



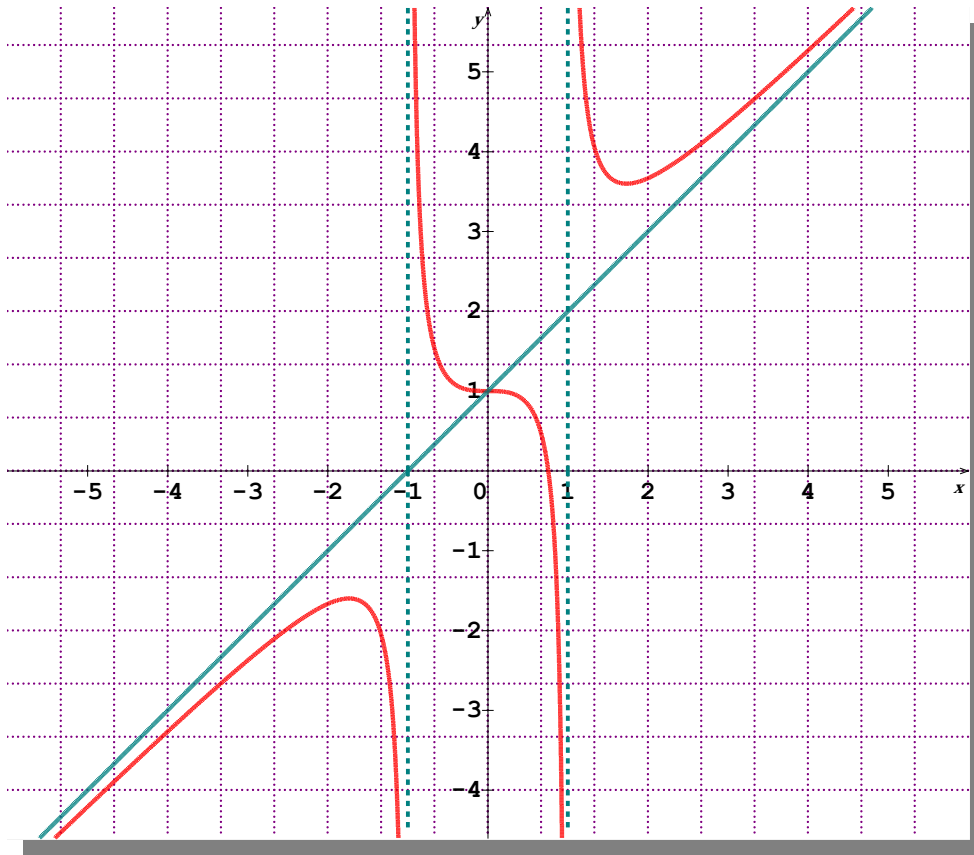
مجلة الرائد في الرياضيات



تمارين الدوال العددية في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2021



إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook





مجلة الرائد في الرياضيات



تمارين الدوال العددية
في البكالوريا بين يديك

الشعب: علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

حساب النهايات

الجزء الثاني

الإستمرارية-الاشتقاقية

الجزء الثالث

الشعب: العلوم التجريبية+تقني رياضي+رياضيات

(1)المواضيع ، (2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الرابع

تمارين مقترحة

BAC2021

إعداد :الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook



الجزء الأول: حساب النهايات



التمرين: 01

أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها في كل حالة من الحالات التالية:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}, f(x) = \frac{-3x^2 - 4x + 5}{(x-1)^2} \quad (3, D_f = \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4} \quad (2, D_f = \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 1 \quad (1$$

$$D_f = \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1} \quad (6, D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}, f(x) = \frac{2x^3 - 2x^2}{(2x-1)^2} \quad (5, D_f = \mathbb{R} - \{1; 3\}, f(x) = \frac{4x-8}{x^2 - 4x + 3} \quad (4$$

$$D_f =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (8, D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}, f(x) = 2x - 3 - \frac{x+1}{x^2 - 4} \quad (7$$

التمرين: 02

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 4}{x-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

(1) عين كل من الأعداد a و b و c بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

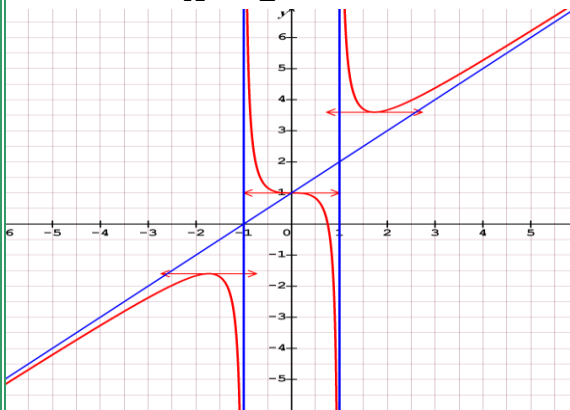
(2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.

(3) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما .

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

التمرين: 03

(C_f) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$



(1) بقراءة بيانية:

- جد النهايات على الأطراف المفتوحة من D .

- عين معادلات المستقيمت المقاربة.

(2) تحقق حسابيا من نتائج السؤال السابق.

(3) احسب $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيّرات f .

(4) احسب $f(-x) + f(x)$, ثم فسّر النتيجة هندسيًا.

التمرين: 04

I- احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x + 3} + (2x + 1)) \quad (4, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2} \quad (3, \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 1}) \quad (2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} \quad (1$$

II- اثبت صحة النهايات التالية بطريقة مناسبة.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3} - x + 2) = 2 \quad (4, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2+x-2} = \frac{1}{6} \quad (3, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1} = 2 \quad (2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-4x^2+5x-2}{x^2-x-2} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

التمرين: 05

$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - 2x + 1$: دالة عددية معرفة على المجال $D =]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[$ كما يلي:

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم تحقق $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- (2) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
- (3) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-3x)] = 2$ ، ثم فسر بيانها هذه النتيجة .

