



المدة : ساعتان

اختبار مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقاط)

لكل سؤال اقتراح واحد فقط صحيح ؛ حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير

(1) إذا كانت f حلا للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ حيث : $f(0) = 4$ فان :

(أ) $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$ (ب) $f(x) = 1e^{\frac{2}{3}x} + 3$ (ج) $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

(2) اصغر عدد طبيعي n الذي يحقق $1025 < (3)^{n-3}$ هو :

(أ) 10 (ب) 9 (ج) 11

(3) حلول المعادلة $e^{4x} - 5e^{2x} = -4$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي :

(أ) $S = \{-2; -1; 1; 2\}$ (ب) $S = \{0; \ln 2\}$ (ج) $S = \{-\ln 2; 0\}$

(4) النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ تساوي :

(أ) : 0 (ب) : 1 (ج) : $+\infty$

(5) حلول الجملة : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ \ln x + \ln y = \ln 60 \end{cases}$ في المجموعة $\mathbb{R}^2$ هي الثنائيات $(x; y)$:

(أ) $\{(1; 60); (60; 1)\}$ (ب) $\{(5; 12); (12; 5)\}$ (ج) $\emptyset$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة بجدول تغيراتها المبين أسفله ونسمي (C_f) منحنىها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

الجزء الأول

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	(+)	(+)	0	(-)	(-)
$f(x)$	1	$+\infty$	-1	$+\infty$	1

(1) جد D_f مجموعة تعريف الدالة f

(2) حدد المستقيمات المقاربة لمنحنى (C_f)

(3) ماهو عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$

(4) قارن بين $f(2)$ و $f(3)$ مع التعليل

(5) أكتب معادلة المماس الموازي لمحور الفواصل

(6) إذا علمت أن $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{x^2 + b}$ برهن أن $a = 1$ و $b = -1$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة g حيث $g(x) = \ln|f(x)|$ ونسمي (C_g) منحنىها البياني في المعلم السابق

(1) بين أن D_g مجموعة تعريف دالة g هي D_f و تحقق أن g دالة زوجية

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة g إنطلاقا من تغيرات الدالة f ثم أرسم (C_g)

(3) نعتبر الدالة h حيث $h(x) = \ln \left| \frac{ex^2 + e}{x^2 - 1} \right|$ ونسمي (C_h) منحنىها البياني في المعلم السابق

برهن وجود إنسحاب يطلب تعيين شعاعه $\vec{V}$ يحول (C_g) إلى (C_h) ثم أرسم (C_h)



I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x-1|$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) أحسب $g(0)$ و $g(2)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

(3) استنتج إشارة الدالة g حسب قيم x

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي $f(x) = x - 3 - \frac{\ln|x-1|}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ و استنتج إتجاه تغير الدالة f

(2) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) يطلب استنتاج معادلة كليهما ثم أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

(3) بين أن (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة كليهما

(4) بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثياتهما

(5) بين أن (C_f) يقبل $w(1, -2)$ مركز تناظر

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث $1,45 < \alpha < 1,5$ والثاني β حيث $3,35 < \beta < 3,4$

(7) أرسم (T) و (T') و (C_f)

(8) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = x - m$

III. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^+ - \{1\}$ ب : $h(x) = f(\sqrt{x})$

1) اكتب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

انتهى ...



بالتوفيق

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق المعادلة التفاضلية التالية : $2y' - y + 5 = 0$

و $f(0) = 2$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $O; \vec{i}, \vec{j}$.

أجب بصحيح أو خطأ على الإقتراحات التالية مع التبرير في كل حالة:

(1) (C) يشمل النقطة A حيث $A(2; -3e)$.

(2) الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

(3) (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه $-\frac{3e}{2}$.

(4) (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا موازيا لمحور الفواصل معادلة له: $y = 5$.

