اختبار الفصـــــل الأول
في: مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة ثانوي – شعبة علوم تجريبية — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

المدة: 2 سا — يوم: 05 ديسمبر 2022

ملاحظة: تؤخذ بعين الاعتبار فقط لا غير الإجابات الدقيقة والواضحة

كما يُمنع منعا باتا استعمال القلم الأحمر

التمرين الأول [03 نقاط]

أجب بصحيح أو خطأ مع التبريـــــــــــــــر في كل حالة مما يلي:

❶ حلول المعادلة $\ln^2 x - \ln x^2 = 0$ ذات المتغير الحقيقي x هي: $S = \{1; e\}$

❷ الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' + y\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$ الذي يحقق $f(2) = 6$ هو الدالة: $f(x) = 2^x - 2$

❸ g الدالة العدديـــة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = \ln(1 + e^{-x})$، تمثيلها البياني (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $y = -x$ بجوار $-\infty$

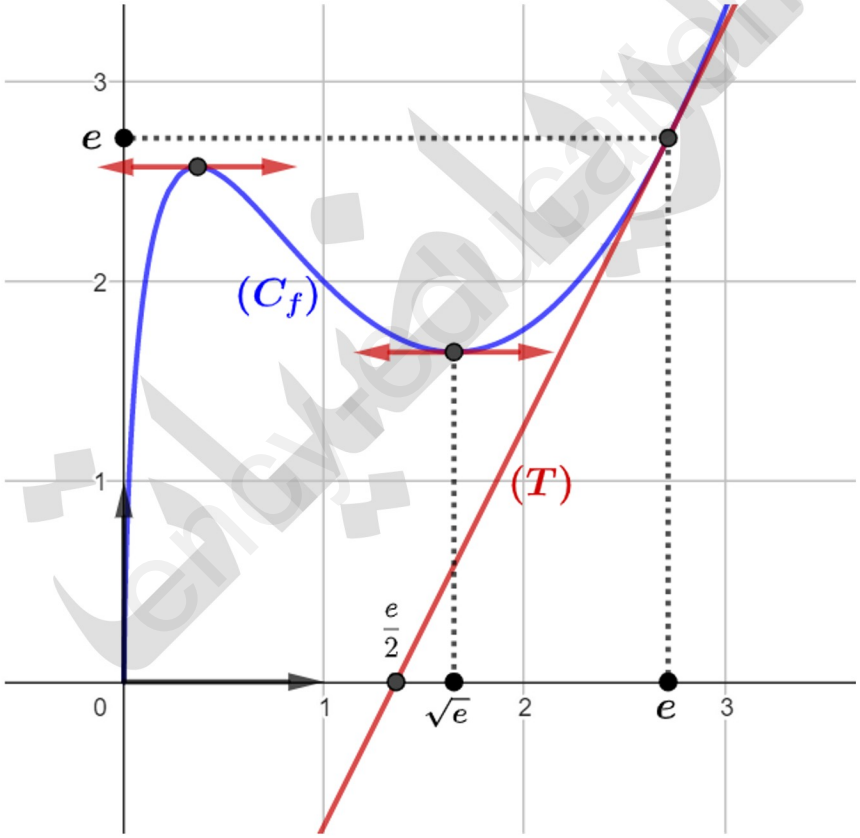
التمرين الثاني [07 نقاط]

a، b و c أعداد حقيقية و f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = x(a\ln^2 x + b\ln x + c)$$

المستوي منســـــــــوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

مثلنا في هذا المعلمالسابق، المنحنى (C_f) الممثل للدالة f و(T) مماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e حيث (T) يقطع حامل محور الفواصل في الفاصلة $\frac{e}{2}$ كما هو موضح في الشكل المقابل:



❶ احسب $f'(x)$ بدلالة a، b و c

❷ بقراءة بيانية عيّن $f'(\sqrt{e})$، $f(e)$ و $f'(e)$

❸ مما سبق بيّن أنه من أجل كل $x > 0$:

$$f(x) = x(2\ln^2 x - 3\ln x + 2)$$

اقلب الورقة

www.ency-education.com

التمرين الثالث [10 نقاط]

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = e^x + x + 1$$

❶ ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها

❷ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.28; -1.27[$

❸ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = (x+2)(1-e^{-x})$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

❷

أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = g(x)e^{-x}$

ب/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها

❸ عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right)$، ثم فسّر النتيجة هندسيا

❹

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

❺

أ/ أثبت أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ)

ب/ تحقق أن معادلة المماس (T) هي: $y_{(T)} = x + 2 - e$

❻

أ/ بيّن أنّ $f(\alpha) = \dfrac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب/ جد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات

ج/ مثل بيانيا كل من (Δ)، (T) و (C_f)

❼ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة:

$$\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = (|x|+2)(e^{-|x|}-1)$$

❶ بيّن أنّ الدالة h زوجية

❷ إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h إنطلاقا من (C_f)، ثم أنشئه

تأمل معي ... مرّ شهرين ونصف منذ الدخول المدرسي.... ماذا تنتظر!؟

يقول نابليون بونابرت:

"أحسن وسيلة للتغلب على الصعاب، اختراقها"

إنتهى ✓

www.ency-education.com

تصحيح مقترح لاختبار الفصل الثاني
في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة ثانوي – شعبة علوم تجريبية — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

التمرين الأول [03 نقاط]

[01ن] ❶ خطأ، لأنّ

$$\ln^2 x - \ln x^2 = 0 \Longrightarrow (\ln x)^2 - 2\ln x = 0$$
$$\Longrightarrow \ln x\,(\ln x - 2) = 0$$
$$\Longrightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \text{أو} \\ \ln x - 2 = 0 \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{أو} \\ \ln x = 2 \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \text{أو} \\ x = e^2 \end{cases}$$

إذن $S = \{1; e^2\}$

[01ن] ❷ خطأ، لأنّ

لدينا:

$$y' + y\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right) \Longrightarrow y' = -y\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$
$$\Longrightarrow y' = y\ln(2) - \ln(4)$$
$$\Longrightarrow y = ce^{x\ln 2} - \frac{-\ln 4}{\ln 2}$$
$$\Longrightarrow y = ce^{\ln 2^x} + \frac{2\ln 2}{\ln 2}$$
$$\Longrightarrow y = c2^x + 2$$

ولدينا:

$$f(2) = 6 \Longrightarrow c2^2 + 2 = 6$$
$$\Longrightarrow 4c = 4$$
$$\Longrightarrow c = 1$$

إذن: $f(x) = 2^x - 2$

[01ن] ❸ صحيح ، لأنّ:

لدينا:

$$\lim_{x\to-\infty}[g(x) - (-x)] = \lim_{x\to-\infty}[\ln(1 + e^{-x}) + x]$$
$$= \lim_{x\to-\infty}\left[\ln\left(e^{-x}(e^x + 1)\right) + x\right]$$
$$= \lim_{x\to-\infty}[\ln(e^{-x}) + \ln(e^x + 1) + x]$$
$$= \lim_{x\to-\infty}[-x + \ln(e^x + 1) + x]$$
$$= \lim_{x\to-\infty}[\ln(e^x + 1)]$$
$$= \ln 1 = 0$$

إذن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $y = -x$ بجوار $-\infty$

www.ency-education.com

التمرين الثاني [07 نقاط]

[01ن] ❶ حساب $f'(x)$ بدلالة a، b و c:

$$f'(x) = a\ln^2 x + b\ln x + c + x\left(2a\frac{1}{x}\ln x + \frac{b}{x}\right)$$
$$= a\ln^2 x + b\ln x + c + 2a\ln x + b$$
$$= a\ln^2 x + (2a+b)\ln x + b + c$$

[03ن] ❷ بقراءة بيانية تعيين $f'(\sqrt{e})$ ، $f(e)$ و $f'(e)$:

- $f'(\sqrt{e}) = 0$
- $f(e) = e$
- $f'(e) = \dfrac{e-0}{e-\frac{e}{2}} = \dfrac{e}{\frac{1}{2}e} = 2$

[03ن] ❸ تبيين أنّ: $f(x) = x(2\ln^2 x - 3\ln x + 2)$:

لدينا:

$$f'(\sqrt{e}) = 0 \Rightarrow f'\left(e^{\frac{1}{2}}\right) = 0$$
$$\Rightarrow a\left(\ln e^{\frac{1}{2}}\right)^2 + (2a+b)\ln e^{\frac{1}{2}} + b + c = 0$$
$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{2}\ln e\right)^2 + (2a+b)\frac{1}{2}\ln e + b + c = 0$$
$$\Rightarrow \frac{a}{4} + a + \frac{b}{2} + b + c = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{5a + 6b + 4c = 0} \ldots (01)$$

ولدينا:

$$f(e) = e \Rightarrow e(a\ln^2 e + b\ln e + c) = e$$
$$\Rightarrow \boxed{a + b + c = 1} \ldots (02)$$

ولدينا:

$$f'(e) = 2 \Rightarrow a(\ln e)^2 + (2a+b)\ln e + b + c = 2$$
$$\Rightarrow a + 2a + b + b + c = 2$$
$$\Rightarrow \boxed{3a + 2b + c = 2} \ldots (03)$$

إذن:

$$\begin{cases} 5a + 6b + 4c = 0 \ldots (01) \\ a + b + c = 1 \ldots (02) \\ 3a + 2b + c = 2 \ldots (03) \end{cases}$$

بطرح (03) من (02) نجد:

$$2a + b = 1 \Rightarrow b = 1 - 2a \ldots (04)$$

نعوض قيمة (04) في كل من(01) و(02) نجد:

$$\begin{cases} 5a + 6(1-2a) + 4c = 0 \\ a + 1 - 2a + c = 1 \end{cases}$$

ومنه:

$$\begin{cases} 7a - 4c = 6 \ldots (05) \\ -7a + 7c = 0 \ldots (06) \end{cases}$$

بجمع (05) و(06) نجد:

$$3c = 6 \Rightarrow \boxed{c = 2}$$

نعوض قيمة c في (06) نجد: $-7a + 14 = 0$

إذن: $\boxed{a = 2}$

نعوض قيمة a في (04) نجد: $\boxed{b = -3}$

www.ency-education.com

التمرين الثالث [10 نقاط]

(I)

[01ن] ❶ دراسة تغيرات الدالة g:

- النهايات:

• $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

• $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$

- دراسة $g'(x)$:

$f'(x) = e^x + 1 > 0$

لدينا: $f'(x) > 0$

إذن الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

[0.5ن] ❷ تبيين أنّ $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

• لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.28; -1.27[$

• ولدينا: $g(-1.28) \times g(-1.27) < 0$

لأنّ $\begin{cases} g(-1.28) \approx -0.001 \\ g(-1.27) = 0.01 \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيدا α في المجال $]-1.28; -1.27[$

[0.5ن]

❸ استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

(II)

[0.5ن] ❶ حساب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$:

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \left[\underbrace{(x+2)}_{-\infty}\underbrace{(1-e^{-x})}_{-\infty}\right]$

$= +\infty$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left[\underbrace{(x+2)}_{+\infty}\underbrace{(1-e^{-x})}_{1}\right]$

$= +\infty$

[0.75ن] ❷

أ/ تبيين أن: $f'(x) = g(x)e^{-x}$:

$f'(x) = 1 - e^{-x} - (-e^{-x})(x+2)$

$= 1 - e^{-x} + xe^{-x} + 2e^{-x}$

$= 1 + e^{-x} + xe^{-x}$

$= (e^x + 1 + x)e^{-x}$

$= g(x)e^{-x}$

[0.75ن] ب/ استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f:

لدينا: $e^{-x} > 0$

ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗		$+\infty$

[0.25ن] ❸ تعيين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right)$:

$\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right) = f'(\alpha)$

$= g(\alpha)e^{-\alpha}$

$= 0$

[0.25ن] التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس أفقي عند النقطة ذات الفاصلة α معادلته $y = f(\alpha)$

❹

[0.5ن] أ/ تبيين أن (Δ) مقارب مائل لـ (C_f):

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - (x+2)]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}[(x+2)(1-e^{-x}) - (x+2)]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}[(x+2)(1-e^{-x}-1)]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}[-e^{-x}(x+2)]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\underbrace{-xe^{-x}}_{0} - 2e^{-x}\right]$

[0.5ن] ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ):

$f(x) - y_{(\Delta)} = 0 \Longrightarrow -e^{-x}(x+2) = 0$

$\Longrightarrow -(x+2) = 0$

$\Longrightarrow x = -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	$+$		0		$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $A(-2;0)$		(C_f) تحت (Δ)

❺

[0.5ن] أ/ اثبات أنه يوجد مماس (C_f) يوازي (Δ):

يوجد مماس وحيد يوازي (Δ) معناه يوجد عدد حقيقي وحيد a يحقق: $f'(a) = 1$

$f'(a) = 1 \Longrightarrow e^{-a}(e^a + a + 1) = 1$

$\Longrightarrow e^a + a + 1 = e^a$

$\Longrightarrow a + 1 = 0$

$\Longrightarrow a = -1$

www.ency-education.com

اذن يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) عند الفاصلة -1

[0.5ن] ب/ التحقق أن $y_{(T)} = x + 2 - e$:

$$\begin{aligned} y_{(T)} &= f'(-1)\big(x-(-1)\big) + f(-1) \\ &= x + 1 + 1 - e \\ &= x + 2 - e \end{aligned}$$

❻

[0.5ن] أ/ تبيين أنّ $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$:

لدينا: $g(\alpha) = 0$

ومنه: $e^{\alpha} + \alpha + 1 = 0$

إذن: $e^{\alpha} = -(\alpha + 1)$

ولدينا:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= (\alpha+2)(1-e^{-\alpha}) \\ &= (\alpha+2)\left(1-\frac{1}{e^{\alpha}}\right) \\ &= (\alpha+2)\left(1-\frac{1}{-(\alpha+1)}\right) \\ &= (\alpha+2)\left(\frac{\alpha+2}{\alpha+1}\right) \\ &= \boxed{\frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}} \end{aligned}$$

[0.25ن] - حصر $f(\alpha)$:

لدينا: $-1.28 < \alpha < -1.27$

ولدينا: $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

ومنه: $-1.97 < f(\alpha) < -1.85$

[0.5ن] ب/ ايجاد تقاطع (C_f) مع المحورين:

- مع حامل محور الفواصل:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Rightarrow (x+2)(1-e^{-x}) = 0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ \text{أو} \\ 1-e^{-x}=0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ \text{أو} \\ x=0 \end{cases} \end{aligned}$$

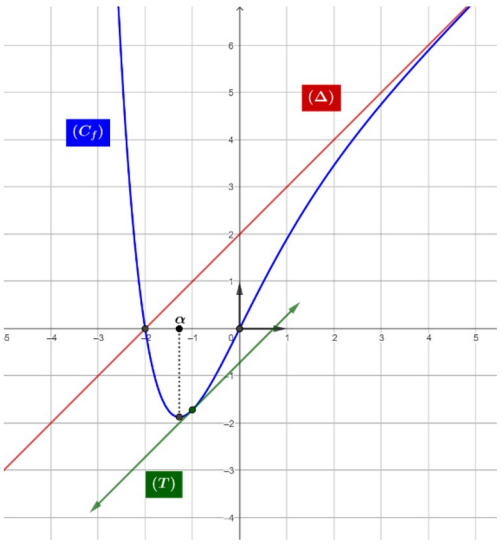
إذن: $(C_f) \cap (xx') = \{(-2;0);(0;0)\}$

- مع حامل محور التراتيب:

$f(0) = 0$

إذن: $(C_f) \cap (yy') = \{0\}$

[0.75ن] ج/ التمثيل البياني:



[0.5ن] ❼ المناقشة البيانية:

لدينا:

$$\begin{aligned} \frac{m-2}{x+2} = -e^{-x} &\Rightarrow m-2 = -e^{-x}(x+2) \\ &\Rightarrow m = -e^{-x}(x+2)+2 \\ &\Rightarrow m+x \\ &= -e^{-x}(x+2)+2+x \\ &\Rightarrow m+x \\ &= (x+2)(1-e^{-x}) \\ &\Rightarrow m+x = f(x)..(E) \end{aligned}$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = x + m$ وهي:

- لما $m < 2 - e$ (E) لا تقبل حلول
- لما $m = 2 - e$ (E) تقبل حل وحيد
- لما $2 - e < m < 2$ (E) تقبل حلين متمايزين
- لما $m \geq 2$ (E) تقبل حل وحيد

(III

[0.5ن] ❶ تبيين أنّ الدالة h زوجية:

لدينا: $D_h = \mathbb{R}$ لأن $(-x) \in D_h$ ، ولدينا:

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية

[0.5ن] ❶ شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

لدينا:

$$\begin{aligned} h(x) &= f(|x|) \\ &= \begin{cases} f(x) & ; \ x > 0 \\ f(-x) & ; \ x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

لما $x > 0$ (C_h) ينطبق على (C_f)، وبما أنّ الدالة h زوجية، فهي متناظرة بالنسبة لمحور التراتيب.

www.ency-education.com

التمرين الأول :(06 نقاط)

– أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

1)- مجموعة حلول المعادلة : $Ln(4x+5)-Ln(x-1)=5Ln2+Lnx$ هي : $S=\left\{\frac{-1}{8},\frac{5}{4}\right\}$

2)- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=Ln\left(2e^{3x}+e^{x}+5\right)$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته : $y=3x+Ln2$ بجوار $+\infty$.

3)- $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{Ln\left(x^{4046}+1\right)-Ln2}{x-1}\right)=2023$ (يمكن حساب هذه النهاية باستعمال تعريف العدد المشتق)

4)- مجموعة حلول المتراجحة : $3^{x+1}+\frac{2}{3^x}-7\le 0$ هي : $S=\left[-1,Ln\left(\frac{2}{3}\right)\right]$.

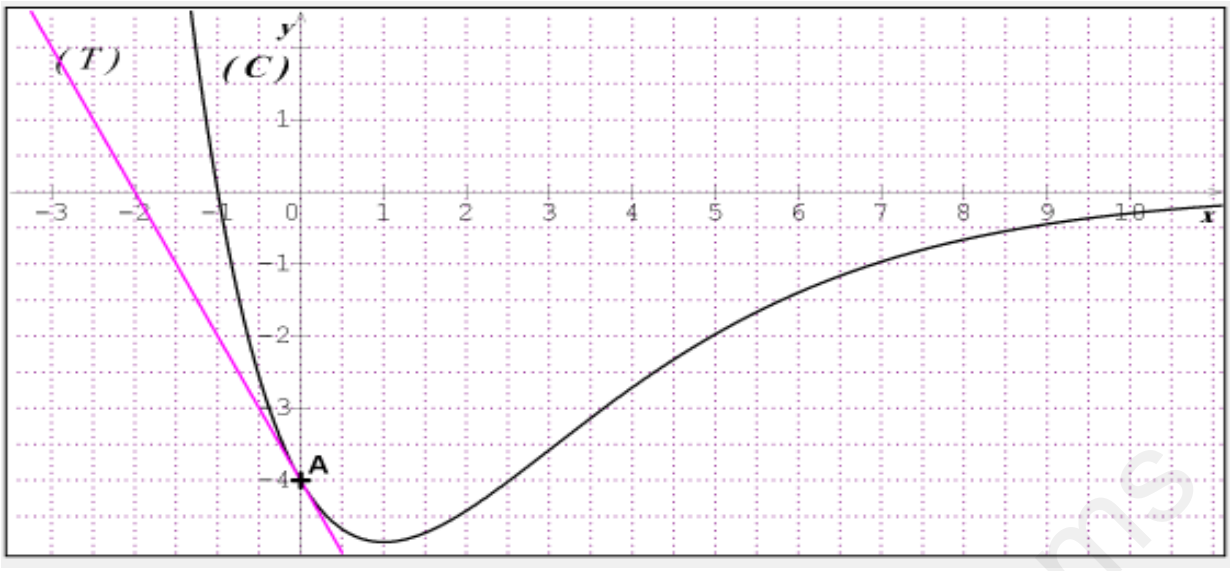
5)- حل المعادلة التفاضلية : $y'+3y-2=0$ التي تحقق الشرط : $f(0)=\frac{-1}{3}$ هو :

$$f(x)=\frac{-1}{e^{3x}}+\frac{2}{3}$$

التمرين الثاني :(06 نقاط)

I)- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^{\frac{-x}{2}}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان . (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (T) هو المماس للمنحنى (C) عند النقطة $A(0,-4)$. كما هو موضح في الشكل المقابل

www.ency-education.com



1)- **بقراءة بيانية حدد مايلي :**

أ)- $g(-1)$ ، $g(0)$ ، $g'(0)$ ، $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. بـ)- معادلة المماس (T) .

جـ)- جدول إشارة $g(x)$ ،ثم جدول إشارة $g'(x)$.

د)- قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m التي من أجلها المعادلة : $g(x)=Ln(m)$ تقبل حلين ختلفين في الإشارة .

2)- أثبت أن : $a=-4$ ، $b=-4$.

3)- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-8(x+3)e^{\frac{-x}{2}}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ)- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ)- أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-g(x)$ ،ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف W يطلب تعيين إحداثياتها ثم أكتب معادلة المماس (D) عند هذه النقطة .

التمرين الثالث : (08 نقاط)

I)- لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : : $D=$ $g(x)=-x+3-Lnx$.

1)- أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. 2)- أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

www.ency-education.com

3)- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2 \prec \alpha \prec 3$. استنتج إشارة $g(x)$ على D .

II)- لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $D=$ $f(x)=-Lnx+\dfrac{Lnx-2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- أحسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا ، ثم أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2)- أثبت أنه من أجل كل x من D : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ،ثم استنتج اتجاه تغير الدالة على D .

- شكل جدول تغيرات الدالة f على D.

3)- أثبت أن : $f(\alpha)=\alpha-4+\dfrac{1}{\alpha}$.

4)- (C_h)هو التمثيل البياني للدالة h المعرفة على D بـ : $h(x)=-Lnx$ في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ)- أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x)-h(x)\right]$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

بـ)- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h). جـ)- أنشئ (C_h) و (C_f) . (نأخذ : $f(\alpha)\approx -1.4$)

III)- لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x)=-Ln|x|+\dfrac{Ln|x|-2}{|x|}$. (C_k) هو التمثيل البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ)- أثبت أن الدالة kدالة زوجية .

بـ)- اشرح كيفية إنشاء (C_k) انطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئه .

www.ency-education.com

الإجابـــة النموذجيـة + سلـــم التنقيط :

التمرين الأول : (06 نقاط)

1)- الإجابة خاطئة لأن : ..... (01.25ن)

$Ln(4x+5)-Ln(x-1)=5Ln2+Lnx$ معرفة يكافئ : $4x+5\succ 0$ و $x-1\succ 0$ و $x\succ 0$.

ومنه : $D=]1,+\infty[$

$Ln(4x+5)=Ln(x-1)+5Ln2+Lnx$ و $x\in D$.

$Ln(4x+5)=Ln(x-1)x+Ln2^5=Ln32x(x-1)$ و $x\in D$.

