يوم: 04 – 12 – 2023 **اختبار الفصل الأوّل في مادة الرياضيات** المدة: ساعتان

التمرين الأوّل: **(10 نقاط)**

I] f_m الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f_m(x)=\dfrac{e^{mx}-1}{2e^x}$ حيث m وسيط حقيقي مع $m \geqslant 1$.

(C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة I يطلب تعيين إحداثياتها.

2) أدرس حسب قيم الوسيط m تغيرات f_m (ميّز حالتين $m=1$ و $m>1$)، ثم شكل جدول تغيراتها.

II] نضع $m=2$، أي: $f_2(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{2e^x}$.

1) شكّل جدول تغيرات f_2، ثم إشارة $f_2(x)$.

2) أ) بيّن أنّ المنحنى (C_2) يقبل نقطة انعطاف H يطلب تعيين إحداثياتها.

ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_2) عند النقطة H.

3) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=f_2(x)-x$.

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) أحسب $g(0)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

جـ) استنتج وضعية المنحنى (C_2) بالنسبة للمماس (T).

4) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_2) في المعلم السابق.

III] h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$، (Γ) منحناها البياني في المعلم السابق.

1) a وb عددان حقيقيان

بيّن أنّ النقطة $N(a;b)$ تنتمي إلى المنحنى (Γ) إذا وفقط إذا كانت $M(b;a)$ تنتمي إلى المنحنى (C_2).

2) ماذا تستنتج فيما يخص المنحنيين (Γ) و (C_2).

3) أنشئ المنحنى (Γ) في نفس المعلم السابق.

www.ency-education.com

التمرين الثاني (10 نقاط)

I] h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=ax^2+b-\ln|x|$

عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى تقبل الدالة h عند $x_0=\frac{1}{2}$ قيمة حدية صغرى قيمتها $\frac{3}{2}+\ln 2$.

II] g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $g(x)=2x^2+1-\ln|x|$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) استنتج حسب قيم x من $\mathbb{R}^*$، إشارة $g(x)$.

III] f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=2x-2+\frac{\ln|x|}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 2 cm).

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي تعريفها.

2) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=2x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و (Δ).

4) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ أحسب $f(-x)+f(x)$، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

5) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما 1 والآخر α حيث: $-0,4<\alpha<-0,3$.

6) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') يوازيان المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلتيهما.

7) أنشئ (Δ)، (T)، (T') و(C_f).

8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x)=2x+m$.

www.ency-education.com