المسابقة في مادة الرياضيات 2024

الأستاذة بن طناش عائشة

موضوع مسابقة الرياضيات

التمرين الأول (3نقاط)

x و y عددان حقيقيان حيث : $290x = 348y$

1. أكتب الكسر $\frac{x}{y}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال
2. أكتب العدد B على الشكل $b\sqrt{3}$ حيث b عدد طبيعي $B = 3\sqrt{75} + \sqrt{12} - 2\sqrt{27}$
3. بيـن أن : W عدد نسبي صحيح حيث : $W = 5 \times \frac{x}{y} - B\sqrt{3}$

التمرين الثاني (3نقاط)

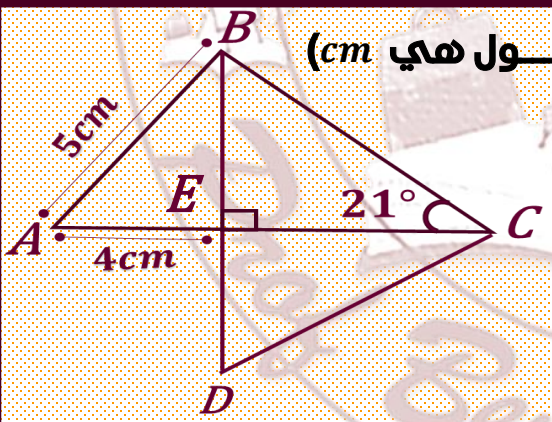
Y عبارة حرفية حيث : $Y(x) = 2(x-3)(2x+6)$

- بين أن : $Y(x) = 4x^2 - 36$

لتكن العبارة الحرفية Z حيث : $Z(x) = 4x^2 - 36 - (3x-9)$

- حلل العبارة Z الى جداء عاملين من الدرجة الأولى
- حل المعادلة : $Z(x) = 0$

التمرين الثالث (3نقاط)



الشكل المقابل مرسوم بأبعاد غير حقيقية(وحـــدة الطـــول هي cm)

1. بين أن : $BE = 3cm$
2. أحسب الطول BC (مقربة بالنقصان الى 10^{-2})
3. علما أن $EC = 8cm$ و $ED = 6cm$

أثبت أن : $(AB)//(DC)$

التمرين الرابع (3نقاط)

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

- علم بدقة على الورق الميلمتري النقط التالية : $A(0;2)$ $C(-2;-4)$ $B(-4;0)$
- أحسب الطول AB ثم حدد نوع المثلث ABC علما أن : $AC = 2\sqrt{10}$ و $BC = 2\sqrt{5}$
- أنشئ النقطتين H و S حيث : $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CH}$ و $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AS}$ بين أن : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB}$
- إعتمادا على الشكل أكمل حساب المجاميع الشعاعية التالية

$\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{CH} = ?$ ، $\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{CA} = ?$

