

التمرين الاول :

$$\begin{cases} \ln U_1 + \ln U_5 = -12 \\ \ln U_2 - \ln U_4 = 4 \end{cases} \quad [I] \quad (U_n) \text{ متتالية هندسية حدودها موجبة بحيث :}$$

- (1) عين q اساس المتتالية (U_n) وحدها الاول ، ثم استنتج اتجاه تغيرها
 - (2) اعط عبارة U_n بدلالة n .
 - (3) ليكن $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$: المجموع .
- احسب S_n بدلالة n ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ، ماذا تستنتج ؟
- [II] لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :
 $V_n = \ln(U_n) + \ln(U_{n+1})$
 (1) بين ان (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين اساسها v وحدها الاول .
 (2) لنضع $S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$: المجموع
 - عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $S'_n = 2^{30}$.

التمرين الثاني :

- لتكن Ω مجموعة الارقام من 0 الى 9 ، نريد تشكيل اعداد من 3 ارقام من عناصر المجموعة Ω .
- (1) ما هو عدد الاعداد التي يمكن تشكيلها ؟
 - (2) ما هو احتمال الحوادث التالية :
 A " تشكيل اعداد ارقامها اعداد زوجية".
 B " تشكيل اعداد احد ارقامها عدد اولي"
 C " تشكيل اعداد رقم عشراتها 2 "
 - (3) نسيت ليلي رقمها السري لقفل حقيبتها المتكون من 3 ارقام من 0 الى 9 ، فارادت ان تجرب لايجاد هذا الرقم ، ليكن X المتغير العشوائي الذي يهتم بعدد ارقامه الموضوعة في المكان الصحيح .
 $\tilde{A}$ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 $\tilde{B}$ احسب الامل الرياضي لايجاد هذا الرقم السري .

التمرين الثالث :

حل في N ماييلي :

① $C_n^{n-2} + C_n^2 = 54$

② $\sum_{p=0}^4 \frac{n^{4-p}}{2^p} = \frac{81}{16}$

بالتوفيق



ency-education.com/exams

التمرين:

I- صندوقان U_1 و U_2 يحتويان على كرات غير معروفة عند اللمس.

U_1 يحتوي على k كرة بيضاء (k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 1) و 4 كرات سوداء.

U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرة سوداء.

1- نسحب 3 كرات في آن واحد من U_1 و كرة من U_2 .

ت- احسب احتمال سحب الكرات من نفس اللون.

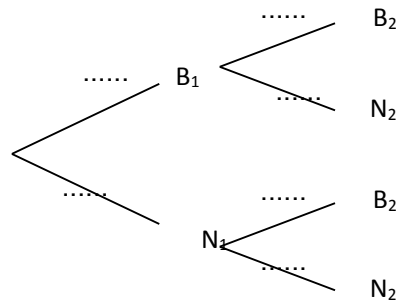
ث- احسب احتمال ظهور كرتين يضاوين فقط.

2- نسحب عشوائيا كرة من U_1 ونضعها في U_2 . نسحب عشوائيا بعد ذلك كرة من U_2 . مجموع هذه العمليات تمثل اختبار.

نسمي B_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء " و N_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 سوداء " .

نسمي B_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء " و N_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 سوداء " .

أ- اقل و أتم الشجرة.



ب- بين أن احتمال الحادثة B_2

$$\text{يساوي } \frac{4k+12}{5k+20}$$

II- فيما تبقى نأخذ $k=10$.

- راهن أحمد DA 20 وقام باختبار التالي (سحب كرة من U_1 ووضعها في U_2 ثم سحب بعد ذلك كرة من U_2) إذا كانت الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء فيربح DA 30 و إلا فلا يحصل على شيء و يخسر رهانه. ليكن X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لأحمد أي الفرق بين المبلغ المحصل عليه و المبلغ الذي راحه.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي $V(X); E(X)$.

ج- هل اللعبة ملائمة لأحمد ؟

انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلح

التمرين:

I- صندوقان U_1 و U_2 يحتويان على كرات غير معروفة عند اللمس.

