج إتجاه تغير الدالة h

الدالة h قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و دالتها المشتقة $h'(x)$

حيث $h'(x)=-\frac{1}{x^2}f'(\frac{1}{x})$

ency-education.com/exams

من خلال التمثيل البياني للدالة f نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f'(x)<0$ و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي x بحيث $x\neq 0$: $f'(\frac{1}{x})<0$ ومنه $-\frac{1}{x^2}f'(\frac{1}{x})>0$ أي $h'(x)>0$

وبالتالي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	‖	$+$	
$h(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1

تمـــرين الثالث :

I)

(ا) دراسة تغيرات الدالة g

- حساب النهايات

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} 1-\frac{x^3}{3}-\ln x=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} 1-\frac{x^3}{3}-\ln x=-\infty$$

- حساب $g'(x)$

الدالة g قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة $g'(x)$ حيث:

$$g'(x)=-x^2-\frac{1}{x}=\frac{-x^3-1}{x}=-\frac{x^3+1}{x}$$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $g'(x)<0$

-جدول تغيرات الدالة g

x	0		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$			
$g(x)$	$+\infty$ ‖	↘	0	↘	$-\infty$

(ب) إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<\sqrt{2}$

لدينا الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;\sqrt{2}[$

ولدينا $\begin{cases} g(1)=\frac{2}{3} \\ g(\sqrt{2})\approx -0,635 \end{cases}$ ومنه $g(\sqrt{2})<0<g(1)$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث: $1<\alpha<\sqrt{2}$

- إستنتاج إشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	

II)

1) حساب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} -\frac{x}{3}+\frac{\ln x}{x^2}=-\infty$$

لأن $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{3}=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} -\frac{x}{3}+\frac{\ln x}{x^2}=-\infty$$

2) إثبات أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة $f'(x)$ حيث

$$f'(x)=-\frac{1}{3}+\frac{\frac{1}{x}\times x^2-2x\ln x}{x^4}=-\frac{1}{3}+\frac{x-2x\ln x}{x^4}=-\frac{1}{3}+\frac{1-2\ln x}{x^3}$$

ومنه $f'(x)=\frac{-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x}{x^3}=\frac{g(x)}{x^3}$

- إستنتاج إتجاه تغير f وتشكيل جدول تغيراتها

لدينا من أجل $x\in]0;+\infty[$: $x^3>0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

3) إثبات أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=-\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-(-\frac{x}{3})=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$ ومنه المستقيم ذي المعادلة $y=-\frac{x}{3}$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

-دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

لدينا: $f(x)-(-\frac{x}{3})=\frac{\ln x}{x^2}$ ومنه إشارة الفرق من نفس إشارة $\ln x$

لإن $x^2>0$ من أجل $x\in]0;+\infty[$ ومنه

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(1;-\frac{1}{3})$	(C_f) فوق (Δ)	

4) إثبات أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) ميله $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين معادلة له .

إذن $f'(x)=-\frac{1}{3}$ يعني $\frac{-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x}{x^3}=-\frac{1}{3}$ ومنه $-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x=$

$-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x=0$ ومنه $\ln x=\frac{1}{2}$ ومنه

أي $x=e^{\frac{1}{2}}$ ومنه $(T): y=-\frac{1}{3}(x-e^{\frac{1}{2}})+f(e^{\frac{1}{2}})=-\frac{x}{3}+\frac{e^{-1}}{2}$

