الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

3 ثانوي شعبة تسيير و اقتصاد **الأستاذ: بلجودي حمو**

دورة 2024

امتحان بكـــالوريا شتوية

اختبار في مادة الرياضيات **المدة: 2 ســـــا**

الموضـــــــوع

التمرين الأول : (09 ن)

I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 50$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{7}{10}u_n + 6$.

1) أحسب : u_1 و u_2 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ 20$.

3) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج تقاربها .

4) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـــ $v_n = u_n - 20$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

II) في بداية سنة 2024 كان عدد أعوان الأمن في شركة 50 عونا ، في نهاية كل سنة يتم تحويل 30 % إلى موقع آخر ، بالمقابل يتم توظيف 6 أعوان جدد . نرمز بـــ u_n لعدد أعوان الأمن في الشركة بداية سنة $2024+n$.

1) بين لماذا من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{7}{10}u_n + 6$.

2) بالاستعانة بالجزء (I)، كم يكون عدد الأعوان بداية سنة 2029 ؟ . (تدور النتيجة الى الوحدة) .

التمرين الثاني : (11 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re - \{1\}$ بـِ $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; I, J)$.

1) أحسب نهايات الدالة f ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلته .

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\Re - \{1\}$ ، $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

www.ency-education.com

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\Re - \{1\}$، $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) أنشئ (Δ) و (C_f) .

6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = m$ حلين متمايزين .

انتهـــي الموضوع

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مدرسة روافد المستقبل
امتحان بكـــالوريا تجريبي
شعبة : تسيير و اقتصاد

الأستاذ بلجودي حمو
دورة 2024

اختبار في مادة الرياضيات (تصحيح) | المدة: | 2 ســا

حل الموضـــــــوع

حل التمرين الأول : (9 ن) .....

I) نعتبر المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=50$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{7}{10}u_n+6$.

1)أحسب : u_1 و u_2 : $u_1=\frac{7}{10}\times 50+6=41$ $u_1=\frac{7}{10}\times 41+6=34.7$ .....(0.5 ن)

التخمين : $u_2\prec u_1\prec u_0$ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.....(0.5 ن)

2)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\geq 20$ . .....(1 ن)

لتكن هذه الخاصية : $p(n)$

- نتحقق من صحة الخاصية $p(0)$.لدينا $u_0=50\succ 20$ محققة .
- نفرض صحة الخاصية $p(n)$ أي $u_n\succ 20$ و نبرهن صحة $p(n+1)$ أي $u_{n+1}\succ 20$.

لدينا فرضا $u_n\succ 20$ ومنه $\frac{7}{10}u_n\succ 14$ ومنه $\frac{7}{10}u_n+6\succ 20$ أي $u_{n+1}\succ 20$

حسب الاستدلال بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي ، $u_n\succ -6$.

3)بين أن المتتالية (u_n) **متناقصة :** .....(1 ن)

$$u_{n+1}-u_n=\frac{7}{10}u_n+6-u_n=\left(\frac{7}{10}-1\right)u_n+6=-\frac{3}{10}u_n+6$$

مما سبق،من أجل كل عدد طبيعي ، $u_n\succ 20$ و منه $-\frac{3}{10}u_n\prec -6$ و منه $-\frac{3}{10}u_n+6\prec 0$ أي $u_{n+1}-u_n\prec 0$. إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ثم استنتج تقاربها . .....(0.5 ن)

(u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل بالعدد 20 إذن هي متقاربة .

4) (v_n) **متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي بالعلاقة :** $v_n=u_n-20$.