U_1 يحتوي على k كرة بيضاء (k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 1) و 4 كرات سوداء.

U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرة سوداء.

1- نسحب 3 كرات في آن واحد من U_1 و كرة من U_2 .

أ- احسب احتمال سحب الكرات من نفس اللون.

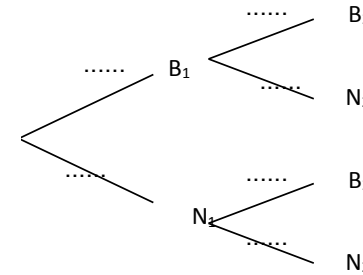
ب- احسب احتمال ظهور كرتين يضاوين فقط.

2- نسحب عشوائيا كرة من U_1 ونضعها في U_2 . نسحب عشوائيا بعد ذلك كرة من U_2 . مجموع هذه العمليات تمثل اختبار.

نسمي B_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء " و N_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 سوداء " .

نسمي B_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء " و N_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 سوداء " .

أ- اقل و أتم الشجرة.



ب- بين أن احتمال الحادثة B_2

$$\text{يساوي } \frac{4k+12}{5k+20}$$

II- فيما تبقى نأخذ $k=10$.

- راهن أحمد DA 20 وقام باختبار التالي (سحب كرة من U_1 ووضعها في U_2 ثم سحب بعد ذلك كرة من U_2) إذا كانت الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء فيربح DA 30 و إلا فلا يحصل على شيء و يخسر رهانه. ليكن X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لأحمد أي الفرق بين المبلغ المحصل عليه و المبلغ الذي راحه.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي $V(X); E(X)$.

ج- هل اللعبة ملائمة لأحمد ؟

انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلح

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الموسم الدراسي: 2020/2019

ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية بسكرة

المدة: ساعة واحدة

المستوى: 3 ع ت

الفرض الثاني للفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

اشترى طالب مجتهد 3 كتب في العلوم وكتابان في التاريخ و 4 كتب في الرياضيات و اراد ترتيب هذه الكتب في رف مكتبته بالمنزل.

(1) ما هو عدد الطرق الممكنة لترتيب هذه الكتب؟

(2) ما هو عدد الطرق الممكنة بحيث الكتب من نفس المادة تكون متجاورة؟

(3) ما هو عدد الطرق الممكنة لترتيب هذه الكتب بحيث كتب الرياضيات تكون متجاورة؟

التمرين الثاني: (14 نقطة)

يحتوي كيس U_1 على ثمانية كريات ثلاثة منها تحمل الرقم 2 والبقية تحمل الرقم 3 ويحتوي كيس U_2 على عشرة كريات من بينها خمسة حمراء مرقمة بـ 1, 1, 3, 3, 3 و أربعة بيضاء مرقمة بـ 1, 1, 2, 2 وكرة خضراء واحدة مرقمة بـ 1. ويحتوي كيس U_3 على تسعة كريات منها أربعة حمراء مرقمة بـ 1, 2, 2, 3 وثلاثة بيضاء مرقمة بـ 1, 2, 3 وكريتين خضراوتين مرقمتين بـ 3, 3. جميع الكريات لا نفرق بينها باللمس.

(1) نسحب كرية واحدة من الكيس U_1 اذا كان رقمها 2 فاننا نسحب ثلاث كريات بالتتابع دون ارجاع من

الكيس U_2 اما اذا كان رقمها 3 فنسحب ثلاث كريات بالتتابع بالارجاع من الكيس U_3 .

(أ) أحسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية: (A): الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون.

(B): الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني.

(C): الحصول على ثلاث كريات من لونين فقط.

(ب) إذا علمت ان الكريات الثلاث المسحوبة من نفس اللون فما احتمال ان تكون مسحوبة من الكيس U_3 .

(2) نفرغ جميع كريات الكيس U_3 في الكيس U_2 ثم نسحب من الكيس U_2 ثلاث كريات في آن واحد.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المحصل عليها.