5) إثبات أن $f(\alpha)=\frac{1-\alpha^3}{3\alpha^2}$

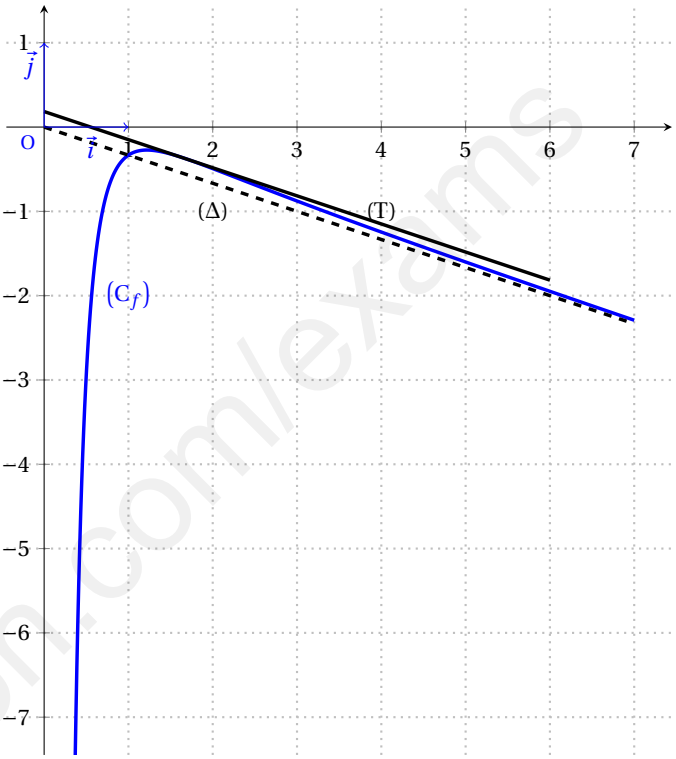
ency-education.com/exams

لدينا: $g(\alpha)=0$ يعني $ln\alpha-2+1-\frac{\alpha^3}{3}=0$ ومنه $2ln\alpha=1-\frac{\alpha^3}{3}$ ومنه $\ln\alpha=\frac{1}{2}-\frac{\alpha^3}{6}$ و بالقسمة على α^2 نجد $\frac{\ln\alpha}{\alpha^2}=\frac{1}{2\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{6\alpha^2}$

ومنه $-\frac{\alpha}{3}+\frac{\ln\alpha}{\alpha^2}=-\frac{\alpha}{3}+\frac{1}{2\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{6\alpha^2}$ أي $f(\alpha)=-\frac{2\alpha^3}{6\alpha^2}+\frac{3}{3\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{6\alpha^2}$

ومنه $f(\alpha)=\frac{3-3\alpha^3}{6\alpha^2}=\frac{1-\alpha^2}{2\alpha^2}$ و هو المطلوب

-الإنشاء



ency-education.com/exams

www.ency-education.com

المـــــــــؤسسة: ثانوية شداد أحمد — يـــــــــــــــوم: 2022/12/5 م.

(الكاف الاحمر) - ولايةالبيض- .

اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي " تقني رياضي ". ***المدة***:4 ساعات.

التمرين الأول 4نقاط :

لكل سؤال إقتراح واحد صحيح إختره مع التبرير :

1) f و g دالتين مجموعتا تعريفهما هما D_f و D_g على الترتيب حيث: $f(x)=\ln\left(\frac{x+5}{x}\right)$ و $g(x)=\ln(x+5)-\ln(x)$

أ) $D_f=D_g$ ب) $D_f\subset D_g$ ج) $D_g\subset D_f$

2) f دالة و x متغير حيث: $f(x)=3^x$

أ) $f'(x)=x3^{x-1}$ ب) $f'(x)=\ln(3)\times 3^x$ ج) $f'(x)=\ln(x)\times 3^x$

3)المعادلة التفاضلية $y'-y+2=0$ تقبل الدالة f حل لها حيث: أ) $f(x)=Ce^x+2$ ب) $f(x)=Ce^{-x}+2$ ج) $f(x)=Ce^{-x}-2$

4)المنحني الممثل للدالة f التي تحقق من اجل كل $x\in D_f$: $f(x)=-f(1-x)-4$ يقبل النقطة Ω مركز تناظر له حيث :

أ) $\Omega\left(\frac{1}{2};-2\right)$ ب) $\Omega\left(\frac{1}{2};2\right)$ ج) $\Omega\left(-\frac{1}{2};2\right)$

التمرين الثاني 2.5ن :

1) حل في R المتراجحة : $e^{2x}+3e^x-4\le 0$

2)حلل العبارة x^2-4x-5

ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $P(x)=\ln^2(x)-4\ln(x)-5$

3) حل في R المعادلة : $4^x-2=0$

التمرين الثالث: (07.5 نقاط)

الجزء 1:

في كل التمرين ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس :

1. علما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$ أثبت أن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ \succ}} x\ln(x)=0$

g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln(x)+\frac{1}{x}$ و (C_g) التمثيل البياني لها

2 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب)تأكد أن $g(x)=\ln(x)\left(1+\frac{1}{x\ln(x)}\right)$. ثم بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ \succ}} g(x)=+\infty$ وفسر النتيجة بيانيا

3) بين أن $g'(x)=\frac{x-1}{x^2}$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

4) بين أن $g(x)\succ 0$. فسر النتيجة بيانيا .