التمرين: 06

$f(x) = \frac{2x - \sin x}{x + 1}$: دالة عددية معرفة على المجال $D =]-1; +\infty[$ كما يلي:

- أ- بين أن $\frac{2x-1}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x+1}$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانها.
- ب- باستعمال طريقة العدد المشتق برهن أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ، ثم استنتج : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$.
- ج- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ماذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f ؟

التمرين: 07

- 1- من أجل كل $x < 0$ ، بين أن : $\sqrt{x^2 + 3x} < -x$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \sqrt{x^2 + 3x})$.
- 2- من أجل كل $x > 1$ ، بين أن : $\sqrt{x^2 - 2x + 3} > x + 1$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{x^2 - 2x + 3})$.

التمرين: 08

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ وليكن C_f منحنىها البياني.

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 5} + 3}$.
- (2) استنتج $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ، ماذا تعني النتيجة السابقة بالنسبة للدالة f ؟ فسر ذلك بياناً.
- (3) بين ان (أ) : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = 1$ ، (ب) : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = -1$.
- (4) بين أن المستقيم ذو المعادلة : $y = x$ مقارب مائل للمنحنى C_f عند $+\infty$.
- (5) بين ان f دالة زوجية ، ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب المائل للمنحنى C_f عند $-\infty$.

الجزء الثاني: الاستمرارية-الاشتقاقية



التمرين: 09

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة :

أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل ثلاثة حلول ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]-1; 1[$ ثم جد حصرًا للعدد α سعة 0,1

ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلا على المجال $]2; 3[$

التمرين: 10

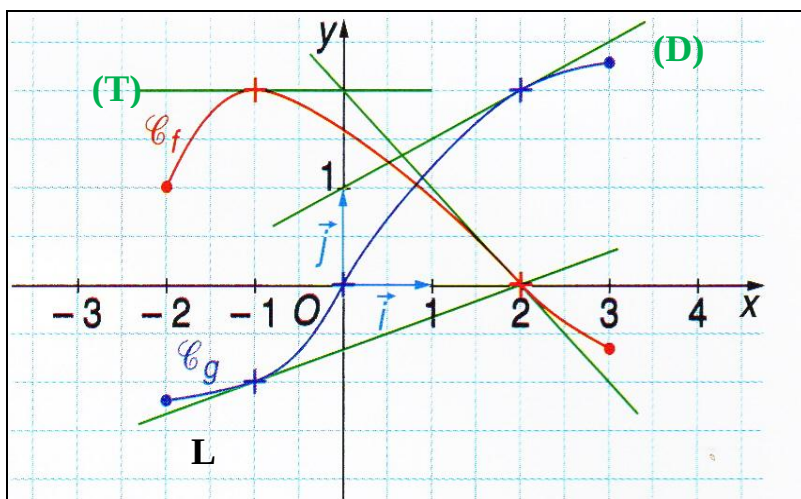
أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة a ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(1) $f(x) = x^2 - 3x$ و $a = -1$ ، (2) $f(x) = x^2 |x - 1|$ و $a = 1$ ، (3) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ و $a = 2$ من اليمين

التمرين: 11

رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و (C_g)

الممثلين لدالتين f و g معرفتين وقابلتين للاشتقاق على المجال $[-2; 3]$ وبعض مماساتهما.



(1) أحسب الأعداد المشتقة التالية:

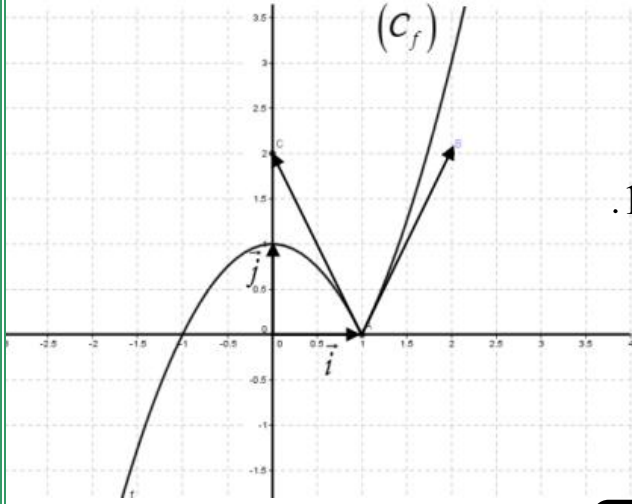
$$* (f)'(-1), * (g)'(-1), * (f)'(2), * (g)'(2)$$

(2) من أجل كل x من المجال $[-2; 3]$ نضع : $h(x) = f(2x - 1)$.

أ) باستعمال مشتق دالة مركبة عين اتجاه تغير الدالة h على المجال $[-2; 3]$

ب) أحسب $h'(0)$ و $h'(2)$. ثم أكتب معادلات كل من المستقيمات T و D و L

التمرين: 12



لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = |x-1|(x+1) \text{ و } (C_f) \text{ منحنىها البياني كما هو.}$$

مبيّن في الشكل المقابل

(1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق f عند 1.