$4x+5=32x^2-32x$ و $x\in D$ ، $32x^2-36x-5=0$ و $x\in D$.

$\Delta=1936$ ، $x_1=\frac{-1}{8}\notin D$. $x_2=\frac{5}{4}$ ومنه : $S=\left\{\frac{5}{4}\right\}$

2)- الإجابة صحيحة لأن : ..... (01.25ن)

ومنه :

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[Ln\left(2e^{3x}+e^{x}+5\right)-3x-Ln2\right]$$
$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[Lne^{3x}\left(2+e^{-2x}+5e^{-3x}\right)-3x-Ln2\right]$$
$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[Lne^{3x}+Ln\left(2+e^{-2x}+5e^{-3x}\right)-3x-Ln2\right]$$
$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[3x+Ln\left(2+e^{-2x}+5e^{-3x}\right)-3x-Ln2\right]$$

لأن : $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[Ln\left(2+e^{-2x}+5e^{-3x}\right)-Ln2\right]=0$

$$\lim_{x\to+\infty}Ln\left(2+e^{-2x}+5e^{-3x}\right)=Ln2$$

3)- الإجابة صحيحة لأن : ..... (01.25ن)

نضع : $f(x)=Ln\left(x^{4046}+1\right)$ ، $f(1)=Ln2$ ، $f'(x)\frac{4046x^{4045}}{x^{4046}+1}$ ، $f'(1)=\frac{4046}{2}=2023$.

ومنه : $\lim_{x\to1}\left(\frac{Ln\left(x^{4046}+1\right)-Ln2}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=2023$

4)- الإجابة خاطئة لأن : ..... (01.25ن)

ency-education.com/exams

$3^{x+1}+\frac{2}{3^x}-7\le 0$ يكافئ : $3^{2x+1}+2-7\times 3^x\le 0$ (بضرب أطراف المتراجحة في 3^x) ومنه :

$3\times 3^{2x}-7\times 3^x+2\le 0$ أن : $3\times 3^{2x}+2-7\times 3^x\le 0$

نضع : $t=3^x\,(t\succ 0)$ ، $3t^2-7t+2\le 0$ ، $\Delta=25$ ، $t_1=\frac{1}{3}$ ، $t_2=2$.

$3^x=\frac{1}{3}$ يكافئ : $x=\frac{Ln\frac{1}{3}}{\ln 3}=\frac{-\ln 3}{\ln 3}=-1$ ، $3^x=2$ يكافئ : $x=\frac{\ln 2}{\ln 3}$ $\left(\frac{\ln 2}{\ln 3}\neq Ln\left(\frac{2}{3}\right)\right)$

ومنه : $S=\left[-1,\frac{Ln2}{Ln3}\right]$.

5)- الإجابة صحيحة لأن : ..... (01ن)

$y'+3y-2=0$ يكافئ : $y'=-3x+2$ ، $\left(c\in\mathbb{R}\right)$ $y=ce^{-3x}+\frac{2}{3}$

$f(0)=\frac{-1}{3}$ يكافئ : $c+\frac{2}{3}=\frac{-1}{3}$ أي أن : $c=-1$. ومنه : $f(x)=-e^{-3x}+\frac{2}{3}=\frac{-1}{e^{3x}}+\frac{2}{3}$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

1)- أ)- $g(0)=-4$ $g(-1)=0$ ..... (0.25ن) (0.25ن)

$A(0,-4)\in(T)$ ، $B(-2,0)\in(T)$ ، $g'(0)=\frac{4-0}{0-2}=-2$ ..... (0.25ن)

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=g'(1)=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=0$ ..... (0.25ن) (0.25ن)

بـ)- $(T):y=-2x-4$ ..... (0.5ن)

جـ)- جدول إشارة $g(x)$: ..... (0.25ن)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
إشارة : $g(x)$	+	0	-

ency-education.com/exams

جدول إشارة $g'(x)$: ..... (0.25ن)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
إشارة : $g'(x)$		$-$	0	$+$	

د)- $Ln(m) \in]-4,0[$ ومنه : $m \in]e^{-4},1[$ ..... (0.5ن)

2)- $g(0) = -4$ معناه : $b = -4$ . ..... (0.25ن)

$g(-1) = 0$ معناه : $(-a+b)e^{\frac{1}{2}} = 0$ ومنه : $a = b = -4$ ..... (0.25ن)

3)- أ- $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} -8(x+3) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^{\frac{-x}{2}} = +\infty \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ ..... (0.5ن)

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 16\left(\frac{-x}{2}\right)e^{\frac{-x}{2}} - 24e^{\frac{-x}{2}} = 0$ ..... (0.25ن)

بـ)- f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: ..... (0.25ن)

ومنه : $f'(x) = -8e^{\frac{-x}{2}} + 4(x+3)e^{\frac{-x}{2}} = (-8+4x+12)e^{\frac{-x}{2}} = (4x+4)e^{\frac{-x}{2}}$

$f'(x) = -g(x)$ - إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$:

f متناقصة تماما على المجال : $]-\infty,-1]$ ، f متزايدة تماما على المجال : $[-1,+\infty[$ ..... (0.5ن)

جدول تغيرات الدالة f : ..... (0.5ن)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-16\sqrt{e}$	↗	0

جـ)- f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $f''(x) = -g'(x)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
إشارة : $f''(x)$		$+$	0	$-$	

www.ency-education.com

- ومنه : (C_f) يقبل نقطة إنعطاف $W\left(1, f(1)\right)$. $f(1) = -32e^{\frac{-1}{2}}$ .....(0.5ن)

$$(D): y = 8e^{\frac{-1}{2}}(x-1) - 32e^{\frac{-1}{2}} = 8e^{\frac{-1}{2}}x - 40e^{\frac{-1}{2}}$$ .....(0.25ن)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I -(1-($\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = -\infty$ .....(0.5ن)

2)- g قابلة للإشتقاق على D: $g'(x) = -1 - \frac{1}{x} \prec 0$ ومنه : g متناقصة تماما على D .....(0.5ن)

3)- g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[2,3]$ ، $g(2) \times g(3) \prec 0$ و منه : حسب مبرهنة القيمة المتوسطة للمعادلة : $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]2,3[$ ($g(2) \approx 0.3$ ، $g(3) \approx -1.1$) .....(0.5ن)

إشارة $g(x)$: .....(0.5ن)

x	0	α	$+\infty$
إشارة : $g(x)$		+ 0	-

II -(1 -($\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{-xLnx + Lnx - 2}{x} = -\infty$ .....(0.5ن)

(C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته: $x = 0$ . .....(0.25ن)

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[-Lnx + \frac{Lnx}{x} - \frac{2}{x} \right] = -\infty$ .....(0.25ن)

2)- f قابلة للإشتقاق على D :

$$f'(x) = \frac{-1}{x} + \frac{\frac{1}{x} \times x - (Lnx - 2)}{x^2} = \frac{-x + 1 - Lnx + 2}{x^2} = \frac{-x + 3 - Lnx}{x^2}$$

ومنه : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .....(0.5ن)

f متناقصة تماما على المجال $[\alpha, +\infty[$ ، f متزايدة تماما على المجال $]0, \alpha]$ . .....(0.5ن)

ency-education.com/exams

جدول تغيرات الدالة f : ..... (0.5ن)

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$

3)- $g(\alpha)=0$ يكافئ: $Ln\alpha=-\alpha+3$.

$f(\alpha)=\alpha-3+\frac{3-\alpha-2}{\alpha}=\alpha-3-1+\frac{1}{\alpha}=\alpha-4+\frac{1}{\alpha}$ ..... (0.5ن)

4)- أ)- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{Lnx}{x}-\frac{2}{x}\right]=0$ ..... (0.25ن)

(C_h) منحنى مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ . ..... (0.25ن)

بـ)- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمنحنى (C) : ..... (0.5ن)

$f(x)-h(x)=\frac{Lnx-2}{x}$

$f(x)-h(x)=0$ يكافئ: $x=e^2$. إشارة $f(x)-h(x)$ من إشارة $Lnx-2$ على D لأن : $x\succ 0$.

x	0	e^2	$+\infty$
$f(x)-h(x)$		$-$ 0 $+$	
الوضعية :		(C_f) تحت $(C)_h$	(C_f) فوق (C_h)

$(C_f)\cap(C_h)=\{A(e^2,-2)\}$

III)- أ)- من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $-x\in\mathbb{R}^*$: $k(-x)=k(x)$ (لأن : $|-x|=|x|$) و منه :

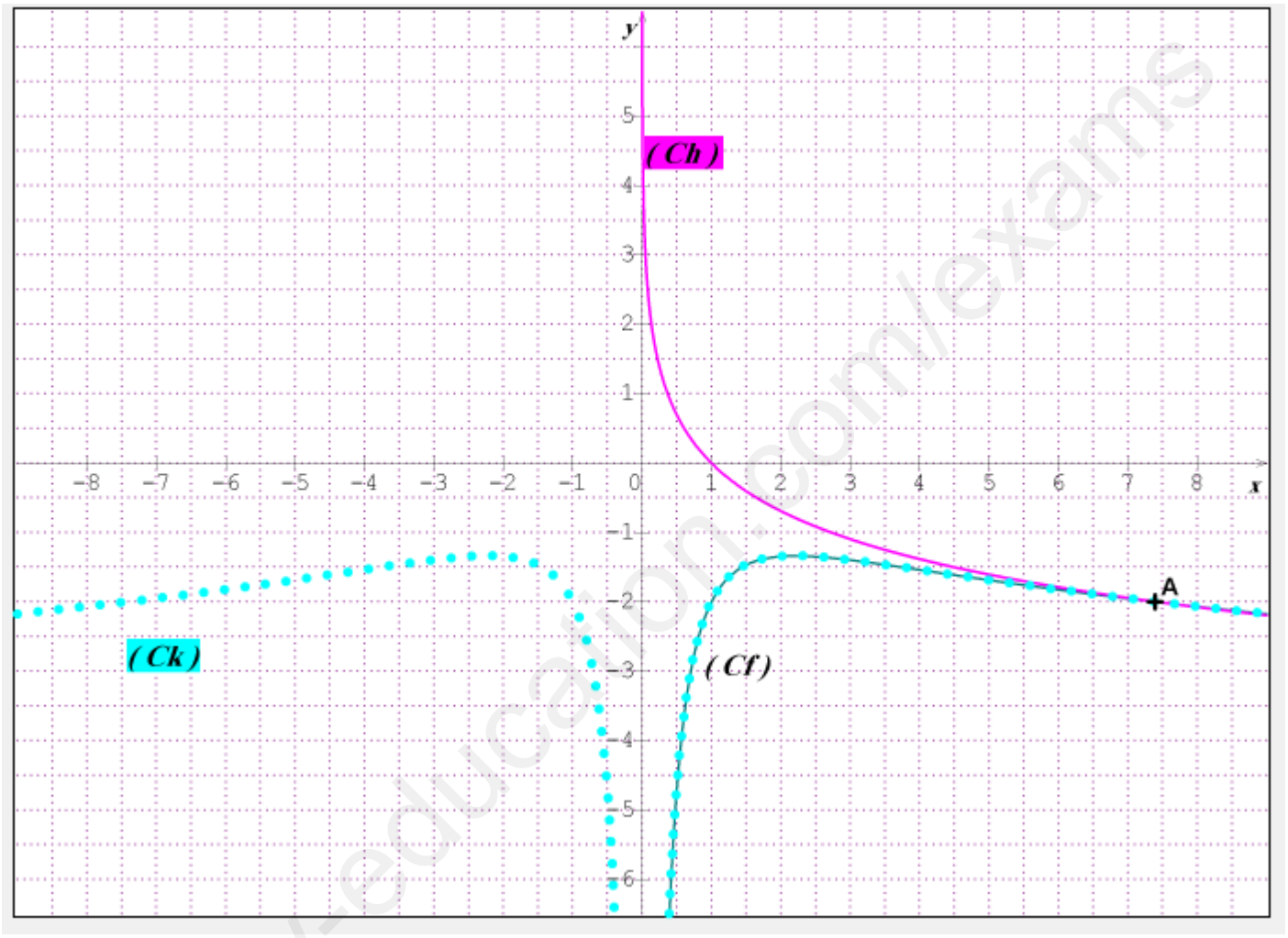
الدالة k دالة زوجية ..... (0.25ن)

بـ)- على المجال $]0,+\infty[$: $k(x)=f(x)$ ومنه : (C_k) يطابق (C_f) .

- على المجال $]-\infty,0[$: نرسم نظير الجزء السابق بالنسبة لـ (yy') لأن الدالة k دالة زوجية . ..... (0.5ن)

ency-education.com/exams

جـ)- إنشاء (C_h)، (C_f) و (C_k) : ..... (1.25ن)



ency-education.com/exams

السنة الثالثة ثانوي علوم تجريبية
اختبار الدورة الأولى في مادة الرياضيات
المدة ساعتان
الأستاذ مكامس محمد
الأثنين 05 ديسمبر 2022

التمرين الأول

لكل سؤال يوجد إقتراح واحد صحيح عيّنه مع تبرير .

1. الدالة الوحيدة f القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق $f = 2f'$ و $f(0) = 1$ هي :

[أ] $f(x) = -2e^x$ [ب] $f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$ [ج] $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

2. الدالة f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ هي :

[أ] زوجية [ب] فردية [ج] لا زوجية و لا فردية

3. حلول المعادلة $-2e^{-2x} + e^{-x} + 1 = 0$ هي :

[أ] $0 ، -1$ [ب] $0 ، -\frac{1}{2}$ [ج] 0

4. العبارة $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ تساوي :

[أ] $\frac{1}{e^x + e^{-x}}$ [ب] $\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ [ج] $\frac{e^x}{e^x + e^{-x}} 0$

5. العدد الحقيقي $\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2022} + \ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2022}$ يساوي :

[أ] 2022 [ب] 0 [ج] 2

التمرين الثاني

[1] g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - 1 - 2lnx$ و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $lim_{x\to 0^+} g(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2. أ . بيّن أنّ $lim_{x\to+\infty}(x) = +\infty$.

ب . أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمّ شكل جدول تغيراتها .

جـ . برهن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث $3,5 < \alpha < 3,6$.

د . حدّد إشارة $g(x)$ ثمّ استنتج إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

www.ency-education.com

[2] f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 lnx \quad (x > 0) \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الرسم $\|\vec{i}\| = 3\ cm$.

1. أحسب $lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x}$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2. أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$.

4. استنتج إتجاه تغير الدالة f ثمّ شكل جدول تغيراتها .

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يشمل مبدأ المعلم .

6. بيّن أنّ : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ استنتج حصرا لـ $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

7. أرسم المنحنى (C_f) على المجال $[0;3]$.

8. عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x^2(lnx-1) = -x + |m|$ ثلاثة حلول مختلفة .

[3] h دالة معرفة بـ : $[0;1]$ $h(x) = f(e^x)$.

اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f استنتج إتجاه تغير الدالة h ثمّ أرسم (C_h) المنحنى البياني للدالة h في نفس المعلم.

انتهى بالتوفيق للجميع

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة تقني رياضي و ثالثة علمي
المدّة: 1 سا

التّمرين الأوّل:

فيمايلي عيّن الإقتراح الوحيد الصحيح مع التعليل

1) الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ هي دالة أ) فردية ب) زوجية ج) لا فردية ولا زوجية

2) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)}$ ، منحناها البياني يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته :

أ) $y=x+1$ ب) $y=x+1+e^{-1}$ ج) $y=x+1-e^{-1}$

3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $-y'+(\ln 3)y=\ln 9$ حيث: $y(0)=11$ هو:

أ) $y=3^{x+2}-2$ ب) $y=3^{x+2}+2$ ج) $y=9e^{x}+2$

4) f الدّالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln(x^3-1)}{\ln x}$، نهاية f لما $x\to+\infty$ هي :

أ) $+\infty$ ب) 0 ج) 3

5) f الدّالة المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{-1+x\ln(x-2)}{x}$ دالتها المشتقة هي :

أ) $f'(x)=\dfrac{x\ln(x-2)+x+1}{x^3-2x^2}$ ب) $f'(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2(x-2)}$ ج) $f'(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^3-2x^2}$

التّمرين الثاني:

I. نعتبر الدّالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=1+\dfrac{2\ln x}{x}$ والجدول المقابل يمثل جدول تغيراتها .

x	0		α		e		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$+$	‖	$+$	0	$-$	
h	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$1+\frac{2}{e}$	↘	1

1) تحقق أن : $0,7<\alpha<0,8$.

2) شكل جدول إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. نعتبر الدّالتين g و f المعرفتين على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+\dfrac{\ln x}{x}$ و $f(x)=g(x)+\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^2$

وليكن (C_g) و (C_f) تمثيليهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. ثم فسر النتيجتين هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغير الدّالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ency-education.com/exams

3) أثبت أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.ثم فسر النتيجتين هندسيا .

4) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = g'(x) \times h(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدّالة f .

5) أثبت أن : $f(\alpha) = \dfrac{3}{4}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدّالة f .

6) أثبت أن لـ (C_g) و (C_f) مماسا مشتركا (T) يطلب تعيين معادلة له .

7) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - g(x)\right]$.ثم فسر النتيجة هندسيا .

8) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

9) أنشئ كل من المماس (T) و المنحنيين (C_g) و (C_f) في نفس المعلم .

III. نعتبر الدّالة k المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x) = f(|x|)$.

1) أثبت أن الدّالة k زوجية .

2) بيّن كيف يتم رسم (C_k) إنطلاقا من (C_f) .. ثم انشئه في معلم جديد.

ency-education.com/exams

التصحيح النموذجي لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول:

① الدالة f هي ⓕ فردية لأن:

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$

مجال متناظر بالنسبة للصفر وعليه

$x \in D_f$ يعني $(-x) \in D_f$

$f(-x) = \ln\left(-x + \sqrt{(-x)^2+1}\right) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$

$= \ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\dfrac{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}{\sqrt{x^2+1}+x} = \ln\left(\dfrac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2 - x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)$

$= \ln\left(\dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)$

$= \ln 1^{0} - \ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) = -\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$

$= -f(x)$

② $f(x) = x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)}$ سنناقش البياني يقبل

مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $y = x+1-e^{-1}$

③ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - y = \lim\limits_{x\to+\infty} x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)} - (x+1-e^{-1})$ أي

$= \lim\limits_{x\to+\infty} x+1-e^{\left(\frac{1-x}{x}\right)^{-1}} - x - 1 + e^{-1} = -e^{-1}+e^{-1} = 0$

③ الحل العام للمعادلة التفاضلية هي ⓨ أي

$-y' = (-\ln 3)y + \ln 9$ أي $y' = (\ln 3)y - \ln 9$

أي: $y = ce^{(\ln 3)x} - \dfrac{\ln 9}{\ln 3}$ أي

$y = ce^{(\ln 3)x} + 2$ أي $y = ce^{(\ln 3)x + \frac{2\ln 3}{\ln 3}}$

$y = c3^x + 2$ أي $y = ce^{\ln 3^x} + 2$ أي

ولدينا: $y(0) = 11$ أي:

$y(0) = c3^0 + 2 = 11$

$c = 9$ وعليه

$y = 9(3^x) + 2 = 3^2 \times 3^x + 2$

$y = 3^{x+2} + 2$

④ نبين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^3-1)}{\ln x}$ هي الإجابة ⓒ

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln\left[x^3\left(1-\frac{1}{x^3}\right)\right]}{\ln x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x^3 + \ln\left(1-\frac{1}{x^3}\right)}{\ln x}$ ($\ln 1 = 0$)

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x^3}{\ln x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3\ln x}{\ln x} = 3$

⑤ مشتقة الدالة f هي الإجابة ⓒ أي

$f'(x) = \dfrac{\left[1\left(\ln(x-2) + \frac{1}{x-2}x\right)\right]x - 1\left(-1 + x\ln(x-2)\right)}{x^2}$

$= \dfrac{x\ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} + 1 - x\ln(x-2)}{x^2}$

$= \dfrac{\frac{x^2+x-2}{x-2}}{x^2} = \dfrac{x^2+x-2}{x-2} \times \dfrac{1}{x^2}$

$= \dfrac{x^2+x-2}{x^3-2x^2}$

حل التمرين الثاني:

① التحقق من أن $0,7 < \alpha < 0,8$

$h(0,7) \simeq -0,019$; $h(0,8) \simeq +0,144$

أي: $0,7 < \alpha < 0,8$

② جدول دراسة إشارة h

x	0		α		$+\infty$
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

(A) $f(x) = g(x) + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$ و $g(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$

$D_f = D_h = \mathbb{R}$

① حساب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to 0} g(x)$

$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} 1 + \frac{\ln x}{x} = -\infty$ ($\ln x \to -\infty$, $x \to 0^+$)

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{\ln x}{x} = 1$ (ن.ش $\frac{+\infty}{+\infty}$)

التفسير:

$x = 0$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C_g)

$y = 1$ مستقيم مقارب أفقي لـ (C_g) بجوار $(+\infty)$

② دراسة تغير الدالة g.

لدينا الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

ودالتها المشتقة هي:

$g'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - 1\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

إشارة g' من إشارة البسط لأن المقام موجب تماما.

أي $1 - \ln x = 0$ أي $\ln x = 1$ أي $x = e^1$

x	0		e^1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

لما $x \in]0;e^1]$ الدالة g' موجبة إذن g متزايدة تماما.

لما $x \in [e^1;+\infty[$ الدالة g' سالبة إذن g متناقصة تماما.

جدول تغيرات الدالة g:

x	0		e^1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$ ‖	↗	$g(e^1)$	↘	1

③ تبيان أن: $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} 1 + \frac{\ln x}{x} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$ ($\frac{-\infty}{0^+}$, $+\infty$)

$= -\infty + \infty$ (ع.ع.ت)

الإزالة:

$= \lim_{x\to 0} 1 + \frac{x\ln x}{x^2} + \frac{(\ln x)^2}{x^2}$

$= \lim_{x\to 0} 1 + \frac{x\ln x + (\ln x)^2}{x^2} = +\infty$ ($x\ln x \to 0$, $x^2 \to 0^+$, $(\ln x)^2 \to +\infty$)

حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{\ln x}{x} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 = 1$ (ن.ش $\frac{0}{+\infty}$)

• التفسير:

$x = 0$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f).

