



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (6 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a, b, c المعرفة كما يلي :

$$c \equiv 10^{1962} [11] \quad b \equiv 1444 [11] \quad a \equiv 2023 [11]$$

- 1- عين باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 11
- 2- تحقق أن $10 \equiv -1 [11]$ ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد c على 11.
- 3- عين باقي القسمة الاقليدية على 11 للعددين : $a+b+c$ ، $2a^2-3b$.
- 4- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11.
- 5- عين الاعداد الطبيعية n الأقل من 30 والتي يكون من أجلها العدد A مضاعفا للعدد 11 حيث :

$$A = 3 \times 4^{2971} + n$$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_0 وأساسها r

$$1. \text{ أحسب } U_2 \text{ علما أن : } U_1 + U_3 = 26$$

$$2. \text{ أحسب الأساس } r \text{ علما أن : } U_3 + U_4 + U_5 = 69$$

$$3. \text{ عين } U_0 \text{ ثم تحقق أن : } U_n = 5n + 3$$

$$4. \text{ بين أن } 2023 \text{ حد من حدود المتتالية } (U_n).$$

$$5. \text{ أحسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث : } S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

في الشكل أدناه نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

I. بقراءة بيانية :

1/ خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2/ عين اشارة $f(x)$ على IR .

3/ عين $f(0)$ و $f'(-2)$.

4/ عين حلول المتراجحة $f(x) > 4$.

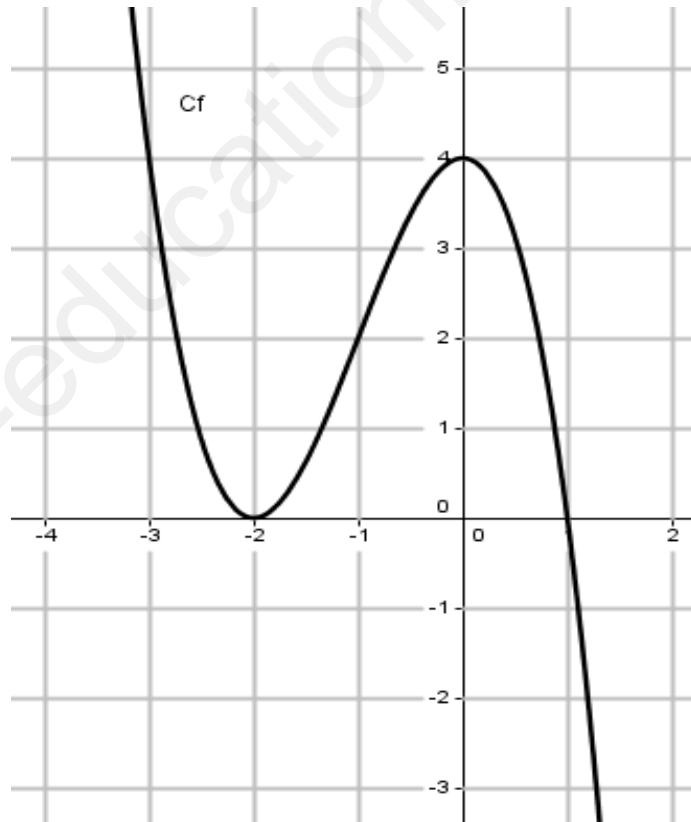
II. اذا علمت أن الدالة f معرفة بالشكل : $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

1/ أحسب $f'(x)$ وادرس اشارتها على IR ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

2 / أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = (x+2)(-x^2 - x + 2)$

ب) استنتج احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

3/ بين أن النقطة $A(-1;2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) ثم اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A .



انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (6 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

- عدد قواسم العدد 2079 هو :
 أ (16 ب (5 ج (3 .
- باقي القسمة الاقليدية للعدد (-2023) على 5 هو :
 أ (3 ب (2 ج (1 .
- العددان 1830 و 1954 متوافقان بترديد :
 أ (5 ب (4 ج (7 .
- اذا كانت المتتالية (U_n) ثابتة حيث : $U_1 = a$ ($a \neq 0$) فان المجموع :
 $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{100}$ هو :
 أ ($S = a$ ب ($S = \frac{1-a^{100}}{1-a}$ ج ($S = 100a$.
- التمثيل البياني للدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x) = -3x^2 + 4x - 1$ يشمل النقطة A حيث :
 أ ($A(0;1)$ ب ($A(1;0)$ ج ($A(2;1)$.