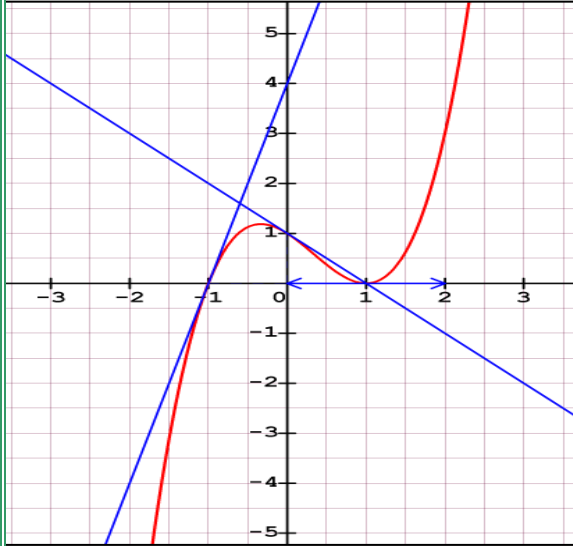
(2) أثبت صحة تخمينك.

(3) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m

$$f(x) + m^2 = f(0) \text{ عدد حلول المعادلة}$$

التمرين: 13

(C_g) المنحنى المقابل هو التمثيل البياني لدالة عددية g معرفة وقابلة للإشتقاق على المجال $\mathbb{R}$:



المماسات لـ (C_g) عند النقط $A(-1;0)$ ، $B(0;1)$ و $C(1;0)$

(I-1) بقراءة بيانية عين مايلي:

$$g'(1), g'(0), g'(-1) \text{ و } g(1), g(0), g(-1)$$

(2) أكتب معادلات المماسات عند النقطتين A و B .

(3) حل بيانيا في المجال $[-2;2]$: المعادلتين $g(x) = 0$

$$\text{و } g'(x) = -1 \text{ و المتراجحة } g'(x) \leq 0$$

(II) نقبل أن : $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c باستعمال نتائج السؤال

(I-1) ثم تحقق من النتائج المحصل عليها سابقا.

التمرين: 14

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2 - \alpha + 3}{x} : x \leq 2 \\ f(x) = x^2 + 2x - \alpha : x > 2 \end{cases}$$

واليك (C_f) هو تمثيلها البياني

(1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون f قابلة للإشتقاق عند 2.

(2) نفرض في هذا الجزء أن : $\alpha = 19$.

(أ) ادرس تغيرات الدالة f على مجال تعريفها.

(ب) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $(-\infty)$ يطلب تعيين معادلة له.

(ج) اكتب معادلة المماس (T) عند نقطته ذات الفاصلة 2

(د) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي حامل محور الفواصل ؟ برر إجابتك

التمرين: 15

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{4x-4}{x^2+2x-3} : x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2+3} + \alpha x : x \geq 1 \end{cases}$$

1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

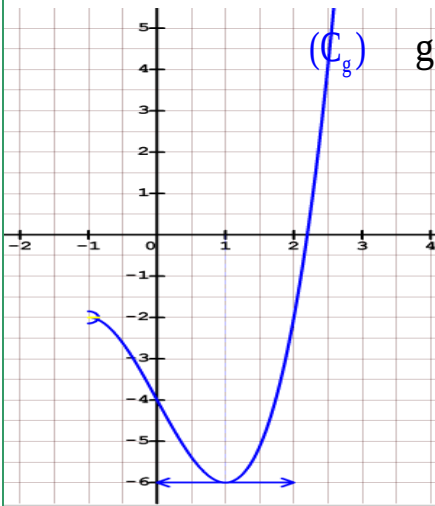
2) نفرض أن $\alpha = -1$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(1)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(1)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج) أكتب معادلتين نصفين المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1

التمرين: 16



(C_g) المقابل هو منحنى لدالة g معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = ax^3 + bx + c$

1) بقراءة بيانية اجب عن الاسئلة التالية:

أ) جد كلاً من $g(0)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة: $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha \in]2; 2,25[$

استنتج إشارة $g(x)$

التمرين: 17

لتكن f الدالة المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{1\}$ بمجدول تغيراتها كما يلي.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
f(x)	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$

1) باستعمال جدول تغيرات الدالة f عين إشارة $f(x)$ و $f'(x)$ على D .

2) لتكن الدوال التالية: $g(x) = f(x^2)$ ، $h(x) = f(\frac{1}{x})$ ، $k(x) = f(-2x)$ معرفة بـ:

باستعمال مشتقة دالة مركبة استنتج اتجاه تغير كلاً من g ، h ، k .

3) $V(x) = \frac{1}{f(x)}$ ، $E(x) = [f(x)]^3$ ، $R(x) = [f(x)]^2$ دوال عددية معرفة بـ معرفة:

أ) عبر عن كلاً من $R'(x)$ و $E'(x)$ و $V'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات كلاً من الدوال V ، E ، R .

التمرين: 18

f دالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$ جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
f(x)	4		$+\infty$	$+\infty$	-2

واليمكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- أفسر بيانيا، كل نهاية لـ f ، عيّن نهاية $f\left(\frac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

ب) بيّن أن المعادلة $f(x) = 2$ تقبل حدا وحيدا على $[0; 2[$.

2- g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بالشكل: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$; $x \neq 2$ و $g(2) = 0$

عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ ، $-\infty$ و 3. ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

التمرين: 19

اليك جدول تغيرات الدالة العددية f والمعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

x	$-\infty$	α	1	2	5	$+\infty$
f'(x)		-		-	0	+
f(x)	2021	0	$+\infty$	0	-3	-1442

من خلال قراءتك لجدول التغيرات أجب عن مايلي:

1) عين نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف، ثم اكتب معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

2) حدّد اتجاه تغير الدالة f

3) عيّن حلول المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على مجال تعريفها.