$y = 1$ مستقيم مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$

④ تبيان أن: $f'(x) = g'(x) \times h(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة هي:

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - 1\ln x}{x^2} + 2\left(\frac{\frac{1}{x}x - \ln x}{x^2}\right)\frac{\ln x}{x}$

$= \frac{1-\ln x}{x^2} + \frac{2(1-\ln x)\ln x}{x^2 \cdot x}$

$= \frac{1-\ln x}{x^2}\left(1 + \frac{2\ln x}{x}\right) = g'(x) \cdot h(x)$

إشارة f' من إشارة g' و h

x	0		α		e^1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

www.ency-education.com

وعليه حاتاه تغير الدالة f كالآتي:

لما $x \in]0;d]$ و $x \in [e;+\infty[$ الدالة f' سالبة

اذن f متناقصة تماما

ولما $x \in [d;e]$ الدالة f موجبة اذن f متزايدة تماما

5) اثبات ان $f(d)=\frac{3}{4}$

$$f(d)=g(d)+\left(\frac{\ln d}{d}\right)^2=1+\frac{\ln d}{d}+\left(\frac{\ln d}{d}\right)^2$$

ولدينا: $h(d)=0$ اي $1+2\frac{\ln d}{d}=0$

اي $\frac{\ln d}{d}=-\frac{1}{2}$ وعليه

$$f(d)=1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

$$=\frac{4-2+1}{4}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

جدول تغيرات الدالة f

x	0		d		$e^{\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{3}{4}$	↗	$f(e)$	↘	1

6) تبيان ان (C_f) و (C_g) مماسا متشركا

$$f'(x)=g'(x)$$

لدينا: $f'(x)=g'(x)\times h(x)$ اي

$$g'(x)\times h(x)=g'(x)$$

وعليه $h(x)=1$ اي $1+\frac{2\ln x}{x}=1$

اي $\frac{2\ln x}{x}=0$ اي $2\ln x=0$

اي $\ln x=0$ اي $\boxed{x=1}$

$f'(1)=1$ / $f(1)=1$

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$y=x-1+1$

$(T): y=x$

او بالعموميا في g:

$(T): y=g'(1)(x-1)+g(1)$

$g'(1)=1$ و $g(1)=1$

$y=x-1+1$

$(T): \boxed{y=x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2=\boxed{0}$

(C_g) مقارب لمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

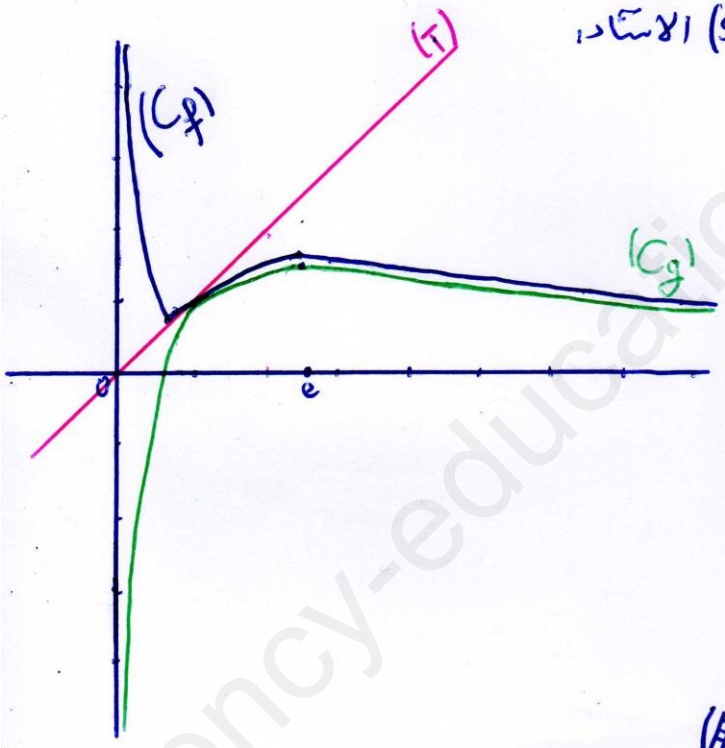
8) الوضع النسبي

ندرس اشارة العبارة $f(x)-g(x)$

$f(x)-g(x)=\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-g(x)$	‖	$+$	0	$+$	
الوضع النسبي	‖ (C_f) فوق (C_g)		(C_f) و (C_g) متقاطعان		(C_f) فوق (C_g)

9) الانشاء:

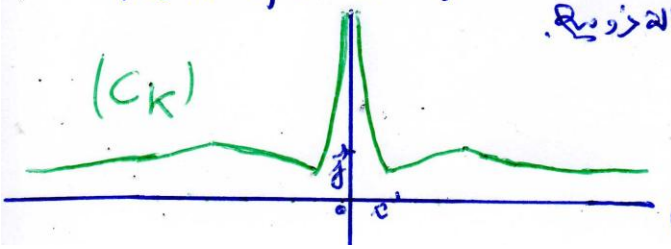


8) نعلم أن $|-x|=|x|$

$K(x)=f(|x|)$ لما $D_K=\mathbb{R}^*$ مجال متناظر بالنسبة للصفر.

$K(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=K(x)$

اذن K دالة زوجية.



www.ency-education.com

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ثالثة علوم تجريبية – تقني رياضي يوم: 08 – 12 – 2022 المدة : ساعتان

التمرين الأول: 03 نقاط

لكل سؤال اقتراح واحد فقط صحيح ،حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير.

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y'+2y-2=0$ الذي يحقق $y(0)=2023$ هو :

أ) $y=2021\,e^{2x}-1$ ب) $y=2022\,e^{2x}+1$ ج) $y=-2022\,e^{2x}+3$

2) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تقبل في $\mathbb{R}$:

أ) حلا على الأقل ب) حلا وحيدا ج) لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

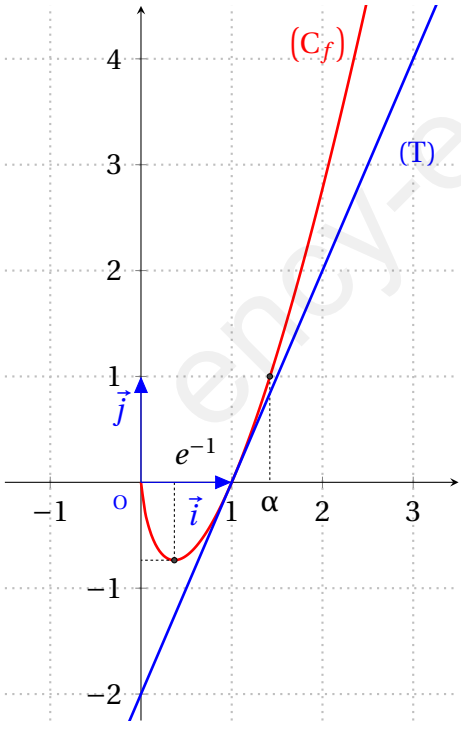
3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ ، فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ تساوي :

أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 0

التمرين الثاني: 08 نقاط

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (C_f) يقبل قيمة حدية صغرى عند e^{-1} تساوي $-\frac{2}{e}$ ويقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 و (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $1.3<\alpha<1.5$.

I) **بقراءة بيانية:**



1) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$.

2) حدّد حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$:

أ) إشارة كل من : $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) وضعية (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=1$.

II) نقبل أن الدالة f معرفة بالعبارة : $f(x)=(ax+b)\ln x$

حيث a و b عددان حقيقيان.

1) أُحسب $f'(x)$ بدلالة a و b.

2) باستعمال المعطيات السابقة عيّن a و b.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) عبّر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) أُدرس إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث: 09 نقاط

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)\,e^{x}-e$.

1) أُدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0.5<\alpha<0.6$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\,e^{x}-e\,x+e-2$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أُحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y=-e\,x+e-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

ج) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة له.

4) أنشئ كل من : (C_f) ، (D) و (T) . يعطى $f(\alpha)\approx 0.2$

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)\,e^{-x}=x$.

III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e\,[(x+1)\,e^{x}-x]$.

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)=f(x+a)+b$.

2) اشرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أُرسمه في نفس المعلم السابق.

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

تصحيح اختبار الفصل الأول :

التمرين الأول : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y'+2y-2=0$ الذي يحقق $y(0)=2023$ هو : ب) $y=2022e^{2x}+1$. 1p

التبرير: لدينا : $-y'+2y-2=0$ تكافئ $y'=2y-2$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة 1 حلولها الدوال من الشكل: $\boxed{y=Ce^{2x}+1}$ مع C عدد حقيقي ثابت. ولدينا $y(0)=2023$ إذن $2023=Ce^{0}+1$ ومنه $C=2022$ وبالتالي: $\boxed{y=2022e^{2x}+1}$

2) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تقبل في $\mathbb{R}$: ب) حلا وحيدًا 1p

التبرير: نضع $t=e^{x}>0$ ومنه المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تكافئ المعادلة $(E)\cdots t^2-3t-4=0$.

$\Delta=9-4(1)(-4)=25>0$ للمعادلة (E) حلين في $\mathbb{R}$ هما: $t_1=4>0$ أو $t_2=-1<0$ "مرفوض"

إذن حلول المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ هي : $S=\{\ln 4\}$ وعليه فهي تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ تساوي : ج) 0

التبرير: لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و 1p

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}x+\sqrt{x^2-1}\times\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2+1}{x-\sqrt{x^2-1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}=0$$

($x-\sqrt{x^2-1}\to-\infty$)

التمرين الثاني:

I) بقراءة بيانية:

1) $f(1)=0$ و $f'(1)=\dfrac{4-0}{3-1}=2$. 1p

2) أ) تحديد إشارة كل من: $f(x)$ و $f'(x)$: 1p

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ب) وضعية (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=1$. 0.5p

x	0		α		$+\infty$
$f(x)-1$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	

II) نقبل أن الدالة f معرفة بالعبارة : $f(x)=(ax+b)\ln x$

حيث a و b عددان حقيقيان.

1) حساب $f'(x)$ بدلالة a و b.

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة:

$$f'(x)=a\ln x+\frac{ax+b}{x}=\frac{ax\ln x+ax+b}{x}$$ 1p

2) باستعمال المعطيات السابقة نعيّن a و b.

لدينا: $f'(1)=2$ ومنه $\dfrac{a(1)\ln(1)+a+b}{1}=2$ أي $a+b=2$ إذن $a=2-b$.

من جهة أخرى لدينا أيضا $f(e^{-1})=\dfrac{-2}{e}$ أي: $(ae^{-1}+b)\ln(e^{-1})=\dfrac{-2}{e}$

ومنه $ae^{-1}+b=\dfrac{2}{e}$ إذن $a+be=2$ أي $a+be-2=0$.

نعوض بقيمة a التي وجدناها سابقا نجد: $2-b+be-2=0$ 1.5p

ومنه $b(e-1)=0$ إذن $b=0$ و $a=2$.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) التعبير عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]1;+\infty[$ ولدينا:

$$g'(x)=f'(x)-\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{f'(x)[f(x)-1]}{f(x)}$$ 1p

ب) دراسة إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f(x)>0$ ومنه الإشارة من إشارة البسط : $f'(x)[f(x)-1]$.

x	1		α		$+\infty$
$f(x)-1$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖	$+$		$+$	
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

1p

ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]1;\alpha]$. 0.5p

تشكيل جدول تغيرات الدالة g .

x	1		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	↘	$g(\alpha)$	↗	

0.5p

التمرين الثالث:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{x}-e$.

1) دراسة تغيرات الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها.

أ- تعيين نهاية الدالة g عند $-\infty$ وَ $+\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)e^{x}-e=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}(x+1)e^{x}-e=\lim_{x\to-\infty}xe^{x}+e^{x}-e=-e$$ 0.5p

لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0$.

ب- الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x)=e^{x}+(x+1)e^{x}=(x+2)e^{x}$.

$g'(x)=0$ يكافئ $x=-2$ مع $e^{x}>0$. 0.5p

ency-education.com/exams

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

0.25p

الدالة g متزايدة تماما على المجال $[-2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2]$. 0.25p

جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		-2		α		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$			
$g(x)$	$-\mathrm{e}$	$\searrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
			$g(-2)\approx -2.85$				

0.25p

2) برهان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$:

في المجال $]-\infty;-2]$ الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما و $0\notin[g(-2);-\mathrm{e}]$ ومنه المعادلة $g(x)=0$ لا تقبل حلا في هذا المجال.

0.5p

في المجال $[-2;+\infty[$ الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما و $0\in[g(-2);+\infty[$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-2;+\infty[$.

ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

التحقق أن: $0.5<\alpha<0.6$:

لدينا $g(0.5)\times g(0.6)<0$. 0.25p

3) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

0.25p

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2=+\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2=\lim_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}\left(x-\mathrm{e}x\mathrm{e}^{-x}\right)+\mathrm{e}-2=+\infty$$

0.5p

مع العلم أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}x\mathrm{e}^{-x}=0$.

2) حساب $f'(x)$: الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا:

$f'(x)=\mathrm{e}^{x}+x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}=\mathrm{e}^{x}(1+x)-\mathrm{e}=g(x)$. 0.5p

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ وعليه:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

0.5p

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$. 0.25p

جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

0.5p

3) أ) إثبات أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y=-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)]=\lim_{x\to-\infty}[x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2+\mathrm{e}\ x-\mathrm{e}+2]$$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)]=\lim\limits_{x\to-\infty}x\mathrm{e}^{x}=0$ 0.5p

وعليه المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)=x\mathrm{e}^{x}=0$ معناه $x=0$ حيث $\mathrm{e}^{x}>0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x\mathrm{e}^{x}$		$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(0;f(0))$	(C_f) فوق (Δ)	

0.5p

ج) نبيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة له.

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f'(x)=-\mathrm{e}$.

أي $g(x)=-\mathrm{e}$ ومنه $(x+1)\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}=-\mathrm{e}$ أي $x+1=0$ وعليه $x=-1$

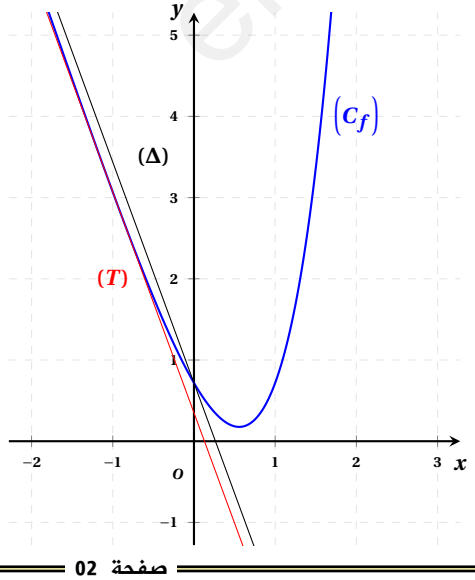
وبالتالي يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) معادلته:

$(T):y=-\mathrm{e}(x+1)+f(-1)$ مع $f(-1)=-\mathrm{e}^{-1}+2\mathrm{e}-2$. 0.5p

إذن : $(T):y=-\mathrm{e}\ x-\mathrm{e}-\mathrm{e}^{-1}+2\mathrm{e}-2$

وعليه : $(T):y=-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2-\mathrm{e}^{-1}$.

4) إنشاء كل من : (C_f) ، (D) و (T) . يعطى $f(\alpha)\approx 0.2$



0.75p

enjoy-education.com/exams

5) نناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)e^{-x}=x$.

$(m+2-e)e^{-x}=x$ تكافئ $(m+2-e)=xe^{x}$ ومنه $m=xe^{x}+e-2$ وعليه $f(x)=-ex+m$. إذن هي مناقشة مائلة

الحلول هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-ex+m$ ومنه :

- $m\in]-\infty;e-2-e^{-1}[$ لا توجد حلول.
- $m=e-2-e^{-1}$ يوجد حل وحيد سالب.
- $m\in]e-2-e^{-1};e-2[$ يوجد حلان سالبين.
- $m=e-2$ يوجد حل وحيد معدوم .
- $m>e-2$ يوجد حل وحيد موجب

0.5p

III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e[(x+1)e^{x}-x]$.

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:

$h(x)=f(x+a)+b$.

لدينا: $h(x)=e[(x+1)e^{x}-x]=(x+1)e^{x+1}-ex$ ، و :

0.75p

$$f(x+a)+b=(x+a)e^{x+a}-e(x+a)+e-2+b$$
$$=(x+a)e^{x+a}-ex-ea+e-2+b$$

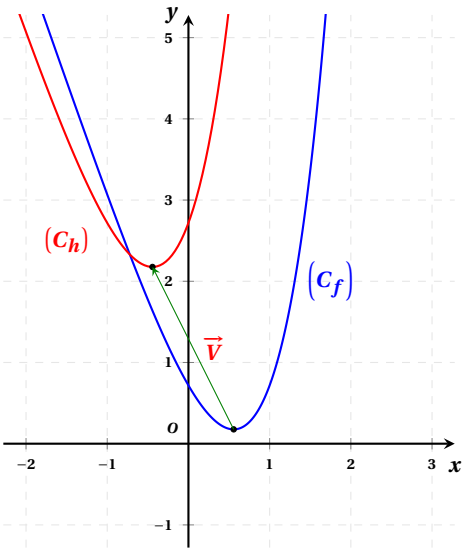
بالمطابقة نجد : $x+a=1$ و $-ea+e-2+b=0$

ومنه : $a=1$ و $-e+e-2+b=0$ إذن : $b=2$ وبالتالي: $h(x)=f(x+1)+2$

2) شرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم نرسمه في نفس المعلم السابق.

(C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه : $\vec{V}=-\vec{i}+2\vec{j}$.

0.25p



0.25p

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

كل إجابة بدون تبرير لاتقبل

التمرين الأول:05 نقاط لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

1 حلول المعادلة : $e^{2x}-3e^{x}+2=0$ هي:

(أ) $S=\{1;-ln(2)\}$ (ب) $S=\{0;1\}$ (ج) $S=\left\{0;-ln(\frac{1}{2})\right\}$.

2 الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(\frac{2}{3})^{x+2}$. دالتها المشتقة f' هي:

(أ) $f'(x)=(\frac{2}{3})^{x+2}\times\ln(\frac{2}{3})$ (ب) $f'(x)=\frac{2}{3}\ln(x+2)$ (ج) $f'(x)=(\frac{2}{3})^{x+2}\times(\frac{2}{3})$.

3 $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+\ln(2e^{x}+1))$ تساوي:

(أ) 0 (ب) $\ln 2$ (ج) $-\infty$

4 نعتبر المعادلة التفاضلية : $-y'+2y-2=0$ الحل الخاص لها والذي يحقق $y(0)=2023$ هو:

(أ) $y=2022e^{-2x}+1$ (ب) $y=-2022e^{2x}+1$ (ج) $y=2022e^{2x}+1$.

5 الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ln(\sqrt{2x^{2}+1}+\sqrt{2}x)$ هي دالة :

(أ) فردية (ب) زوجية (ج)لافردية ولازوجية

التمرين الثاني:06 نقاط

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(a-2x)e^{x}+b$، حيث a و b عددان حقيقيان، (C_g) تمثيلها البياني.

(ا) عين العددين الحقيقين a و b بحيث: $g'(x)-g(x)=-2e^x-2$ والمنحنى (C_g) يقبل مماساعند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1. (التعويض والمطابقة).

2 نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-2x)e^x+2$.

(ا) أدرس تغيرات الدالة g. (تغيرات=نهايات+إتجاه تغير).

(ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.68<\alpha<1.69$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

3 f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{4x-2}{e^x+1}$، (C_f) تمثيلها البياني .

(ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$.

(ب) إستنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (إستعمل جدول إشارة g).

(ج) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=4x-1+\dfrac{(2-4x)e^x}{e^x+1}$. (يمكنك توحيد المقامات).

(د) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

(ه) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=4x-1$.

(و) انشئ كلا من (Δ) و (C_f). يمكن أخذ $f(\alpha)=1.74$.

التمرين الثالث: 09 نقاط

الجزء الأول

g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln x-1-\dfrac{1}{x^2}$.

1 بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,89<\alpha<1,90$.

3 إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x-2+\dfrac{3+2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1 أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{>\\x\to0}}f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا.

2 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}g(\dfrac{1}{x})$.

ency-education.com/exams

3 بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$. ثم شكل جدول تغيرات f.

4 أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(-x-2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5 ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$.

6 بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A فاصلتها 1.

7 أكتب معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة A.

8 بين أن: $f(\frac{1}{\alpha})=2(\alpha-\frac{1}{\alpha}-1)$. ثم إستنتج حصرا ل $f(\frac{1}{\alpha})$.

9 انشئ(Δ) ، (T) و(C_f) .

10 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=1-2m$

الجزء الثالث

لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=|x|+2-\frac{3+ln(x^2)}{|x|}$. و (C_h) تمثيلها البياني .

1 بين أن الدالة h زوجية.

2 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: $h(x)=-f(x)$.

3 إشرح كيفية رسم (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم.

“En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s’y habitue.” —John von Neumann—mathématicien et physicien américano-hongrois.

بالتوفيق ..أستاذ المادة

التصحيح المفصل للإختبار الأول في مادة الرياضيات للسنة 3 ثانوي شعبة علوم تجريبية

1 ☆☆☆

لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

1 حلول المعادلة : $e^{2x}-3e^x+2=0$ هي:(ج) $S=\left\{0;-ln(\frac{1}{2})\right\}$. 1 ن

2 الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(\frac{2}{3})^{x+2}$. دالتها المشتقة f' هي: (أ) $f'(x)=(\frac{2}{3})^{x+2}\times \ln(\frac{2}{3})$ 1 ن

3 $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+\ln(2e^x+1))$ تساوي: (ب) $\ln 2$ 1 ن

4 نعتبر المعادلة التفاضلية : $-y'+2y-2=0$ الحل الخاص لها والذي يحقق $y(0)=2023$ هو: (ج) $y=2022e^{2x}+1$. 1 ن

5 الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ln(\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2}x)$ هي دالة : (أ) فردية 1 ن

2 ☆☆☆

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(a-2x)e^x+b$، حيث a و b عددان حقيقيان، (C_g) تمثيلها البياني.

(أ) عين العددين الحقيقين aو b بحيث: $g'(x)-g(x)=-2e^x-2$ والمنحنى (C_g) يقبل مماساعند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1. (التعويض والمطابقة).

الجواب

$b=2;a=3$ 0.5 ن

2 نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-2x)e^x+2$.

(أ) أدرس تغيرات الدالة g. (تغيرات=نهايات+إتجاه تغير).

الجواب

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ 0.25 ن $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=2$ 0.25 ن

$g'(x)=(1-2x)e^x$ 0.5 ن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$ ومتناقصة تماما على $[\frac{1}{2};+\infty[$. 0.5 ن

(ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.68<\alpha<1.69$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

الجواب

مبرهنة القيم المتوسطة. 0.25 ن

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

إشارة $g(x)$ 0.25 ن

3 f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1+\frac{4x-2}{e^x+1}$، (C_f) تمثيلها البياني .

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$.

الجواب

حساب المشتقة. 0.5 ن

(ب) إستنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (إستعمل جدول إشارة g).

الجواب

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ 0.25 ن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ 0.25 ن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$. 0.5 ن

ency-education.com/exams

جدول التغيرات: 0.5 ن

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ 1

(ج) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=4x-1+\frac{(2-4x)e^x}{e^x+1}$. 0.25 ن

(يمكنك توحيد المقامات).

الجواب

يمكن استعمال عدة طرق هنا.

(د) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

الجواب

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=4x-1$. بجوار $-\infty$. 0.25 ن

(هـ) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=4x-1$.

