الدالة	دالتها الأصلية	الدالة	دالتها الأصلية
$a / a \in \Re$	ax	af'	af
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}$	$f'.f^n$	$\frac{1}{n+1}f^{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$ln\|x\|$	$\frac{f'}{f}$	$ln\|f\|$
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$	$\frac{f'}{f^n}$	$\frac{-1}{(n-1)f^{n-1}}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$\frac{f'}{\sqrt{f}}$	$2\sqrt{f}$
$cos\,x$	$sin\,x$	$f'.cos\,f$	$sin\,f$
$sin\,x$	$-cos\,x$	$f'.sin\,f$	$-cos\,x$
e^x	e^x	$f'.e^f$	e^f
التكامل بالتجزئة	$\int f'(x).g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x).g'(x)dx$		

التمرين الأول :

أحسب التكاملات الآتية :

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1}dx \ ، \ \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2}dx \ ، \ \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$$

$$\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx \ ، \ \int_0^{\frac{\pi}{4}} tgxdx \ ، \ \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{cos\,x}{sin\,x+1}dx$$

$$\int_0^1 xe^{x^2+1}dx \ ، \ \int_{\frac{1}{1}}^{1} \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx \ ، \ \int_{e^{-1}}^{e} \frac{|ln\,x|}{x}dx \ ، \ \int_0^{e^2} \frac{(ln\,x)^2}{x}dx$$

التمرين الثاني :

أحسب التكاملات الآتية :

$$\int_0^1 \frac{x^3-x+2}{x-2}dx \ ، \ \int_0^2 \frac{x^2}{x+1}dx \ ، \ \int_0^1 \frac{x}{x+1}dx$$

$$\int_3^4 \frac{1}{x^2-3x+2}dx \ ، \ \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)}dx \ ، \ \int_0^{ln\,2} \frac{1}{e^{-x}+1}dx$$

(مساعدة : أكتب : $\frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$)

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} cos^3 x.sin^4 xdx \ ، \ \int_0^{\frac{\pi}{3}} cos^3 xdx \ ، \ \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^2 xdx$$

التمرين الثالث :

باستعمال التكامل بالتجزئة : احسب التكاملات الآتية:

$$\int_0^{e^2} \frac{ln\,x}{2\sqrt{x}}dx \ ، \ \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,cos\,xdx \ ، \ \int_0^1 xe^x dx \ ، \ \int_1^e x\,ln\,xdx$$

$$\int_2^4 ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx \ ، \ \int_1^e x^2\,ln\,xdx \ ، \ \int_1^e (ln\,x)^2 dx$$

$$\int_0^2 x\,ln(1+x)dx \ ، \ \int_0^{\frac{\pi}{2}} (cos\,x)ln(1+cos\,x)dx$$

التمرين الرابع :

✓ نريد حساب التكاملين I و J حيث :

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2 xdx \quad و \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^2 xdx$$

1. احسب $I + J$.
2. احسب $I - J$.(تذكر : $cos^2 x - sin^2 x = cos\,2x$)
3. استنتج كل من I و J .
4.

المسألة :

الجزء الأول : (دراسة دالة مساعدة)

✓ نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$$g(x) = (x-1)e^x + x + 1$$

- أدرس تغيرات g على $]0,+\infty[$.
- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$.

الجزء الثاني : (دراسة تغيرات دالة وإنشاء تمثيلها البياني)

✓ نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re^*$ بـ :

$$f(x) = \frac{xe^x}{(e^x-1)^2}$$

1. بين أن الدالة f فردية .
2. أ) - أحسب : $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ (تذكر: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$)
   ثم فسر النتيجة هندسيا .
   ب) - بين أن : $f(x) = \frac{xe^{-x}}{(1-e^{-x})^2}$
   ج) - بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ، فسر النتيجة بيانيا .
3. بين أن: $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^3}g(x)$ من أجل $x \in]0,+\infty[$
4. أعط جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$.
5. أنشئ (C_f) .

الجزء الثالث : (حساب مساحة حيز من المستوى)

1. تحقق من أن : $\frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} = \frac{1}{e^x-1}$.
2. بين أن : $\int_{ln\,2}^{ln\,3} \frac{1}{e^x-1} = 2\,ln\,2 - ln\,3$.
3. أحسب : $\left(\frac{1}{e^x-1}\right)'$
4. باستعمال التكامل بالتجزئة احسب : $\int_{ln\,2}^{ln\,3} \frac{xe^x}{(e^x-1)^2}dx$
5. استنتج مساحة الحيز من المستوي المحصور بين (C_f) و المستقيمات : $y = 0$ ، $x = ln\,2$ ، $x = ln\,3$