4) g دالة معرفة على المجال $]1; 2] \cup]\alpha; -\infty]$ ب: $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

أ) احسب نهايات الدالة g على الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها

ب) بين أن f و g لهما نفس اتجاه التغير على D_g . حدد اتجاه تغير الدالة g ثم ارسم جدول تغيراتها.

التمرين: 20

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ طول الوحدة 4cm.

f دالة معرفة على $[-1; 1]$ ب: $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1- بيّن أن الدالة f فردية

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ فسر النتيجة السابقة هندسيا.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

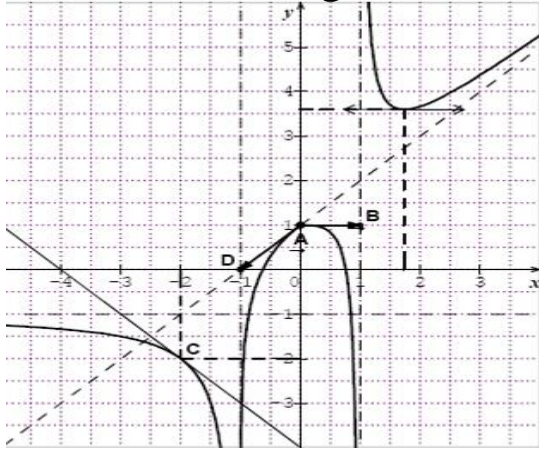
4- أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند مبدأ الإحداثيات.

ب) ادرس وضعية المماس (T) والمنحنى (C_f) ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

5- أرسم كلاً من المماس (T) والمنحنى (C_f) .

التمرين: 21

(C_f) التمثيل البياني لدالة f في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية :

أ- عين D_f مجموعة تعريف الدالة f . ثم شكل جدول f

2 - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1$ ثم فسر بيانيا هذه النهاية.

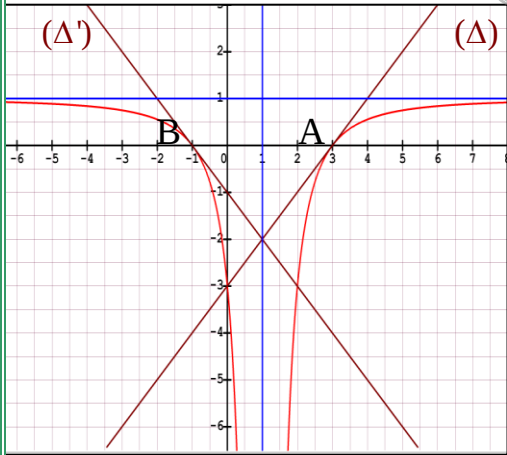
3- عين $f(0)$ ، $f'(-2)$ ، $f'_-(0)$ و $f'_+(0)$.

هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0؟ برر اجابتك.

4- حل بيانيا كلاً من المعادلة: $f(x) = 0$ والمترابطة $f'(x) \geq 0$

5- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) - x = m$

التمرين: 22



(C_f) الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$

و (Δ) ، (Δ') المماسين لـ (C_f) في النقطتين $A(3;0)$ و $B(-1;0)$

1) بقراءة بيانية: أ- جد نهايات f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- حدّد إشارة $f(x)$ ، ثم إشارة $f'(x)$.

ج- شكل جدول تغيرات f .

د- جد $f'(3)$ و $f'(-1)$ ثم جد معادلة (Δ) و (Δ')

2) نقبل أن: $f(x) = \frac{x^2 - ax + b}{(x-1)^2}$ استقد من الإجابة 1) ج- لتعين العددين a و b .

3) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^2$

أ- احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب - شكل جدول تغيرات h .

التمرين: 23

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x + 2}$ واليكن (C_f) هومتثيلها البياني.

(1) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(1; -3)$ مماسا ميله $\frac{2}{3}$

(2) نفرض أن $\alpha = -3$ و $\beta = -7$

(أ) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم الذي معادلته: $y = x - 1$ ؟ برر جوابك

(ب) بين المنحنى (C_f) يقبل مماسين عموديين على المستقيم الذي معادلته: $4y - x = 0$.

(ج) بين المنحنى (C_f) يقبل مماسين يوازيان حامل محور الفواصل.

التمرين: 24

I- f دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $g(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 4$

و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والذي يقبل مماسا (T) عند النقطة $A(0; 4)$.

لاحظ الشكل ثم ضع تخمينا حول:

(أ-1) عدد جذور $g(x)$ وإشارته.

(ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمماس (T)

2- دراسة تغيرات الدالة g

احسب من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

(أ-3) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]-1; 0[$ ثم عين حصرا للعدد α سعة 10^{-1} .

(ب) ستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

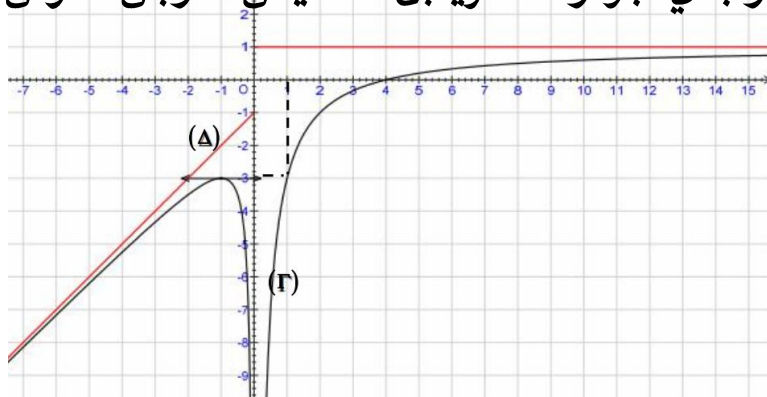
(أ-4) اكتب معادلة المماس (T) . (ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمماس (T) .

