## ❋ بكالوريا 2008 – الموضوع الثاني ❋

I- $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أدرس تغيرات الدالة $f$.

②

◆ بين أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$، واكتب معادلة لمماس $(C_f)$ عند النقطة $\omega$.

◆ أثبت أن $\omega$ مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$.

③

◆ أحسب:

$$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x + 3)] \quad \text{و} \quad \lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)]$$

◆ استنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

④

◆ بين أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0$ من المجال $]-2,77 ; -2,76[$.

◆ أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى $10^{-2}$)، ثم ارسم $(C_f)$ ومستقيميه المقاربين.

II- $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

$(C_g)$ منحنى الدالة $g$.

①

◆ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن: $g(x) = f(-x)$.

◆ استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول $(C_f)$ إلى $(C_g)$.

② أنشئ $(C_g)$ في نفس المعلم السابق. (دون دراسة الدالة $g$)

## ❋ بكالوريا 2009 – الموضوع الثاني ❋

$f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1 ; +\infty[$ كما يأتي:

$$f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x + 1}}$$

$(C_f)$ منحنى الدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أدرس تغيرات الدالة $f$.

②

◆ بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما $(D)$ معادلته:

$$y = x$$

◆ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ و $(D)$.

③

◆ بين أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة $x_0$ حيث:

$$1,3 < x_0 < 1,4$$

◆ عين معادلة $(\Delta)$ مماسا للمنحنى $(C_f)$ في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

◆ أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ في نفس المعلم.

④ أوجد الدالة الأصلية للدالة $f$ والتي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير $x$.

⑤ $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1 ; +\infty[$ بالعبارة:

$$g(x) = |f(x)|$$

$(C_g)$ منحنى الدالة $g$ في نفس المعلم السابق.

- بين كيف يمكن إنشاء $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

⑥ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول $x$:

$$g(x) = m^2$$

## ❋ بكالوريا 2010 – الموضوع الأول ❋

I- $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = (3 - x)e^x - 3$$

① أدرس تغيرات الدالة $g$.

② بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر $\alpha$ حيث:

$$2,82 < \alpha < 2,83$$

③ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.

II- $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^3}{e^x - 1} \; ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① بين أن الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$، واكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ عند المبدأ $O$.

②

◆ بين أن: $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ .

ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ .

◆ بين أنه من أجل $x \neq 0$ فإن:

$$f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} g(x)$$

◆ تحقق أن: $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$، ثم عين حصرا له.

◆ أنشئ جدول تغيرات الدالة $f$.

③

◆ أحسب $f(x) + x^3$، واستنتج الوضعية النسبية لـ $(C_f)$ و $(C)$ منحنى الدالة: $x \mapsto -x^3$.

◆ بين أن: $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ ، وفسر النتيجة هندسيا.

④ أنشئ في نفس المعلم، المماس $(T)$ والمنحنيين $(C)$ و $(C_f)$.

## ❋ بكالوريا 2010 – الموضوع الثاني ❋

$g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x - 1 - 2\, ln x$$

و $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

②
• بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.
• أدرس تغيرات الدالة g.
• أحسب $g(1)$.
• برهن أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما $\alpha$ حيث:
$$3,5<\alpha<3,6$$
• استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

③ $f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:
$$\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x\ ;\ x>0 \\ f(0)=0\end{cases}$$
• أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}}\frac{f(x)}{x}$، وفسر النتيجة هندسيا.
• أحسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$.
• بين أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ فإن:
$$f'(x)=xg\left(\frac{1}{x}\right)$$
واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$.
• شكل جدول تغيرات الدالة $f$.
• بين أن:
$$f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$$
واستنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

④ أرسم المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ على المجال $[0;3]$.

## ❋ بكالوريا 2011 – الموضوع الأول ❋

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$f(x)=(3x+4)e^x$$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

①
• أحسب $f'$ و $f''$، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن:
$$f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^x$$
حيث: $f'$، $f''$، ... $f^{(n)}$، المشتقات المتتابعة للدالة $f$.
• استنتج حل المعادلة التفاضلية:
$$y''=(3x+16)e^x$$

②
• بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، وفسر النتيجة هندسيا.
• أدرس اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.

③
• أكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $\omega$ التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$.
• بين أن $\omega$ هي نقطة انعطاف المنحنى $(C_f)$.
• أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0]$.

④
• $x$ عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t dt$، ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]-\infty;0]$.
• $\lambda$ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$.
أحسب بدلالة $\lambda$ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$، ثم جد: $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

## ❋ بكالوريا 2011 – الموضوع الثاني ❋

① g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$$g(x)=x^2+\ln x^2-1$$
• أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.
• أحسب $g(1)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$.

