

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث:

$$P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$$

- (1) أحسب $P(2)$ ، ماذا تستنتج ؟ .
- (2) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$.
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$.
- (4) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $P(x)$ ثم استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$.
- (5) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x والوسيط الحقيقي m غير المعلوم التالية :

$$(E) \quad mx^2 + 5x + \frac{6}{m} = 0 \dots \dots \dots$$

- ليكن x_1 و x_2 حلين للمعادلة (E) ، عيّن قيمة m اذا علمت أن: $x_1 + x_2 = 5$ ثم أحسب كلا من x_1 و x_2 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1/ عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-2}$.

* نضع في مايلي : $\alpha = 3$ و $\beta = 1$

- 2/ فكك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما .

- 3/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

- 4/ أثبت أن النقطة $\Omega(2; 3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

- 5/ اشرح كيف يتم انشاء (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة مقلوب ثم أنشئه .

- 6/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

(أ) بين أن الدالة h زوجية ثم أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

(ب) اشرح طريقة انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

التصحيح التوضيحي للفرض الأول الشرائح الأولى (في مادة الرياضيات)

المستوى: 2 / تقني رياضي

الأستاذ: / بو لغيتي عبد السرور

التعريف الأول

$$P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$$

1/ حساب $P(2)$:

$$\begin{aligned} P(2) &= 2(2)^3 - 13(2)^2 + 13(2) + 10 \\ &= 16 - 52 + 26 + 10 \\ &= 0 \end{aligned}$$

نتنتج أنه (2) هو جذر $P(x)$

2/ تعيين الأعداد الحقيقية a, b, c و

بإستعمال طريقة القسمة الاقليدية:

$2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$	$x - 2$
$- 2x^3 + 4x^2$	$2x^2 - 9x - 5$
$- 9x^2 + 13x + 10$	
$- 9x^2 + 18x$	
$- 5x + 10$	
$- 5x + 10$	
0	

$$c = -5 / b = -9 / a = 2 \text{ عليه}$$

ومنه

$$P(x) = (x - 2)(2x^2 - 9x - 5)$$

3/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

$$P(x) = 0$$

$$(x - 2)(2x^2 - 9x - 5) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ 2x^2 - 9x - 5 = 0 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 2x^2 - 9x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{حل المعادلة } 2x^2 - 9x - 5 = 0$$

$$\Delta = 81 - 4(2)(-5) = 81 + 40 = 121$$

$$x_1 = \frac{9 - 11}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 + 11}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

ومنه حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي:

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2; 5 \right\}$$

4/ دراسة إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$
$x - 2$		-	0	+	+
$2x^2 - 9x - 5$		+	0	-	+
$P(x)$		-	+	-	+

حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$ هي:

$$S = \left[-\frac{1}{2}; 2 \right] \cup [5; +\infty[$$

$$mx^2 + kx + \frac{6}{m} = 0 \dots \dots (E)$$

* تعيين قيمة m

$$x_1 + x_2 = k$$

حيث x_1 و x_2 هما حلان للمعادلة (E)

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-k}{m} \text{ ومنه لدينا:}$$

$$\boxed{m = -1} \text{ أي } k = \frac{-k}{m} \text{ ومنه}$$

لدينا معادلة (E) هو:

$$\Delta = 25 - 4(m)\left(\frac{6}{m}\right) = 25 - 24 = 1$$

ب) على المجال $[-2; +\infty[$:
الدالة u متزايدة تمامًا على المجال $[-2; +\infty[$
وهذا أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2; +\infty[$

لدينا $x > -2$ و $x - 2 > 0$

أي $u(x) > 0$ و $u(x) \in]0; +\infty[$ و $u(x) \in]0; +\infty[$

الدالة v متناقصة تمامًا على المجال $[-2; +\infty[$

وعليه الدالة f متناقصة تمامًا على

المجالين $[-2; -\infty[$ و $[-2; +\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

4/ باثبات أن $(2; 3)$ هي حركة تناظر لـ (C_f)

لدينا $x \in D_f$ محتواه $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ و $x \neq -2$

و $-x \neq -2$ و $4 - x \neq -2$

أي $4 - x \in \mathbb{R} - \{-2\}$

وعليه $(4 - x) \in D_f$

ولدينا $x \in D_f$ و $x \in D_f$ و $(4 - x) \in D_f$

$$f(4 - x) + f(x) = 3 + \frac{1}{4 - x - 2} + 3 + \frac{1}{x - 2}$$

$$= 3 + \frac{1}{2 - x} + 3 + \frac{1}{x - 2}$$

$$= 3 - \frac{1}{x - 2} + 3 + \frac{1}{x - 2}$$

$$= 6$$

$$= 2(3)$$

وعليه النقطة $(2; 3)$ هي حركة تناظر

لـ (C_f)

$$\text{وهذه } x_1 = \frac{-5 - 1}{2m} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-5 + 1}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

التعريف (52) :

$$f(x) = \frac{3x - 5}{x - 2}$$

1/ نقيس الدالة الحقيقية α و β :

لدينا x أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x - 2} = \frac{\alpha(x - 2) + \beta}{x - 2}$$

$$= \frac{\alpha x - 2\alpha + \beta}{x - 2}$$

بالمطابقة نجد :

$$\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 1 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} \alpha = 3 \\ -2\alpha + \beta = -5 \end{cases}$$

لدينا $f = v \circ u$

حيث : $u: x \mapsto x - 2$

$$v: x \mapsto 3 + \frac{1}{x}$$

$$\begin{array}{ccc} x \xrightarrow{u} x - 2 \xrightarrow{v} 3 + \frac{1}{x - 2} \\ \quad \quad \quad \downarrow f = v \circ u \end{array}$$

3/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

f على المجال $[-2; +\infty[$:

لدينا الدالة u متزايدة تمامًا على المجال

$[-2; +\infty[$ وهذا أجل كل x من المجال $[-2; +\infty[$

لدينا $x < 2$ و $x - 2 < 0$

أي $u(x) < 0$

و $u(x) \in]-\infty; 0[$

الدالة v متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty; 0[$

وعليه الدالة f متناقصة تمامًا

على المجال $[-2; +\infty[$

(ب) شرع معرفة إنشاء (C_h) :

(C_h) متطابقة على (C_f) لما $x \geq 0$

(C_h) هو تعبير (C_f) بالنسبة لمحاور التناقص

لما $x \leq 0$

وبما أن h دالة زوجية فإن (C_h)

متناظرة بالنسبة لمحاور التناقص.

(ك) شرع كتابة إنشاء (C_f) :

$$f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$$

$$= K(x-2) + 3$$

$$\text{حيث } K = x \mapsto \frac{1}{x}$$

وعليه (C_f) هو صورة (C) متضمنة الدالة

مقلوبة بالإحداثيات التي شعاعه $\vec{V} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$:

$$h(x) = f(|x|)$$

(أ) لإثبات أن h دالة زوجية :

لدينا أنه أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

$(-x) \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ وعليه D_f متناظرة بالنسبة لمحور

ولدينا أنه أجل كل x من D_f :

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

وعليه h دالة زوجية

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & : x \geq 0 \\ f(-x) & : x \leq 0 \end{cases}$$