ملاحظة: هل تخمينك يتوافق مع النتائج المحصل عليها؟

التمرين: 25

في الشكل الموالي (Γ) يمثل بيان الدالة f والمعرفة والمستمرة على $\mathbb{R}^*$ ، المنحنى (Γ)

يقبل مستقيم مقارب في جوار $-\infty$ ويقبل مستقيمان مقاربان آخران معادلتهما: $x=0$ و $y=1$



1- عين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f \circ f(x) - f(x)]$ و $\lim_{|x| \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

2- ضع جدول تغيرات الدالة f.

3- حل المعادلتين: $f(x) = -1$ و $f(x) = -3$

4- عين $f(]0; +\infty[)$ ، $f(]-\infty; 0[)$ و $f(]0; 4[)$.

ب) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$ كمايلي: $g(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x+3}$ وبجدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	-3	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	-	0	+
g				

1- أنقل ثم اكمل الجدول.

2- أرسم التمثيل البياني للدالة g في معلم متعامد ومتجانس جديد وحدة الطول 2cm.

3- لتكن الدالة h المعرفة كمايلي: $h(x) = (f \circ g)(x)$

أ) بين ان h معرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$

ب) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -3} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

التمرين: 26

لتكن f الدالة المعرفة بـ: $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{cx^2 + dx - 2}$ حيث a, b, c, d اعداد حقيقية

وليكن (C_f) هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

I- جد الاعداد a, b, c, d علما ان المنحنى (C_f) .

أ) لا يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل.

ب) يقبل مستقيم موازي لمحور التراتيب معادلته: $x = 2$.

ج) يشمل النقطة $A(1; -2)$ ويقبل عندها مماسا معامل توجهه -5.

II- نضع من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$.

1- أ) أحسب نهاية الدالة f عند اطراف مجال مجال تعريفها.

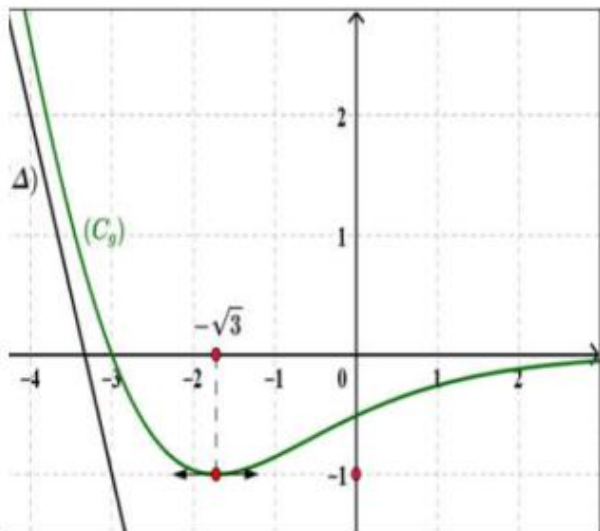
ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x - 3]$ ، ماذا تستنتج؟

2- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- أ) تحقق انه من اجل كل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) + f(4-x) = 10$ ماذا تستنتج؟

ج) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2 = (m-1)x - 2m$

في الشكل المقابل (C_g) يمثل بيان الدالة والمعرفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.



(ب) محور الفواصل مقارب لـ (C_{ga}) بجوار $+\infty$.

1. بقراءة بيانية عيّن:

$$g'(-\sqrt{3}), g(-\sqrt{3}), g(-3)$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + 3x] \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}, \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \text{ (ب)}$$

f.2 دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

حيث $f'(x) = g(x)$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني.

* عَيْنَ إِشَارَةٍ $f'(x) = g(x)$.

* برر نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

الجزء الثالث: تمارين البكالوريا



العلوم التجريبية

التمرين: 28 دورة 2014

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حدا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

(3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,1$).

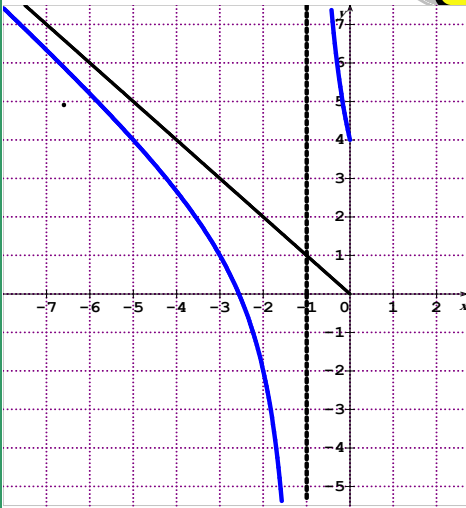
(4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$. (5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$.

ب) أستنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h) .

التمرين: 29 دورة 2009



(I) f دالة معرفة على المجال $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$ ب:

$$f(x) = -x + \frac{4}{x+1} \text{ و } (C_f) \text{ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى}$$

معلم متعامد ومتجانس $(\vec{i}; \vec{j}; 0)$ كما هو مبين في الشكل المقابل

(1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه f شكل جدول تغيراتها.

(2) g دالة معرفة على $[0; +\infty[$ ب: $g(x) = x + \frac{4}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ج) أدرس تغيرات g.