التمرين الثاني: (7 نقط)

$$\begin{cases} g(x) = e^{(x+2)\ln|x+1|} & x \neq -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases}$$

الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (T_1) و (T_2) نصفي المماسين لـ (C_g) في النقطة ذات

الفاصلة (-1) كما هو موضح في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية، أجب عن الأسئلة التالية:

a) جد: $g(-2)$ و $g'(-2)$.

b) جد: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1}$

و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1}$ ، ماذا تستنتج؟

c) عين اشارة $g'(x)$ و $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(2) باستعمال عبارة الدالة g أجب عن الأسئلة التالية:

a) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x

حيث: $x \neq -1$ لدينا: $g(x) = |x + 1|e^{(x+1)\ln|x+1|}$.

c) بين أن الدالة g غير قابلة للإشتقاق عند (-1) .

(3) نعرف الدالة k كما يلي: $k(x) = \sqrt[3]{g(x)}$.

a) برّر لماذا مجموعة تعريف الدالة k هي: $\mathbb{R}$

b) أحسب $k'(x)$ بدلالة x ، $g'(x)$ و $g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة k .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $|x + 1|^{(x+2)} - m^2 = 0$.

التمرين الثالث: (9 نقاط)

I الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) > 0$.

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) + 2x = \frac{1}{f(x)}$.

3 أ) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -2x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4 أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وفسر النتيجة بيانياً.

5 أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

6 أ) عيّن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T).

7 أرسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f).

8 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(|x|) = -x + m$.

II نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على $\mathbb{R}$ و $]-\infty; 0[$ على الترتيب بـ: $g(x) = \ln[f(x)]$ و $h(x) = \ln(-2x)$

و ليكن (Γ) و (γ) على الترتيب تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1 بدون حساب عبارة $g(x)$ ، أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2 بين أن (γ) هو صورة التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \ln(-x)$ بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

3 أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) - h(x)]$ ، فسر النتيجة بيانياً.

4 أدرس الوضع النسبي لـ (Γ) و (γ)، ثم أنشئهما بلونين مختلفين في المعلم السابق.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

استافة الماوة: بن صافية

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : 3 رياضي

المدة : ساعتان

التمرين الأول :

II - f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب :

$$\begin{cases} f(x) = (1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})e^{-\frac{1}{x}}, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى العلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسيا

2- احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ (نقبل ان $\lim_{t \rightarrow -\infty} t^n e^t = 0$) ؛ فسر النتيجة هندسيا

3 - 1 - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$:
 $f'(x) = \frac{1-x}{x^4} e^{-\frac{1}{x}}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4 - بين ان المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.5 < \alpha < 1$

5 - انشئ المنحنى (C_f) والمستقيم المقارب

6- عين قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x) = f(m)$ حلين

التمرين الثاني :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-e; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \frac{x}{x+e} + \ln(x+e)$

1 - ادرس اتجاه تغير الدالة g

2 - بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-e; +\infty[$ ؛ تحقق ان $-1 < \alpha < -0.5$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II - f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-e; +\infty[$ ب : $f(x) = 1 + x \ln(x+e)$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى العلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - 1 - احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow -e} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا

2 - 1 - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-e; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3 - تحقق ان $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha + e}$ ؛ عين حصراً لـ $f(\alpha)$

4 - ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-e; +\infty[$ ؛ المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a

من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-e; +\infty[$ نضع $h(x) = f'(a)(x - a) + f(a) - f(x)$

1 - تحقق ان من اجل كل x من المجال $]-e; +\infty[$: $h'(x) = f'(a) - f'(x)$

ب - باستعمال اتجاه تغير الدالة f' عين إشارة $h'(x)$ حسب قيم x ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h

ج - عين الوضع النسبي لـ (T_a) و (C_f)

5 - جد الأعداد الحقيقية a بحيث تمر المماسات بالمبدأ

6- انشئ المستقيم المقارب و المماسات المارة بالمبدأ (معادلة المماسات

غير مطلوبة) و (C_f)

بالتوفيق

التمرين الأول: (05 نقط)

ليكن كثير الحدود $P(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $P(x) = 2x^3 - 11x^2 - x + 30$.

(1) احسب $P(2)$ ، ثم حل المعادلة: $P(x) = 0$.