مسابقة قبات 2024

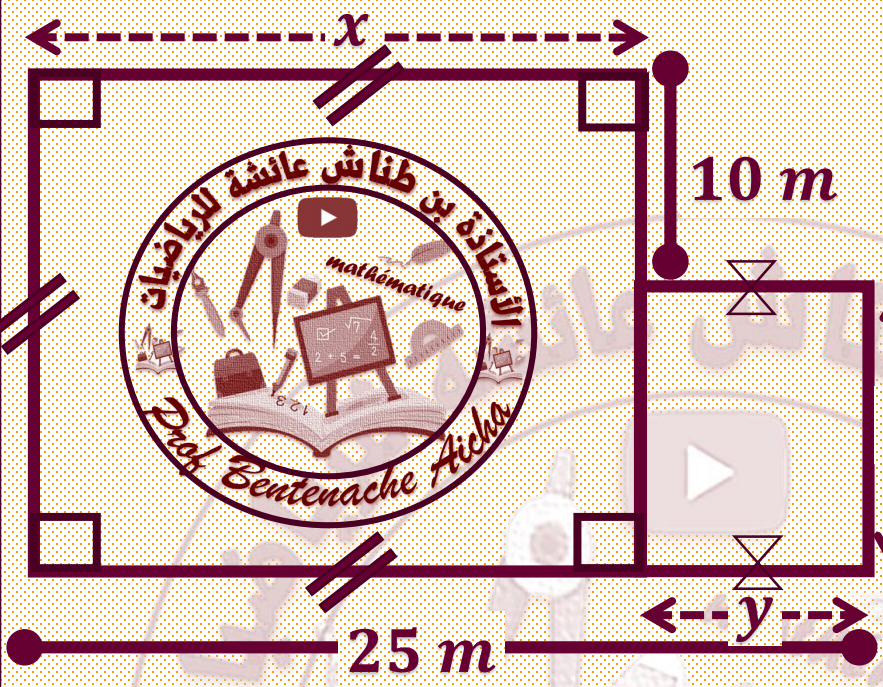
الأستاذة بن طناش عائشة

الوضعية الإدماجية (8 نقاط)

الجزء الأول:

يمثل الشكل المقابل أرضية قاعة الصلاة لمسجد الفرقان في احدى المدن الجزائرية

- أوجد البعدين x و y ثم استنتج مساحة قاعة الصلاة



الجزء الثاني

مع اقتراب شهر رمضان المبارك قرر أعضاء الجمعية تفريش جزء من الأرضية فقدم لهم صاحب مصنع للمفروشات والزرابي العرضين التاليين :

العرض الأول : دفـع مبلغ $1000\ DA$ للمتـر المربع (m^2)الواحد

العرض الثاني : دفع مبلغ $800\ DA$للمتـر المربع (m^2)الواحد إضافة لتكاليف نقل وتفريش السجاد والمقدرة بـ $20000\ DA$

I. حدد العرض الأفضل لشراء $200\ m^2$ من السجاد

II. باعتبار x مساحدة السجاد المشتراة بـ(m^2)

$P_1(x)$ هـو المبلغ المدفوع بالعرض الأول $P_2(x)$هـو المبلغ المدفوع بالعرض الثاني

- عبر بدلالة x عن $P_1(x)$ و$P_2(x)$
- لتكن الدالتين u و v حيـث :

$u : x \mapsto 1000\,x$ $\quad$ $v : x \mapsto 800x + 20000$

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

- مـثل بيانيا وبدقة الدالتين u و vعلى الورق الميلمتري وذلك بأخذ :

كل $1cm$ على محور الفواصل يمثل $20\ m^2$و على محور التراتيب $1cm$ يمثل$20000\ DA$

- إذا علمت أن أعضاء الجمعية يريدون تفريش $40\ \%$ من مساحة القاعة

- حدد بيانيا أفضل عرض لذلك (مع ترك الأثر على الورق الميلمتري) ثم تحقق حسابيا

وفقكم الله وسدد خطاكم

مسابقة 2024

الأستاذة بن طناش عائشة

التصحيح النموذجي

التمرين الأول :

x و y عددان حقيقيان حيث :

$$290x = 348y$$

كتابة الكسر $\frac{x}{y}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال

لدينا: $290x = 348y$

بقسمة طرفي المساواة على $290y$

$$\frac{290x}{290y} = \frac{348y}{290y}$$ **وعليه :** $\frac{x}{y} = \frac{348}{290}$

إختزال الكسر :

حساب : $PGCD(349;290)$ **حسب خوارزمية إقليدس**

$$349 = 290 \times 1 + 58$$

$$290 = 58 \times 2 + 0$$

نجد : $PGCD(349;290) = 58$

تقبل الطرق الأخرى لحساب $PGCD(349;290)$

وعليه : $\frac{x}{y} = \frac{348 \div 58}{290 \div 58} = \frac{6}{5}$ **إذن :** $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$