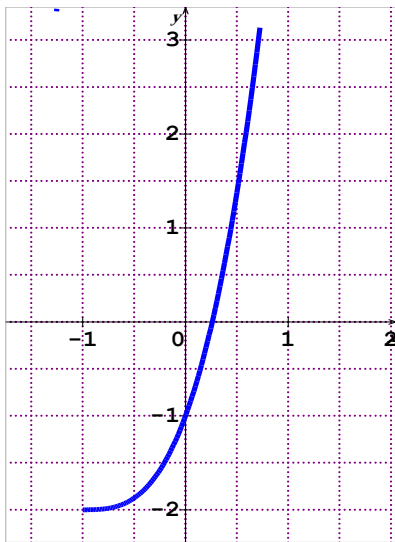
(II) k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ب: $k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$

(1) أ) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ماذا تستنتج، ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

(2) أكتب معادلتين نصفين المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

(3) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k)

التمرين: 30 دورة 2008



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g

المعرفة على $I =]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

(1) أ) بقراءة بيانية: شكل جدول تغيرات g وحدد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

ب) علل وجود عدد حقيقي $\alpha \in]0; 0,5[$ يحقق $g(\alpha) = 0$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I

(2) f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$ و (Γ) تمثيلها

أ) تحقق أنه من أجل كل $x \in I$ $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانياً.

ج) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) - (x+1)]$ فسر النتيجة بيانياً. د) شكل جدول تغيرات f

3) نأخذ: $\alpha = 0,26$. أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} . ب) أرسم المنحنى (Γ) .

تقني رياضي

التمرين: 31 دورة 2017

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = x^3 + 6x + 12$

1- أدرس إتجاه تغير الدالة g .

2- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حداً وحيداً α حيث $[-1, 48; -1, 47]$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 + 2)^2}$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2- أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

4- ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

التمرين: 32 دورة 2009

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ و (C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2- أ- بين أن (C_f) يقبل مقاربين أحدهما $(D): y = x$.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .

3- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3 < x_0 < 1,4$.

ب) أكتب معادلة (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الترتيب.

ج) أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) g دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = |f(x)|$ واليكن (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم

أ) بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه.

ب) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $g(x) = m^2$

التمرين: 33 دورة 2008

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right)$ و (C_f) تمثيلها البياني

(1) بيّن أن f دالة فردية.

(2) اثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

(3) ادرس تغيرات الدالة f.

(4) اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

(6) بيّن أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$

ثم استنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر

(7) أرسم (D) و (D') و (C_f) في المعلم السابق.

(8) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right)$

أ. بيّن أن الدالة g زوجية. ب. انطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمرين: 34 بكالوريا 1980

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ ب: $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$

يرمز $\mathcal{C}$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أدرس تغيرات الدالة f. استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحني $\mathcal{C}$.

(2) أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathcal{C}$ عند نقطته ذات الفاصلة 5.

(3) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني $\mathcal{C}$. أرسم المنحني $\mathcal{C}$.

(4) نعتبر الدالة f_m المعرفة ب: $f_m(x) = \frac{x^2 - mx - 15}{x^2 - mx - 3}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ. أدرس تغيرات الدالة f_m واستنتج المستقيمين المقاربين لمنحنها $\mathcal{C}_m$.

ب. بين أنه توجد نقطة وحيدة تنتمي إلى كل المنحنيات $\mathcal{C}_m$.

ج. ما هو المنحني الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيتين (4;1) ؟

التمرين: 35 بكالوريا 1997

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$ ب: $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس.

1- عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث من أجل كل

$$f(x) = a + \frac{b}{2x-1} + \frac{b}{x-2} \quad \text{من } \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\} \text{ فإن}$$

(3) أدرس تغيرات الدالة f ثم أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f .

(4) أكتب معادلة لمماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(5) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل. (6) أرسم المنحنى.

التمرين: 36 بكالوريا 1997

(1) لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R} - \{-1\}$ كمايلي: $f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{(x+1)^2}$

نسمي (C) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$f'(x) = \frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}, \quad x \in \mathbb{R} - \{-1\}$$

(2) أدرس تغيرات الدالة f . (3) أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

(4) بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $[-0,37; -0,25]$ $x_0 \in$

(5) أكتب معادلة مماس المنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

(6) أرسم المنحنى (C)

(7) لتكن المعادلة: $2x^3 + (7-m)x^2 + 2(4-m)x + 2-m = 0 \dots (e)$ حيث m وسيط حقيقي و x هو المجهول

أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن (e) تكافئ المعادلة $f(x) = m$.

ب- أستعمل المنحنى (C) لدراسة حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة (e)

التمرين: 37 بكالوريا 1997

لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R} - \{-1\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) عيّن الأعداد الحقيقية α, β, γ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$.

$$f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{(x+1)} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

(2) أدرس تغيرات الدالة f . (3) عيّن المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f)

أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.

أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

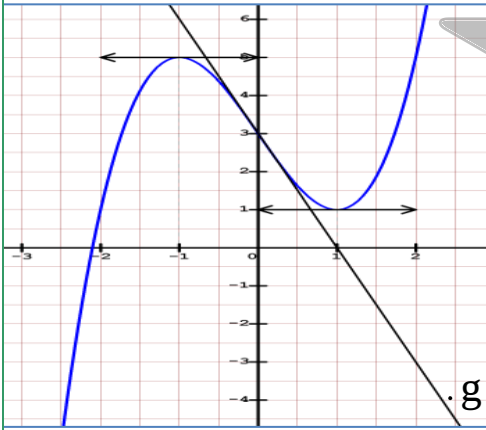
(4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1 .

