

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

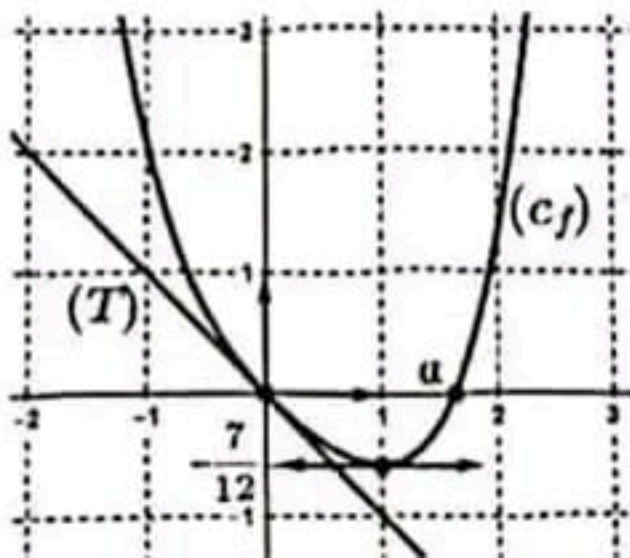
التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + \frac{8}{5}$ (أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) (ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 \leq u_n < 4$ (ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) (2) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $v_n = u_n - 4$ (أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n (ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ - بين أن: $S_n = 5\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} + 4n - 1$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، نعلمها البياني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما 0 و α (T) مماس لـ (C_f) عند مبدأ المعلم ، كما في الشكل أثناء.

(1) بقراءة بيانية:

(أ) حدد إشارة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ (ب) شكل جدول تغيرات الدالة f (ج) جد $f'(0)$ ثم اكتب معادلة للمماس (T) (2) نعلم أن: $f(x) = \frac{1}{12}(3x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 12x)$ (أ) بين أن: $1,6 < \alpha < 1,7$ (ب) احسب $f'(x)$ ثم تحقق من إجابة السؤال (1) (ج).

التعريف الثالث: (04 نقاط)

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

(1) بمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - 1 - \ln x$$

(أ) من جدول التغيرات، حدد إشارة $f(x)$ على $]0; +\infty[$

(ب) استنتج أنه: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $x - 1 \geq \ln x$ ،

(2) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ ، (T) المماس له عند النقطة ذات الفاصلة 1

(أ) عين معادلة للمماس (T)

(ب) استنتج مما سبق الوضع النسبي لـ (Γ) و (T)

(3) (أ) تحقق أن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x \ln x - x$ أصلية للدالة $\ln$ على $]0; +\infty[$

(ب) استنتج حساب القيمة المتوسطة للدالة $\ln$ على $[1; e]$

التعريف الرابع: (08 نقاط)

(1) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x + 1)e^x$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$

(2) (أ) تحقق أنه: من أجل كل x عند حقيقي ، $g'(x) = -(x + 2)e^x$ ،

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 2 - xe^x$ ، (c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + 2$ مغارب مائل للمنحني (c_f) عند $-\infty$

(ج) لدرس الوضع النسبي للمنحني (c_f) والمستقيم (Δ)

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل x عند حقيقي ، $f'(x) = g(x)$ ،

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحني (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) (أ) احسب $f(-2)$ ، $f(1)$ ثم ارسم كلاً من (Δ) ، (T) و (c_f)

(ب) ناقش بياناً وحسب قيم العدد الحقيقي m عند حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

(5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = (1 - x)e^x$

- احسب $h'(x)$ ثم استنتج بالمستقيم المربع حساب m مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (c_f)

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ ، أساسها 5 و $u_2 = 1$. عبارة u_n بدلالة n هي:(أ) $5n-9$ (ب) $5n-4$ (ج) $5n+1$ (2) مجموعة حلول المعادلة $1-3e^{-x}=0$ في $\mathbb{R}$ هي:(أ) $\{-\ln 3\}$ (ب) $\{\frac{1}{3}\}$ (ج) $\{\ln 3\}$ (3) مجموعة حلول المتراجحة $\ln x + \ln(x+3) < 2 \ln 2$ في $]0; +\infty[$ هي:(أ) $]0; 1[$ (ب) $]1; +\infty[$ (ج) $]0; 3[$ (4) للمعادلة $x^3 + x - 1 = 0$ حل واحد α حيث:(أ) $0,5 < \alpha < 0,6$ (ب) $0,6 < \alpha < 0,7$ (ج) $0,7 < \alpha < 0,8$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

(1) يمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x - x - 1$$

(أ) من جدول التغيرات، حدد إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ (ب) استنتج أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $e^x \geq x+1$ (2) (Γ) التمثيل البياني للدالة e^x ، $x \mapsto e^x$ ، المماس له عند النقطة ذات الفاصلة 0(أ) عين معادلة للمماس (T) (ب) استنتج مما سبق الوضع النسبي لـ (Γ) و (T) (3) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x$ - احسب $F'(x)$ ثم استنتج حساب القيمة المتوسطة للدالة f على $[0; 1]$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2}{5}x + 1$ $\frac{-43}{5} < \dots$ - حدد اتجاه تغير الدالة f ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = x$ (2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1$ (أ) احسب u_1 ثم عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) (ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n < \frac{5}{3}$

$$(3) \quad (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = u_n - \frac{5}{3}$$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هضمية أساسها $\frac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع: من أجل كل n عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ،

$$- \text{ بين أن: } S_n = \frac{4}{9} \left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{5}{3}n + \frac{5}{9}$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) = \frac{1}{4}x^2(2\ln x - 3)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = x(\ln x - 1)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يطلب تعيين إحداثياتها.

(ب) عين معادلة (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة A

(4) (أ) احسب $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)$ ثم ارسم كلا من (C_f) و (T)

(ب) ناقش بياناً وحسب قيم العدد الحقيقي m عند حلول المعادلة: $f(x) = m$

(5) F الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{36}x^3(6\ln x - 11)$

(أ) بين أنه: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$

(ب) استنتج حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x=e \text{ و } x=1, y=0$$

(6) g الدالة المعرفة بـ: $g(0)=0$ ومن أجل كل x عند حقيقي غير معلوم x ، $g(x) = \frac{1}{4}x^2(2\ln|x| - 3)$

و (C_g) تمثيلها البياني.

- بين أن الدالة g زوجية ثم ارسم (C_g) انطلاقاً من (C_f) في المعلم السابق.