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم أكتب قانونه الإحتمالي.

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والتباين $V(X)$ ثم استنتج الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

بالتوفيق للجميع

التمرين: أ-

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$.
وليكن (C) المنحني الممثل للدالة f المعرفة على $[0; 2]$ بـ : $f(x) = x(2 - x)$
و (Δ) هو المستقيم الذي معادلته $y = x$

1- عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2- نضع $\alpha = \frac{1}{8}$ باستعمال الرسم مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود

u_0, u_1, u_2 و u_3 مع توضيح الخطوط

✓ ضع تخميناً حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$

✓ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

✓ إذا كانت (u_n) متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $V_n = \ln(1 - u_n)$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) اكتب بدلالة n .

ج) إستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

د) احسب المجموع $S_n = (1 - u_0)(1 - u_1).....(1 - u_n)$

$S'_n = \ln v_0 + \ln v_1 + + \ln v_n$

التمرين: ب-

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :
 $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1- عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2- نضع $\alpha = 1$ الشكل الموالي يمثل المنحني (C) للدالة f على المجال $[0; +\infty[$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم.

✓ ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

(1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$

✓ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{2 - u_n}{u_n + 2}$

أ) احسب $2 - u_{n+1}$ و $u_{n+1} + 2$ ، ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ ،

ب) اكتب بدلالة n .

ب) عبر عن u_n بدلالة v_n ثم اكتب u_n بدلالة n . استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

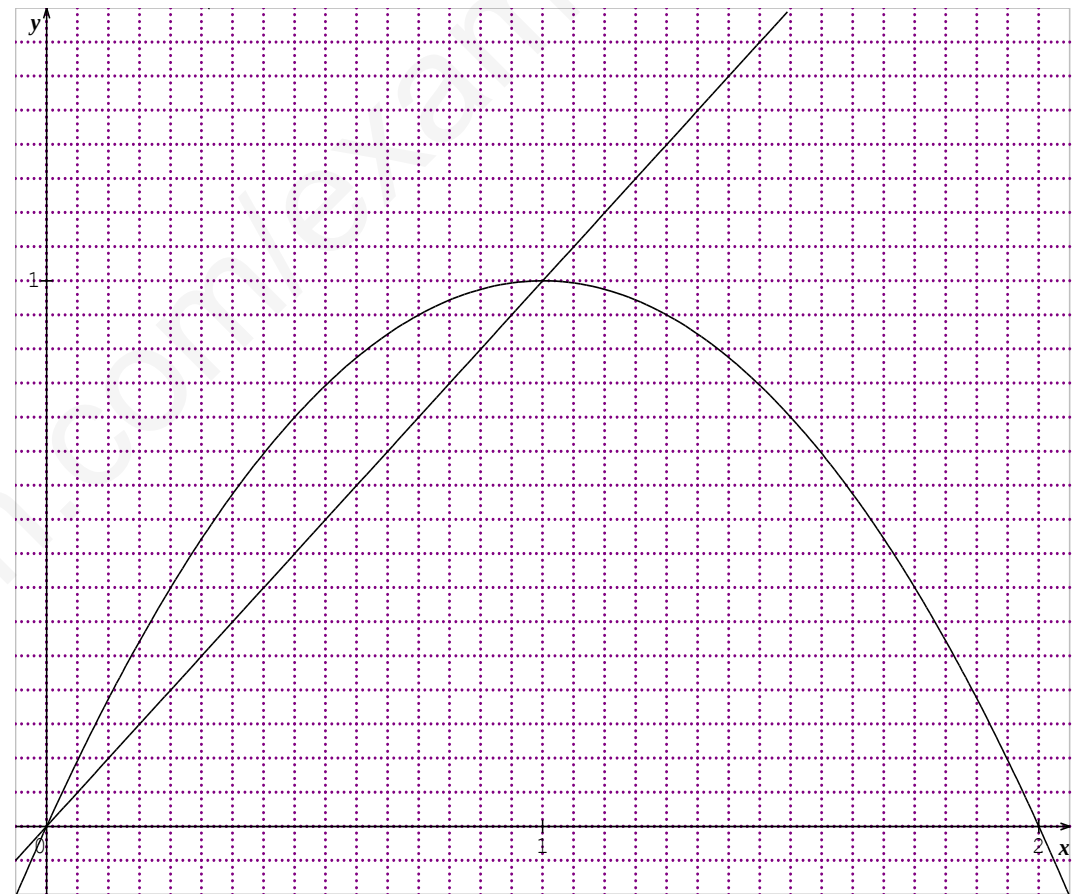
احسب $S_n = \frac{4}{u_0 + 2} + \frac{4}{u_1 + 2} + + \frac{4}{u_n + 2}$

