الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

المؤسسة : ثانوية أحمد زبانة * زهانة * — **دورة: ماي 2024**

الشعبة : آداب و فلسفة و لغات أجنبية — **المدة: ساعتين ونصف**

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على الممتحن أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين a و b حيث : $a=2024$ و $b=1445$

1. أ) عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب) هل العددان a و b متوافقان بتردد 7

ج) عين باقي قسمة العدد $(a+2b)$ على 7 و استنتج باقي قسمة العدد $(a+2b)^{2024}$ على 7

2. أ) تحقق أن $a^3\equiv 1[7]$ و $b^3\equiv 6[7]$ ثم استنتج أن: $a^3+b^3\equiv 0[7]$.

3. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n+2024^3\equiv 1445[7]$ ثم استنتج قيم n الأصغر من أو يساوي 16

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} U_0=5 \\ U_{n+1}=3U_n+1 \end{cases}$

1. احسب كلا من U_1 , U_2 .

2. (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب $V_n=U_n+\frac{1}{2}$.

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ و يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عين عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n.

3. احسب المجموع S_n بحيث: $S_n=V_0+V_1+...+V_n$ واستنتج المجموع $S'_n=U_0+U_1+\cdots\cdots+U_n$.

التمرين الثالث : (09 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أثبت أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف I فاصلتها $\frac{3}{2}$

4. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة I.

5. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x-1)^2(2x-5)$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

6. ارسم المنحني (C_f) و المماس (Δ) .

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

1. عيّن بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5 من أجل العدد الطبيعي n حيث : $n \in \{1;2;3,4\}$
2. عيّن باقي قسمة كل من 2^{1445} و 2^{2024} على 5 .
3. تحقق أن : $2012 \equiv 2[5]$ ثم استنتج باقي قسمة 2012^{2023} على 5.
4. بين أن العدد $3 \times 2012^{2023} + 2^{2024} + 2^{1445} + 3$ مضاعف للعدد 5
5. أ) بين أن $2024 \equiv -1[5]$ و استنتج أن $2024^{4n} \equiv 1[5]$

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث $2024^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I- (U_n) متتالية حسابية معرفة على IN بالحدين : $U_{10} = 31$ و $U_{15} = 46$

1. بين أن أساس المتتالية (U_n) هو 3 و عين حدها الأول U_0 .
2. اكتب عبارة U_n بدلالة n .
3. أثبت أن 6073 حد من حدود المتتالية (U_n) .
4. احسب المجموع S بحيث $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots U_{2024}$.

II- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على IN بـــ: $V_n = 2 \times 8^n$

1. أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .
2. احسب المجموع S' بدلالة n بحيث $S' = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots V_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2x+3}{2-2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب نهاية الدالة عند مجموعة تعريفها ثم استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني (c_f) .
2. بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان $f'(x) = \dfrac{10}{(2-2x)^2}$
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الإحداثيات.
5. أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
6. أرسم المماس (Δ) و المنحني (C_f)

بالتوفيق في البكالوريا

www.ency-education.com

حل التمرين الاول

نعتبر العددين a و b حيث : $a=2024$ و $b=1445$

1. عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 7

لدينا $2024=289\times 7+1$ و منه باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو **1**

لدينا $1445=206\times 7+3$ و منه باقي القسمة الاقليدية للعدد b على 7 هو **3**

2. هل العددان a و b متوافقان بتردد 7

بما ان باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 7 مختلفين فان العددين a و b ليسا متوافقان

3. تعيين باقي قسمة العدد $(a+2b)$ على 7

$$\begin{cases} a\equiv 1 \ [7] \\ 2b\equiv 6 \ [7] \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} a\equiv 1 \ [7] \\ 2b\equiv 2\times 3 \ [7] \end{cases} \text{ و منه } \begin{cases} a\equiv 1 \ [7] \\ b\equiv 3 \ [7] \end{cases}$$

ومنه $a+2b\equiv 1+6 \ [7]$ ومنه $a+2b\equiv 7 \ [7]$

ومنه $a+2b\equiv 0 \ [7]$

استنتاج باقي قسمة العدد $(a+2b)^{2024}$ على 7

بما أن $a+2b\equiv 0 \ [7]$ فان $(a+2b)^{2024}\equiv 0^{2024} \ [7]$

ومنه $(a+2b)^{2024}\equiv 0 \ [7]$.

4. تحقق أن $a^3\equiv 1[7]$ و $b^3\equiv 6[7]$

لدينا $a\equiv 1 \ [7]$ ومنه $a^3\equiv 1^3 \ [7]$ ومنه $a^3\equiv 1 \ [7]$

$b\equiv 3 \ [7]$ ومنه $b^3\equiv 3^3 \ [7]$ ومنه $b^3\equiv 27 \ [7]$

ومنه $b^3\equiv 6 \ [7]$ لان $27=3\times 7+6$.