(2) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلات والمترجمات التالية:

$$2e^{3x} - 11e^{2x} - e^x + 30 = 0 \quad (\text{أ})$$

$$-2 \left(\ln \left(\frac{1}{x-1} \right) \right)^3 - 11 \left(\ln(x-1) \right)^2 + \ln \left(\frac{1}{x-1} \right) + 30 = 0 \quad (\text{ب})$$

$$\ln(2x+3) + \ln(x-2) \leq \ln \left(\frac{30-x}{x-5} \right) \quad (\text{ج})$$

التمرين الثاني: (04 نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E) \dots y' = y(1-y)$ ، من أجل $y \neq 0$ نضع: $z = \frac{1}{y}$

(1) تحقق أنه من أجل $y \neq 0$: y حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان: $z' = -z + 1$.

(2) حل المعادلة التفاضلية: $z' = -z + 1$.

(3) استنتج حلول (E) التي لا تنعدم على $\mathbb{R}$ ثم عني الحل u للمعادلة (E) بحيث المنحنى $(\mathcal{C}_u)$ الممثل للدالة u

يقطع حامل محور الترتيب في النقطة A التي ترتيبها $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x} \right) e^{\frac{1}{x}} + 1$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة g .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإن: $g(x) > 0$.

(II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x}{1 + e^{\frac{1}{x}}} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، بحيث

$$\|\vec{i}\| = 4 \text{ cm}$$

(1) أدرس استمرارية الدالة f عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

(2) أ) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أكتب معادلتى المماسين (T_1) و (T_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \frac{2g(x)}{\left(1 + e^{\frac{1}{x}} \right)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = -\frac{1}{2}$ (ضع $t = \frac{1}{x}$)، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

(6) أرسم (Δ) ، (T_1) ، (T_2) والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

(7) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx - \frac{1}{2}$ (m وسيط حقيقي)

أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن (Δ_m) يشمل نقطة ثابتة.

ب) ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - \frac{1}{2}$.

بالتوفيق

(I) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$ وجدول تغيراتها

x	0	α	e	$+\infty$
$h'(x)$	+	+	0	-
$h(x)$	$-\infty$	0	$1 + \frac{2}{e}$	1

(1°) بين أن : $0.7 < \alpha < 0.8$

(2°) استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

(II) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1°) أحسب : $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2°) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(III) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = g(x) + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(1°) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2°) أ° بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g'(x) \times h(x)$ حيث f' مشتقة الدالة f

ب° استنتج اتجاه تغير الدالة f

ج° بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{4}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3°) أ° أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_f)

ب° أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)]$

ج° ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_g) و (C_f) ؟

(4°) أرسم (C_g) و (C_f) في نفس المعلم

التمرين الثاني: 5ن

نعتبر المعادلة التفاضلية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $y' - y = 2e^x - 1$ (1).....

أ° عين العددين الحقيقيين a ، b بحيث تكون الدالة : $U : x \rightarrow axe^x + b$ حلا للمعادلة التفاضلية (1)

ب° نضع : $a = 2$ و $b = 1$

(1°) عين حلول المعادلة التفاضلية : $y' - y = 0$ (2)

(2°) أثبت أن : الدالة V حل للمعادلة التفاضلية (1) اذا وفقط اذا كانت الدالة $V - U$ حلا للمعادلة التفاضلية (2)

(3°) أ° استنتج مجموعة الدوال V حلول المعادلة التفاضلية (1)

ب° عين الدالة f حيث : f حلا للمعادلة التفاضلية (1) و تحقق $f(0) = -1$

التمرين الثالث: 7ن

- I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2(x-1)e^x + 1$
- 1° أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$
- 2° أ°/ أحسب $f'(x)$ حيث f' مشتقة الدالة f
- ب° استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
- 3° بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين فقط α و β حيث : $0.7 < \alpha < 0.8$ و $-1.7 < \beta < -1.6$
- II) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- ليكن $(C_{\exp})$ ، (C_g) التمثيلين البيانيين للدالتين $\exp: x \rightarrow e^x$ ، $g: x \rightarrow 1 - e^{-x}$ على الترتيب
- و (T_a) مماسا للمنحني $(C_{\exp})$ عند النقطة A ذات الفاصلة a
- و (T_b) مماسا للمنحني (C_g) عند النقطة B ذات الفاصلة b
- 1° أكتب معادلة لكل من المماسين (T_a) و (T_b)
- 2° أثبت أن المماسين (T_a) و (T_b) متطابقان معناه
- $$\begin{cases} b = -a \\ \text{و} \\ 2(a-1)e^a + 1 = 0 \end{cases}$$
- 3° استنتج عدد المماسات المتطابقة للمنحنيين $(C_{\exp})$ و (C_g)