قف عند ناصية الحلم وقا تل

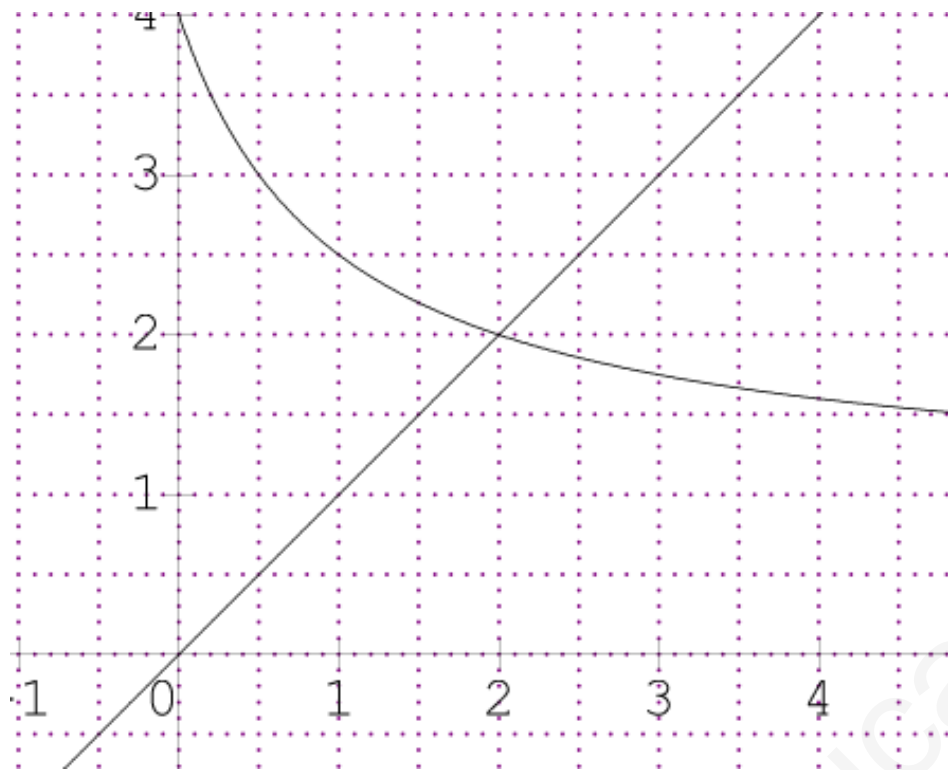
بالتوفيق والنجاح للجميع

الأستاذ قشار صلح

التمرين: أ-



التمرين: ب-



U_n	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$U_{n+1}-U_n$	$-$	0	$+$	0	$-$

بما أن $0 < u_n < 1$ فإن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

بما أن متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة.

(1) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $V_n = \ln(1-u_n)$ ،

(أ) بيان أن المتتالية (v_n) هندسية

$$V_{n+1} = \ln(1-u_{n+1}) = \ln(1-u_n(2-u_n))$$

$$= \ln(1-2u_n+u_n^2) = \ln(1-u_n)^2 = 2V_n$$

$$V_0 = \ln(1-u_0) = \ln\left(\frac{7}{8}\right) \text{ و } q=2 \text{ م أساسها } (v_n) \text{ ومنه } v_n = \ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^n$$

$$(ب) \text{ كتابة } v_n \text{ بدلالة } n : v_n = \ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^n$$