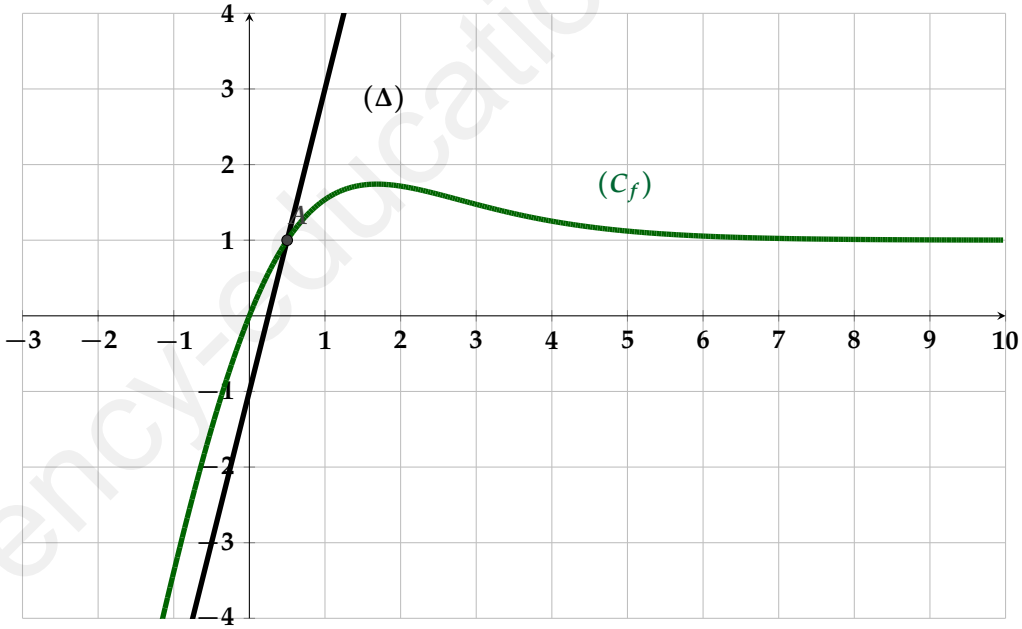
الجواب

الوضع النسبي

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)-y$	(C_f)يقع فوق(Δ)	0	(C_f)يقع تحت(Δ)

0.5 ن

(و) انشئ كلا من (Δ) و (C_f). يمكن أخذ $f(\alpha)=1.74$. 0.5 ن



3

الجزء الأول

g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln x-1-\frac{1}{x^2}$.

1 بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

الجواب

$g'(x)=\frac{2x^2+2}{x^2}>0$ 0.5 ن ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ 0.5 ن

ency-education.com/exams

2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,89<\alpha<1,90$.

الجواب

مبرهنة القيم المتوسطة. 0.5 ن

3 إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $g(x)$.

الجواب

إشارة $g(x)$ 0.25 ن

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

الجزء الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x-2+\dfrac{3+2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1 أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا.

الجواب

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ 0.25 ن و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$ 0.25 ن التفسير: $x=0$ م م عمودي . 0.25 ن

2 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}g(\dfrac{1}{x})$.

الجواب

$$f'(x)=-1+\frac{2\frac{1}{x}x-3-2\ln x}{x^2}=\frac{-x^2-1-2\ln x}{x^2}=\frac{1}{x^2}g(\frac{1}{x})$$ 0.5 ن .

3 بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\left]0;\dfrac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\dfrac{1}{\alpha};+\infty\right[$. ثم شكل جدول تغيرات f.

الجواب

لدينا: $\dfrac{1}{x^2}>0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(\dfrac{1}{x})$

إشارة $g(x)$ 1 ن

x	0		$\dfrac{1}{\alpha}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\dfrac{1}{\alpha})$	↘	$-\infty$

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(-x-2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

الجواب

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(-x-2)]=0$ 0.25 ن

التفسير: $y=-x-2$ م م م ل (C_f) بجوار $+\infty$. 0.25 ن

ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$.

الجواب

$f(x)-y=\dfrac{3+2\ln x}{x}$ ومنه: 0.5 ن

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	‖	$-$	0	$+$	

ency-education.com/exams

(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $B(e^{-\frac{3}{2}};-e^{-\frac{3}{2}}-2)$.

بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A فاصلتها 1.

الجواب

$g''(x)=\frac{4lnx}{x^3}$ ومنه 0.25 ن

x	0		1		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	

المشتقة الثانية تتعدم عند النقطة من اجل $x_0=1$ مغيرة إشارتها إذن النقطة A ذات الفاصلة 1 نقطة إنعطاف ل (C_f). 0.25 ن

أكتب معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة A.

الجواب

$(T): y=-2x+2$. 0.5 ن

بين أن: $f(\frac{1}{\alpha})=2(\alpha-\frac{1}{\alpha}-1)$. ثم إستنتج حصرا ل $f(\frac{1}{\alpha})$.

الجواب

$g(\alpha)=0 \iff 2\ln\alpha=1+\frac{1}{\alpha^2}$

$f(\frac{1}{\alpha})=-\frac{1}{\alpha}-2+\alpha(3-(1+\frac{1}{\alpha^2}))$

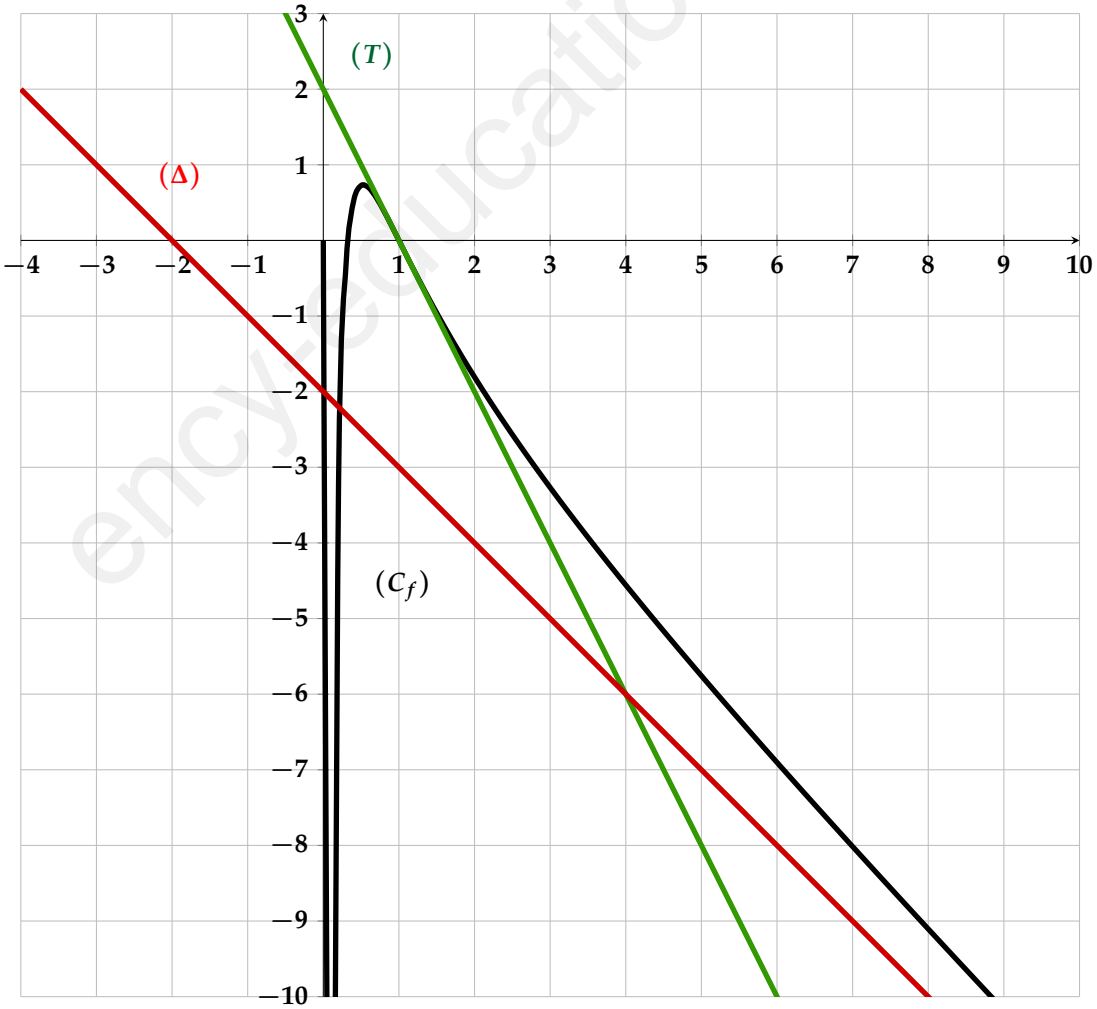
$f(\frac{1}{\alpha})=2(\alpha-\frac{1}{\alpha}-1)$ 0.25 ن

الحصر : $2(0.89-\frac{1}{0.89})<f(\frac{1}{\alpha})<2(0.90-\frac{1}{1.90})$

$0.72<f(\frac{1}{\alpha})<0.74$. 0.25 ن

انشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

الجواب 0.75 ن



ency-education.com/exams

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=1-2m$

الجواب

من اجل $m>\dfrac{1-f(\frac{1}{\alpha})}{2}$ المعادلة تقبل حلان موجبان تماما.

من اجل $m<\dfrac{1-f(\frac{1}{\alpha})}{2}$ المعادلة لاتقبل حلول.

من اجل $m=\dfrac{1-f(\frac{1}{\alpha})}{2}$ المعادلة تقبل حل وحيد. 0.5 ن

الجزء الثالث

لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=|x|+2-\dfrac{3+ln(x^2)}{|x|}$. و (C_h) تمثيلها البياني .

1 بين أن الدالة h زوجية.الجواب

من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ فإن $-x\in\mathbb{R}^*$

من جهة اخرى $h(-x)=h(x)$ ومنه الدالة h زوجية. 0.5 ن

2 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: $h(x)=-f(x)$.

الجواب التحقق. 0.25 ن

3 إشرح كيفية رسم (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم.

الجواب

لما $x>0$ فإن (C_h) يناظر (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل. وبما أن الدالة h زوجية فإن منحناها يكون متناظر بالنسبة لمحور التراتيب. 0.25 ن + 0.25 ن

إنتهى

من إعداد الأستاذ :مزروح يوسف

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الأول — يوم: 05 ديسمبر 2022

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

التمرين الأول: 03 نقاط

✓ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $\left(e^{x}-2\right)\left(e^{2x}-(e+1)e^{x}+e\right)=0$.

✓ مجموعة حلول هذه المعادلة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي: $\{0;\ln(2);1\}$.

2. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right)$.

✓ من أجل $x\in\mathbb{R}-\{0;1\}$ فإن: $f(1-x)+f(x)=-\frac{1}{2}$.

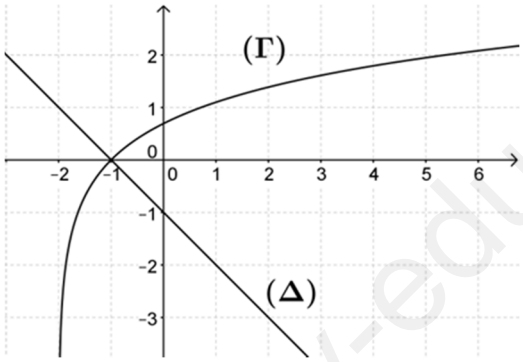
3. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y'=-2y-8$.

✓ الحل الخاص لهذه المعادلة التفاضلية من أجل الثنائية $(0;-1)$ هو الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-2x}-4$.

التمرين الثاني: 07 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I. في الشكل المقابل (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln(x+2)$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=-x-1$.



1. بقراءة بيانية حدد الوضع النسبي لـ (γ) و (Δ) على المجال $]-2;+\infty[$.

2. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بالعبارة:

$g(x)=x+1+\ln(x+2)$.

✓ استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II. الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\ln(x+2)-\frac{\ln(x+2)}{x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1. أ) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x>-2}}f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x\in]-2;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. أ) استنتج أن (Γ) صورة التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln(x)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln(x+2)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

www.ency-education.com

ج) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ).

4. احسب $f(0)$ ثم مثل كلا من (Γ) و (C_f).

5. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-2;2[$ بـ: $h(x)=\dfrac{\ln(2-|x|)}{2-|x|}-\ln(2-|x|)$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) بين أنه من أجل $x\in]-2;0[$: $h(x)+f(x)=0$، ثم استنتج طريقة لرسم (C_h) انطلاقا من (C_f) و ارسمه.

التمرين الثالث: 10 نقاط

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+x+3$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-3,1<\alpha<-3$.

ب) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1-\dfrac{x+2}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) احسب $f(0)$، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $f(x)$.

ج) بين أن $f(\alpha)=\alpha+2$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ب) اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة $O(0;0)$ مبدأ المعلم، ثم تحقق أن (T) و (Δ) متوازيان.

4. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم مثل (C_f).

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $me^x+m+x+2=0$.

5. ادرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=[f(x)]^2$ دون تعيين عبارتها.

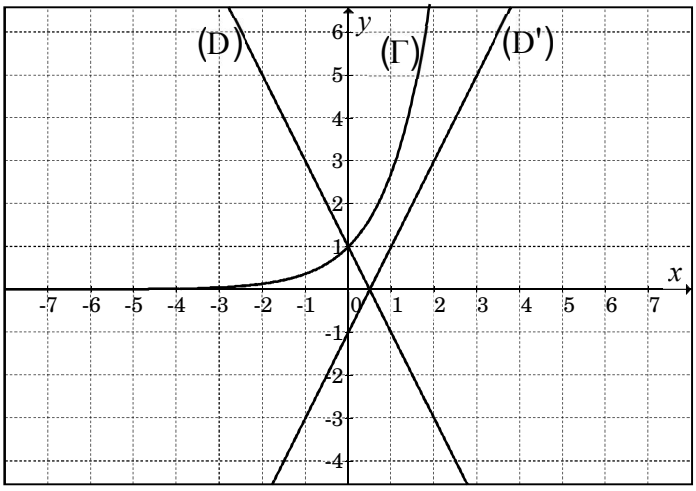
www.ency-education.com

الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**اختبار الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2022/2023م المدة: (2سا 30د) إعداد: عبد المطلب مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة Ecole Erradja wa Tafaouk ÉCOLE PRIVÉE

تمرين 1 (9نقاط)

I- في الشكل المقابل (Γ)، (D) و(D') على الترتيب التمثيلات البيانية للدوال العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto -2x+1$ و $x \mapsto 2x-1$.



u و v الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ:

$u(x)=e^x+2x-1$ و $v(x)=e^x-2x+1$.

1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x وضعية (Γ) بالنسبة لكل من المستقيمين (D) و(D').

2) استنتج إشارة كل من $u(x)$ و $v(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+2x-1}{e^x-2x+1}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، ثم فسّر هاتين النهايتين هندسيا.

ب) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=1$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{2(-2x+3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها. (اعتبر $f\left(\frac{3}{2}\right)\simeq 2,6$)

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر هذه النهاية هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ(Δ) مماس المنحنى $(\mathscr{C})$ عند المبدأ O.

4) أ) ارسم المماس (Δ) والمنحنى $(\mathscr{C})$. (وحدة الرسم $2cm$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m $(m\neq 0)$ التي من أجلها تقبل المعادلة: $f(x)=\dfrac{x}{m}$ ثلاثة حلول متمايزة، أحدهم فقط سالب تماما.

5) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\left(f(x)\right)^2-2f(x)$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

III- f_k الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=\dfrac{e^x-2kx+k}{e^x-2x+1}$. حيث k وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ كل المنحنيات $(\mathscr{C}_k)$ تمر من نقطة ثابتة I (مستقلة عن k) يطلب تعيين إحداثيتها.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f_k'(x)=\dfrac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$ ، ثم ادرس اتّجاه تغيّر f_k من أجل $k<1$ و $k>1$.

3) عيّن قيمة k_0 التي من أجلها المنحنيين $(\mathscr{C})$ و$(\mathscr{C}_{k_0})$ متناظران بالنسبة للمستقيم (d)، وارسم $(\mathscr{C}_{k_0})$ في المعلم السابق.

اقلب الورقة

www.ency-education.com

تمرين2 (8نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,20<\alpha<2,21$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$، أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (ضع $t=\sqrt{x}$).

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$، حيث $(\mathscr{C}')$ هو محني الدالة $x\mapsto\sqrt{x}$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\sqrt{x}\right)$، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

4) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}}$، ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 0,02.

ب) بيّن أنّه توجد فاصلة وحيدة x_0 حيث المماس لـ$(\mathscr{C})$ والمماس لـ$(\mathscr{C}')$ عند x_0 متوازيان.

5) أ) أنشئ المماس (Δ) لـ$(\mathscr{C})$ عند 1، والمنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ في المعلم نفسه. (نأخذ $f(\alpha)\simeq 1,6$)

ب) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، وجود وعدد حلول المعادلة: $f(x)=-x+m^2$.

6) h الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{\alpha}{2}\right\}$ بـ: $h(x)=f\left(|2x-\alpha|\right)$.

أ) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة h على المجال $\left]\dfrac{\alpha}{2};+\infty\right[$. (النهايات غير مطلوبة)

ب) بيّن أنّ $x=\dfrac{\alpha}{2}$، هي معادلة لمحور تناظر المنحني الممثل للدالة h، ثم شكّل جدول تغيرات h.

تمرين3 (3نقاط)

g الدالة المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$. f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{g(x)}{x+1}$، حيث $f(0)=1$.

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين: $y'-y=0$ ... (E) و $y'-y=-\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$ ... (F).

1) احسب $g(0)$، ثم عيّن عبارة $g(x)$ إذا علمت أنّ g حل للمعادلة التفاضلية (E).

2) عيّن عبارة $f(x)$، ثم بيّن أنّ الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية (F).

3) عيّن الحل h للمعادلة التفاضلية $y'-y=\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$، إذا علمت أنّ $h(0)=0$.

بالتوفيق

www.ency-education.com

تصحيح اختبار الفصل الأول 2022م

تمرين 1: "عبد المطلب"

I- 1- (Γ) يقطع (D) عند $A(0;1)$ { (D) أعلى (Γ) : $x>0$; (D) أسفل (Γ) : $x<0$

(Γ) أعلى (D') من أجل كل $x \in \mathbb{R}$.

2- $M(x) = e^x - (-2x+1)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
إشارة $M(x)$		$-$	0	$+$	

$V(x) = e^x - (2x-1) > 0$

II- 1- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(\frac{e^x}{x} + 2 - \frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x} - 2 + \frac{1}{x}\right)} = -1$ ($\frac{e^x}{x} \to 0$)

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x\left(1 + \frac{2x}{e^x} - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1 - \frac{2x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)} = 1$ ($\frac{2x}{e^x} \to 0$)

معادلة للمستقيم المقارب الأفقي بجوار $-\infty$: $y=-1$

معادلة للمستقيم المقارب الأفقي بجوار $+\infty$: $y=1$

ب) إشارة: $f(x)-y = f(x)-1 = \frac{2(2x-1)}{e^x-2x+1}$

من إشارة $(2x-1)$ لأن $e^x-2x+1>0$.

$(\mathcal{C})$ أعلى (d): $x > \frac{1}{2}$; $(\mathcal{C})$ أسفل (d): $x < \frac{1}{2}$; $(\mathcal{C})$ يقطع (d) عند $I\left(\frac{1}{2};1\right)$.

2- f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

$f'(x) = \frac{(e^x+2)(e^x-2x+1)-(e^x-2)(e^x+2x-1)}{(e^x-2x+1)^2} = \frac{(-4x+6)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$

ب) إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

f متزايدة تماما ما $x \leq \frac{3}{2}$ ؛ و متناقصة تماما ما $x \geq \frac{3}{2}$.

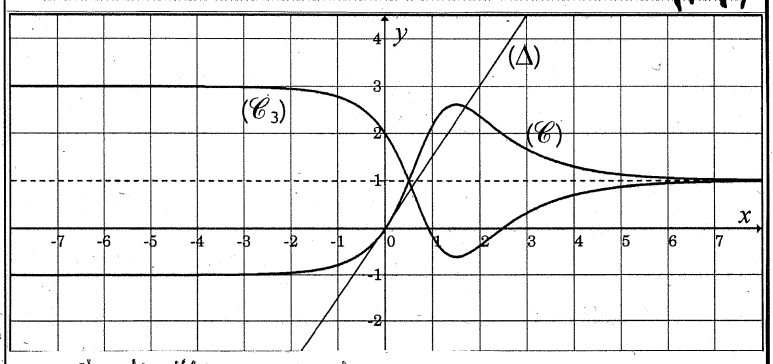
x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	$2,6$	↘	1

3- $\lim_{x\to0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = f'(0) = \frac{3}{2}$

العدد $f'(0)$ هو معامل توجيه المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند 0.

ب) المماس (Δ): $y = f'(0)(x-0)+f(0) = \frac{3}{2}x$

4-



مستقيمات تشمل النقطة الثابتة O: $y = \frac{x}{m}$

ومنه: $0 < \frac{1}{m} < \frac{3}{2}$: $m \in \left]\frac{2}{3};+\infty\right[$

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = (-1)^2 - 2(-1) = 3$ (5

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = (1)^2 - 2(1) = -1$

$g'(x) = 2f'(x)\cdot f(x) - 2f'(x) = 2f'(x)(f(x)-1)$

إشارة $(f(x)-1)$ مذكورة في I-2 ب).

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	3	↘	-1	↗	$1,6$	↘	-1

III- 1- $(\mathcal{C}_k)$ لتكن $I(x_0;y_0)$ نقطة مشتركة لجميع

$y_0 = \frac{e^{x_0} + k(-2x_0+1)}{e^{x_0} - 2x_0 + 1}$

$k(-2x_0+1) - y_0(e^{x_0} - 2x_0 + 1) + e^{x_0} = 0$

ومنه: $\begin{cases} -2x_0+1=0 \\ -y_0(e^{x_0}-2x_0+1)+e^{x_0}=0 \end{cases}$: $I\left(\frac{1}{2};1\right)$

2- $f_k'(x) = \frac{(e^x-2k)(e^x-2x+1)-(e^x-2)(e^x-2kx+k)}{(e^x-2x+1)^2}$

$f_k'(x) = \frac{e^x(-2x+3+2kx-3k)}{(e^x-2x+1)^2} = \frac{e^x(-2x+3-k(-2x+3))}{(e^x-2x+1)^2}$

$f_k'(x) = \frac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$

إشارة $f_k'(x)$: $k<1$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f_k'(x)$		$+$	0	$-$	

f_k متزايدة تماما على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

f_k متناقصة تماما على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$.

إشارة $f_k'(x)$: $k>1$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f_k'(x)$		$-$	0	$+$	

f_k متزايدة تماما على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$.

f_k متناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

ملاحظة: من أجل $k=1$ ؛ f_k دالة ثابتة.

