التمرين 1: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة ، في كل حالة من الحالات الأربعة التالية مع التعليل :

1. (U_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ وحدّها $U_2 = 1$. الحد العام للمتتالية (U_n) هو :

أ) $U_n = 1 + 3n$ ب) $U_n = 7 + 3n$ ج) $U_n = -5 + 3n$

2. n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 1 . المجموع $1 + 2 + 3 + \cdots + n$ يساوي :

أ) $\dfrac{n^2 + n}{2}$ ب) $\dfrac{n(n-1)}{2}$ ج) $\dfrac{n^2 + 1}{2}$

3. (V_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = 2 \times 3^n$. أساس المتتالية (V_n) هو :

أ) 2 ب) 3 ج) 6

4. (W_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $W_n = (-2)^n$. اتجاه تغير المتتالية (W_n) :

أ) متناقصة تماما ب) غير رتيبة ج) متزايدة تماما

التمرين 2: (07 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $U_n = 3n - 2$.

1. أحسب الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 .
2. بيّن أن المتتالية (U_n) حسابية ثم عيّن أساسها .
3. استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (U_n) .
4. بيّن أن العدد 1954 حد من حدود المتتالية (U_n) ثم عيّن رتبته .
5. أ) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.
   ب) عيّن العدد n بحيث يكون : $S_n = 328$

التمرين 3: (07 نقاط)

لتكن (V_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ وأساسها q موجب تماما بحيث : $V_3 = 144$ و $V_5 = 576$.

1. عيّن أساس هذه المتتالية وحدها الأول V_0 .
2. تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 18 \times 2^n$
3. أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (V_n) .
4. إذا علمت أن ($2^7 = 128$) بيّن أن العدد 2304 حد من حدود المتتالية (V_n) ثم عيّن رتبته .
5. أ) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.
   ب) إذا علمت أن ($2^6 = 64$) عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 1134$

✪✪ بالتوفيق ✪✪

ency-education.com/exams

تصحيح اختبار الفصل الثالث

التمرين 1 ن: (06 نقاط)

1. الحد العام للمتتالية (U_n) هو:

ج) $U_n = -5 + 3n$ لأن:

$U_n = U_2 + (n-2)3 = 1 + 3n - 6$

ومنه: $U_n = -5 + 3n$ (1)

2. المجموع: $1 + 2 + \dots + n$

يساوي: أ) $\frac{n^2+n}{2}$ لأن:

$1+2+\dots+n = \frac{n-1+1}{2}(n+1)$ (1)

$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$

3. أساس المتتالية (V_n) هو:

ب) 3 لأن: (1)

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2\times 3^{n+1}}{2\times 3^n} = \frac{2\times 3^n \times 3}{2\times 3^n} = 3 = q$

4. اتجاه تغير المتتالية (W_n):

ب) غير رتيبة لأن:

$W_{n+1} - W_n = (-2)^{n+1} - (-2)^n$ (1)

$W_{n+1} - W_n = (-2)^n(-2) - (-2)^n$

$W_{n+1} - W_n = (-2)^n(-2-1)$

$W_{n+1} - W_n = -3(-2)^n$

من أجل n عدد زوجي أي $n = 2K$

نجد أن: $W_{n+1} - W_n < 0$

ومن أجل n عدد فردي أي $n = 2K+1$

نجد أن: $W_{n+1} - W_n > 0$

التمرين 2:

(U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = 3n - 2$

1. حساب الحدود الأولى:

$U_0 = 3(0) - 2 = -2$ (0,25)

$U_1 = 3(1) - 2 = 1$ (0,25)

$U_2 = 3(2) - 2 = 4$ (0,25)

$U_3 = 3(3) - 2 = 7$ (0,25)

2. تبيان أن (U_n) حسابية وتعيين أساسها:

$U_{n+1} - U_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2$ نجد:

$U_{n+1} - U_n = 3n + 3 - 2 - 3n + 2$ (1)

ومنه: $U_{n+1} - U_n = 3$ (عدد ثابت)

إذن (U_n) حسابية أساسها $r = 3$

3. استنتاج اتجاه تغير المتتالية (U_n):