5) أدرس الوضع النسبي ل (C_g) و (C_h) حيث (C_h) هومنحني الدالة مقلوب على المجال $]0;+\infty[$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

الجزء 2:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\frac{x^2}{2}\left(-\ln(x)+\frac{1}{2}\right)-x$ و (C_f) التمثيل البياني لها

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

2) بين أن $f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{2}\left(-\ln(x)+\frac{1}{2}\right)\right)$ ثم أحسب هذه النهاية

3) بين أن $f'(x)=-xg(x)$ إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4) أكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة e حيث e هو العدد النيبيري

5) مثل (C_f) في معلم متعامد ومتجانس على $]0;4,5]$

التمرين الرابع 6نقاط:

التمثيل البياني (C_f) في الاسفل في المعلم المتعامد والمتجانس هو للدالة f القابلة للاشتقاق المعرفة على R و المستقيم (T) هو مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 حيث: $f(x)=xe^{ax}+b$ مع a,b أعداد حقيقية

أولا: بقراءة بيانية

1) علما أن $f(0)=1$ و $(T):y=x+1$ جد العددين a,b

2) شكل جدول تغيرات الدالة f

ثانيا:

1) تعطى: $f(x)=xe^{-x}+1$ أحسب $f'(x)$ وأدرس إشارتها

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) أكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,6<\alpha<-0,5$ إستنتج إشارة $f(x)$

5) ناقش بيانيا حلول المعادلات : $f(x)=m$ و $f(x)=x+m$ حيث m وسيط حقيقي

6) نعتبر الدالتين h و g المعرفتين على R ب: $h(x)=-xe^x+1$ و $g(x)=xe^x-1$ (C_h) و (C_g) تمثيلهما على الترتيب في المعلم السابق بين أن : $h(x)=f(-x)$ و $g(x)=-f(-x)$

ثم إشرح كيف يمكن الحصول على (C_h) و (C_g) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h)