التمرين الثاني: (6 نقاط)

- (U_n) متتالية معرفة بعدها الأول $U_1 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n من IN^* لدينا : $U_{n+1} = 2U_n - 1$
- أحسب U_2, U_3, U_4 .
 - نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على IN^* بـ : $V_n = U_n - 1$
 أ/ أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_1
 ب/ أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج U_n بدلالة n .
 - أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$
 ثم إستنتج بدلالة n المجموع S_n' حيث : $S_n' = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $IR - \{2\}$ بـ $f(x) = \frac{-x+1}{x-2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس ($o, \vec{i}, \vec{j}$)

1- عين العدد الحقيقي a بحيث من اجل كل x من $IR - \{2\}$: $f(x) = -1 + \frac{a}{x-2}$

2- أ/ احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب/ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتها.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حائلي محوري الاحداثيات

5- أ / اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3.

6- ب / بين أنه يوجد مماس اخر (Δ') للمنحنى (C_f) يوازي (Δ) .

7- أنشئ (Δ) و (C_f) .

العلامة		عناصر الاجابة
مجموع	مجزأة	
		الموضوع الاول: (06 نقاط) التمرين الاول:
01	0,5x2	1- تعيين باقي قسمة a و b على 11 : $a \equiv 10 [11]$, $b \equiv 3 [11]$
01	0,5x2	2- التحقق أن : $c \equiv 1 [11]$, $10 \equiv -1 [11]$ 3- تعيين باقي قسمة $(a+b+c)$ و $2a^2 - 3b$: $2a^2 - 3b \equiv 4 [11]$, $a+b+c \equiv 3 [11]$
02	1x2	(4) دور بواقي القسمة هو 5 ، والبواقي هي : 3 , 9 , 5 , 4 , 1
01	0,5 0,5	5 - تعيين الأعداد الطبيعية n الأقل من 30 التي أحدها يكون العدد $A = 3 \times 4^{2971} + n$ مضاعفاً لـ 11 : $3 \times 4^{2971} + n \equiv 0 [11]$ يكافئ $12 + n \equiv 0 [11]$ ومنه $n \equiv 10 [11]$ أي $n = 11K + 10$ / $K \in \mathbb{N}$ ومنه : $n \in \{10; 21\}$
		التمرين الثاني : (6 نقاط)
01	1	1/ $u_2 = 13$
1,5	0,75x2	2/ $u_4 = 23$, $n = 5$
1,5	0,75x2	(3) $u_0 = 3$, التحقق أن $u_n = 5n + 3$
01	0,5x2	(4) بيان أن 2023 حد من حدود (u_n) , $u_{404} = 2023$, نسبة 405
01	1	(5) $S_n = \frac{(n+1)(5n+6)}{2}$

العلامة		عناصر الاجابة
مجموع	مجزأة	
0,5	0,25x2	التمييز الثالث: (8 نقاط): (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
01	1	(2) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$: إذا كان $x \leq 1$ فإنه $f(x) \geq 0$ وإذا كان $x \geq 1$ فإنه $f(x) \leq 0$.
0,5	0,25x2	(3) $f'(-2) = 0, f(0) = 4$
01	1	14 دجربة حلول المتراجحة هي: $S =]-\infty, -3[$
02	0,5+1 0,5	(II) (1) $f'(x) = -3x^2 - 6x$, إشارة $f'(x)$: $\begin{array}{c ccc} x & -\infty & -2 & 0 & +\infty \\ \hline f'(x) & - & 0 & + & - \end{array}$ f متناقصة تمامًا على كل من المجالين $]-\infty, -2]$ و $[0, +\infty[$ f متزايدة تمامًا على المجال $[-2; 0]$
0,5	0,5	(2) بيان أنه: $f(x) = (x+2)(-x^2 - x + 2)$
0,5	0,25 0,25	ب. استنتاج نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل: $f(x) = 0$ يؤول إلى $x = -2$ أو $x = 1$ ومن ثم: $(C_f) \cap (xx) = \{M(-2, 0), N(1, 0)\}$
02	0,25x4 01	(3) بيان أنه $A(-1; 2)$ نقطة انعطاف (C_f) $f''(x) = -6x - 6$, وإشارته: $\begin{array}{c ccc} & -\infty & -1 & 0 & +\infty \\ \hline & + & - & 0 & - \end{array}$ و $f(-1) = 2$ ومن ثم $A(-1; 2)$ نقطة انعطاف معادلة المماس (T): $y = 3x + 5$