(ج) إستنتج عبارة u_n بدلالة n

$$\text{لدينا } V_n = \ln(1-u_n) \text{ ومنه } e^{V_n} = 1-u_n \text{ ومنه } u_n = 1-e^{V_n}$$

$$\text{ومنه } u_n = 1-e^{\ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^n} \text{ ومنه } u_n = 1-e^{2^n \ln\left(\frac{7}{8}\right)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = -\infty \text{ لأن } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1-e^{\ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^n} = 1$$

(د) احسب المجموع $S_n = (1-u_0)(1-u_1).....(1-u_n)$

$$\text{لدينا } e^{V_n} = (1-u_n) \text{ ومنه}$$

$$S_n = e^{V_0} e^{V_1} e^{V_n} = e^{V_0+V_1+...+V_n} = e^{\ln\left(\frac{7}{8}\right) (2^{n+1}-1)}$$

$$S'_n = \ln v_0 + \ln v_1 + + \ln v_n$$

$$= \ln[v_0 \times v_1 \times \times v_n]$$

$$\text{لدينا } v_n = \ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^n \text{ ومنه}$$

$$S'_n = \ln \left[\ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^0 \times \ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^1 \times ... \times \ln\left(\frac{7}{8}\right) 2^n \right]$$

$$= \ln \left[\ln\left(\frac{7}{8}\right) \times \ln\left(\frac{7}{8}\right) ... \times \ln\left(\frac{7}{8}\right) \times 2^0 \times 2^1 \times ... \times 2^n \right]$$

$$= \ln \left[\left(\ln\left(\frac{7}{8}\right) \right)^{n+1} \times 2^{0+1+2+...+n} \right]$$

$$= \ln \left[\left(\ln\left(\frac{7}{8}\right) \right)^{n+1} \times 2^{\frac{n+1}{2}n} \right]$$

انتهى بالتوفيق للجميع

الحل النموذجي للفرض المحروس الأول للفصل الثاني

الأستاذ قشار صلي

ثانوية سيدي أعباز

التمرين أ

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي

$$u_{n+1} = u_n(2-u_n) , n$$

وليكن (C) المنحني الممثل للدالة f المعرفة على $[0; 2]$ بـ :

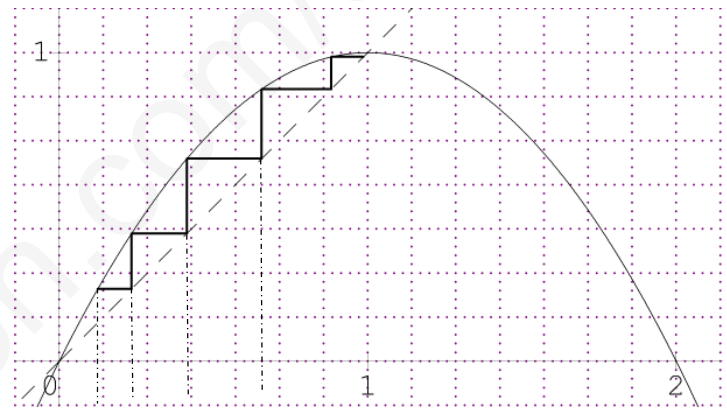
$$f(x) = x(2-x) \text{ و } (\Delta) \text{ هو المستقيم الذي معادلته } y=x$$

1- تعيين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

$$\text{المتتالية } (u_n) \text{ ثابتة يكافئ } u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha$$

$$\alpha = \alpha(2-\alpha) \text{ ومنه } \alpha^2 - \alpha = 0 \text{ أو } \alpha = 0 \text{ أو } \alpha = 1$$

2- نضع $\alpha = \frac{1}{8}$ تمثيل على حامل محور الفواصل الحدود



$$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3$$

تخمينا حول إتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها

بما أن $u_0 < u_1 < u_2 < u_3$ فإنها متزايدة ومتقاربة نحو العدد 2.