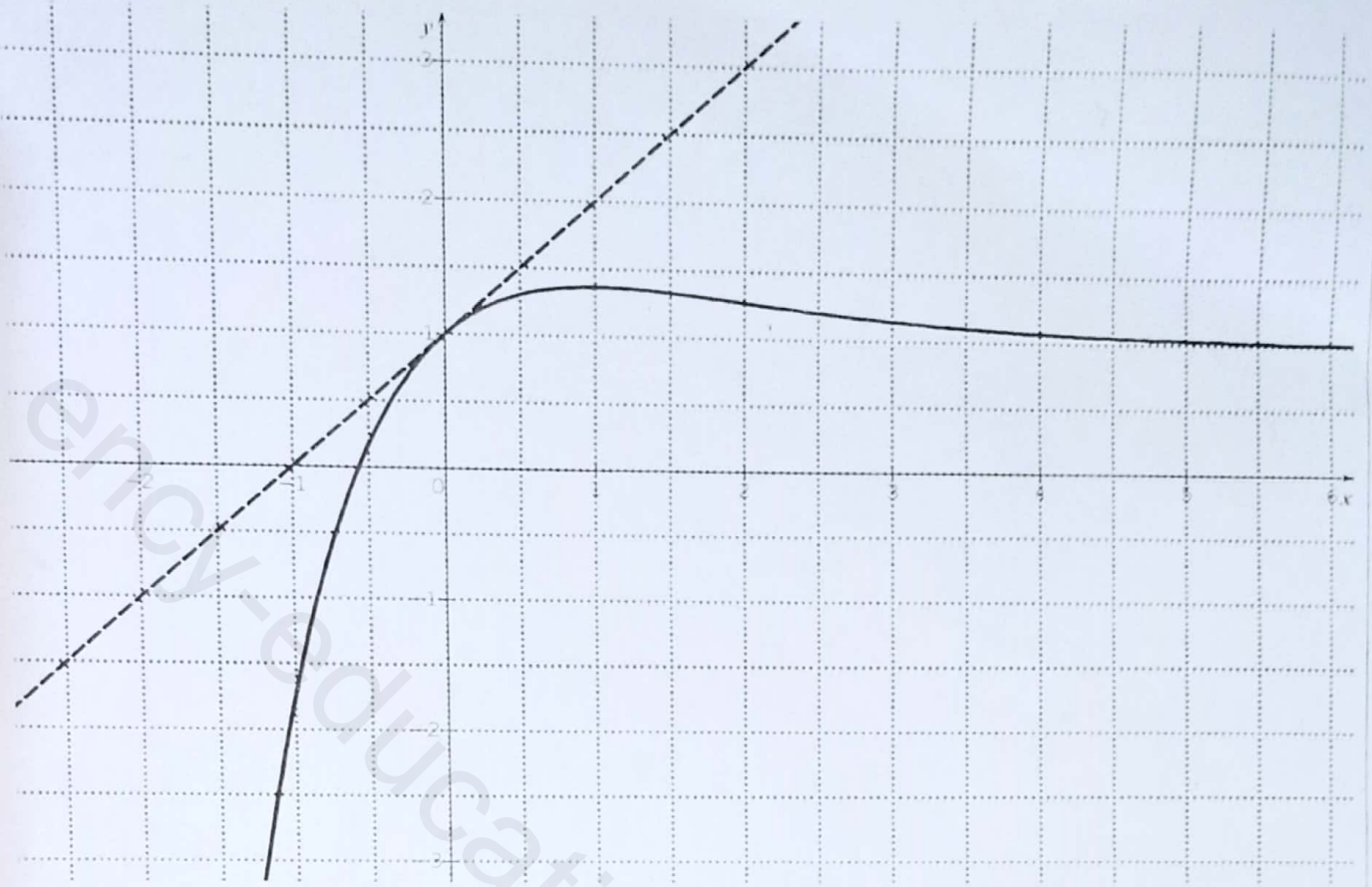
7) شكل جدول تغيرات الدالة g

تنبيه : الرسم الخاص بالتمرين 4يسلم مع الموضوع

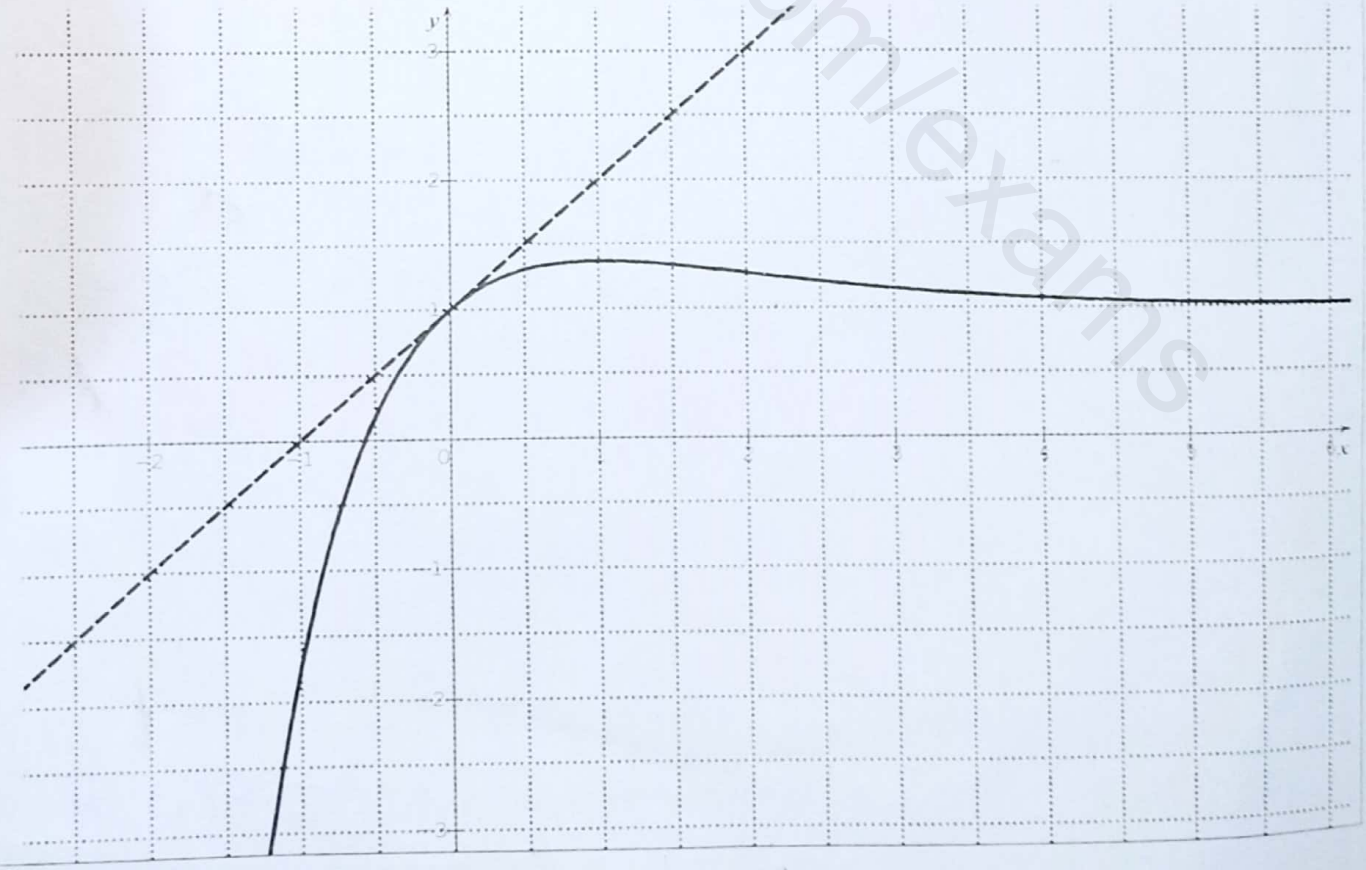
إنتهى بالتوفيق لكم

www.ency-education.com

خاص بالتمرين 4



خاص بالتمرين 4



REDMI NOTE 8 PRO
AI QUAD CAMERA
ency-education.com/exams
www.ency-education.com