② $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$$f(x)=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\ln x$$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
• بين أن $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$، وأن:
$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$$
• استنتج اتجاه تغيرات الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.
• $(\delta)$ المنحنى الممثل للدالة: $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.
- أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\delta)$، ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^2}\ln x\right)$.
ماذا تستنتج؟
- أرسم $(\delta)$ و $(C_f)$.

③
• $x$ عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_1^x \frac{1}{t^2}\ln t\, dt$.
- تحقق أن: $x\mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة: $x\mapsto \ln x$ على المجال $]1;+\infty[$.
- استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$.
• $\alpha$ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.
- أحسب بدلالة $\alpha$ المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\delta)$ والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$، ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\alpha)$.

## ❋ بكالوريا 2012 – الموضوع الأول ❋

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$g(x)=2-xe^x$$
① أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.
② بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathbb{R}$.
ثم تحقق أن:
$$0,8<\alpha<0,9$$
③ عين، حسب قيم $x$، إشارة $g(x)$.

II- $f$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$f(x)=\frac{2x+2}{e^x+2}$$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2\ cm$)

① بين أن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

②

◆ أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

◆ بين أن المستقيم $(\Delta')$ ذا المعادلة: $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$.

③ أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى كل من $(\Delta')$ و $(\Delta)$، حيث $(\Delta)$ هو المستقيم ذو المعادلة: $y=x$.

④

◆ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$، فإن:

$$f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$.

◆ بين أن: $f(\alpha)=\alpha$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

⑤ أرسم $(\Delta)$، $(\Delta')$ و $(C_f)$.

⑥ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$، عدد حلول المعادلة:

$$f(x)=f(m)$$

III- $(U_n)$ هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $U_{n+1}=f(U_n)$.

① برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0\le U_n<\alpha$.

② باستعمال $(\Delta)$ و $(C_f)$ مثل على محور الفواصل الحدود: $U_0$، $U_1$ و $U_2$، ثم خمن اتجاه تغير $(U_n)$.

③ برهن أن المتتالية $(U_n)$ متقاربة، ثم احسب نهايتها.

### ۞ بكالوريا 2012 – الموضوع الثاني ۞

I- g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي:

$$g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$$

① أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

② بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر يحقق: $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$.

③ عين، حسب قيم $x$، إشارة $g(x)$.

④ $h$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ:

$$h(x)=[g(x)]^2$$

◆ أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

◆ عين إشارة $h'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $h$.

II- هي الدالة المعرفة على المجال كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)}\ ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① بين أن الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

②

◆ بين أنه من أجل كل $x$ من $]-1;0[\cup]0;3]$:

$$f'(x)=\frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$.

◆ بين أن:

$$f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$$

ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

◆ أحسب $f(3)$ و $\lim_{\substack{>\\x\to-1}} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

③

◆ بين أنه من أجل كل $x$ من المجال $]-1;3]$ فإن:

$$x-\ln(x+1)\ge 0$$

◆ أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المماس $(T)$.

④ عين معادلة للمستقيم $(T')$ الموازي للمماس $(T)$ والذي يتقاطع مع $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 3.

⑤ أرسم $(T)$، $(T')$ و $(C_f)$.

⑥ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$، عدد حلول المعادلة:

$$f(x)=x+m$$

### ۞ بكالوريا 2013 – الموضوع الأول ۞

I-

① الدالة $u$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$u(x)=e^x-3x+4-e$$

◆ أدرس اتجاه تغير الدالة $u$.

◆ بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$:

$$e^x-e>3x-4$$

② الدالة $v$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$$

◆ بين أن: $v'(1)=0$.

(يرمز $v'$ للدالة المشتقة للدالة $v$)

◆ أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$:

$$v(x)\le 0$$

◆ استنتج أنه، من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$:

$$\frac{-1+\ln x}{x^2}\le 3x-4$$

③ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$:

$$e^x-e+\frac{1-\ln x}{x^2}>0$$

II- الدالة $f$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=e^x-ex+\frac{\ln x}{x}$$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① أحسب $\lim_{\substack{>\\x\to0}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ .

② بين أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

③ أحسب $f(1)$، ثم مثل المنحنى $(C_f)$ على المجال $]0;\frac{5}{2}]$.

(نأخذ: $f(2)\approx 2{,}3$، $f(1{,}64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5{,}75$)

④ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلاتهما: $x=\frac{1}{2}$ و $x=2$.