المبحث الأول
 $h(x) = 1 + \frac{\ln x}{x} \quad | x \in]0, +\infty[$
 لدينا الدالة h متزايدة تماماً على
 المجال $]0, e]$ ، متزايدة تماماً
 على المجال $[e, +\infty[$

$f(0.8) = 0.44$ و $f(0.7) = -0.02$
 $f(0.8) > 0$ و $f(0.7) < 0$
 المعادلة $h(x) = 0$ تملك حلاً وحيداً α
 حيث $0.7 < \alpha < 0.8$

x	0	α	$+\infty$
$h(x)$	-	0	+
$g(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$	-	0	+
$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$			

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$
 $x \rightarrow +\infty$ متزايد مقارب لـ $y=1$
 $x=0$ متزايد مقارب لـ $y=1$
 $g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$g'(x) > 0 \iff 1 - \ln x > 0$
 $\ln x < 1$
 $x < e$
 الدالة g متزايدة تماماً على المجال $]0, e]$
 و متناقصة تماماً على المجال $[e, +\infty[$

x	0	e	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$1 + \frac{1}{e} \approx 1.4$	1

$f(x) = g(x) + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 \quad | x \in]0, +\infty[$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{\ln x}{x} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\right]$
 $x \rightarrow +\infty \implies \frac{\ln x}{x} \rightarrow 0$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{\ln x}{x} \left[1 + \frac{\ln x}{x}\right]\right] = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

$x \rightarrow +\infty$ متزايد مقارب لـ $y=1$
 $x=0$ متزايد مقارب لـ $y=1$
 (f) متزايد مقارب لـ $y=1$
 (g) متزايد مقارب لـ $y=1$



$$\begin{aligned} f(x) &= g'(x) + e \frac{\ln x}{x} \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 \\ &= g'(x) + e \frac{\ln x}{x} (g(x) - 1)^2 \\ &= g'(x) + \frac{e \ln x}{x} g(x) \\ &= g'(x) \left(1 + \frac{e \ln x}{x}\right) \\ &= g'(x) h(x) \end{aligned}$$