بما أن $U_{n+1} - U_n = 3 > 0$ إذن (U_n) متزايدة تماما (1)

4. تبيان أن العدد 1954 حد من حدود (U_n) وتعيين رتبته:

1954 حد من حدود (U_n) معناه: $U_n = 1954$ (1)

أي: $3n - 2 = 1954$

ومنه: $3n = 1956$ وعليه $n = \frac{1956}{3} = 652$

أي 1954 حد من حدود (U_n) إذن $n = 652$

ورتبته في (U_n) هي: $652 - 0 + 1 = 653$

5. أ) حساب المجموع S_n:

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

بما أن (U_n) حسابية فإن عبارة المجموع هي:

$S_n = \frac{n+1}{2}(U_0 + U_n)$ (1)

$S_n = \frac{n+1}{2}(-2 + 3n - 2) = \frac{n+1}{2}(3n-4)$

ب) تعيين n بحيث: $S_n = 328$

$S_n = 328$ لدينا: $\frac{(n+1)(3n-4)}{2} = 328$ (1)

أي: $(n+1)(3n-4) = 656$ وعليه:

$3n^2 - n - 660 = 0$ أي: $3n^2 - 4n + 3n - 4 = 656$

$\Delta = (-1)^2 - 4(3)(-660) = 7921$

بما أن $\Delta = 7921 > 0$ فالمعادلة حلين هما:

$n_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-\sqrt{7921}}{6} = \frac{1-89}{6} = \frac{-88}{6}$

$n_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+\sqrt{7921}}{6} = \frac{1+89}{6} = \frac{90}{6}$

$\begin{cases} n_1 = \frac{-88}{6} \text{ (مرفوض لأنه ليس طبيعي)} \\ n_2 = \frac{90}{6} = 15 \end{cases}$ ومنه:

إذن: $n = 15$

www.ency-education.com

التمرين 03:

(V_n) متتالية هندسية بحيث: $V_3 = 144$ و $V_5 = 576$

1. تعيين أساس المتتالية و حدها الأول V_0:

لدينا (V_n) متتالية هندسية و منه عبارة الحد العام تكتب بـ: $V_n = V_p \times q^{n-p}$ (1)

منه: $q^{n-p} = \frac{V_n}{V_p}$ من أجل $n = 5$ و $p = 3$

نجد: $q^2 = \frac{V_5}{V_3} = \frac{576}{144} = 4$

عليه: $q^2 = 4$ أي $q = -2$ أو $q = 2$

و بما أن أساسها موجب تماما فإن $q = 2$

لدينا من أجل $n = 3$ و $p = 0$:

أي $V_3 = V_0 \cdot q^3$ أي: $V_0 = \frac{V_3}{q^3} = \frac{144}{8}$

و منه $V_0 = 18$

2. التحقق أن: $V_n = 18 \times 2^n$

$V_n = V_0 \times q^n = 18 \times 2^n$ (1)

3. دراسة اتجاه تغير (V_n): بدون استعمال الفرق

$V_{n+1} = V_n$:

$V_{n+1} - V_n = 18 \times 2^{n+1} - 18 \times 2^n = 18 \times 2^n (2-1)$

$V_{n+1} - V_n = 18 \times 2^n$ (1)

بما أن $q = 2 > 1$ و $V_0 = 18 > 0$ فإن المتتالية (V_n) متزايدة تماما.

4. تبيان أن 2304 حد من حدود (V_n) و تعيين رتبته:

(1)

معناه (V_n) و 2304 حد من حدودها.

أي $V_n = 2304$ منه $18 \times 2^n = 2304$

أي $2^n = \frac{2304}{18} = 128$

$2^n = 2^7$

إذن: $n = 7$ و منه: $7 = 6 + 1 = 8$: رتبته

5. حساب المجموع S_n:

$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ (1)

$S_n = V_0 \left(\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right) = 18 \left(\frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} \right)$

$S_n = 18 (2^{n+1} - 1)$

تعيين قيمة n بحيث: $S_n = 1134$

$18 (2^{n+1} - 1) = 1134$ أي $S_n = 1134$

www.ency-education.com