كتابة العدد B على الشكل $b\sqrt{3}$ حيث b عدد طبيعي

$$B = 3\sqrt{75} + \sqrt{12} - 2\sqrt{27}$$

$$B = 3\sqrt{25 \times 3} + \sqrt{4 \times 3} - 2\sqrt{9 \times 3}$$

$$B = 3 \times 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - (2 \times 3)\sqrt{3}$$

$$B = 15\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$$

$$B = 11\sqrt{3}$$

بيــن أن : W عدد نسبي صحيح:

$$W = 5 \times \frac{x}{y} - B\sqrt{3}$$

$$W = 5 \times \frac{6}{5} - \left(11\sqrt{3} \times \sqrt{3}\right)$$

$$W = 6 - (11 \times 3)$$

$$W = -27$$

ومنه W عدد صحيح نسبي

التمرين الثاني :

Y عبارة حرفية حيث :

$$Y(x) = 2(x-3)(2x+6)$$

تبين أن : $Y(x) = 4x^2 - 36$

بالنشر والتوزيع والتبسيط نجد أن :

الطريقة (1)

$$Y(x) = 2(x-3)(2x+6)$$

$$Y(x) = 2 \times [(x)(2x+6) - 3(2x+6)]$$

$$Y(x) = 2 \times [(2x^2 + 6x) - (6x+18)]$$

$$Y(x) = 2 \times (2x^2 - 18)$$

$$Y(x) = 4x^2 - 36$$

الطريقة (2)

$$Y(x) = 2(x-3)(2x+6)$$
$$Y(x) = (2x-6)(2x+6)$$
$$Y(x) = (2x)^2 - (6)^2$$
$$Y(x) = 4x^2 - 36$$

تحليل العبارة Z الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$Z(x) = 4x^2 - 36 - (3x-9)$$
$$Z(x) = Y(x) - (3x-9)$$
$$Z(x) = 2(x-3)(2x+6) - (3x-9)$$
$$Z(x) = 2(x-3)(2x+6) - 3(x-3)$$
$$Z(x) = (x-3) \times [2(2x+6) - 3]$$
$$Z(x) = (x-3)(4x+12-3)$$
$$Z(x) = (x-3)(4x+9)$$

حل المعادلة : $Z(x) = 0$

أي : $(x-3)(4x+9) = 0$

إما : $(4x+9) = 0$ وعليه

$4x = -9$ ومنه $x_1 = -\frac{9}{4}$

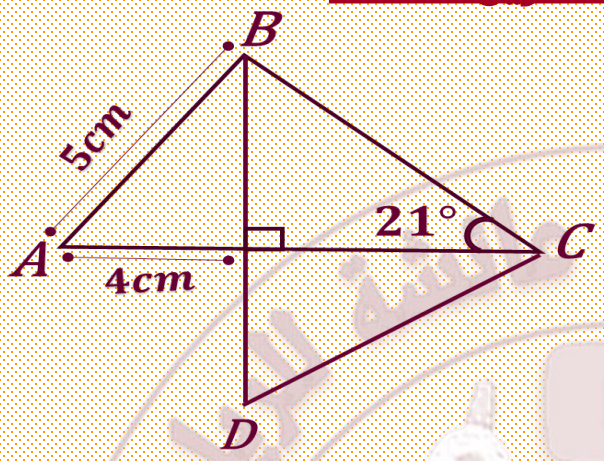
أو : $(x-3) = 0$ وعليه : $x_2 = 3$

للمعادلة $Z(x) = 0$ حلان هما :

$x_1 = -\frac{9}{4}$ و $x_2 = 3$

ونكتب : $S = \left\{\left(-\frac{9}{4}\right); 3\right\}$

التمرين الثالث :



بيان أن : $BE = 3cm$

المثلث AEB قائم في E

فيثاغورس على المثلث AEB نجد :

$$AE^2 + BE^2 = AB^2$$

أي :

$$BE^2 = AB^2 - AE^2$$

يستلزم : $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2}$

تعويض عددي : $BE = \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$

وبالتالي : $BE = \sqrt{9}$

إذن : $BE = 3cm$ (وهو المطلوب)

