

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = \frac{11}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n - 4$

- (1) أحسب الحدين u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير .
- (2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_{n+1} > u_n$.
- (3) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 4u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي .
أ - عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية وأساسها $q = 3$
ب - باستعمال قيمة $\alpha = -8$ ، أكتب v_n بدلالة n ثم عبر عن u_n بدلالة n .
ج - هل المتتالية (u_n) محدودة ؟

- (5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = u_0 + \frac{u_1}{4} + \frac{u_2}{4^2} + \dots + \frac{u_n}{4^n}$
أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = 3 \left[1 - \left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} \right] + \frac{8}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right]$
ب/ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ فسر النتيجة .

التمرين الثاني : 08 نقاط

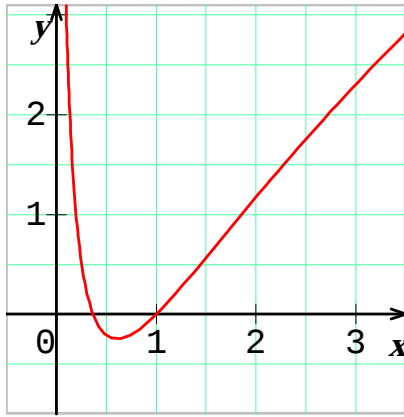
الجزء الأول

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .
- (2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3)$ يقبل القسمة على 7 .
- (3) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 5n)$ يقبل القسمة على 7 .

الجزء الثاني

n عدد طبيعي . نضع : $a = 11n + 3$ و $b = 13n - 1$.

- (1) بين أن $13a - 11b = 50$.
- (2) عين كل القيم الممكنة $PGCD(a; b)$.
- (3) عين ثنائية $(a; b)$ بحيث يكون $PGCD(a; b) = 50$.



نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \ln x + (\ln x)^2$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (الشكل)

1. بين أن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x(\ln x)^2 - x \ln x + x$ أصلية للدالة f على $]0; +\infty[$.

2. α عدد حقيقي أكبر تماماً من 1.

أ/- احسب $A(\alpha)$ المساحة للحيز المحدد بالمنحني C_f و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\alpha$.

ب/- عين قيمة α بحيث يكون $A(\alpha) = 2\alpha - 1$.

انتهى الموضوع