## ◈ بكالوريا 2013 – الموضوع الثاني ◈

I- الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$$

①

◆ أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

◆ أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

(نأخذ: $g(1-\sqrt{2}) \simeq -0{,}25$ و $g(1+\sqrt{2}) \simeq 1{,}43$)

②

◆ بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر $\alpha$ حيث: $-0{,}8 < \alpha < -0{,}7$.

◆ استنتج إشارة $g(x)$، حسب قيم العدد الحقيقي $x$.

II- الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$$

$(C_f)$ منحنى الدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (وحدة الطول $2\ cm$)

①

◆ أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

◆ بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة: $y = x$، مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$.

◆ أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

②

◆ بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي $x$:

$$f'(x) = g(x)$$

(يرمز $f'$ إلى الدالة المشتقة للدالة $f$)

◆ شكل جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}$.

(نأخذ: $f(\alpha) \approx -0{,}9$)

③

◆ بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

◆ مثل $(\Delta)$ والمماسين والمنحنى $(C_f)$.

◆ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$، عدد حلول المعادلة ذات المجهول $x$:

$$(x+1)^2 + me^x = 0$$

④ الدالة $H$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$H(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$$

◆ بين أن $H$ دالة أصلية للدالة: $x \mapsto (x+1)^2 e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

◆ أحسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

$$x = -1 \quad \text{و} \quad x = 0$$

III- المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$:

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

(نذكر أن العدد $\alpha$ يحقق: $g(\alpha) = 0$)

① برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي $n$:

$$-1 \le u_n \le \alpha$$

② بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة.

③ استنتج أن $(u_n)$ متقاربة، ثم احسب نهايتها.

## ◈ بكالوريا 2014 – الموضوع الأول ◈

I- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = (2-x)e^x - 1$$

① أدرس تغيرات الدالة g.

② بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ في حلان $\alpha$ و $\beta$ حيث:

$$-1{,}2 < \alpha < -1{,}1 \quad \text{و} \quad 1{,}8 < \beta < 1{,}9$$

③ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

① أحسب نهاية الدالة عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

② بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$$

واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

③ بين أن:

$$f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$$

واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

④ أحسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى $(C_f)$.

⑤ $\lambda$ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1.

◆ أحسب بدلالة العدد $\lambda$ العدد $a(\lambda)$ حيث:

$$a(\lambda) = \int_1^{\lambda} [f(x) - 1]dx$$

◆ أحسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول $\lambda$ إلى $+\infty$.

## ◈ بكالوريا 2014 – الموضوع الثاني ◈

I- $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = (1 + 2\,lnx)(-1 + lnx)$$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

① أدرس تغيرات الدالة $f$.

② أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $e$ (حيث $e$ أساس اللوغاريتم النيبري)

③ عين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل ثم ارسم $(C_f)$ على المجال $]0\,;e^2]$.

II- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = 1 - lnx$$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

① أدرس تغيرات الدالة g.

② عين الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ ثم ارسم على المجال $]0\,;e^2]$.

III- نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$h(x)=x(lnx)^2-2xlnx+2x$$

① أحسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة: $x\mapsto(lnx)^2$ على $]0;+\infty[$.

② أحسب العدد:

$$\int_{\frac{1}{e}}^{e}[f(x)-g(x)]dx$$

## ✵ بكالوريا 2015 – الموضوع الأول ✵

$f$ الدالة المعرفة بـ: $f(0)=1$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$:

$$f(x)=1-x^2\,lnx$$

$(\mathcal{C}_f)$ منحنى الدالة $f$ الممثل في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①

- أدرس استمرارية الدالة $f$ عند $0$ من اليمين.
- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\frac{f(x)-1}{x}$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

②

- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.

③

- بين أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $[0;+\infty[$.
- تحقق أن: $1{,}531<\alpha<1{,}532$.

④ نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=f(|x|)$$

$(\mathcal{C}_g)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ في نفس المعلم $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

- أدرس شفعية الدالة $g$.
- أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ على المجال $[-2;2]$.

⑤ باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين الدالة الأصلية للدالة: $x\mapsto x^2\,lnx$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$، والتي تنعدم من أجل القيمة $1$.

⑥ $t$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$. نضع:

$$F(t)=\int_t^{\alpha}f(x)dx$$

- أكتب العبارة $F(t)$ بدلالة $t$ و $\alpha$.
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $t$ من المجال $]0;\alpha]$:

$$F(t)=\frac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$$

- أحسب $\lim\limits_{\substack{t\to0\\>}}F(t)$.