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$

لدينا $f'(x) = -2x+2$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[0;1]$

التحقق من أجل $n=0$ $u_0 = \frac{1}{8}$ ومنه $0 < u_0 < 1$

ومنه الخاصية محققة

فرض صحة الخاصية من أجل $n \in \mathbb{N}$ $0 < u_n < 1$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $n+1$ أي $0 < u_{n+1} < 1$

لدينا $0 < u_n < 1$ ومنه $f(0) < f(u_n) < f(1)$

ومنه $0 < u_{n+1} < 1$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه $0 < u_n < 1$ $n \in \mathbb{N}$

- دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

$$u_{n+1} - u_n = u_n(2-u_n) - u_n = -u_n^2 + u_n = u_n(-u_n + 1)$$

بما أن $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة على المجال $[0; 2]$

ومتناقصة على $\left[2; \frac{5}{2}\right]$

استنتج أنها متقاربة المتتالية (u_n) متزايدة على المجال $[0; 2]$ ومحدودة من الأعلى ومتناقصة على $\left[2; \frac{5}{2}\right]$ ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{2-u_n}{u_n+2}$

(أ) حساب $2-u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ،

$$v_{n+1} = \frac{2-u_{n+1}}{u_{n+1}+2} = \frac{2-\frac{u_n+4}{u_n+1}}{\frac{u_n+4}{u_n+1}+2} = \frac{u_n-2}{3u_n+6} = \frac{-1}{3} \times \frac{2-u_n}{u_n+2} = \frac{-1}{3} v_n$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = -\frac{1}{3}$ وحدها الأول $v_0 = \frac{1}{3}$

(ب) كتاب v_n بدلالة n $v_n = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^n$

(ب) عبر عن u_n بدلالة v_n

$$v_n u_n + u_n = 2 - 2v_n \quad v_n(u_n + 2) = 2 - u_n$$

$$u_n(v_n + 1) = 2 - 2v_n \quad v_n u_n + 2v_n + u_n = 2$$

$$u_n = \frac{2-2v_n}{v_n+1} \quad \text{ومنه}$$

$$u_n = \left[2 - 2 \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right] / \left[\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^n + 1 \right] \quad \text{كتابة } u_n \text{ بدلالة } n.$$

استنتج نهاية المتتالية (u_n)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 0 \quad \text{ومنه} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2.$$

$$S_n = \frac{4}{u_0+2} + \frac{4}{u_1+2} + \dots + \frac{4}{u_n+2} \quad \text{حساب}$$

$$v_n = \frac{2-u_n}{u_n+2} = -\frac{u_n-2}{u_n+2} = -\frac{u_n+2-4}{u_n+2} = -1 + \frac{4}{u_n+2} \quad \text{لدينا}$$

$$v_n + 1 = \frac{4}{u_n+2} \quad \text{ومنه} \quad v_n = -1 + \frac{4}{u_n+2} \quad \text{ومنه}$$

$$S_n = v_0 + 1 + v_1 + 1 + \dots + v_n + 1$$

$$= 1 + 1 + \dots + 1 + v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

$$= (n+1) + \left[v_0 \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 + \frac{1}{3}} \right] = (n+1) + \left[- \right]$$

مع ثيمات

انتهى بالتوفيق والتميز للجمع

الإستاذ قشار صلي

لتكن $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$ الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ:

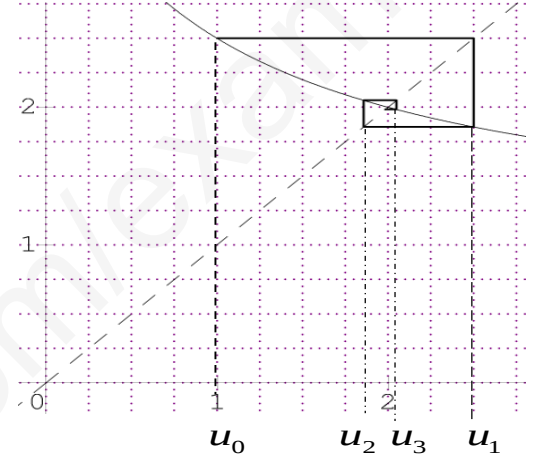
$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