(5) أنشئ المماس والمنحنى (C_f)

الجزء الرابع: تمارين مقترحة



التمرين: 38



I- المنحنى (C_g) الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + ax + b$ واليكن (Δ) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة $A(0;3)$

1. بقراءة بيانية:

- أ) عيّن $g(-1)$ ، $g(1)$ ، $g'(0)$ و $g''(0)$ ب) شكّل جدول تغيّرات g .
2. أحسب $g'(x)$ ، ثم بيّن أن: $a = -3$ و $b = 3$
3. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حداً وحيداً α في المجال $]-2, 2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^4 - 6x^2 + 12x$

1. بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 4g(x)$
- ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.
2. بيّن أن: $f(\alpha) = -3\alpha(\alpha - 3)$ ، ثم احصر $f(\alpha)$.

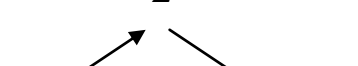
III- الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = f(-|x|)$ وليكن (C_k) تمثيلها البياني

1. تحقق أن k زوجية.

2. دون دراسة تغيّرات k استنتج جدول تغيّراتها. 3. هل k قابلة للإشتقاق عند 0 مع التعليل

التمرين: 39

دالة عددية جدول تغيّراتها التالي :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)						

نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

- 1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c 2) اعتماداً على جدول التغيّرات للدالة f :

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب) عين $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x)$ وفسر النتيجة بيانياً.

- (ج) قارن بين صورتَي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك.
- (3) نأخذ فيما يلي أن : $a = b = c = 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني .
- (أ) بين أن عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ و $(+\infty)$ فإن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y = x + 1$
- (ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (ج) أثبت أن النقطة $\omega(-1; 0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- (د) أرسم المستقيمت المقاربة للمنحنى (C_f) ثم أرسم المنحنى (C_f)
- (هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m + 2$.

التمرين: 40

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ : $g(x) = ax + b - \frac{1}{x-3}$ حيث a و b من $\mathbb{R}$ و (C) تمثيلها البياني

(1) عين كل من a و b علما أن :

(C) يمر بالنقطة $A(2; 1)$ ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل .

(2) بين أن النقطة $I(3; 3a + b)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ : $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x - 3}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{3\}$ ، $f(x) = g(x)$.

(2) أدرس تغيرات الدالة f . (3) أحسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (-x + 2)]$ ماذا تستنتج ؟

(4) أدرس الوضع النسبي (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ)

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 3 يطلب تعيين معادلتيهما

(6) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(7) باستعمال المنحنى (C_f) حدد حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f(x) = 3x + m$.

التمرين: 41

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = |x| + \sqrt{x^2 - 1}$

واليمكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

(2) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

(3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 1 من اليمين وفسر النتيجة بيانيا .

- 4) أدرس اتجاه تغير f على $[1; +\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغيراتها على $]-\infty; -1]$ وشكل جدول تغيراتها
 5) بين أن (C) يقطع المستقيم ذي المعادلة: $2y = 5$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1 < \alpha < 2$
 6) أرسم المستقيمت المقاربة والمنحنى (C).

التمرين: 42

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = -x + \frac{x-2}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في $M(0; \vec{i}; \vec{j})$.
 1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن: $f'(x) = \frac{-x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$
 3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 4) بين أن المستقيم $y = -x$ (D) مقارب مائل لـ (C_f) ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)
 5) عين معادلة المماس لـ (C_f) عن النقطة التي فاصلتها -1، ثم استنتج قيمة تقريبية لـ $f(-1.25)$.
 6) أرسم (D) و (C_f) .
 7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) تمثيلها البياني. إذا علمت أن (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ عين عبارة $g(x)$ ثم أرسم (C_g) .

التمرين: 43

- f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب: $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.
 I) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون لـ (C_f) مستقيم مقارب معادلته: $y = x - 3$ ويقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3.
 II) نفرض في كل مايلي: أن $a = 1$ و $b = -5$ و $c = 7$
 1) أدرس تغيرات الدالة f .
 2) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما (-3) ، يطلب إعطاء معادلتى المماسين (D_1) و (D_2) .
 3) أرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f) .
 4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) + 3x - m = 0$
 5) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ ب: $g(x) = f(|x|)$
 أ) بين أن الدالة زوجية.
 ب) أدرس قابلية اشتقاق g عند 0
 ج) بين أنه يمكن إنشاء (C_g) منحنى g انطلاقا من (C_f) ، ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمرين: 44

I - g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x - 3$ يرمز (C_g) إلى منحنىها البياني
(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حداً وحيداً α من المجال $]2, 1; 2, 2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.
(3) x عدد حقيقي كفي من $\mathbb{R}$ ؛ احسب $g(-x) + g(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.

II - f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; +1\}$ بـ : $f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$ يرمز (C_f) إلى منحنىها البياني

(1) بيّن - من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; +1\}$: $f'(x) = \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

(2) ادرس تغيرات الدالة f . (3) أثبت أن $f(\alpha) = 3\alpha$ ، و استنتج حصر $f(\alpha)$.

(4) برهن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f)

- ادرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(5) بيّن أنه يوجد مماسان لـ (C_f) يوازيان (Δ) . (يطلب إعطاء فاصلتي نقطتي التماس فقط).
(6) أنشئ المنحني (C_f) .

(7) ناقش بيانياً ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$2x^3 - mx^2 + m + 3 = 0$$

III - h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; +1\}$ بـ : $h(x) = \frac{2|x|^3 + 3}{x^2 - 1}$

(1) أثبت أن h دالة زوجية.

(2) بيّن أنه يمكن استنتاج (C_h) من (C_f) ، ثم أنشئه في نفس المعلم.

التمرين: 45

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ : $f(x) = |x + 1| + \frac{x}{x^2 - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

(1) احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف.