العلامة		عناصر الاجابة
مجموع	مجزأة	
01	0,25 0,75	الموضوع الثاني: التمرين الاول: (6 نقاط) 1. (أ) الجواب الصحيح: (أ) : عدد قواسم العدد 2079 هو 16 التبرير: $2079 = 3 \times 7 \times 11$ ، عدد القواسم : $(3+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 16$
1,25	0,5 0,75	2. الجواب الصحيح هو: (ب) : باقية قسمة العدد (-2023) على 5 هو 2 التبرير: $-2023 = -405(5) + 2$ (تقبل أي اجابة أخرى صحيحة)
1,25	0,5 0,75	3. الجواب الصحيح هو (ب) : العددان 1830 و 1954 متوافقان بتدوين 4 التبرير: $1954 - 1830 = 124 = 4(31)$ (تقبل أي اجابة صحيحة)
1,25	0,5 0,75	4. الجواب الصحيح هو: (ج) : إذا كانت (u_n) متتالية . ثابتة حيث $u_1 = a$ فإن المجموع $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = 100a$ التبرير: $S = u_1 \times (\text{عدد الحدود}) = 100u_1$
1,25	0,5 0,75	5. الجواب الصحيح هو (ب) : $A(1;0) \in (C_f)$: التبرير: $f(1) = 0$; $1 \in \mathbb{R}$
		التمرين الثاني: (6 نقاط) :
1,5	0,5x3	(1) $u_1 = 3$ ، $u_2 = 5$ ، $u_3 = 9$
1,5	0,5 0,5x2	(2) (أ) اثبات أن (V_n) هندسية : من أجل كل n طبيعي غير صفر $V_{n+1} = 2V_n$ $V_1 = 1$ ، $q = 2$
01	0,5x2	(ب) $u_n = 2^{n-1} + 1$ ، $V_n = 2^{n-1}$
	1	(3) $S_n = 2^{n-1} - 1$
02	1	$S'_n = S_n + n - 1$ $S'_n = 2^{n-1} + n - 2$

العلامة		عناصر الاجابة
مجموع	مجزأة	
0,5	0,5	التكرين الثالث : (نقاط) (1) $a = -1$ و $f(x) = -1 - \frac{1}{x+2}$
01	0,25x4	(2) (i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$
0,5	0,25x2	(3) المستقيمان المقاربان : $x = 2$, $y = -1$
02,5	0,5x2 0,5	(3) $f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ منه أجل كل $x \neq 2$, $f'(x) > 0$ ومنه f متزايدة عامة ... جدول التغيرات ...
0,5	0,25x2	(4) $(C_f) \cap (y'y) = \{B(0; -\frac{1}{2})\}$, $(C_f) \cap (xx') = \{A(1; 0)\}$
0,5	0,5	(5) $(\Delta) : y = x - 5$
0,5	0,5	(6) بيان أنه يوجد مماس آخر (Δ') يوازي (Δ) $f'(x) = 1$ معناه $x = 1$ أو $x = 3$ ومنه يوجد مماس (Δ') يوازي (Δ) عند النقطة ذات الصلة 1.
02	1x2	(7) إنشاء (Δ) و (C_f) :