أ)بين أن (v_n) **متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول** v_0 . .....(1 ن)

www.ency-education.com

من اجل كل n من N لدينا : $v_{n+1}=u_{n+1}-20=\frac{7}{10}u_n+6-20=\frac{7}{10}u_n-14=0\frac{7}{10}(u_n-20)=\frac{7}{10}v_n$

ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{10}$ و حدها الأول $v_0=u_0-20=50-20=30$ ..... **(0.5 ن)**

ب)أكتب v_n بدلالة n : $v_n=v_0\times q^n=30\times\left(\frac{7}{10}\right)^n$ ..... **(1 ن)**

ثم u_n بدلالة n : لدينا: $v_n=u_n-20$ و منه : $u_n=v_n-20=30\times\left(\frac{7}{10}\right)^n+20$ ..... **(1 ن)**

1) بين لماذا من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{7}{10}u_n+6$ . ..... **(1 ن)**

$$u_{n+1}=u_n-\frac{30}{100}u_n+6=\left(1-\frac{30}{100}\right)u_n+6=\frac{70}{100}u_n+6=\frac{7}{10}u_n+6$$

2) بالاستعانة بالجزء الأول ، كم يكون عدد العمال بداية سنة 2029 . ..... **(1 ن)**

$2024+n=2029$ ومنه $n=5$. و منه u_5 هو عدد الأعوان بداية سنة 2029 .

ومنه $n=5$.

لدينا من أجل كل عدد طبيعي ، $u_n=30\times\left(\frac{7}{10}\right)^n+20$ ومنه $u_5=30\times\left(\frac{7}{10}\right)^5+20=25$

حل التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re-\{1\}$ بـ $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1)أحسب نهايات الدالة f : ..... **(1 ن)**

- $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}x=+\infty.$
- $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}}f(x)=+\infty.$
- $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$
- $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}f(x)=-\infty$

ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلته . ..... **(0.5 ن)**

اذن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب معادلته $x=1$ $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{\substack{x\to1\\>}}f(x)=+\infty\end{cases}$

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\Re-\{1\}$ ، $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ ..... **(1 ن)**

$$f(x)=\frac{(ax+b)(x-1)+c}{x-1}=\frac{ax^2-ax+bx-b+c}{x-1}$$ بالمطابقة نجد : $a=1$

و $-a+b=-2$ ومنه $-1+b=-2$ ومنه $b=-1$.

www.ency-education.com

و $-b+c=5$ ومنه $1+c=5$ ومنه $c=4$.

✥من أجل كل عدد حقيقي x من $\Re-\{1\}$ ؛ $f(x)=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ (يمكن استعمال القسمة الاقليدية)

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) .....(1 ن)

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x-1}=0.$ • $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$

المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ج) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).....(1 ن)

$f(x)-(x-1)=\dfrac{4}{x-1}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y$	-	‖	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	‖	(C_f) فوق (Δ)

7) أ) بين أنه من أجل كل x من $\Re-\{1\}$، $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$: .....(1 ن)

من أجل كل x من $\Re-\{1\}$ بـ

$$f'(x)=\frac{(2x-2)(x-1)-1(x^2-2x+5)}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-2x-2x+2-x^2+2x-5}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

لدينا من جهة أخرى $(x+1)(x-3)=x^2-3x+x-3=x^2-2x-3$ و بالتالي $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f .....(1 ن)

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0 -	‖	- 0	+

الدالة f متناقصة تماما على $]-1;1[$ و $]1;3]$ و متزايدة تماما على $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$.

ثم شكل جدول تغيراتها. .....(1 ن)