(ب) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

(2) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بيّن أن المستقيمين $(\Delta): y = x + 1$ و $(\Delta'): y = -x - 1$ مقاربان للمنحني (C_f) .

(ب) ادرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(ج) بيّن أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين

إحدهما فاصلتها α في المجال $]0, 5; 1[$ ، و الثانية فاصلتها β في المجال $] -2; -1, 5[$.

(د) أنشئ المنحني (C_f) .

4. يُعطى المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y = mx + 1$ ، حيث m وسيط حقيقي.

(أ) بين أنه عندما يتغير m في $\mathbb{R}$ ، فإن (D_m) يدور حول نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

(ب) ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $|x+1| + \frac{x}{x^2-1} - mx = 1$.

التمرين: 46

دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ و (C_f) منحنيا في $M(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

2. (أ) بين أنه، مهما كان x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$.

(ب) برهن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) < 0$.

3. شكل جدول تغيرات f .

بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 2x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

4. عيّن إحداثيَي نقطة تقاطع (C_f) مع محور الترتيب، ثم أنشئ المنحني (C_f) .

التمرين: 47

I (أ) الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = ax^3 - 3x + b$ و (C_g) هومتثيلها البياني

1) عين العددين الحقيقيين a ، b علماً أن (C_g) يقبل مماساً معادلة $y = -6$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيرات g

3) بين أن المعادلة: $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha \in]2; 2,25[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II (أ) دالة معرفة على $[-1; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب نهايات f عند حدود مجال التعريف

2-أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على $[-1; 1[\cup]1; +\infty[$ ، ثم احسب $f'(x)$

(ب) تحقق أن $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$ و استنتج إشارته، ثم ارسم جدول تغيرات f

3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha + 2$ ، ثم عيّن حصاراً لـ $f(\alpha)$

5) احسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - (x+2))$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له

6) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) .

7) أنشئ المنحني (Δ) والمستقيم (C_f) .

التمرين: 48

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{(x+a)^2}{x^2+b}$ ، حيث : a و b عدنان حقيقيان غير معدومين.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- عين العددين a و b إذا علمت أن معادلة المماس (Δ) عند النقطة فاصلتها 0 هي : $y = 2x + 1$

2- أثبت أن المستقيم معادلته : $y = 1$ مستقيم مقارب لمنحنى الدالة f .

3- بوضع : $a = b = 1$ أ- أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x) = \frac{-2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$

ب- عين اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

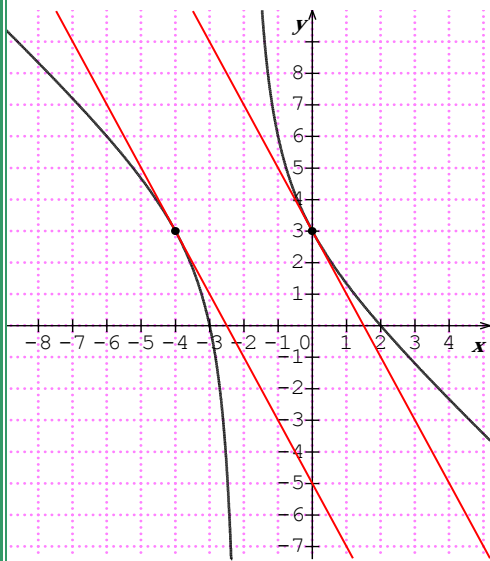
ج- حدد الوضعية النسبية لمنحنى الدالة f و المماس (Δ) ، ماذا يمكن القول عن النقطة $A(0,1)$ ؟

د- بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

هـ- ارسم المنحنى (C_f) و المماس (Δ) .

4- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

استنتج جدول تغيرات g انطلاقاً من جدول تغيرات الدالة f



التمرين: 49

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$

حيث a, b و c أعداد حقيقية. في الشكل المقابل المستوي

مزود بمعلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و (C_f) التمثيل البياني لـ f

و (Δ) ، مماسي (Δ') في القطبتين فاصلتهما 0 و -4 على الترتيب.

بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

1- عين $f'(0)$ و $f'(-4)$ ، ثم اكتب معادلتى المماسين (Δ) و (Δ')

2- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) + 2x = m - 1$

3- شكل جدول تغيرات الدالة f ثم عين اشارتها.

4- نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = \sqrt{f(x)}$

أ- باستعمال (C_f) عين مجموعة تعريف الدالة g .

ب- استنتج تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

5- عين الاعداد الحقيقية a, b و c .

التمرين: 50

ملاحظة: هذا التمرين خاص بشعبي الرياضي والتقني رياضي

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f_m(x) = \frac{x^2 - mx}{x-1}$ حيث m وسيط حقيقي.

واليك (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشترك في مستقيم مقارب ثابت يطلب تعيين معادلة له ($m \neq -1$)

2- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

3- عين الاعداد الحقيقية a, b و c بحيث : $f_m(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ مع ($m \neq -1$).

4- برهن النقطة $\omega_m(1; m+2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_m) .

ماهي مجموعة النقط ω_m لما يتغير m في $\mathbb{R} - \{-1\}$.

5- أحسب $f'_m(x)$ مشتقة الدالة f_m ثم استنتج :

أ- قيم m والتي من أجلها تحافظ f_m على اتجاه تغيراتها.

ب - قيم m والتي من أجلها تقبل f_m هاتين قيمتين حديتين عظمى وصغرى.

انتهى بحمد الله وتوفيقه

تمنياتنا لكم بالتوفيق التام في بكالوريا 2021

مع تحيات الأستاذين :

بالعبيدي محمد العربي

باي زواوي

ترقبوا الحلول في قناة : باي زواوي

BEY MATHS