3- $(\mathcal{C}_{k_0})$ و $(\mathcal{C})$ متناظران بالنسبة لـ (d)

يعني: $\forall x \in \mathbb{R}$ $\frac{f(x)+f_{k_0}(x)}{2} = 1$

$\frac{e^x+2x-1}{e^x-2x+1} + \frac{e^x-2k_0x+k_0}{e^x-2x+1} = 2$

$2e^x + (2-2k_0)x - 1 + k_0 = 2e^x - 4x + 2$

$(2-2k_0)x - 1 + k_0 = -4x + 2$

ومنه: $\begin{cases} 2-2k_0=-4 \\ -1+k_0=2 \end{cases}$: $k_0=3$

"عبد المطلب"

تمرين 2:

I- 1) $\lim_{x\to 0^+} g(x) = -\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$

$\lim_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ لأن $\lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$

2) $g'(x) = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x} > 0$ ،

ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

3) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0;+\infty[$

$g(2,21) \approx 0,003 > 0$ و $g(2,2) \approx -0,01 < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة، $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,2 < \alpha < 2,21$.

إشارة $g(x)$:

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

II- 1) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 + \infty + \infty = +\infty$ ، $x=0$ حصر

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{t\to +\infty} \left(t + \frac{1}{t} - \frac{\ln t^2}{t}\right) = \lim_{t\to +\infty} \left(t + \frac{1}{t} - 2\frac{\ln t}{t}\right) = +\infty$

2) f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$.

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} - \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}}{x}$. (تذكير: $\frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$)

$f'(x) = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}} - \frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}} = \frac{x-3+\ln x}{2x\sqrt{x}} = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$:

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$

3) $f(x) - \sqrt{x} = \frac{1-\ln x}{\sqrt{x}}$:

x	0		e		$+\infty$
$1-\ln x$	‖	$+$	0	$-$	

(C) يقطع (Γ) عند $A(e;\sqrt{e})$ { (C) أسفل (Γ) : $x > e$ ، (C) أعلى (Γ) : $0 < x < e$

ب) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-\sqrt{x}) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right) = \lim_{t\to+\infty}\left(\frac{1}{t} - \frac{2\ln t}{t}\right) = 0$

ومنه (Γ) يقارب (C) بجوار $(+\infty)$.

4) $f(\alpha) = \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{\ln\alpha}{\sqrt{\alpha}}$ ولدينا $g(\alpha)=0$ ،

أي $\alpha - 3 + \ln\alpha = 0$ ، $\ln\alpha = 3 - \alpha$

$f(\alpha) = \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{3-\alpha}{\sqrt{\alpha}} = \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{3}{\sqrt{\alpha}} + \sqrt{\alpha}$

$f(\alpha) = 2\sqrt{\alpha} - \frac{2}{\sqrt{\alpha}} = \frac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}}$

$2,2 < \alpha < 2,21$ ؛ $1,2 < \alpha - 1 < 1,21$ ؛ $2,4 < 2(\alpha-1) < 2,42$

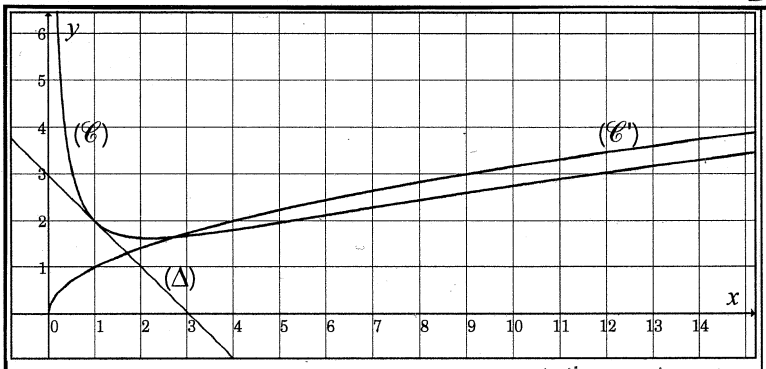
$\sqrt{2,2} < \sqrt{\alpha} < \sqrt{2,21}$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{2,21}} < \frac{1}{\sqrt{\alpha}} < \frac{1}{\sqrt{2,2}}$ ،

ومنه : $\frac{2,4}{\sqrt{2,21}} < \frac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}} < \frac{2,42}{\sqrt{2,2}}$ ؛ $1,61 < f(\alpha) < 1,63$

5) ب) $f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$ ؛ $\frac{x_0 - 3 + \ln x_0}{2x_0\sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$

ومنه : $-3 + \ln x_0 = 0$ ؛ $x_0 = e^3$

$(\Delta): y = f'(1)(x-1) + f(1) = -x + 3$



ب) حلول هذه المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع (C) مع مستقيمات موازية لـ (Δ). $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$ أي $m^2 < 3$ ، لا يوجد حلول.

$m = \sqrt{3}$ أو $m = -\sqrt{3}$ أي $m^2 = 3$ يوجد حلا مضاعفا.

$]-\infty;-\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3};+\infty[$ أي $m^2 > 3$ يوجد حلان.

III- 1) $h(x) = f(2x-\alpha)$ ؛ $x > \frac{\alpha}{2}$ (P 16

$h'(x) = 2f'(2x-\alpha)$

$x = \alpha$: حينئذ $2x - \alpha = \alpha$ و $h'(x) = 0$

$x > \alpha$: حينئذ $2x - \alpha > \alpha$ ، $f'(2x-\alpha) > 0$ ، $h'(x) > 0$

$\frac{\alpha}{2} < x < \alpha$: حينئذ $0 < 2x - \alpha < \alpha$ ، $f'(2x-\alpha) < 0$ ، $h'(x) < 0$

h متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]\frac{\alpha}{2};\alpha]$

ب) من أجل $x \neq \frac{\alpha}{2}$: $h(\alpha - x) = h(x)$ ، $\alpha - x \neq \frac{\alpha}{2}$

$x \neq \frac{\alpha}{2}$ ، $-x \neq -\frac{\alpha}{2}$ ، $\alpha - x \neq \frac{\alpha}{2}$: حينئذ .

$h(\alpha - x) = f(|2(\alpha-x)-\alpha|) = f(|-2x+\alpha|) = f(|2x-\alpha|) = h(x)$

x	$-\infty$		0		$\alpha/2$		α		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

$x_1, x_2 \in D_h$ ؛ $\frac{x_1+x_2}{2} = \frac{\alpha}{2}$ معناه $x = \frac{\alpha}{2}$ محور تناظر

إذا كان $x_1 = \alpha$ ، $\frac{\alpha + x_2}{2} = \frac{\alpha}{2}$ فإن : $x_2 = 0$.

تمرين 3:

1) $g(x) = (x+1)f(x)$: حينئذ $g(0) = f(0) = 1$

حل (E) هو : $x \mapsto Ce^x$ ($C \in \mathbb{R}$ الحل العام)

بما أن $g(0) = 1$ فإن : $Ce^0 = 1$ ؛ أي $C = 1$ ؛

ومنه : $g(x) = e^x$

2) لدينا : $f(x) = \frac{g(x)}{x+1} = \frac{e^x}{x+1}$.

$f'(x) = \frac{e^x(x+1) - e^x}{(x+1)^2} = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$

f حل لـ (F) يعني : $f' - f = \frac{-e^x}{(x+1)^2}$.

3) $f'(x) - f(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2} - \frac{e^x}{(x+1)} = \frac{-e^x}{(x+1)^2}$ (تحقق)

بالجمع نجد : $(h+f)' - (h+f) = 0$ ؛ $\begin{cases} h' - h = \frac{e^x}{(x+1)^2} \\ f' - f = -\frac{e^x}{(x+1)^2} \end{cases}$

حينئذ : $h + f$ حل لـ (E) .

إذن : $h(x) + f(x) = Ce^x$ ؛ $h(x) = Ce^x - f(x)$

حينئذ : $C = 1$ ، $h(0) = 0$ ؛ $h(x) = \frac{xe^x}{x+1}$ "حسب المطلوب"

enseignement-exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المسيلة — ثانوية الشهيد حميدي عيسى

المستوى: ثالثة ثانوي — الشعبة: علوم تجريبية

الأحد 04 ديسمبر 2022 — المدة: ساعتان

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

⚠ تجنب الشطب واستعمال المصحح.

☆ التمرين الأول: (05 نقاط)

✍ لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التعليل.

① الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية: $y' + 3y = 12$ حيث: $f(1) = 2$ هو:

أ) $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$. ب) $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$. ج) $f(x) = -2e^{-3x+3} + 4$.

② إذا كانت g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = \dfrac{e^{4x} - e^{2x}}{x}$ فإن:

أ) $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = 0$. ب) $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = 2$. ج) $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$.

③ نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $3^{x+3} = 216$. مجموعة حلول المعادلة هي:

أ) $S = \{\ln 3\}$. ب) $S = \left\{\dfrac{8}{3}\right\}$. ج) $S = \left\{\dfrac{\ln 8}{\ln 3}\right\}$.

④ عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد 5^{1993} هو:

أ) 1393. ب) 1394. ج) 1993.

⑤ الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x\left(\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)\sin x$ هي دالة:

أ) فردية. زوجية. ج) ليست فردية ولا زوجية.

☆ التمرين الثاني: (05 نقاط)

✍ نعتبر في $\mathbb{R}$ كثير الحدود $p(x)$ حيث: $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$.

① احسب $p(-1)$، ماذا تستنتج ؟

② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $p(x) = 0$.

③ استنتج حل المعادلتين:

أ- $2e^{2x} - 3e^x - 2 + 3e^{-x} = 0$.

ب- $2[\log(x-1)]^3 - 3[\log(x-1)]^2 - 2[\log(x-1)] + 3 = 0$.

ency-education.com/exams

☆ التمرين الثالث: (10 نقاط)

I) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$.

① أ- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

② أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل على المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$.
ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2+1}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أ- احسب $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$، فسر النتائج هندسيا.
ب- عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

② بين أن $f(\alpha) = \dfrac{1}{2\alpha^2}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

③ اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

④ عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم (T) و (C_f).

⑤ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $2\ln x - (x^2+1)(x+2m) = 0$.

III) h هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = f(x^2)$.

① احسب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها.

② احسب $h'(x)$ واستنتج إشارتها، ثم شكل جدول تغيراتها (دون تعين عبارة $h(x)$).

☆ انتهى الإختبار ☆

نَحْنُ قَوْمٌ لَا تَهْزِنُّا الجِبَالُ العَوَالِي فَكَيْفَ، بِوَرَقَةٍ كُتِبَ عَلَيْهَا أَجِبْ عَلَى السُّؤَالِ الآتِي

أستاذ المادة: فراحتية الحفوظ

www.ency-education.com

حل التمرين الأول 05

1. اختيار الجواب الصحيح مع التبرير:

① - الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'+3y=12$ حيث $f(1)=2$ هي: $f(x)=-2e^{-3x+3}+4$

التعليل: لدينا $y'+3y=12$ يكافئ $y'=-3y+12$

حلها العام f حيث $f(x)=Ce^{-3x}+4$ و $f(1)=2$

يعني $Ce^{-3}+4=2$ أي $C=-2e^{3}$

بالتعويض نجد $f(x)=-2e^{-3x+3}+4$ (الإجابة ج)

② إذا كانت $g(x)=\frac{e^{4x}-e^{2x}}{x}$ و $D_g=\mathbb{R}^*$ فإن:

$\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{4x}-e^{2x}}{x}$

- بوضع $u(x)=e^{4x}-e^{2x}$ وباستعمال تعريف العدد المشتق نجد

$\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{u(x)-u(0)}{x-0}=u'(0)$

$=4e^{0}-2e^{0}=4-2=2$

(الإجابة ب)

③ - حلول المعادلة $3^{x+3}=216$ هي: $x=\frac{\ln 8}{\ln 3}$

لدينا $3^{x+3}=216$ يكافئ $3^x\times 27=216$

يكافئ $3^x=8$ يكافئ $e^{x\ln 3}=8$

أي $x\ln 3=\ln 8$ إذن $x=\frac{\ln 8}{\ln 3}$

أي $S=\left\{\frac{\ln 8}{\ln 3}\right\}$ (الإجابة ج)

④ - عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد 5^{1993} هو: 1394

لدينا $\log(5^{1993})=1993\log 5=1393.048$

أي $[\log(5^{1993})]=1393$

أي $1393<\log(5^{1993})<1394$

أي $10^{1393}<5^{1993}<10^{1394}$

وعليه عدد أرقام 5^{1993} هو 1394 (الاجابة ب)

⑤ الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=x\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)\sin x$ هي دالة: فردية؛

لأن: لدينا $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة لـ 0

ومن أجل $x\in\mathbb{R}$ نجد $-x\in\mathbb{R}$ حيث

$h(-x)=-x\left(\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}\right)(-\sin x)$

$=x\left(\frac{1-e^x}{1+e^x}\right)\sin x$

$=-x\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)\sin x=-h(x)$

إذن h دالة فردية (الإجابة أ)

حل التمرين الثاني 05

لدينا $P(x)=2x^3-3x^2-2x+3$

① حساب $P(-1)$:

$P(-1)=-2-3+2+3=0$ (0,5)

الإيضاح: 1- حيدر لكبير الحدود $P(x)$ (0,5)

② - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$:

لدينا $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$

إيجاد a، b و c:

	2	-3	-2	3
-1	0	-2	5	-3
	2	-5	3	0

أي $P(x)=(x+1)(2x^2-5x+3)$

لدينا $P(x)=0$ معناه $x+1=0$; $2x^2-5x+3=0$

أي $x=-1$ أو ... $2x^2-5x+3=0$ (*) (0,5)

حل هيه المعادلة (*).

$\Delta=(-5)^2-4(2)(3)=25-24=1>0$

www.ency-education.com

إذن للمعادلة حلان $x_1 = \frac{5+1}{2\times 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

و $x_2 = \frac{5-1}{2\times 2} = \frac{4}{4} = 1$

ومنه حلول المعادلة $P(x)=0$ هي: (0,5)

$S = \{-1, 1, \frac{3}{2}\}$

③ - استنتاج حل المعادلة

$2e^{2x} - 3e^{x} - 2 + 3e^{-x} = 0$: (1,5)

لدينا $2e^{2x} - 3e^{x} - 2 + 3e^{-x} = 0$ ...(1)

يكافئ $e^{x}(2e^{2x} - 3e^{x} - 2 + 3e^{-x}) = 0 \times e^{x}$

$2e^{3x} - 3e^{2x} - 2e^{x} + 3 = 0$

أي $2(e^{x})^3 - 3(e^{x})^2 - 2e^{x} + 3 = 0$

نضع $t = e^{x}$ مع $t > 0$

$2t^3 - 3t^2 - 2t + 3 = 0$ ..... (I)

حلول المعادلة (I) هي $t = 1$ أو $t = \frac{3}{2}$

لدينا $t = 1$ معناه $e^{x} = 1$ أي $x = \ln 1 = 0$

لدينا $t = \frac{3}{2}$ معناه $e^{x} = \frac{3}{2}$ أي $x = \ln(\frac{3}{2})$

إذن حلول المعادلة (1) هي $S_1 = \{\ln 1; \ln\frac{3}{2}\}$

- استنتاج حل المعادلة:

$2[\log(x-1)]^3 - 3[\log(x-1)]^2 - 2[\log(x-1)] + 3 = 0$: (1,5)

لدينا $2[\log(x-1)]^3 - 3[\log(x-1)]^2 - 2[\log(x-1)] + 3 = 0$ (1)

المعادلة (1) معرفة معناه $x-1 > 0$ أي $x > 1$

إذن $D =]1, +\infty[$

نضع $y = \log(x-1)$ حيث (2) تكافئ

$2y^3 - 3y^2 - 2y + 3 = 0$ ..... (II)

حلول المعادلة (II) هي $y = 1$ ، $y = -1$ ، $y = \frac{3}{2}$

لدينا $y = -1$ معناه $\log(x-1) = -1$

معناه $x - 1 = 10^{-1}$ أي $x = 1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}$ مقبول

لدينا $\log(x-1) = 1$ معناه $y = 1$

معناه $x - 1 = 10$ أي $x = 10 + 1 = 11$ مقبول

لدينا $\log(x-1) = \frac{3}{2}$ معناه $y = \frac{3}{2}$

معناه $x - 1 = 10^{3/2}$ أي $x = 10^{3/2} + 1$ مقبول

إذن حلول المعادلة (E) هي:

$S_3 = \{\frac{11}{10}; 11; 1 + 10^{3/2}\}$

10 حل التمرين الثالث

I) $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

$D_g =]0; +\infty[$

① - حساب النهايات:

$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} 1 + x^2 - 2x^2\ln x = 1$ (0,5)

لأن $\lim_{x\to 0} 2x^2\ln x = 0$ (تزايد مقارن) و $\lim_{x\to 0} 1 + x^2 = 1$

$\lim_{x\to +\infty} g(x) = \lim_{x\to +\infty} 1 + x^2 - 2x^2\ln x = +\infty - \infty$ (0,25)

$= \lim_{x\to +\infty} x^2(\frac{1}{x^2} + 1 - 2\ln x) = -\infty$

② - دراسة اتجاه تغير الدالة g: (0,5)

- إيجاد $g'(x)$:

لدينا الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ ودالتها المشتقة g' حيث

$g'(x) = 2x - 2(2x\ln x + \frac{1}{x}\times x^2)$

$= 2x - 4x\ln x - 2x$

$= -4x\ln x$

لدينا من أجل $x \in]0; +\infty[$ لدينا $-4x < 0$

إذن إشارة $g'(x)$ عكس إشارة $\ln x$

www.ency-education.com

• جدول تغيرات الدالة g:

x	0		1		$+\infty$
$-4x$		$-$	$\|$	$-$	
$\ln x$	$\|$	$-$	0	$+$	
$g'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$\|$	↗	2	↘	$-\infty$

0,5

اذن الدالة g متزايدة تماما على مجال $]0;1]$

0,25

ومتناقصة تماما على مجال $[1;+\infty[$

0,5

② - أ- نبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ حيث: $1,5<\alpha<2$

لدينا من اجل $x\in]0;1]$ الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما حيث $g(x)>0$ اذن على مجال $]0;1]$ حيث $g(x)\neq 0$

ولدينا من اجل $x\in[1;+\infty[$ الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما وتأخذ قيمها في المجال $]-\infty;2]$ ولدينا $0\in]-\infty;2]$

اي $f(x)\in]-\infty;2]$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على مجال $[1;+\infty[$

وكذلك $g(1,5)\simeq 1,42$ و $g(2)=-0,55$

اي $g(1,5)\times g(2)<0$ فإن

$$1,5<\alpha<2$$

ب - استنتاج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$:

0,5

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	

(II) $D_f=]0;+\infty[$. $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2+1}$

① - حساب النهايات:

0,25

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{x^2+1}=\dfrac{-\infty}{1}=-\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0} x^2+1=1$

0,25

ل: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2+1}=\dfrac{+\infty}{+\infty}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}\times\dfrac{x}{x^2+1}=0\times 0=0$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0$

(نزايد مقارن)

• تفسير النتائج هندسيا:

0,25

- لدينا $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلة له $x=0$

0,25

- لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقيا بجوار $+\infty$ حيث $y=0$ معادلة له.

ب) التعبير عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$:

0,5

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة f' حيث:

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}(x^2+1)-2x\ln x}{(x^2+1)^2}$$

$$=\frac{x^2+1-2x^2\ln x}{x(x^2+1)^2}=\boxed{\frac{g(x)}{x(x^2+1)}}$$

• استنتاج اتجاه تغير الدالة f:

0,5

لدينا من اجل $x\in]0;+\infty[$ $x(x^2+1)>0$

اذن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $]0;\alpha]$ ومتناقصة تماما على مجال $[\alpha;+\infty[$

• جدول تغيرات الدالة f:

0,5

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0

www.ency-education.com

② - تبيين أن $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$:

لدينا $g(\alpha)=0$ يكافئ $1+\alpha^2-2\alpha^2\ln\alpha=0$ (0,5)

أي $\ln\alpha=\frac{1+\alpha^2}{2\alpha^2}$.

أذن $f(\alpha)=\frac{\ln\alpha}{\alpha^2+1}=\frac{1+\alpha^2}{2\alpha^2}\times\frac{1}{\alpha^2+1}=\boxed{\frac{1}{2\alpha^2}}$

- استاج حصر للعدد $f(\alpha)$:

لدينا $1,5<\alpha<2$ أي $2,25<\alpha^2<4$ (0,5)

أي $\frac{1}{8}<\frac{1}{2\alpha^2}<\frac{1}{4,5}$ أي $4,5<2\alpha^2<8$

أذن $\boxed{0,125<f(\alpha)<0,2}$.

③ - كتابة معادلة المماس عند 1 :

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)=\frac{1}{2}(x-1)+0$ (0,5)

$\boxed{y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}$

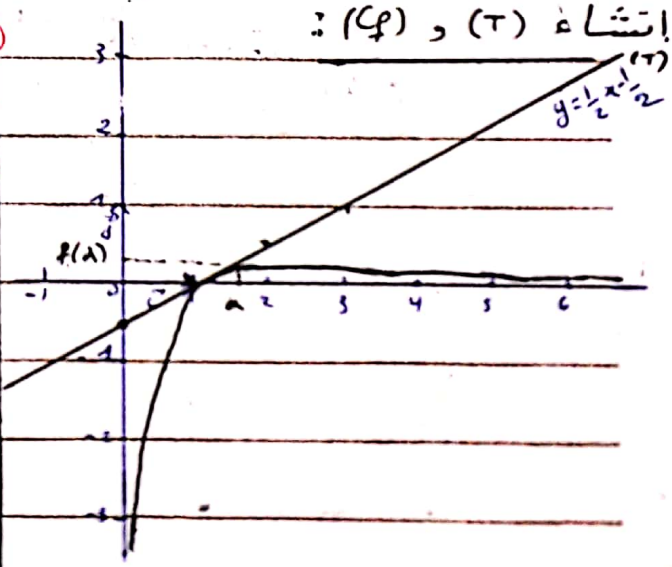
④ - تعيين نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل:

لدينا $y=0$ معناه $f(x)=0$ معناه $\frac{\ln x}{x^2+1}=0$ (0,25)

أي $\ln x=0$ أي $x=e^0$ أذن $\boxed{x=1}$

أذن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $\boxed{A(1,0)}$.

- إنشاء (T) و (C_f) : (0,25)



⑤ - المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقية (0,75)

m عدد حلول المعادلة: $2\ln x-(x^2+1)(x+2m)=0$ لدينا

بكافئ $2\ln x=(x^2+1)(x+2m)$

$\frac{2\ln x}{x^2+1}=x+2m$

أي $\frac{\ln x}{x^2+1}=\frac{1}{2}x+m$ أي $\boxed{f(x)=\frac{1}{2}x+m}$

ومنه حلول المعادلة بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم المتحرك (d_m) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+m$ من بيان لجنة

- اذا كان $m\in]-\infty;-\frac{1}{2}[$ فإن المعادلة تقبل حلين

- اذا كان $m=-\frac{1}{2}$ فإن المعادلة تقبل

حلا واحدا مضاعفا

- اذا كان $m\in]-\frac{1}{2};+\infty[$ فإن المعادلة

ليس لها حلول .