استنتاج أن: $a^3+b^3\equiv 0[7]$.

لدينا $a^3\equiv 1[7]$ و $b^3\equiv 6 \ [7]$ ومنه $a^3+b^3\equiv 1+6 \ [7]$

ومنه $a^3+b^3\equiv 7 \ [7]$ ومنه $a^3+b^3\equiv 0 \ [7]$

5. أ) إيجاد الأعداد الطبيعية n التي تحقق :

$$n+2024^3\equiv 1445[7]$$

لدينا $\begin{cases} a=2024\equiv 1 \ [7] \\ b=1445\equiv 3 \ [7] \end{cases}$ ومنه $n+1^3\equiv 6[7]$

ومنه $n\equiv 5[7]$

وبالتالي $n=7k+5$ حيث $k\in\mathbb{N}$

ب) استنتاج قيم n الأصغر من أو يساوي 16

$n\le 16$ ومنه $7k+5\le 16$ ومنه $7k\le 11$ ومنه

$k\le \frac{11}{7}\le 1,6$ و منه $k=0$ او $k=1$

من اجل $k=0$ نجد $n=7(0)+5$ ومنه $n=5$

من اجل $k=1$ نجد $n=7(1)+5$ ومنه $n=12$

حل التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0=5 \\ U_{n+1}=3U_n+1 \end{cases}$$

1. حساب الحدود U_1 , U_2

$U_1=3U_0+1=3(5)+1$ ومنه $U_1=16$

$U_2=3U_1+1=3(16)+1$ ومنه $U_2=49$

2. إثبات أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q=3$

من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $V_n=U_n+\frac{1}{2}$

$V_{n+1}=U_{n+1}+1=U_n+\frac{1}{2}+1$.

ومنه $V_{n+1}=U_n+\frac{3}{2}=3\left(U_n+\frac{1}{2}\right)$. ومنه $V_{n+1}=3V_n$

نستنتج أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q=3$

و حدها الأول

$V_0=U_0+\frac{1}{2}=5+\frac{1}{2}$ ومنه $V_0=\frac{11}{2}$

3. كتابة عبارة V_n بدلالة n عبارة U_n بدلالة

$V_n=V_0\times q^n$

$V_n=\frac{11}{2}\times 3^n$ - n

$V_n=U_n+\frac{1}{2}$

$U_n=V_n-\frac{1}{2}$

$U_n=\frac{11}{2}\times 3^n-\frac{1}{2}$

4. حساب بدلالة n المجموع S_n

$S_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$

$S_n=V_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=\frac{11}{2}\times\left(\frac{1-3^{n+1}}{1-3}\right)$

$S_n=\frac{11}{2}\times\left(\frac{1-3^{n+1}}{-2}\right)=\frac{11}{2}\times\left(\frac{-1}{2}\right)\times 1-3^{n+1}$

$S_n=\frac{-11}{2}\times 1-3^{n+1}$

حساب بدلالة n المجموع S'_n

لدينا $U_n=V_n-\frac{1}{2}$ و منه

www.ency-education.com

حل التمرين الثالث

1. حساب النهايات

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 2x^3-9x^2+12x-5=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^3\right)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3-9x^2+12x-5=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x^3\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2. اتجاه تغير الدالة f

حساب $f'(x)$

الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا

$$f'(x)=2\times3x^2-9\times2x+12$$

$$f'(x)=6x^2-18x+12$$

اشارة $f'(x)$

$f'(x)=0$ معناه $6x^2-18x+12=0$

بعد حساب المميز Δ نجد $\Delta=(-18)^2-4(6)\times(12)$

ومنه $\Delta=36\succ0$

وبالتالي المعادلة تقبل حلين متمايزين هما

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{18-6}{12}=\frac{12}{12}=1$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{18+6}{12}=\frac{24}{12}=2$$

جدول الاشارات

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

و بالتالي الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;1]$ و $[2;+\infty[$ الدالة متناقصة تماما على المجال $[1;2]$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

لدينا $\begin{cases} f(1)=2(1)^3-9(1)^2+12(1)-5=0 \\ f(2)=2(2)^3-9(2)^2+12(2)-5=1 \end{cases}$

إثبات أن للمنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I فاصلتها $\frac{3}{2}$

لدينا $f''(x)=6\times2x-18$ ومنه $f''(x)=12x-18$

$f''(x)=0$ ومنه $12x-18=0$ ومنه $12x=18$

ومنه $x=\frac{18}{12}$ ومنه $x=\frac{3}{2}$

$$S'_n=\left(V_0-\frac{1}{2}\right)+\left(V_1-\frac{1}{2}\right)+\cdots+\left(V_n-\frac{1}{2}\right)$$

$$S'_n=V_0+V_1+\cdots+V_n-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2}\right)$$

$$S'_n=S_n-\frac{1}{2}(n+1)$$

$$S'_n=-\frac{11}{2}\left(1-3^{n+1}\right)-\frac{1}{2}(n+1)$$

بما أن الدالة " f تنعدم و تغير إشارتها فان الدالة تقبل نقطة انعطاف فاصلتها $x=\frac{3}{2}$

اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة I.