حساب الطول BC (مقربة بالنقصان الى 10^{-2})

لدينا في المثلث القائم BEC :

$\sin \widehat{ECB} = \frac{BE}{BC}$ وعليه : $\sin 21° = \frac{3}{BC}$

وبالتالي : $BC = \frac{3}{\sin 21°}$

مسابقة 2024

الأستاذة بن طناش عائشة

التصحيح النموذجي

إثبات أن $(AB)\nparallel(DC)$ و $EC = 8cm$ و $ED = 6cm$

$$\frac{BE}{ED} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

وكذلك :

$$\frac{AE}{EC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

نلاحظ أن : $\frac{BE}{ED} = \frac{AE}{EC}$

ولدينا :

النقط C، E، A في استقامية وبنفس الترتيب

النقط D، E، B في استقامية وبنفس الترتيب

ومنه وحسب مبرهنة طالس العكسية فإن : $(AB)\ //\ (DC)$

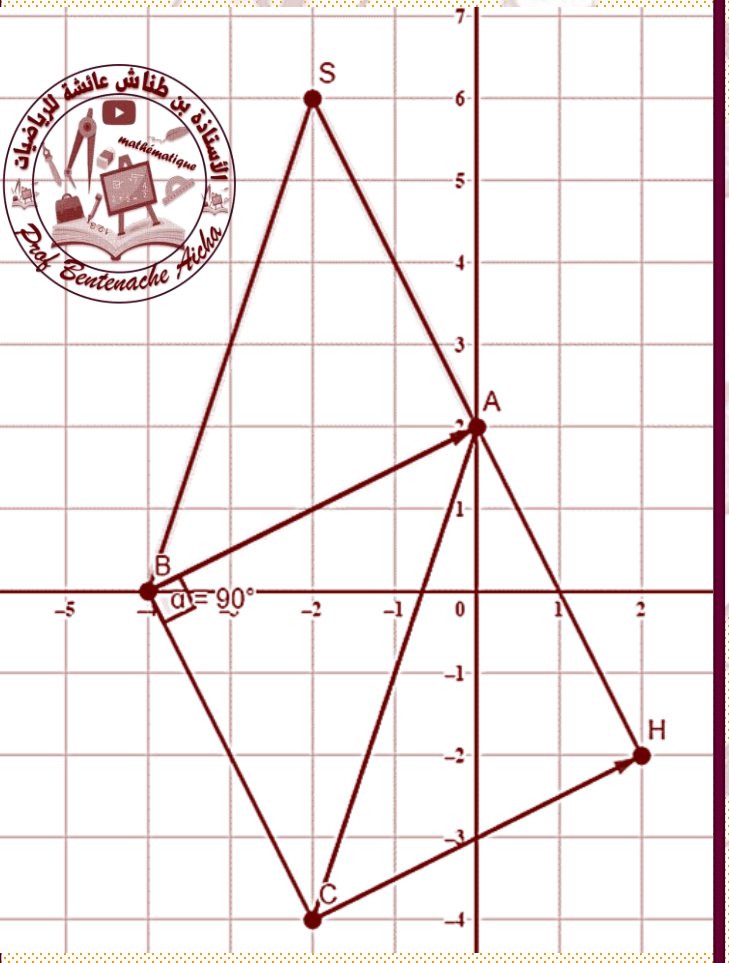
التمرين الرابع :

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ حيث :

$$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$$

- **تعليم النقطبدقة على الورق الميلمتري:**

$A(0;2)$ ، $B(-4;0)$ ، $C(-2;-4)$



البيام مسابقة 2024

الأستاذة بن طناش عائشة

التصحيح النموذجي

حساب الطول AB:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{((-4) - 0)^2 + (0 - 2)^2}$$

$$AB = \sqrt{((-4))^2 + (-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}$$

$$AB = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}cm$$

تحديد نوع المثلث ABC **علما أن** $AC = 2\sqrt{10}$ **و** $AC = 2\sqrt{5}$ **:**

لدينا في المثلث ABC

$$\begin{cases} AB^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20 \\ BC^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20 \\ AC^2 = \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 40 \end{cases}$$