III - $h(x)=f(x^2)$. $D_h=\mathbb{R}^*$:

① - حساب النهايات :

$\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}f(x^2)=0$ (0,25)

$\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x^2)=0$ (0,25)

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2=+\infty$

$\lim\limits_{x\to0}h(x)=\lim\limits_{x^2\to0}f(x^2)=-\infty$ (0,25)

لأن $\lim\limits_{x\to0}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to0}x^2=0$

② - حساب $h'(x)$:

h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ حيث (0,5)

$h'(x)=(f(x^2))'=2xf'(x^2)$

- من أجل $x\in]-\sqrt{\alpha};0[\cup]0;\sqrt{\alpha}[$ أي $x^2\in]0;\alpha[$

يكون $f'(x^2)>0$.

- من أجل $x\in]-\infty;-\sqrt{\alpha}[\cup]\sqrt{\alpha};+\infty[$ أي $x^2\in]\alpha;+\infty[$

يكون $f'(x^2)<0$.

www.ency-education.com

• إشارة $h'(x)$ على $\mathbb{R}^*$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x^2)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
x		$-$		$-$		$+$		$+$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	

- الدالة h متزايدة تماما على مجال $]-\infty;-\sqrt{2}]$ و مجال $]0;\sqrt{2}]$

و متناقصة تماما على مجال $[-\sqrt{2};0[$

و المجال $[\sqrt{2};+\infty[$

0,5 • جدول تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}^*$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	↗	$f(\sqrt{2})$	↘	$-\infty$	↗	$f(\sqrt{2})$	↘	0

[أتمنى لكم تصحيح الاختبار]

الأستاذ: فراحتي المحفوظ

www.ency-education.com

المـــــــؤسسة: ثانوية شداد أحمد — يـــــــــــــوم: 2022/12/5 م.

(الكاف الاحمر) - ولايةالبيض- .

اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي " علوم تجريبية ". — ***المدة***:3 ساعات.

التمرين الأول 4نقاط :

1) حل في R المتراجحة : $e^{2x}+e^{x}-2\le 0$

2)حلل العبارة x^2-4x-5

ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $P(x)=\ln^2(x)-4\ln(x)-5$

3) حل في R المعادلة : $\ln(x+5)-\ln(x)=0$

4)حل المعادلة التفاضلية $y'-y+2=0$ حيث $y(0)=0$

التمرين الثاني: (08نقاط)

الجزء 1:

في كل التمرين ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس :

g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{\ln(x)}{x}+1$ و (C_g) تمثيلها البياني

1)أحسب $\lim\limits_{x\to 0}g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

2) تأكد أن $g'(x)=\frac{1}{x^2}(1-\ln(x))$. أدرس إشارة $g'(x)$

3) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$.

4)أكتب معادلة المستقيم (d) مماس (C_g) الذي يشمل النقطة ذات الترتيبة 1

5) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,5<\alpha<0,6$ إستنتج إشارة $g(x)$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\ln^2(x)+2x$ و (C_f) التمثيل البياني لها

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بين أن $f'(x)=2g(x)$ إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة e حيث e هو العدد النيبيري

4)علما أن $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha$ مثل (C_f) في معلم متعامد ومتجانس على $]0;4,5]$

الصفحة ½ إقلب الورقة

ency-education.com/exams

التمرين الثالث 8نقاط:

التمثيل البياني (C_f)في الاسفل في المعلم المتعامد والمتجانس هوللدالة f القابلة للاشتقاق المعرفة على R و المستقيم (T) هو مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 حيث: $f(x)=xe^{ax}+b$ مع a,b أعداد حقيقية

أولا: بقراءة بيانية

1) علما أن $f(0)=1$ و $(T):y=x+1$ جد العددين a,b

2) شكل جدول تغيرات الدالة f

ثانيا:

1) تعطى: $f(x)=xe^{-x}+1$ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ وأدرس إشارتها

3)شكل جدول تغيرات f يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$

4) أكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

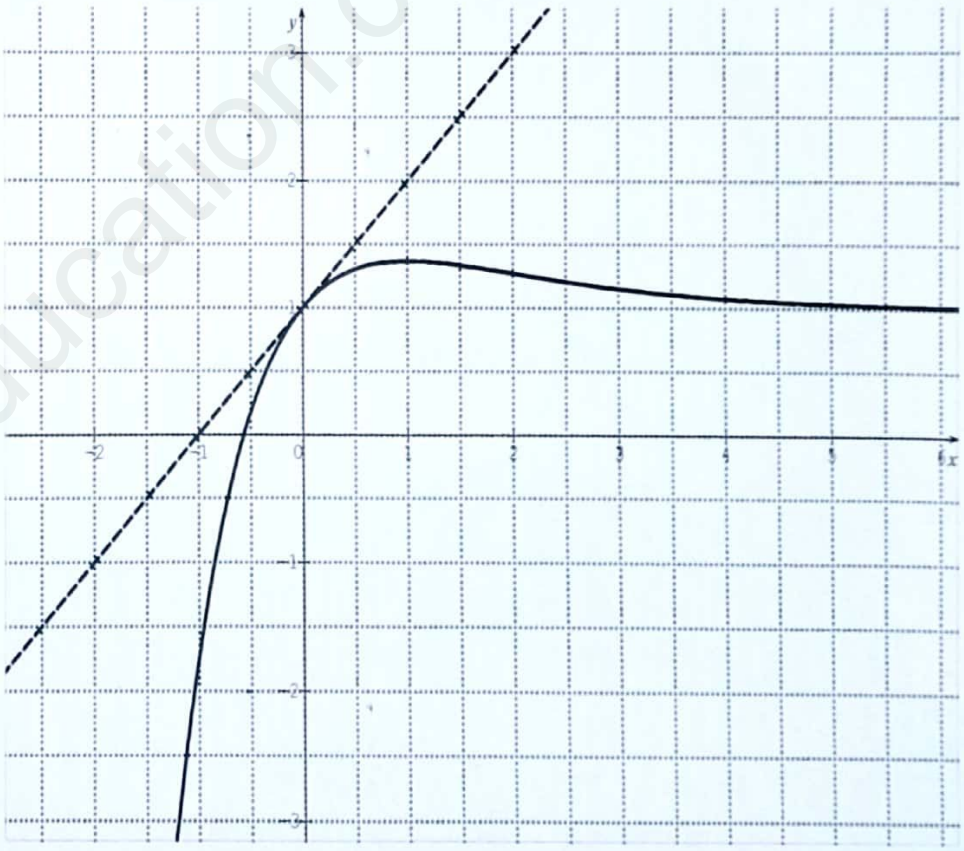
5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α إستنتج إشارة $f(x)$ $-0,6<\alpha<-0,5$

6) ناقش بيانيا حلول المعادلات : $f(x)=m$ و $f(x)=x+m$ حيث mوسيط حقيقي

7) نعتبر الدالتين h و g المعرفتين على R ب: $h(x)=-xe^{x}+1$ و $g(x)=xe^{x}-1$ (C_h) و (C_g)تمثيلهما على الترتيب في المعلم السابق بين أن : $h(x)=f(-x)$ و $g(x)=-f(-x)$

8)ثم إشرح كيف يمكن الحصول على (C_h) و (C_g) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h)

شكل جدول تغيرات الدالة g



إنتهى بالتوفيق لكم

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

سيتم فتح رابط QR التصحيح بعد نهاية الإمتحان

مديرية التربية لولاية غليزان
إختبار الفصل الأول
شعبة : 3 علوم تجريبية

ثانوية:عبد الحميد بن باديس
سيدي سعادة–يلل
السنة الدراسية:2022–2023

إختبار في مادة : الرياضيات **المدة :02سا**

التمـرين الأول: (06 نقط)

أجب بـ: صح أو خطأ مع التبرير في كل مايلي

1. نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3\leq e^x-x-1\leq\frac{1}{2}x^2+x^4$.إذن $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-x-1}{x^2}=\frac{1}{2}$

2. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln(x)}{x}-2x+1$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم المستقيم ذي المعادلة $y=2x+1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

3. عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو: 6688

4. S' مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+1)\leq\ln 8$ في $\mathbb{R}$ هي: $S'=[1;3]$

5. الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $k(-x)+k(x)=3$

التمرين الثاني: (06 نقط)

I) الدالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-1+\ln x$.

1. أحسب كلا من $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

2. أدرس إتجاه تغير الدّالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

3. أحسب $g(1)$ ثمّ إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x+2+x\ln x$.
(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ (يعطى: $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}x\ln x=0$)

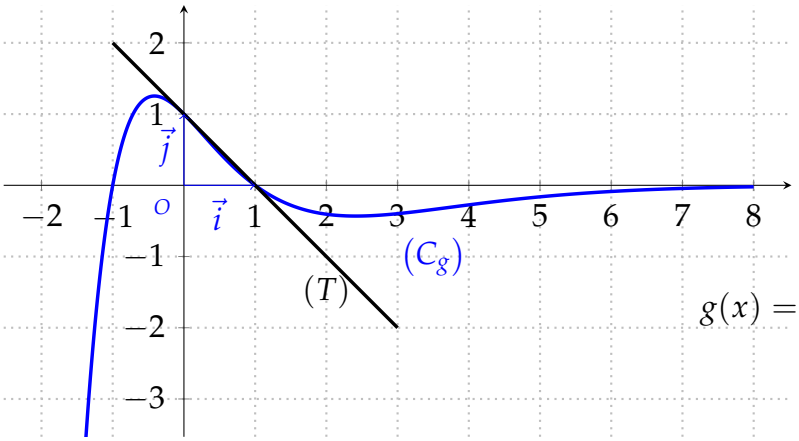
2. بيّن أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$. ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

www.ency-education.com

التمـرين الثالث: (08 نقط)

الجزء الأول

في الشكل المقابل (C_g) تمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(a+bx^2)e^{-x}$



(T) مماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

1. بقراءة بيانية : أكتب معادلة للمماس (T)

   ثم عين $g'(0)$ ، $g(0)$ ، $g(-1)$

2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

   ثم إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتائج هندسيا.

2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=g(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

4. أكتب معادلة للمماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 . ثم أنشئ (C_f) و (Δ)

5. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$

ency-education.com/exams

تمـــرين الأول :

1) صحيح

التبرير:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3\le e^x-x-1\le\frac{1}{2}x^2+x^4$

و بالضرب في $\frac{1}{x^2}$ من أجل $x\neq 0$ نجد $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}x\le\frac{e^x-x-1}{x^2}\le\frac{1}{2}+x^2$

ومنه $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}x\right)\le\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2}\le\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}+x^2\right)$

ومنه $\frac{1}{2}\le\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2}\le\frac{1}{2}$ ومنه $\frac{e^x-x-1}{x^2}=\frac{1}{2}$

2) خطأ

التبرير:

لدينا: $f(x)=\frac{\ln x}{x}-2x+1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$ و بالتالي المستقيم ذي المعادلة $y=-2x+1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$

3) صحيح

التبرير

لدينا: $\log\left(2022^{2023}\right)=2023\log(2022)\approx 6687,595$

ومنه $6687<\log(2022^{2023}<6688$ ومنه $10^{6687}<2022^{2023}<10^{6688}$

ومنه عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو 6688

4) خطأ

التبرير

لدينا: $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le\ln 8$

تعيين D مجموعة التعريف المتراجحة

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	‖	$+$	
$x-1$		$-$	‖	$-$	0	$+$	

ومنه $D=]1;+\infty[$

إذن $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le\ln 8$ تكافئ $\ln[(x-1)(x+1)]\le\ln 8$

ومنه $(x-1)(x+1)\le 8$ ومنه $x^2+x-x-1\le 8$ يعني $x^2-9\le 0$

دراسة إشارة x^2-9 . إذن $x^2-9=0$ تكافئ $x^2=9$

ومنه $x=3$ أو $x=-3$ ومنه

x	1		3		$+\infty$
x^2-9	‖	$-$	0	$+$	

ومنه $S'=]1;3]$

5) خطأ

التبرير

$$\begin{aligned}k(-x)+k(x)&=\frac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}\\&=\frac{(3e^{-x}-1)e^x}{(e^{-x}+1)e^x}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}\\&=\frac{3-e^x}{1+e^x}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}\\&=\frac{2+2e^x}{1+e^x}=\frac{2(1+e^x)}{1+e^x}=2\end{aligned}$$

تمـــرين الثاني :

I)

1) حساب نهايات الدالة g

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0}g(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}0}x^2-1+\ln x=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}x^2-1+\ln x=+\infty$$

2) دراسة إتجاه تغير الدالة g

الدالة g قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة g' حيث $g'(x)=2x+\frac{1}{x}=\frac{2x^2+1}{x}$

إذن لدينا من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $g'(x)>0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$			
$g(x)$	‖	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$

3) إستنتاج إشارة $g(x)$

لدينا: $g(1)=1^2-1+\ln 1=0$ ومنه

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

II)

1) حساب نهايات الدالة f

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{1}{3}x^3-2x+2+x\ln x=2$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^3-2x+2+x\ln x$$

ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x(\frac{1}{3}x^2-2+\frac{2}{x}+\ln x)=+\infty$

2) إثبات أن $f'(x)=g(x)$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة $f'(x)$ حيث

$f'(x)=x^2-2+\ln x+\frac{1}{x}\cdot x=x^2-2+\ln x+1$

ومنه $f'(x)=x^2-1+\ln x=g(x)$

إذن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة f

ency-education.com/exams

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2 ‖	↘	$\frac{1}{3}$	↗	$+\infty$

تمـــرين الثالث :

الجزء الأول

1) كتابة معادلة للمماس (T)

معادلة مماس (T) من الشكل $y=a'x+b'$ حيث a' و b' عددين حقيقيين

و لدينا: (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ومنه $b'=1$ و يشمل أيضا النقطة $B(1,0)$

ومنه $a'(1)+1=0$ أي $a'=-1$ ومنه $(T): y=-x+1$

تعيين صور $g(0)$، $g(-1)$، $g'(0)$

لدينا من البيان: $g(0)=1$ ، $g(-1)=0$ و $g'(0)=-1$

2) إثبات أن $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

لدينا: $g(0)=1$ ومنه $(a+b(0)^2)e^{-0}=1$ أي $a=1$

ولدينا: $g(-1)=0$ أي $(1+b)e^{-1}=0$ ومنه $1+b=0$ أي $b=-1$

ومنه $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

إستنتاج إشارة $g(x)$

إشارة $g(x)$ من نفس إشارة $(1-x^2)$ لأن $e^{-x}>0$

(يمكن تعيين إشارة $g(x)$ من البيان)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

الجزء الأول

1) حساب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(1+x)^2e^{-x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(1+x)^2e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}+\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}=0$$

ومنه المستقيم ذي المعادلة $y=0$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

2) إثبات أن $f'(x)=g(x)$ و إستنتاج تغير الدالة f

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة $f'(x)$ حيث:

$$f'(x)=2(x+1)e^{-x}-e^{-x}(1+x)^2=(2x+2)e^{-x}-e^{-x}(x^2+1+2x)$$

ومنه $f'(x)=e^{-x}(2x+2-x^2-1-2x)=e^{-x}(1-x^2)=g(x)$

ومنه إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$4e^{-1}$	↘	0

3) تعيين دون حساب $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}$

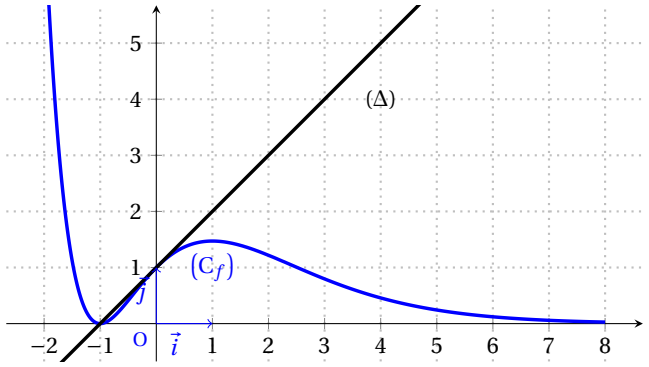
$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=g(0)=1$$

التفسير الهندسي: الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 و المنحنى (C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) كتابة معادلة للمماس عند النقطة ذات الفاصلة 0

$$(\Delta): y=f'(0)(x-0)+f(0)=x+1$$

الإنشاء



5) المناقشة البيانية

- من أجل $m=0$ يوجد حل سالب
- من أجل $m\in]0;1[$ يوجد حلين سالبين و حل موجب
- من أجل $m\in]1;4e^{-1}[$ يوجد جلين موجبين و حل سالب
- من أجل $m=1$ يوجد حل سالب ، حل موجب و حل معدوم
- من أجل $m=4e^{-1}$ يوجد حل موجب و حل سالب
- من أجل $m\in]4e^{-1};+\infty[$ يوجد حل سالب

ency-education.com/exams

....الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

سيتم فتح رابط QR التصحيح بعد نهاية الإمتحان

وزارة التربية الوطنية — ثانوية عبد المؤمن + أحمد طنجاوي

اختبار الفصل الأول — – ولاية سعيدة –

الشعبة: علوم تجريبية — ديسمبر 2022

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة : 3 ساعات

الموضوع:

التمرين الأول (04 نقاط): اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التبرير:

1) f الحل الخاص للمعادلة $y'-\ln 2\,y=0$ الذي يحقق: $f(0)=1$ هو:

أ- $f(x)=2x$ ب- $f(x)=2^x$ ج- $f(x)=x^2$

2) حلول المعادلة : $\ln|1-x|=\ln 3$ هي:

أ- $S=\{-2\}$ ب- $S=\{4\}$ ج- $S=\{-2;4\}$

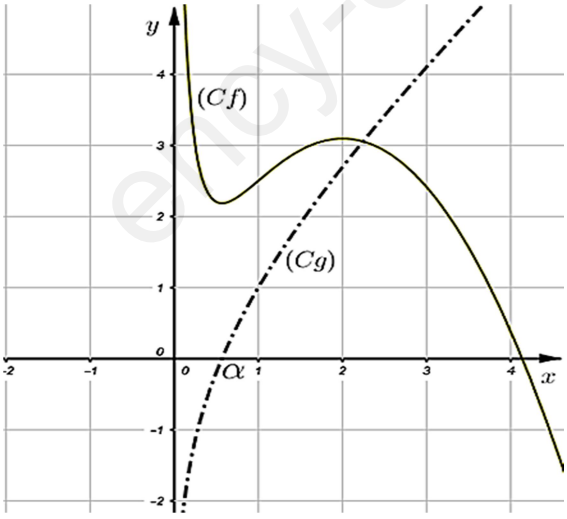
3) g دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ ب: $g(x)=(\ln x)^2-\ln x$

أ- $g'(x)=\frac{1}{x}(\ln x-2)$ ب- $g'(x)=\frac{2}{x}(\ln x-1)$ ج- $g'(x)=\frac{1}{x}(2\ln x-1)$

4) g معرفة وقابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ ب: $g(x)=(\ln x)^2-\ln x$ (استعن بإجابة السؤال (3)) الدالة g :

أ- متناقصة تماما على $]0;-\sqrt{e}]$ ب- متناقصة تماما على $[0;\sqrt{e}]$ ج- متناقصة تماما على $]0;\sqrt{e}]$

التمرين الثاني (04 نقطة): f و g دالتين عدديتين معرفتين وقابلتين للإشتقاق على $]0;+\infty[$ ، (C_f) و (C_g) تمثيلهما البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو موضح في الشكل : **بقراءة بيانية:**



1) أ)-عين $\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب)- استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

ج)-علما أن : $f'(x)=\frac{(2-x)g(x)}{x}$

- استنتج إشارة $f'(x)$

2) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=f(e^{-x})$

أ)- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

ب)- شكل جدول تغيرات الدالة h .

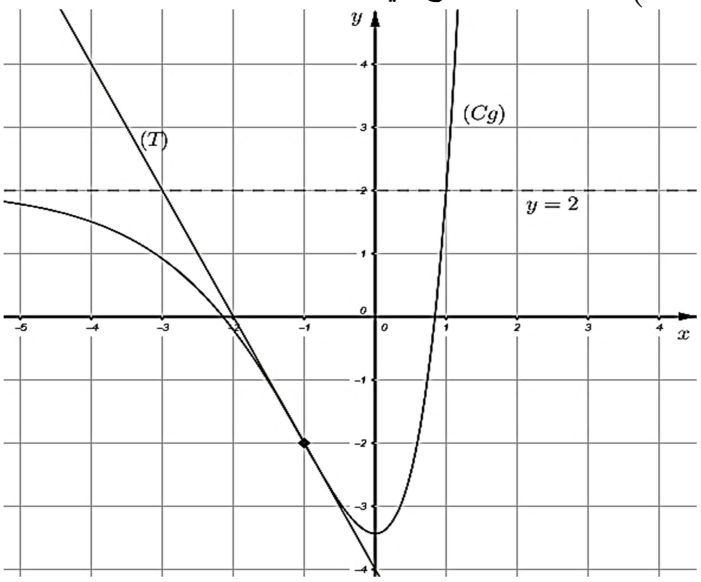
www.ency-education.com

التمرين الثالث (12 نقطة):

I)- g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=(ax+b)e^{x+1}+c$ و (C_g) تمثيلها البياني في م م م المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

علما أن (C_g) يقبل عند $-\infty$ مستقيما مقاربا افقيا معادلته $y=2$ و يقبل مماسا افقيا في النقطة ذات الفاصلة 0 معادلته

$y=-2e+2$ ، المستقيم (T) هومماس للمنحني (C_g) في النقطة $A(-1,-2)$ كما هو موضح في الشكل: **بقراءة بيانية:**



1) عين $g(1)$, $g'(0)$ و $g'(-1)$ ثم اكتب معادلة للمماس (T)

2) احسب $g'(x)$ بدلالة a و b ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3) باستعمال المعطيات السابقة بين أن: $a=2$, $b=-2$ و $c=2$

4) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $0.8<\alpha<0.9$ و $-2.1<\beta<-2.2$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II)- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=-2x-6+(-2x+4)e^{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في م م إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x)=(-2x+4)(1+e^{x+1})-10$ ثم احسب $f(2)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) أ)- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=-g(x)$

ب)- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-2x-6$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f) بالنسبة ل (Δ) (نقبل $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x+1}=0$)

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين احداثياها .

6) اكتب معادلة المماس (T') للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

7) ارسم المستقيم (Δ) و (T') و (C_f) المنحنى (نأخذ $f(\alpha)\approx 6,92$ و $f(\beta)\approx 0,92$)

8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=m$

أتمنى لكم التوفيق والنجاح في البكالوريا

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

تصحيح اختبار الفصل الأول
3 علوم خبرية

التمرين الأول: (04 نقاط)

1- لدينا: $\dot{y} - \ln 2 y = 0$ معناه: $\dot{y} = \ln 2 y$.