⑦ $m$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$.

$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ $O$ ونصف القطر $m$.

نفرض أن مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_g)$، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب: $x=-\alpha$ و $x=\alpha$، هي $\mathcal{A}$ حيث:

$$\mathcal{A}=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)\,ua$$

($ua$ وحدة المساحات)

- عين القيمة المضبوطة للعدد $m$ حتى يكون: $\delta(m)=2\mathcal{A}$.
- علما أن: $3{,}140<\pi<3{,}142$. أعط حصرا للعدد $m$.

## ✵ بكالوريا 2015 – الموضوع الثاني ✵

$f$ الدالة المعرفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0[$:

$$f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

① أدرس استمرارية الدالة $f$ عند $0$ من اليسار.

② أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}\frac{f(x)}{x}$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

③

- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.

④

- بين أن:

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$$

- استنتج أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ بجوار $-\infty$، يطلب تعيين معادلة له.

⑤ $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ:

$$g(x)=\frac{f(x)}{x}$$

- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

⑥

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0[$:

$$f(x)>x$$

- استنتج وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.
- أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

⑦ $(u_n)$ المتتالية المعرفة بـ: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$:

$$u_{n+1}=f(u_n)$$

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$:

$$u_n<0$$

- حدد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.
- بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

⑧ $m$ عدد حقيقي. $h_m$ الدالة ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ:

$$h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$$

- أحسب $h'_m(x)$ حيث $h'_m$ هي الدالة المشتقة للدالة $h_m$.
- باستعمال المنحنى $(\mathcal{C}_f)$، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$، عدد حلول المعادلة:

$$h'_m(x)=0$$

﴿ بكالوريا 2016 – الموضوع الأول ﴾

I- $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:
$$g(x)=1+x^2+2\,lnx$$
① أدرس اتجاه تغير الدالة $g$.
② بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0{,}52\,;0{,}53[$ حلا وحيدا $\alpha$.
③ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0\,;+\infty[$.
II- $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:
$$f(x)=-x+\frac{3+2\,lnx}{x}$$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
②
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0\,;+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$$
- شكل جدول تغيرات الدالة $f$.
- تحقق أن:
$$f(\alpha)=2\left(\frac{1}{\alpha}-\alpha\right)$$
ثم عين حصرا له.
③
- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل $(\Delta)$.
- بين أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.
④ نقبل أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $x_0$ و $x_1$ حيث:
$$0{,}22<x_0<0{,}23 \text{ و } 2{,}11<x_1<2{,}13$$
- أنشئ $(T)$، $(\Delta)$ و $(C_f)$.
⑤ $m$ وسيط حقيقي.
- ناقش بيانيا وحسب قيم $m$، عدد حلول المعادلة:
$$3+2\,lnx-mx=0$$
III- من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع:
$$u_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}[f(x)+x]dx$$
① بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$:
$$u_n>0$$
② أعط تفسيرا هندسيا للعدد $u_0$.
③ أحسب $u_n$ بدلالة $n$.
④ نضع:
$$S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$$
- أحسب $S_n$ بدلالة $n$.

﴿ بكالوريا 2016 – الموضوع الثاني ﴾

I- $\varphi$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$\varphi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$$
①
- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة $\varphi$ ثم شكل جدول تغيراتها.
② بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$، حلا $\alpha$ يختلف عن 1 ثم تحقق أن:
$$2{,}79<\alpha<2{,}80$$
③ استنتج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.
II- $f$ و $g$ الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$\begin{cases}f(x)=(2x-1)e^{-x+1}\\ \text{و}\\ g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}\end{cases}$$
$(C_f)$ و $(C_g)$ تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
①
- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.
② بين أن للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ مماسا مشتركا $(T)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.
③ أرسم المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$.
④
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$:
$$f(x)-g(x)=\frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$$
- أدرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$.
- باستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب بدلالة العدد الحقيقي $x$ التكامل التالي: $\int_1^x f(t)dt$.
- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=2$.
III-
①
- أحسب $f''(x)$، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$.
- أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم.
($f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة $n$ للدالة $f$)
② برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$:
$$f^{(n)}(x)=(-1)^n[2x-(2n+1)]e^{1-x}$$
③ $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم، كما يلي:
$$u_n=f^{(n)}(1)$$
- أحسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم $k$، المجموع: $u_k+u_{k+1}$.
- استنتج بدلالة $n$، المجموع: $u_1+u_2+\cdots+u_{2n}$.