نلاحظ أن: $AB^2 + BC^2 = AC^2$

ومنه حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس فإن: المثلث ABC **قائم في** B ..... ①

وكذلك: $AB = BC = 2\sqrt{5}$ .....②

من ① و ② نستنتج أن المثلث ABC **قائم ومتساوي الساقان في** B

انشاء النقطتين H **و** S **حيث :** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CH}$ **و** $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AS}$ **(على الشكل)**

تبيين أن : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB}$

لدينا : $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CH}$ **وعليه الرباعي :** $BAHC$ **متوازي أضلاع**

إذن : $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BC}$.....①

و : $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AS}$ **معناه :** $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{SA}$

.....②

من ① و ② : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA}$

يستلزم ذلك أن الرباعي : $BCAS$ **متوازي أضلاع**

وعليه : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB}$

إكمال المجاميع الشعاعية

$$\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{CA} = ?$$

$$\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{HA} = \vec{0}$$

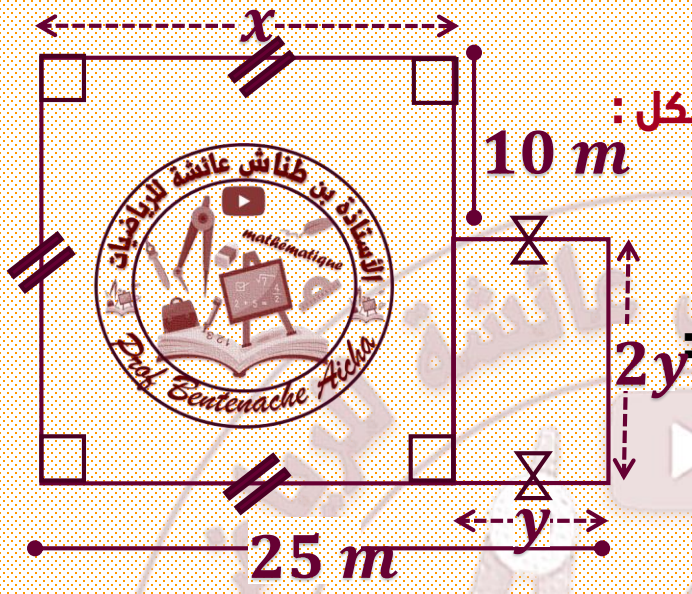
$$\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{CH} = ?$$

مما سبق : $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CH}$

$$\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{SA}$$

الجزء الأول : (ترييض مشكل بإستعمال جملة معادلتين)

•إيجاد البعدين x و y



نصيغ جملة معادلتين إنطلاقا من الشكل :

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2y+10=x \end{cases}$$

تقبل الصياغات الأخرى من الشكل :

$$\begin{cases} 25-y=x \\ x-2y=10 \end{cases}$$

حل جملة المعادلتين (S)

$$(s)\begin{cases} x+y=25 & \dots ① \\ 2y+10=x & \dots ② \end{cases}$$

من ② نجد : $x=2y+10$

نعوض x بقيمتها في ① نجد : $(2y+10)+y=25$

أي : $3y+10=25$

أي : $3y=15$

إذن : $y=\frac{15}{3}=5$

وعليه : $y=5$

نعوض y بقيمتها في المعادلة ① : $x+5=25$

أي : $x=20$

ومنه الثنائية و$(20;5)$ هي حل لجملة المعادلتين (S)

ملاحظة (تقبل الطرق الأخرى لحل جملة معادلتين)

التصحيح النموذجي

إستنتاج المساحة S:

$S = S_{\text{المربع}} + S_{\text{المستطيل}}$

$S = (x^2) + (y \times 2y) = x^2 + 2y^2$

$S = (20)^2 + 2 \times (5)^2$

$S = 400 + 50$

$S = 450\ m^2$

الجزء الثاني :