لدينا $(\Delta):\ y=f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)+f\left(\frac{3}{2}\right)$

$$\begin{cases} f'\left(\frac{3}{2}\right)=6\left(\frac{3}{2}\right)^2-18\left(\frac{3}{2}\right)+12 \\ f\left(\frac{3}{2}\right)=2\left(\frac{3}{2}\right)^3-9\left(\frac{3}{2}\right)^2+12\left(\frac{3}{2}\right)-5 \end{cases}$$

ومنه $\begin{cases} f'\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{3}{2} \\ f\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{2} \end{cases}$

ومنه $y=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}$

معادلة للمماس (Δ) هي : $y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{4}$

التحقق أن $f(x)=(x-1)^2(2x-5)$

نقوم بالنشر:

$$f(x)=(x-1)^2(2x-5)=(x^2-2x+1)(2x-5)$$

$$f(x)=2x^3-5x^2-4x^2+10x+2x-5$$

$$f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$$

إستنتاج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

$f(x)=0$ معناه $\begin{cases} (x-1)^2=0 \\ (2x-5)=0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$

وبالتالي (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين اللتين إحداثياهما $(1;0)$ و $\left(\frac{5}{2};0\right)$

7. ارسم المنحني (C_f) و المماس (Δ) .

ency-education.com/exams

1. باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k هو:

k	0	1	2	3	4
r_k	1	2	4	3	1

2. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k:

k	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
r_k	1	2	4	3

3. استنتاج باقي قسمة 17^{4k} على 5 :

$17^{4k} \equiv 2^{4k}[5] = 1[5]$.

4. العدد $2^{4k+3}+17^{4k+2}+3$ يقبل القسمة على 5 لأن:

$2^{4k+3}+17^{4k+2}+3 \equiv 3+4+3[5] \equiv 0[5]$

5. استنتاج باقي قسمة $2007^{1999}-61^{2008}+87^{49}$ على 5:

$2007^{1999}-21^{2008}+87^{49} \equiv 2^{4k+3}-1^{2008}+2^{4k+1}[5]$

$\equiv 3-2+1[5] \equiv 4[5]$

- **النهايات:**

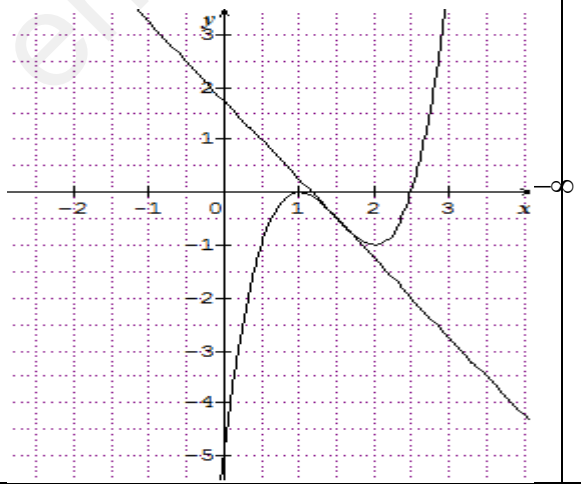
* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \frac{2}{1} = 2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \frac{2}{1} = 2$.

* يمكن أن نكتب $f(x)$ على الشكل: $f(x) = (2x+1)\left(\frac{1}{x+2}\right)$. لندرس إشارة $x+2$:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$

لدينا $\lim\limits_{x\to-2}(2x+1) = -3$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2}\left(\frac{1}{x+2}\right) = -\infty$ و منه $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2} f(x) = +\infty$.

لدينا $\lim\limits_{x\to-2}(2x+1) = -3$ و



ency-education.com/exams

$\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x > -2}} \left(\frac{1}{x+2}\right) = +\infty$ و منه $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x < -2}} f(x) = -\infty$.

- **المستقيمات المقاربة:** يقبل المنحني (C_f) مستقيما مقاربا موازيا لمحور الفواصل معادلته $y = 2$ و مستقيما مقاربا موازيا لمحور الفواصل معادلته $x = -2$.
- **المشتقة:** من أجل كل x من $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ ،

$$f'(x) = \frac{2(x+2)-1(2x+1)}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$$

.

- **إشارة المشتقة:** من أجل كل x من $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ ، $f'(x) > 0$.

نستنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-2[$ و $]-2;+\infty[$.

- **جدول التغيرات:**

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	↗	2

ency-education.com/exams