1- تعيين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

المتتالية (u_n) ثابتة يكافئ $u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha$ ومنه

$$\alpha = \frac{\alpha+4}{\alpha+1} \quad \text{ومنه} \quad \alpha^2 - 4 = 0 \quad \text{ومنه} \quad \alpha = 2 \text{ أو } \alpha = -2$$

تمثيل على محور الفواصل الحدود



تخمن اتجاه تغير: المتتالية (u_n) غير رتيبة و تقاربة نحو 2

(1) البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$

$$u_{n+1} = \frac{u_n+4}{u_n+1} = \frac{u_n+1+3}{u_n+1} = 1 + \frac{3}{u_n+1}$$

التحقق من أجل $n=0$ $u_0=1$ ومنه $1 \leq u_0 \leq \frac{5}{2}$

ومنه الخاصية محققة

فرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل $n \in \mathbb{N}$ أي $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $n+1$ أي $1 \leq u_{n+1} \leq \frac{5}{2}$

$$\frac{6}{7} \leq \frac{3}{u_n+1} \leq \frac{3}{2} \quad \text{ومنه} \quad \frac{2}{7} \leq \frac{1}{u_n+1} \leq \frac{1}{2} \quad \text{ومنه} \quad 2 \leq u_n+1 \leq \frac{7}{2}$$

$$\frac{13}{7} \leq u_{n+1} \leq \frac{5}{2} \quad \text{ومنه} \quad \frac{6}{7} + 1 \leq 1 + \frac{3}{u_n+1} \leq 1 + \frac{3}{2}$$

$$1 \leq \frac{13}{7} \leq u_{n+1} \leq \frac{5}{2} \quad \text{ومنه}$$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه $n \in \mathbb{N}$ $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$

- دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n+4}{u_n+1} - u_n = \frac{-u_n^2+4}{u_n+1}$

U_n	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$U_{n+1}-U_n$	$-$	0	$+$	0

فرض محروس ثان للفصل الثاني في الرياضيات

الجزء الأول:

بعين بسام توجد أربع ثانويات: ثانوية طالب ساعد، ثانوية محمد المقراني، ثانوية عماري احمد وثانوية بربار عبد الله.

1. بكم طريقة يمكن تنظيم الدور الأول لمنافسة ما بين الثانويات -كل لقاء يجمع ثانويتين-؟
2. إذا علمت أن القرعة تتم عشوائيا لاختيار المتنافسين في الدور الأول، ما احتمال أن يتنافس تلاميذ طالب ساعد مع تلاميذ المقراني في الدور الأول؟

الجزء الثاني:

- صندوق U_1 به عشر كرات، منها خمس كرات بيضاء والباقي سوداء، و صندوق U_2 به عشر كرات، منها سبع كرات بيضاء والباقي سوداء. جميع الكرات لانفرق بينها عند اللمس.
- نسحب عشوائيا كرتين دفعة واحدة من U_1 و كرتين دفعة واحدة من U_2 .
1. ما احتمال الحصول على أربع كرات سوداء؟
 2. ما احتمال الحصول على كرة واحدة على الأقل سوداء من بين الكرات الأربع المسحوبة؟

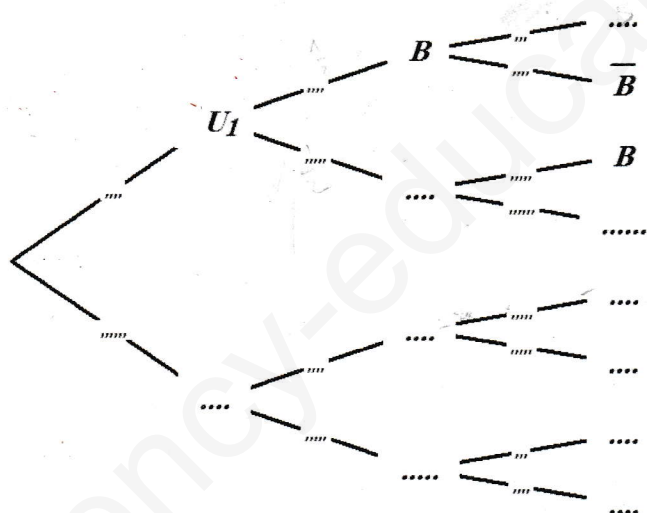
الجزء الثالث:

نختار عشوائيا صندوقا واحدا، ونسحب كرة واحدة منه عشوائيا، نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق الثاني، ونسحب بعدها كرة واحدة عشوائيا منه ونسجل لونها.