حلول المعادلة هي الدوال $f(x) = Ce^{ax}$; $C \in \mathbb{R}$ من الشكل (0,2)

لدينا: $a = \ln 2$ ومنه:

$f(x) = Ce^{(\ln 2)x}$

$f(0) = 1$ معناه:

$1 = Ce^0$

ومنه: $C = 1$ (0,25)

$f(x) = e^{(\ln 2)x} = e$

$f(x) = e^{\ln 2^x} = (e^{\ln 2})^x$ (0,2) ومنه:

$f(x) = 2^x$

* اقتراح الصحيح هو: (ب) (0,2)

2- حلول المعادلة: $|\ln|1-x| = \ln 3$

المعادلة معرفة يعني: $1 - x \neq 0$

ومنه: $x \neq 1$ (0,2)

$D = \mathbb{R} - \{1\}$

من أجل $x \in D$ المعادلة تكافئ: (0,2)

$|1-x| = 3$ (0,2)

إما: $(1-x = 3)$ أو $(1-x = -3)$

أي: $(x = -2)$ أو $(x = 4)$.

إذن: $S = \{-2; 4\}$ (0,2)

* اقتراح الصحيح هو (ج) (0,2)

3- الدالة g معرفة، قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ ودالتها المشتقة:

$g'(x) = 2\left(\frac{1}{x}\right)\ln x - \frac{1}{x}$ (0,2)

$g'(x) = \frac{1}{x}(2\ln x - 1)$ (0,1)

* اقتراح الصحيح هو (ج) (0,2)

4- اتجاه تغير الدالة g:

لدينا: $g'(x) = \frac{1}{x}(2\ln x - 1)$

$2\ln x - 1$ إشارة من إشارة $g'(x)$ لأن $\frac{1}{x} > 0$

$g'(x) = 0$ تكافئ $\frac{1}{x}(2\ln x - 1) = 0$ (0,2)

معناه $\frac{1}{x} \neq 0$

$2\ln x - 1 = 0$

معناه $\ln x = \frac{1}{2}$

$x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$ (0,2)

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$g'(x)$ (0,2)	‖	$-$	0	$+$	

الدالة g متناقصة تماما على $]0; \sqrt{e}]$

* اقتراح الصحيح هو (ج) (0,2)

enty-education.com/exams

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1- $D_f =]0; +\infty[$ 0,25

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$ 0,25

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ 0,25

2- استنتاج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

x	0		α		$+\infty$
إشارة $g(x)$	$\overline{0}$	$-$	0	$+$	

0,25 0,25

3/ لدينا: $f'(x) = \dfrac{(2-x)\,g(x)}{x}$

ولدراسة إشارة $f'(x)$ نلخص في الجدول التالي:

x	0		α		2		$+\infty$
$g(x)$	$\overline{0}$	$-$	0	$+$		$+$	
$(2-x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$	0,25	$-$	0	$+$	0	$-$	

$x \in [2; +\infty[$, $x \in]0; \alpha]$ و $f'(x) \leq 0$ 0,25

$x \in [\alpha; 2]$ و $f'(x) \geqslant 0$

1- $D_h = \mathbb{R}$.

$h(x) = f(e^{-x})$

2- استنتاج اتجاه تغير الدالة h:

الدالة h معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$h'(x) = -e^{-x} f'(e^{-x})$ 0,25

لدينا:

$0 < x \leq \alpha$ و $f'(x) \leq 0$

معناه:

$0 < e^{-x} \leq \alpha$ و $f'(e^{-x}) \leq 0$

معناه:

$e^{-x} \leqslant \alpha$.

$(\alpha > 0$ لأن$)$ $-x \leqslant \ln\alpha$ 0,25

$x \geqslant -\ln\alpha$

ومن جهة أخرى (بنفس الطريقة).

$x \in [2; +\infty[$ و $f'(e^{-x}) \leq 0$

$x \leqslant -\ln 2$ 0,25

ولدينا:

$\alpha \leqslant x \leqslant 2$ و $f'(x) \geqslant 0$

معناه:

$\alpha \leqslant e^{-x} \leqslant 2$ و $f'(e^{-x}) \geqslant 0$

لدينا $(\alpha > 0)$

$\ln\alpha \leqslant -x \leqslant \ln 2$.

$-\ln 2 \leqslant x \leqslant -\ln\alpha$ 0,25

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$-\ln\alpha$		$+\infty$
$f'(e^{-x})$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$-e^{-x}$		$-$		$-$		$-$	
$h'(x)$	0,25	$+$	0	$-$	0	$+$	
تغيرات h		↗		↘		↗	

$h'(x) \geqslant 0$ و $x \in]-\infty; -\ln 2]$ 0,25

معناه: h متزايدة تماما على $]-\infty; -\ln 2]$ و $[-\ln\alpha; +\infty[$

$h'(x) \leqslant 0$ و $x \in [-\ln 2; -\ln\alpha]$ 0,25

معناه: h متناقصة تماما على $[-\ln 2; -\ln\alpha]$.

التمرين الثالث: (12 نقطة)

$g(x) = (ax+b)e^{x+1} + c$.

① - تعيين:

$g(1) = 2$ (0,2ن) ، $g'(0) = 0$ (0,2ن) (معامل توجيه مماس موازي لمحور الفواصل)

$g'(-1) = \frac{-4-0}{0-(-2)} = -2$.

$g'(-1) = -2$ (0,2ن)

- كتابة معادلة المماس (T):

$(T): y = g'(-1)(x+1) + g(-1)$

$(T): y = -2(x+1) + (-2)$ (0,2ن)

$(T): y = -2x - 4$ (0,2ن)

② - حساب $g(x)$ بدلالة a و b:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ (0,2ن)

$g'(x) = ae^{x+1} + (ax+b)e^{x+1}$ (0,2ن)

$g'(x) = (ax+a+b)e^{x+1}$.

③ - إيجاد قيم a و b و c:

لدينا: $g'(-1) = -2$ معناه:

$-2 = (-a+a+b)e^{-1+1}$.

$-2 = be^0$

$b = -2$ (0,2ن) ومنه

لدينا: $g'(0) = 0$ معناه:

$0 = (a+b)e^1$.

$a+b = 0$ ، معناه $e \neq 0$ ومنه $a-2 = a$

$a = 2$ (0,2ن).

لدينا: $g(1) = 2$ (0,2ن)

$(a+b)e^2 + c = 2$.

$(2-2)e^2 + c = 2$.

$c = 2$ (0,2ن) ومنه:

$g(x) = (2x-2)e^{x+1} + 2$ إذن:

④ - تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β:

- لكل a من الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[0,8; 0,9]$ (0,2ن)، لدينا:

$g(0,8) \simeq -0,4198$.

$g(0,9) \simeq 0,6628$.

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0,8; 0,9[$ (0,2ن) حيث: $g(\alpha) = 0$.

- لكل β من المجال $[-2,2; -2,1]$: g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[-2,2; -2,1]$ (0,2ن)، لدينا:

$g(-2,2) \simeq 0,072$.

$g(-2,1) \simeq -0,063$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β من المجال $]-2,2; -2,1[$ (0,2ن) حيث: $g(\beta) = 0$

x	$-\infty$	β		α	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
تغيرات g	2	↘	$-2e+2$	↗	$+\infty$

www.ency-education.com
ency-education.com/exams

- إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		β		α		$+\infty$
إشارة $g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

0,5

II- تبيان أن :

$f(x) = (-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10$

لدينا :

$f(x) = -2x - 6 + (-2x+4)e^{x+1}$ 0,5

$= -2x + 4 - 10 + (-2x+4)e^{x+1}$

$= \boxed{(-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10}$ 0,5

وهو المطلوب

- حساب النهايات :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$ 0,5

لأن :

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} (-2x+4) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (1+e^{x+1}) = 1 \end{cases}$ ($e^{x+1} \to 0$)

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$ 0,5

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left[(-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10\right]$:

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} (-2x+4) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} (1+e^{x+1}) = +\infty \end{cases}$

حساب $f(2)$:

$f(2) = (-2(2)+4)e^{2+1} - 10$

$f(2) = (-4+4)e^{3} - 10$

$\boxed{f(2) = -10}$ 0,5

3- I- تبيان أن $f'(x) = -g(x)$:

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها

$f'(x) = -2(1+e^{x+1}) +$

$+ e^{x+1}(-2x+4)$ 0,5

$= -2 - 2e^{x+1} + e^{x+1}(-2x+4)$

$= (-2 - 2x + 4)e^{x+1} - 2$

$\boxed{f'(x) = (-2x+2)e^{x+1} - 2}$

$= -\left[(2x-2)e^{x+1} + 2\right]$ 0,5

$\boxed{f'(x) = -g(x)}$.

ب- اتجاه تغير الدالة f :

لدينا : $f'(x) = -g(x)$

$-g(x)$ من إشارة $f'(x)$ ومنه

x	β		α	
$-g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

f متزايدة تماما على $[\beta ; \alpha]$ 0,5

ومتناقصة تماما على $]-\infty ; \beta]$ و $[\alpha ; +\infty[$ 0,5

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		β		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
تغيرات $f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\beta)$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

0,5

4- تبيان أن (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

$\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - y] \overset{?}{=} 0$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left[(-2x+4)e^{x+1}\right] =$

ت.ح: $x+1 \to -\infty$ ، $e^{x+1} \to 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left[-2xe^{x+1} + 4e^{x+1}\right]$ 0,5

$\left(\lim\limits_{x \to -\infty} xe^{x+1} = 0\right)$ لأن

$= 0$ 0,5

ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

معادلته $y = -2x - 6$.

- دراسة الوضع النسبي:

$f(x)-y$ ندرس إشارة الفرق

$f(x)-y=(-2x+4)e^{x+1}$

لدينا: من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{x+1}>0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة $-2x+4$. 0,5ن

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-2x+4$		$+$	0	$-$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) يقع فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $A(2;-10)$		(C_f) يقع تحت (Δ)

0,5ن 0,5ن 0,5ن

ج- تبيان أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$f'(x)=-\left[2e^{x+1}+(2x-2)e^{x+1}\right]$ 0,25ن

$=-\left[(2+2x-2)e^{x+1}\right]$

$f'(x)=-2xe^{x+1}$ 0,5ن

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-2x$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

0,25ن 0,25ن

$f'(x)=0$ تكافئ $x=0$

نلاحظ أن المشتقة الثانية تنعدم عند 0 وتغير من إشارتها.

إذن النقطة $\Omega(0;f(0))$ نقطة انعطاف لـ (C_f) 0,5ن

$\Omega(0;-6+4e)$

6- كتابة معادلة المماس (T):

$(T):y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$(T):y=f'(0)(x-0)+f(0)$ 0,5ن

$\begin{cases} f'(0)=-g(0)=2e-2 \\ f(0)=-6+4e \end{cases}$

$(T):y=(2e-2)x-6+4e$ 0,5ن

3

- المناقشة البيانية:

- حلول المعادلة $f(x)=m$ هي إيجاد فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y=m$: 0,25ن

L2:

من أجل $m\in]-\infty;f(\beta)[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا موجبا. 0,5ن

$m=f(\beta)$ المعادلة تقبل حلا سالبا، وحلا آخر موجبا. 0,5ن

من أجل $m\in]f(\beta);f(\alpha)[$ المعادلة تقبل ثلاث حلول (حسين سالبين، والآخر موجب) 0,5ن

$m=f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلين أحدهما موجب، والآخر سالب. 0,5ن

من أجل $m\in]f(\alpha);+\infty[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا. 0,5ن

- ملاحظة: المطلوب في نص التمرين عدد الحلول وليس إشارة الحلول.

وبالتالي التلميذ لا يحاسب على نوع الحل إشارته

www.ency-education.com

- تابع للتدريس ح -

$$* \lim_{x \to -\infty} h(x) = \lim_{x \to -\infty} f(e^{-x})$$

$$= \lim_{x \to +\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$$ 0,25

$$* \lim_{x \to +\infty} h(x) = \lim_{x \to +\infty} f(e^{-x})$$

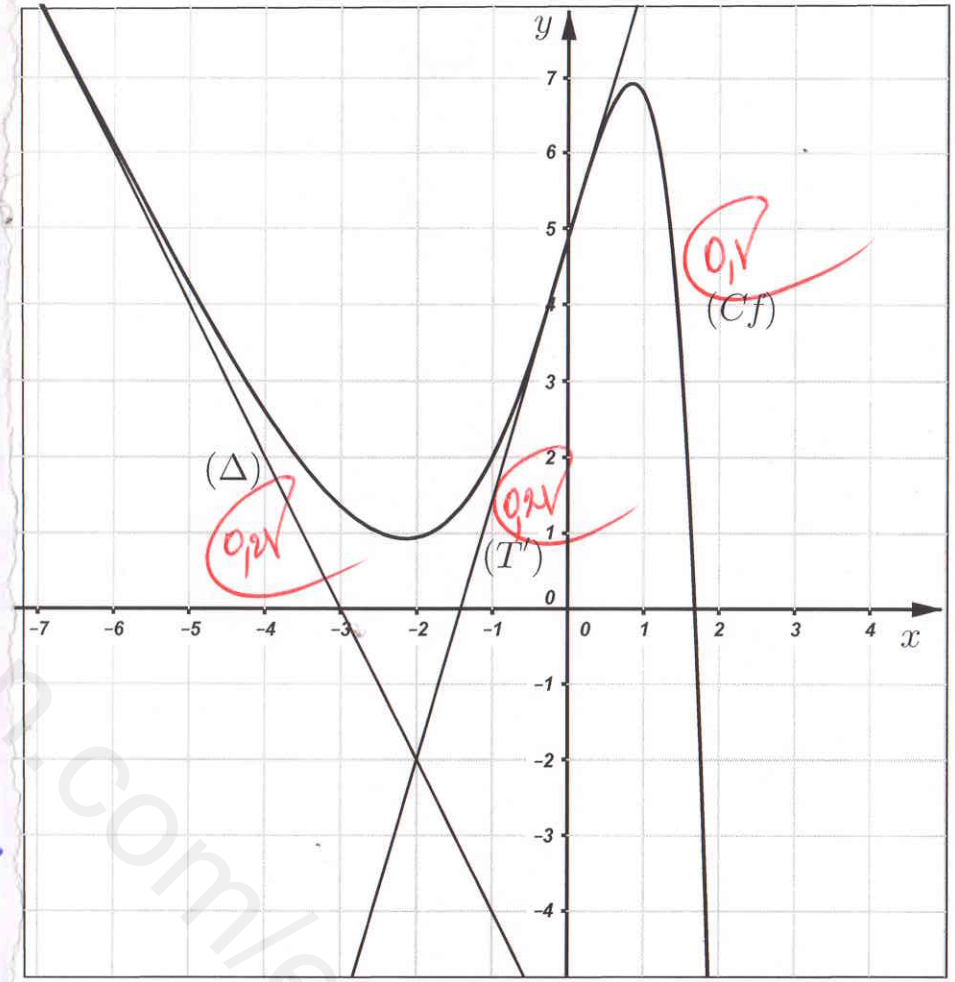
$$= \lim_{x \to 0} f(x) = \boxed{+\infty}$$ 0,25

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$-\ln \alpha$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
تغيرات h	$-\infty$	↗	$f(-\ln 2) = f(2)$	↘	$f(-\ln \alpha) = f(\alpha)$	↗	$+\infty$

0,25

$$h(-\ln 2) = f(e^{\ln 2}) = f(2) \simeq 3{,}09.$$

$$h(-\ln \alpha) = f(e^{\ln \alpha}) = f(\alpha).$$



www.ency-education.com
ency-education.com/exams

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى و الشعبة: ثالثة ثانوي علوم تجريبية يوم : 05/12/2022 المدة : 02 سا

التمرين الاول :(05ن)

في كل مما يلي توجد اجابة صحيحة واحدة ، عينها مع التبرير :

$[A]$ ◄ الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y' + 2y + 3 = 0$ والذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f المعرفة بـ:

(1) $f(x) = 3e^x - 2$ (2) $f(x) = \frac{5}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}$ (3) $f(x) = 2e^{2x} - \frac{3}{2}$

$[B]$ ◄ حلول المعادلة $e^x + 6e^{-x} - 5 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي :

(1) $\{ln(2); ln(3)\}$ (2) $\{2; 3\}$ (3) $\left\{ln(\frac{1}{2}); ln(\frac{2}{3})\right\}$ (4) $\{e^2; e^3\}$

$[C]$ ◄ منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$. يقبل مستقيم مقارب مائل في جوار $-\infty$ معادلته:

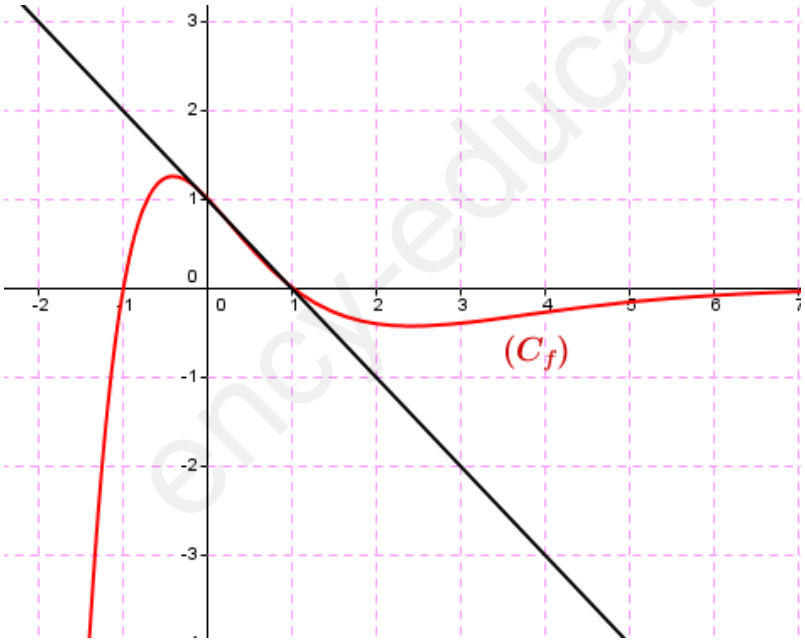
(1) $y = 3x - 1$ (2) $y = 3x + 1$ (3) $y = 3x$

$[D]$ ◄ قيمة المجموع S حيث : $S = ln\left(\frac{1}{2}\right) + ln\left(\frac{2}{3}\right) + ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ldots + ln\left(\frac{n-1}{n}\right)$ هي :

(1) $S = -ln(n-1)$ (2) $S = -ln(n+1)$ (3) $S = -ln(n)$

التمرين الثاني :(06ن)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$ و (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.



⊗ بقراءة بيانية اجب عما يلي :

[1] ◄ عين : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟

[2] ◄ عين كلا من : $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f'(0)$

[3] ◄ أكتب معادلة للمماس (T) .

[4] ◄ حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج اشارة $f(x)$

[5] ◄ عين مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x + m$ حلا وحيدا سالبا تماما.

[6] ◄ اوجد العددين الحقيقين a و b.

[7] ◄ نضع في ما يلي : $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

1) ◄ أوجد معادلات المماسات لـ (C_f) التي توازي المستقيم ذو المعادلة $y = 2$

www.ency-education.com

♠ g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+1-x\ln x$.

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x\to>0} g(x)$ ، و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

[2] ♦ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

[3] ♦ بين ان المعادلة $g=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.5<\alpha<3.6$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

[1] ♦ بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما: $x=0$ و $y=0$

[2] ♦ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

[3] ♦ أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

[4] ♦ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

[5] ♦ أحسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

[6] ♦ بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

[7] ♦ أنشئ (C_f)

[8] ♦ h هي الدالة العددية المعرفة بـ: $h(x)=\dfrac{\ln|x|}{|x|+1}$ و (C_h) منحناها البياني

أ) ♦ بين أن الدالة h دالة زوجية

ب) ♦ أرسم في نفس المعلم (C_h) مستعينا بـ (C_f)

بالتوفيق

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

المستوى: 3ع ت	الاجابة النموذجية لاختبار الفصل الأول 3 ع ت 2+1	2023/ 2022

التمرين الاول : (05نقاط)

اختيار الاجابة الصحيحة مع التبرير:

1) الحل الخاص للمعادلة $-y'+2y+3=0$ حيث $f(0)=1$ هي: $(2)\cdot f(x)=\frac{5}{2}e^{2x}-\frac{3}{2}$

التبرير: لدينا: $y'=2y+3$ ومنه الحل العام هو $f(x)=ce^{ax}-\frac{b}{a}$ أي $f(x)=ce^{2x}-\frac{3}{2}$ وبما ان $f(0)=1$ فان $ce^{0}-\frac{3}{2}=1$ أي $c=1+\frac{3}{2}$ و في الاخير الحل الخاص للمعادلة هو: $f(x)=\frac{5}{2}e^{2x}-\frac{3}{2}$

2) حلول المعادلة $e^{x}+6e^{-x}-5=0$ هي $(1)\{\ln 2;\ln 3\}$

التبرير: لدينا $e^{x}+6e^{-x}-5=0$ بضرب طرفي المعادلة في e^{x} نجد $e^{x}(e^{x}+6e^{-x}-5)=0$ اي $e^{2x}-5e^{x}+6=0$ و بوضع $y=e^{x}$ نجد: $y^{2}-5y+6=0$ وبحل المعادلة نجد $y_1=2$ او $y_2=3$ أي $e^{x}=3$ او $e^{x}=2$ منه :

$S=\{\ln 2;\ln 3\}$

3) منحنى الدالة f يقبل مقارب مائل في جوار $-\infty$ معادلته: $(1)y=3x-1$

التبرير: لدينا: $y=3x+b$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-(3x+b)=0$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[3x+\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}-3x-b\right]=0$

$-1-b=0$

لان $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=-1$ اذن $b=-1$ أي $y=3x-1$

4) قيمة المجموع S هي : $(3)S=-\ln(n)$

$S=\ln\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\ldots\frac{n-1}{n}\right)$

التبرير: لدينا:

$=\ln\left(\frac{1}{n}\right)=\ln(1)-\ln(n)$

$=-\ln(n)$

التمرين الثاني : (06نقطة) بقراءة بيانية

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

نستنتج المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا افقيا هو حامل محور الفواصل معادلته $y=0$

2) $f(-1)=0$. $f(0)=1$ و $f'(0)=-1$

3) معادلة المماس (T)

لدينا: $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه : $y=-x+1$

4) حل المعادلة $f(x)=0$ واستنتاج اشارة $f(x)$

حلول المعادلة هي $S=\{-1;1\}$ و اشارة $f(x)$ كما يلي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5) قيم $f(x)=0$ التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x)=-x+m$ حلا واحدا سالبا تماما هي :

$m\in\ ]-\infty\ ;1[$

6) إيجاد العددين الحقيقيين a و b:

لدينا $f(-1)=0$ تكافئ $(1+a)e^{-b}=0$ ومنه : $a=-1$

ولدينا : $f'(x)=(2ax)e^{bx}+be^{bx}(1+ax^{2})$ وبما ان $a=-1$

فان: $f'(x)=-2xe^{bx}+be^{bx}(1-x^{2})$

اذن : $f'(0)=-1$ تكافئ : $b=-1$

7) ايجاد معادلات المماسات :

$f'(x)=0$ ومنه $-2xe^{-x}-e^{-x}(1-x^{2})=0$, اي

تكافئ $e^{-x}(x^{2}-2x-1)=0$.ومنه $x^{2}-2x-1=0$

اذن $x=1+\sqrt{2}$ او $1-\sqrt{2}$

$(T_1)\cdot y=f(1-\sqrt{2})$ و $y=\left(2-2\sqrt{2}\right)e^{-1+\sqrt{2}}$

$(T_2)\cdot y=f(1+\sqrt{2})$ و $y=\left(2+2\sqrt{2}\right)e^{-1-\sqrt{2}}$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (09نقاط)

I)الجزء الاول:

$g(x)=x+1-x\ln x$

1) حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=1$ لان: $\begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x+1=1\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x\ln x=0\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ لان: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x(1+\frac{1}{x}-\ln x)$

و $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+\frac{1}{x}-\ln x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$

2) دراسة اتجاه تغير الدالة g ونشكل جدول التغيرات:

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0;-\infty[$ ودالتها المشتقة g' حيث : $g'(x)=1-(\ln x+1)=-\ln x$

اشارة $g'(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1]$ المجال ومتناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$.