العرض الأول : دفـع مبلغ $1000\ DA$ للمتـــر المربع (m^2) الواحد

العرض الثاني : دفع مبلغ $800\ DA$ للمتـــر المربع (m^2) الواحد إضافة لتكاليف نقل وتفريش السجاد والمقدرة بــ $20000\ DA$

تحديد العرض الأفضل لشراء $200\ m^2$ من السجاد

المبلغ المدفوع لشراء $200\ m^2$ من السجاد بالعرض الأول : $200000\ DA$

$$200 \times 1000 = 200000\ DA$$

المبلغ المدفوع لشراء $200\ m^2$ من السجاد بالعرض الثاني : $180000\ DA$

$$(800 \times 200) + 20000 = 180000\ DA$$

نلاحظ أن :

$180000 < 200000$

وعليه العرض الأفضل لشراء $200\ m^2$ من السجاد هو : العرض الثاني

باعتبار x مساحدة السجاد المشتراة بـــ(m^2)

$P_1(x)$ هــو المبلغ المدفوع بالعرض الأول

$P_2(x)$هــو المبلغ المدفوع بالعرض الثاني

التعبير بدلالة x عن $P_1(x)$ و $P_2(x)$

$$P_1(x) = 1000\,x$$

$$P_2(x) = 800x + 20000$$

الدالتين u و v حيــث :

$$u : x \mapsto 1000\,x \qquad v : x \mapsto 800x + 20000$$

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$

حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

التمــثل البياني للدالتين u و v على الورق الميلمتري وذلك بأخذ :

كل $1cm$ على محور الفواصل يمثل $20\ m^2$

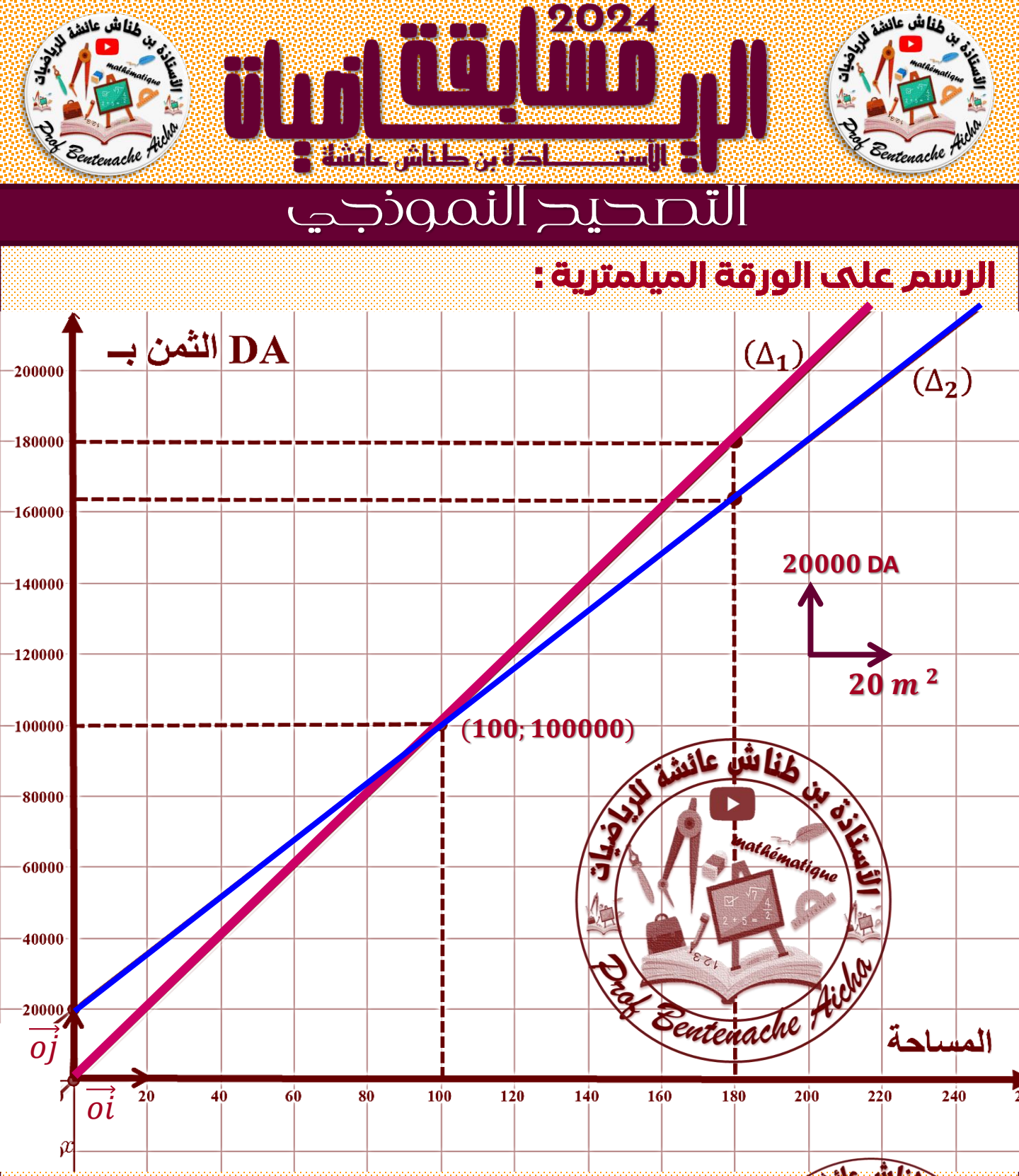
على محور التراتيب $1cm$ يمثل $20000\ DA$