نسمي الحوادث:

U_i : السحب من الصندوق U_i . حيث $i \in \{1,2\}$

B : "الكرة المسحوبة بيضاء"



1. احسب عدد المخارج الممكنة.
 2. ما احتمال سحب نفس الكرة مرتين متتاليتين؟
 3. أكمل شجرة الوضعية التالية:
 4. احسب احتمال الحصول على كرتين بيضاوين.
 5. احسب احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين.
- X : المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة ممكنة عدد الكرات البيضاء المسحوبة
6. عين قانون احتمال المتغير العشوائي X
 7. احسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

بالتوفيق

السنة الدراسية : 2019-2020	مديرية التربية لولاية الأغواط
المستوى : الثالثة علوم تجريبية	ثانوية غزاوي بلقاسم بآفلو
التاريخ : 19 فيفري 2020	إمتحان الثلاثي الثاني
المدة : ساعة واحدة	الفرض الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 05 نقاط

يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها و تحمل كل واحدة منها رقما من الأرقام التالية :

0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 و 4 . نسحب عشوائيا كرتان في آن واحد و نعتبر الحادثة A جداء رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 4 . والحادثة B : مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 4 .

أ- بين أن : $P(A) = \frac{5}{28}$.

ب- أحسب كلا من $P(A \cap B)$ و $P_B(A)$. هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل ذلك .
 1) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة جداء الرقمين للكرتين المسحوبتين .
 أ- عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X .

ب- بين أن : $P(X = 0) = \frac{13}{28}$ ثم أتمتع تعريف قانون الإحتمال للمتغير X .

ت- بين أن : $P[\ln(2X - 4) \leq \ln(X + 4)] = \frac{2}{7}$.

التمرين الثاني : 05 نقاط

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z حيث $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

2) نعتبر في المستوي المركب $(O; \vec{U}; \vec{V})$ النقط A , B و C ذات اللواحق على الترتيب :

$$Z_C = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \text{ و } Z_B = \overline{Z_A}, Z_A = \sqrt{3} + i$$

أ- أكتب كل من الأعداد المركبة Z_A , Z_B و Z_C على الشكل الأسّي .

ب- إستنتج أن النقط A , B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ت- أكتب $\frac{Z_C}{Z_B}$ على الشكل الأسّي ثم على الشكل الجبري .

ث- إستنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$.

3) عين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z - z_A| = |\overline{z} - z_A|$.



الفرض المحروس الأول للثلاثي الثاني
في مادة الرياضيات.

التمرين الأول : (10 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 2 ، 1 ، 0 وكرتين بيضاوين تحملان الرقمين 0 ، 1 . (كل الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

(1) نعتبر الحادثتين التاليتين A : " سحب كرة من كل لون " و B : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم "

أ- أحسب احتمال كل من الحادثتين A و B ثم بين أن احتمال الحادثة $A \cap B$ هو $\frac{3}{56}$.

ب- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ- حدد قانون احتمال X .

ب- أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني : (10 نقاط)

f الدالة العددية المتزايدة تماما والمعرفة على المجال $] -1, +\infty[$: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$.

و (U_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.

ب) بين أن (U_n) متتالية متزايدة تماما على IN واستنتج أنها متقاربة .

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n}$.

- أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

(3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_n = \frac{2}{1 - V_n}$.

ب- عبر بدلالة n عن U_n و V_n ، وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

(4) أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$.

بالتوفيق .