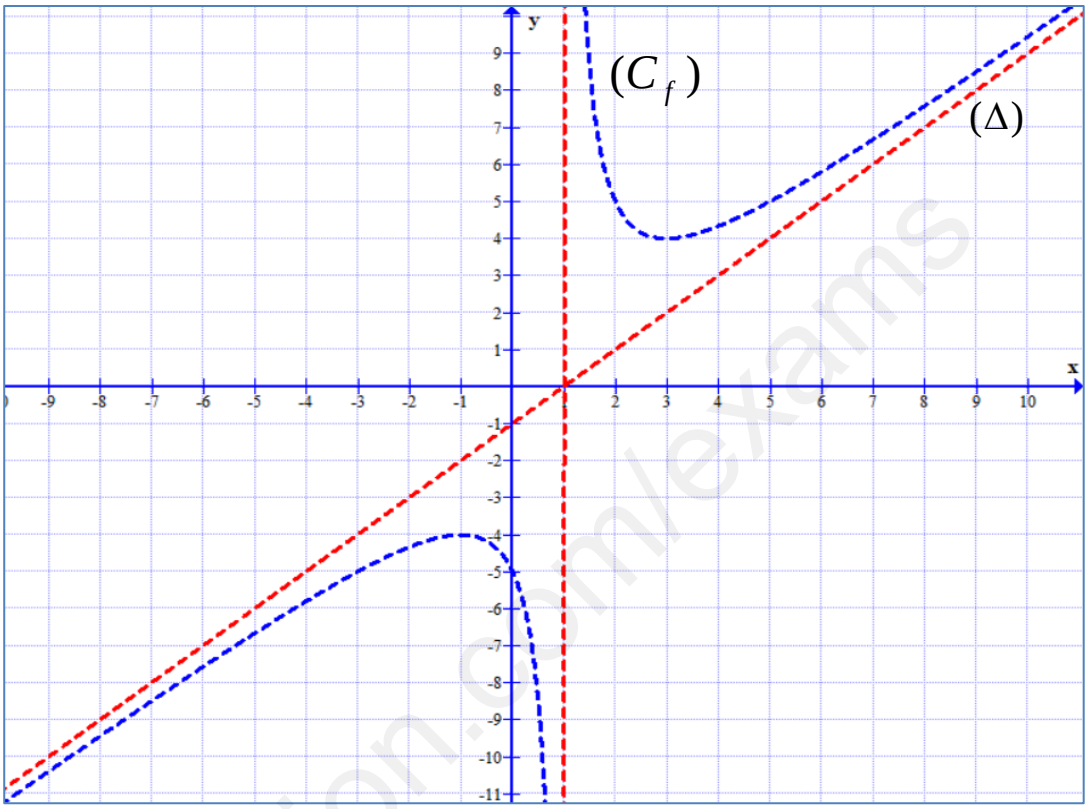
x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0 -	‖	- 0	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-4 ↘	‖	$+\infty$ ↘ 4 ↗	$+\infty$

ency-education.com/exams

8) أكتب معادلة (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 . .....(1 ن)

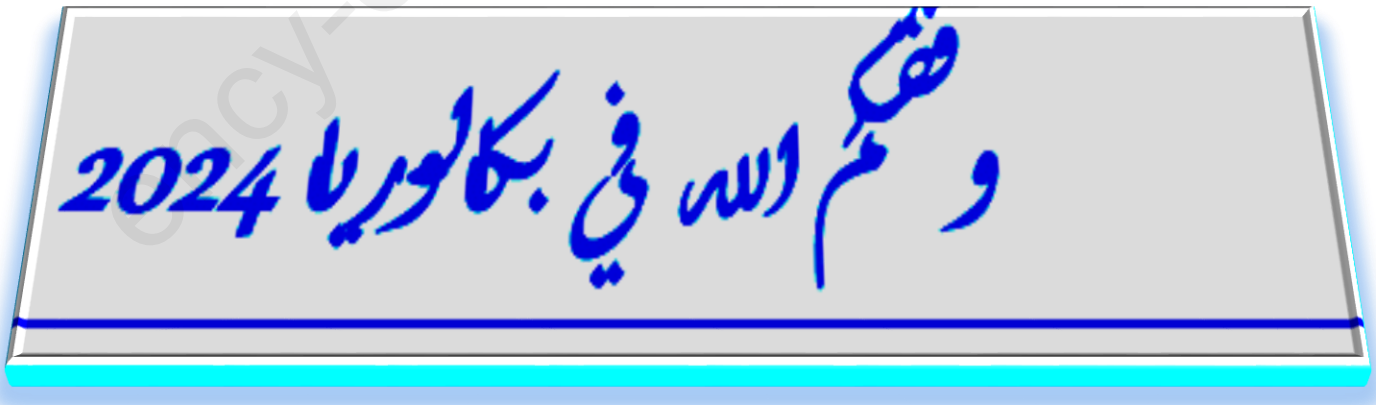
$y = f'(0)(x-0)+f(0)$ و منه $y=-3(x-0)+-5$ ، معادلة (T) هي: $y=-3x-5$

9) أنشئ (Δ) و (C_f) . .....(1.5 ن)



10)عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلين متمايزين . .....(1 ن)

$m \in]-\infty;-4[\cup]4;+\infty[$



ency-education.com/exams