جدول التغيرات :

x	0		1		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$			
$g(x)$	‖ 1	↗	2	↘	0	↘	$-\infty$

3) اثبات ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا:

الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما(رتيبة)على المجال $]1;+\infty[$ اذن فهي مستمرة ورتيبة على المجال $[3.5;3.6]$لان $[3.5;3.6]\in]1;+\infty[$ هذا من جهة

ومن جهة اجرى $f(3.5)\times f(3.6)<0$ اي $\begin{cases}f(3.5)\simeq 0.12\\ f(3.6)\simeq -0.01\end{cases}$

مما سبق وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3.5<\alpha<3.6$

اشارة $g(x)$:

x	0		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

II)الجزء الثاني:

$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$

1) اثبات ان يقبل مستقيمين مقاربين :

لدينا $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ وهذا معناه ان حامل محور الفواصل هو مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) معادلته $y=0$

ولدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ وهذا معناه ان حامل محور الترائيب هو مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) و معادلته $x=0$.

2) اثبات أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة f' حيث: $f'(x)=\dfrac{(\ln x)'(x+1)-1(\ln x)}{(x+1)^2}$

$$=\frac{\frac{(x+1)}{x}-\ln x}{(x+1)^2}=\frac{\frac{x+1-\ln x}{x}}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{x+1-\ln x}{x(x+1)^2}=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$$

3) دراسة اتجاه تغير الدالة f:

إشارة المشتقة : لدينا $(x+1)^2>0$ و $x>0$ منه فاشارة المشتقة من اشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

إذن الدالة متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

جدول التغيرات:

x	0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$			
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$f(\alpha)$	↘	$+\infty$

4) معادلة المماس (T)

لدينا: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ومنه $(T):\ y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

5) حساب النهاية والتفسير الهندسي:

بما أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ فان:

$\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=0$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)$

التفسير الهندسي: منحنى الدالة f يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α معادلته : $y=f(\alpha)$

www.ency-education.com

6) اثبان ان : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$ واستنتاج حصر لـ

ط1) لدينا: $f(\alpha)=\frac{\ln\alpha}{\alpha+1}$ ومما سبق لدينا $g(\alpha)=0$ ومنه $\alpha+1-\alpha\ln\alpha=0$ اي $\ln\alpha=\frac{\alpha+1}{\alpha}$ وبالتعويض نجد:

$$f(\alpha)=\frac{\frac{\alpha+1}{\alpha}}{\alpha+1}=\frac{\alpha+1}{\alpha}\times\frac{1}{\alpha+1}=\frac{1}{\alpha}$$

حصر $f(\alpha)$ لدينا $3.5<\alpha<3.6$ ومنه $\frac{1}{3.6}<\frac{1}{\alpha}<\frac{1}{3.5}$ اذن $0.28<f(\alpha)<0.29$

ط2) اثبات ان : $f(\alpha)-\frac{1}{\alpha}=0$

$$f(\alpha)-\frac{1}{\alpha}=\frac{\ln\alpha}{\alpha+1}-\frac{1}{\alpha}$$ ومنه $$f(\alpha)=\frac{\alpha\ln\alpha-\alpha-1}{(\alpha+1)\alpha}$$ $$f(\alpha)=\frac{-(\alpha+1-\alpha\ln\alpha)}{(\alpha+1)\alpha}=-\frac{g(\alpha)}{(\alpha+1)\alpha}$$

بما أن $g(\alpha)=0$ نجد : $f(\alpha)-\frac{1}{\alpha}=0$

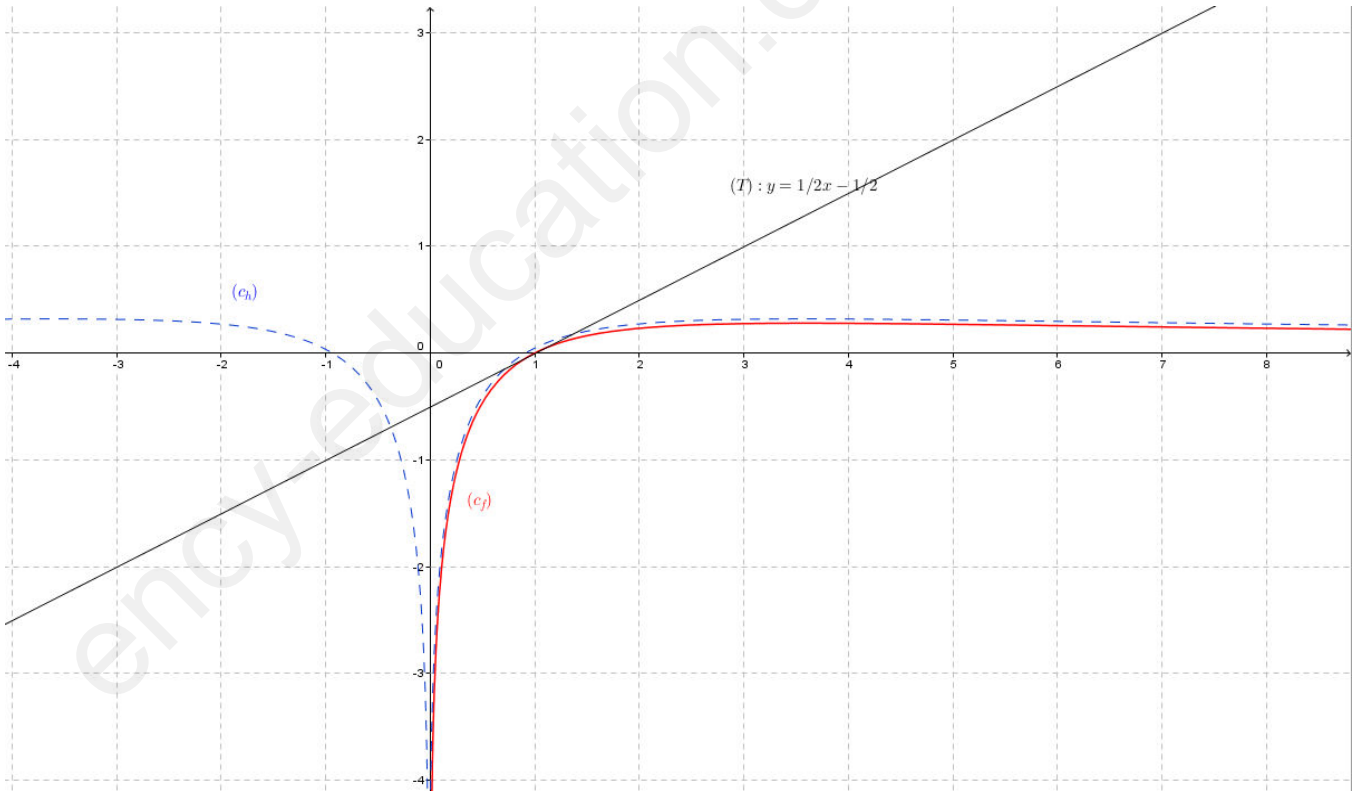
7) انشاء المنحنى (C_f)

8) لدينا : $h(x)=\frac{\ln|x|}{|x|+1}$

أ) اثبات ان h دالة زوجية: الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ ومنه من اجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}$ فان $-x\in\mathbb{R}$

ولدينا: $h(-x)=\frac{\ln|-x|}{|-x|+1}=\frac{\ln|x|}{|x|+1}=h(x)$ ومنه فالدالة h دالة زوجية.

ب) رسم المنحنى (C_h) في نفس المعلم



ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : الأخوين فارلو – مهدية– تيارت –

الموسم الدراسي : 2023/2022

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ❸ علوم تجريبية

المدّة : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2e^x-x}{1+e^x}$ ساعة

التمرين الأول: (06 نقاط)

✍ لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح ، عيّنه مع التبرير

①: مجموعة حلول المُعادلة: $2\ln^2 x+9\ln x=5$ هي:

أ) $S=\{e^{-5};\sqrt{e}\}$	ب) $\{-5;\frac{1}{2}\}$	ج) $\{10^{-5};\sqrt{10}\}$

②: إذا كانت f الدّالة العددية المُعرّفة على $\mathbb{R}$ و التي تحقّق $f(0)=1$ حلاّ للمُعادلة التفاضلية: $2y'+4y-2=0$ ،فإنّ:

أ) $f(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{2e^{2x}}$	ب) $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-2x-\frac{1}{2}}$	ج) $f(x)=e^{2x}-2$

③: f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $f(x)=g(\sqrt{x})$ و $g'(x)=e^{2x}$ ، عبارة $f'(x)$ هي:

أ) $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}e^{2\sqrt{x}}$.	ب) $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$	ج) $f'(x)=\sqrt{x}e^{2\sqrt{x}}$

④ من أجل كل عدد حقيقي x العبارة $2x-\ln(e^x+3)$ تُساوي:

أ) $x-\ln(1+3e^{-x})$	ب) $x+\ln(1+3e^{-x})$	ج) $\ln\left(\dfrac{2e^x}{e^x+3}\right)$.

التمرين الثاني: (14 نقطة)

❑ الجزء الأول : نعتبر الدالة g المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\dfrac{1}{e}+xe^x$.

① أُحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

② أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

③ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

❑ الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 - x^2e^x$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المُتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$) .

❶ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ ثم فسّر النتيجة هندسيّا .

❷ أحسب $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها .

❸ إستنتج إتّجاه تغيّر f على $\mathbb{R}$ ،ثم شكّل جدول تغيّراتها .

❹ بيّن أنّ المُنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف.

❺ بيّن أنّ المُعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $0.7 < \alpha < 0.8$ ، ثم إستنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

❻ أثبت أنّ للمنحنى (C_f) مماسين يشملان النّقطة $A(0;1)$ ، مُعادلتيهما : $(T_1) : y = 1$ و $(T_2) : y = \frac{1}{e}x + 1$.

❼ بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ: $f(x) - \left(\frac{1}{e}x + 1\right) = -x \cdot g(x)$
، ثم إستنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (T_2) .

❽ أنشئ $(T_1), (T_2)$ و (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$. (نأخذ: $f(1) = -1.7$)

❑ الجزء الثالث : نعتبر الدّالة h المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = |f(x)|$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السّابق.

① بيّن أنّ: $h(x) = f(x)$ على مجال يُطلب تعيينه.

② إشرح كيفية إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السّابق.

③ عيّن قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المُعادلة: $h(x) = m^2$ حلاّ و حيدا .

✍ K دالة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $K(x) = f(1 - 2x)$.

④ أحسب $K'(x)$ بدلالة $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها . ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدّالة K بعد حساب النهايات.

إنتهى

إعمل بجد في صمت؛
ودَع النجاح يُحدِثُ الضجيجْ.
"Work hard in silence, let success make the noise."

تصحيح الاختبار 01 - 3علوم تجريبية - Bac2023

التمرين الأول

1/ الاجابة الصحيحة: f): $S=\{e^{-5};\sqrt{e}\}$

لأن: أولا: المعادلة معرفة من أجل $x\geq 0$ أي: $D=]0;+\infty[$

لدينا: $2\ln^2 x+9\ln x=5$

أي: $2\ln^2 x+9\ln x-5=0$

بوضع $t=\ln x$ نجد:

$2t^2+9t-5=0$

نجد: $\begin{cases} t_1=1/2 \Rightarrow \ln x_1=1/2 \\ t_2=-5 \Rightarrow \ln x_2=-5 \end{cases}$

إذن: $\begin{cases} x_1=e^{1/2}=\sqrt{e}\in D \\ x_2=e^{-5}\in D \end{cases}$

$S=\{e^{-5};\sqrt{e}\}$

2/ الاجابة الصحيحة: f) $f(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{2e^{2x}}$

لأن: $2y'+4y-2=0$

أي: $y'=-2y+1$ مع $a=-2$ و $b=1$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى

حلها هو محور الدوال:

$y=Ce^{-ax}-\dfrac{b}{a}$ / $C\in\mathbb{R}$

$y=Ce^{-2x}-\dfrac{1}{-2}=Ce^{-2x}+\dfrac{1}{2}$

من أجل $f(0)=1$

$1=Ce^{-2(0)}+\dfrac{1}{2}$

أي: $C=\ldots=\dfrac{1}{2}$

ومنه: $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-2x}+\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{1}{2e^{2x}}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1+e^{2x}}{2e^{2x}}$

3/ الإجابة الصحيحة: ب) $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$

لأن: حسب قانون مشتق مركب الثنين

$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}g'(\sqrt{x})$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{2(\sqrt{x})}$

$=\dfrac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$

4/ الاجابة الصحيحة: f) $x-\ln(1+3e^{-x})$

لأن: $2x-\ln(e^x+3)=2x-\ln\left(\dfrac{1}{e^x}+3\right)$

$=2x-\ln\left(\dfrac{1+3e^{-x}}{e^x}\right)$

$=2x-[\ln(1+3e^{-x})-\ln(e^{-x})]$

$=2x-\ln(1+3e^{-x})+(-x)$

$=x-\ln(1+3e^{-x})$

التمرين الثاني:

$g(x)=\dfrac{1}{e}+xe^x$

الجزء I /

1/ حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{-\infty}\left[\dfrac{1}{e}+xe^x\right]=\dfrac{1}{e}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{+\infty}\left[\dfrac{1}{e}+xe^x\right]=+\infty$

لأن: $\begin{cases} \lim\limits_{-\infty}(xe^x)=0 \\ \lim\limits_{+\infty}(xe^x)=+\infty \end{cases}$

2/ اتجاه تغير g:

أولا: حساب $g'(x)$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

$g'(x)=0+(1)(e^x)+(e^x)(x)$

$g'(x)=(x+1)e^x$

www.ency-education.com

ثانيا: إشارة $g'(x)$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
e^x		$+$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

g متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$
و g متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$

جدول تغيرات g:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

$g(-1)=\frac{1}{e}+(-1)e^{-1}=\frac{1}{e}-\frac{1}{e}=0$

إشارة $g(x)$: من جدول التغيرات نستنتج

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$+$	

التمرين الثاني / II

$f(x)=1-x^2e^x$

1/ حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-x^2e^x)=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x^2e^x)=-\infty$

لأن:

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2e^x)=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2e^x)=-\infty\end{cases}$

التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=1$ بجوار $-\infty$

1/ حساب $f'(x)$: f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$f'(x)=0-[(2x)(e^x)+(e^x)(x^2)]$

$=-(x^2+2x)e^x$

$=(-x^2-2x)e^x$

إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$-x^2-2x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^x		$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

لأن:

$-x^2-2x=0$

$-x(x+2)=0$

إما $x=0$ أو $x=-2$

2/ إتجاه تغير f:

f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$

f متزايدة تماما على $[-2;0]$

جدول تغيرات f:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$1-4e^{-2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

$f(-2)=1-4e^{-2}\approx 0,5$

$f(0)=1-0e^0=1$

توضيح الجزء الخاص بـ $k(x)$:

$k(\frac{1}{2})=f(1-2(\frac{1}{2}))=f(0)=1$

$k(\frac{3}{2})=f(1-2(\frac{3}{2}))=f(-2)=1-4e^{-2}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} k(x)=f(\lim\limits_{x\to-\infty}(1-2x))=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)=f(\lim\limits_{x\to+\infty}(1-2x))=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$

الحساب على الانستغرام: @kamel_mdz14
www.ency-education.com

BAC 2023 - Exam no 1: 3S - الصفحة 03

4/ نبين أن (Γ_f) يقبل نقطتي انعطاف:

- ما تظهر نقط الانعطاف بعد دراسة إشارة المشتقة الثانية:

- حساب $f''(x)$:

$$f''(x) = (2x-2)e^x + (e^x)(-x^2-2x)$$
$$= (-x^2-2x-2x-2)e^x$$
$$= (-x^2-4x-2)e^x$$

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{2}$		$-2+\sqrt{2}$		$+\infty$
$-x^2-4x-2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^x		$+$		$+$		$+$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

لأن:

$-x^2-4x-2=0$

$\Delta = 8 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{2}$

$x_1 = \frac{+4+2\sqrt{2}}{-2} = -2+\sqrt{2}$

$x_2 = \frac{+4-2\sqrt{2}}{-2} = -2-\sqrt{2}$

إذن: (Γ_f) يقبل نقطتي انعطاف

$B\left(-2+\sqrt{2}; f(-2+\sqrt{2})\right)$

$C\left(-2-\sqrt{2}; f(-2-\sqrt{2})\right)$

حيث:

$\begin{cases} -2+\sqrt{2} \simeq -0,6 \\ -2-\sqrt{2} \simeq -3,4 \end{cases}$ $\begin{cases} f(-2+\sqrt{2}) \simeq 0,8 \\ f(-2-\sqrt{2}) \simeq 0,6 \end{cases}$

5/ المعادلة: $f(x)=0$

- f مستمرة ورتيبة تماما على $[0,7; 0,8]$ (متناقصة تماما)

- لدينا:

$f(0,7) \simeq 0,01$

$f(0,8) \simeq -0,4$

أي $f(0,7) \times f(0,8) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$\alpha \in]0,7; 0,8[$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

6/ اثبات المماسين:

نحل المعادلة:

$1 = f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)$

أي:

$\left[(-x_0^2-2x_0)e^{x_0}\right](-x_0) + (1-x_0^2e^{x_0}) = 1$

$x_0^3e^{x_0} + 2x_0^2e^{x_0} + 1 - x_0^2e^{x_0} = 1$

$x_0^3e^{x_0} + x_0^2e^{x_0} = 0$

$x_0^2(x_0+1)e^{x_0} = 0$

$x_0+1=0$ أو $x_0^2=0$

$x_0 = -1$ أو $x_0 = 0$

إذن (Γ_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يمران بالنقطة $A(0;1)$ حيث:

$(T_1): y = f'(0)(x-0)+f(0)$

$y = 0(x)+1$

$(T_1): y = 1$

$(T_2): y = f'(-1)(x+1)+f(-1)$

$y = (-1+2)e^{-1}(x+1)+1-e^{-1}$

$y = \frac{1}{e}(x+1)+1-\frac{1}{e}$

$y = \frac{1}{e}x + \frac{1}{e} + 1 - \frac{1}{e}$

$(T_2): y = \frac{1}{e}x + 1$

www.ency-education.com
الحساب على الانستغرام: @kamel_mdz14

- BAC 2023 - Examen 0135 - الصفحة 04 -

1/ حساب:

$$f(x)-\left(\frac{1}{e}x+1\right)=1-xe^x-\frac{1}{e}x-1$$

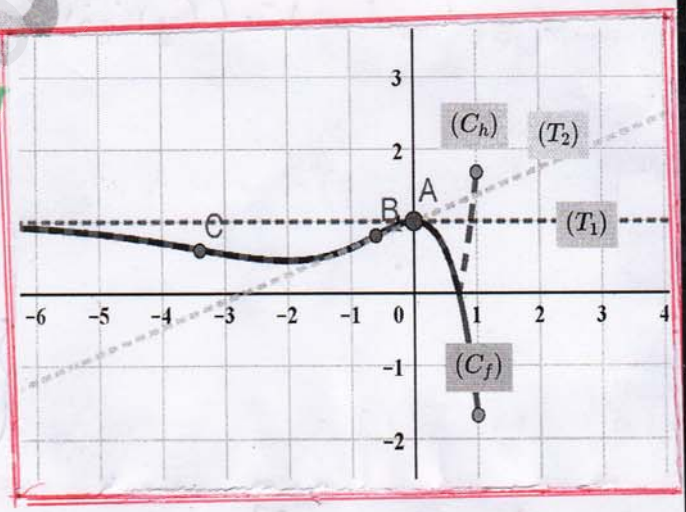
$$=-x\left(\frac{1}{e}+xe^x\right)$$

$$=-x\cdot g(x)$$

الاستنتاج: الوضع النسبي بين (C_f) و (T_2):

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$+$	0	$+$		$+$	
$f(x)-y$		$+$	0	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) فوق (T_2)	(T_2) يقطع (C_f)	(C_f) فوق (T_2)	(T_2) يقطع (C_f)	(T_2) تحت (C_f)	

2/ الإنشاء المنوي:



3/ حلول المعادلة: $h(x)=m^2$

هي فواصل نقط تقاطع (C_h) مع المستقيمات ذي المعادلة $y=m^2$

- المعادلة تقبل حلا وحيدا لما:

$m^2=1-4e^{-2}$ أو $m^2=1$ (حل مضاعف) (غير مطلوب)

$m^2\in[0;1-4e^{-2}[$ أو $m^2\in]1-4e^{-2};0]$

$m\in[0;\sqrt{1-4e^{-2}}[$ أو $m\in]-\sqrt{1-4e^{-2}};0]$

4/ $k(x)=f(1-2x)$

$k'(x)=-2f'(1-2x)$

$f'(1-2x)\geq 0$

$-2\leq 1-2x\leq 0$ (ب)

$-3\leq -2x\leq -1$

$-\frac{1}{2}\leq x\leq -\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{2}$

$f'(1-2x)\leq 0$

$\begin{cases}1-2x\leq -2\\ 1-2x\geq 0\end{cases}$ (ب)

$\begin{cases}x\geq \frac{-2-1}{-2}\\ x\leq \frac{-1}{-2}\end{cases}$

أي $\begin{cases}x\geq 3/2\\ x\leq 1/2\end{cases}$

x	$-\infty$		$1/2$		$3/2$		$+\infty$
-2		$-$		$-$		$-$	
$f'(2-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$k'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$1-4e^{-2}$	↗	$+\infty$

III/ الجزء

$h(x)=|f(x)|$

1/ نوع النسبة المطلوبة

$h(x)=\begin{cases}f(x) & f(x)\geq 0\\ -f(x) & f(x)\leq 0\end{cases}$

الحساب على الانستغرام: @kamel_mdz14
www.ency-education.com