التمثيل البياني للدالة u الممثلة للعرض الأول $P_1(x)$: $u(x) = 1000x$

u دالة خطية تمثيلها البياني مستقيم (Δ_1) يمر من المبدأ معادلته من الشكل $y_1 = 1000x$ ويمر بالنقطتين (ممثلة في الجدول)

v دالة تآلفية تمثيلها البياني مستقيم (Δ_2) لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل $y_2 = 800x + 20000$ ويمر بالنقطتين (ممثلة في الجدول)

	$u(x) = 1000x$		$v(x) = 800x + 20000$	
x	0	10	0	100
y	0	10000	20000	100000
$(x; y)$	(0;0)	(10;10000)	(0;20000)	(100;100000)



	$u(x) = 1000x$		$v(x) = 800x + 20000$	
x	0	10	0	100
y	0	10000	20000	100000
$(x; y)$	(0;0)	(10;10000)	(0;20000)	(100;100000)

تحديد أفضل عرض لتفريش 40 % من مساحة القاعة بيانيا

حساب المساحة المخصصة للتفريش S_2 :

$$S = 450 \rightarrow 100\%$$

$$S_2 \rightarrow 40\%$$

$$S_2 = \frac{40 \times 450}{100} = 180\ m^2$$

ومنه : المساحة المخصصة للتفريش هي : $180m^2$

نقرأ عللى محور الفواصل القيمة 180 ثم نسقط على المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

نجد أن (Δ_2) الممثل للعرض الثاني أسفل (Δ_1) الممثل للعرض الأول

وكذلك من أجل كل قيم $x > 100$ يكون العرض الثاني أفضل

و $180 > 100$

وعليه أفضل عرض لتفريش 40 % من مساحة القاعة بيانيا هو العرض الثاني

التأكد الحسابي :

نحسب المبلغ المدفوع بالعرضين ثم نقارن :

المبلغ المدفوع لشراء $180\ m^2$ من السجاد بالعرض الأول : $180000\ DA$

$$P_1(180) = 1000 \times 180 = 180000$$

المبلغ المدفوع لشراء $180\ m^2$ من السجاد بالعرض الثاني : 1640000

$$P_2(180) = (800 \times 180) + 20000 = 1640000$$

نلاحظ أن : $P_2(180) < P_1(180)$

نتأكد أن العرض الثاني هو الأفضل .