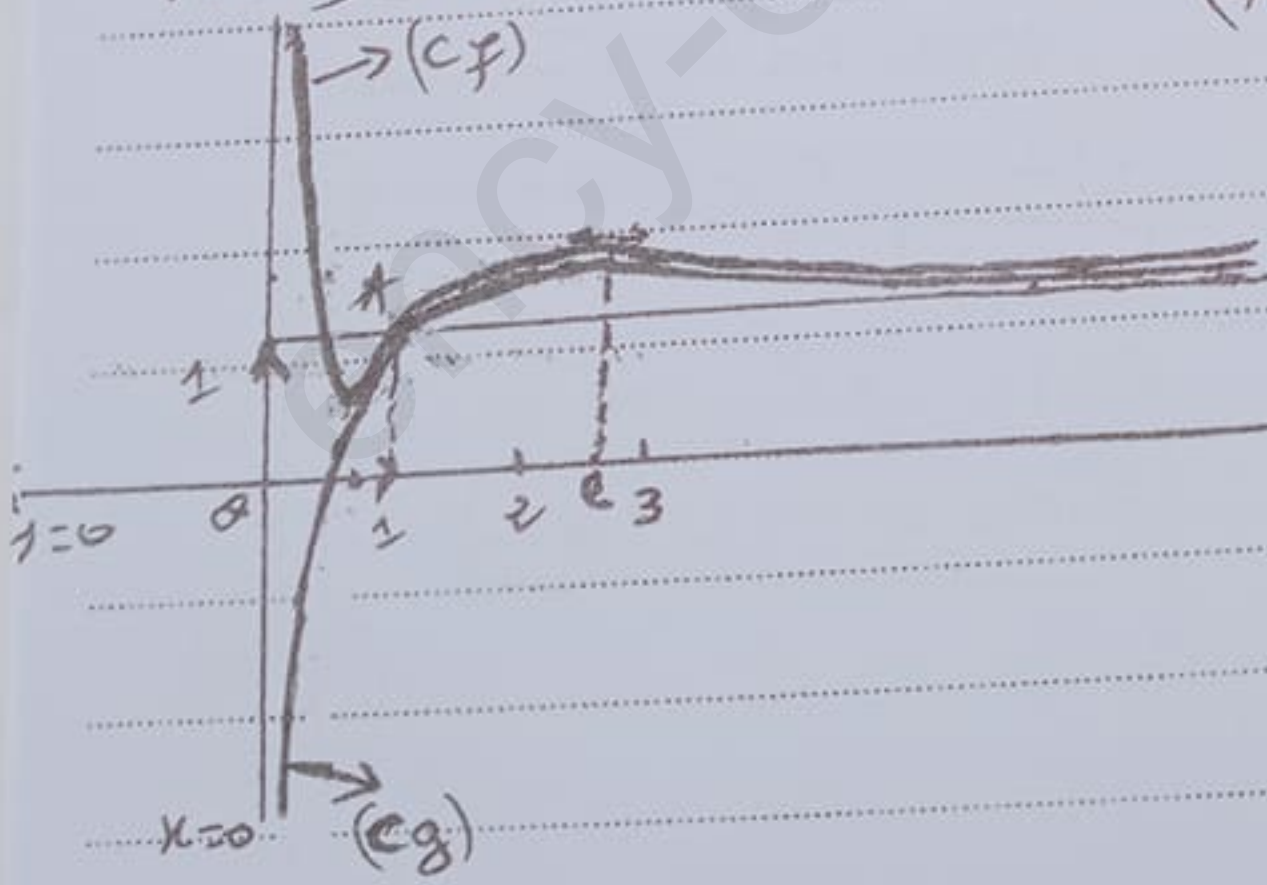
x	0	α	e	$+\infty$
$h(x)$	-	0	+	+
$g'(x)$	+	+	0	-
$f'(x)$	-	0	+	-

الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[\alpha, e]$
 و متناقصة تماماً على كل من المجالين $]0, \alpha]$ و $[e, +\infty[$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 \\ &= \frac{h(x)+1}{2} + \left[\frac{h(x)-1}{2}\right]^2 \\ f(\alpha) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

x	0	α	e	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1+e+e^2}{e^2} \approx 1.45$	1

$f(x) - g(x) = \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$
 $A(1, 1)$ نقطة في المنحنى (C_f)
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$
 $x \rightarrow +\infty$ مقارب لـ (C_g) من الأعلى نحو $(+\infty)$

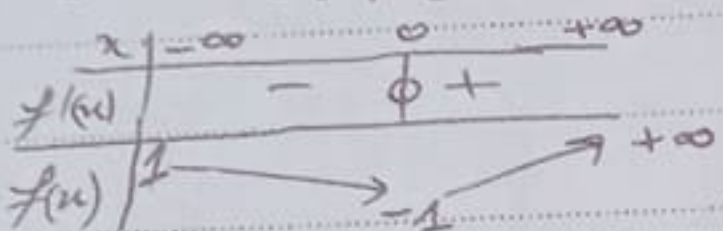


التمرين الثالث I
 $f(x) = e(x-1)e^x + 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e(1 - \frac{1}{x})xe^x + 1 = 1$

$f'(x) = (2x - e + 2)e^x$
 $= 2xe^x$

ب) الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[0, +\infty[$ ومتناقصة تماماً على المجال $] -\infty, 0]$



لدينا الدالة f متزايدة ومتناقصة تماماً على المجال $[0, 1]$

$f(0,8) \approx 0,11$ و $f(0,7) \approx -0,21$

ومن ثم $f(0,7) \times f(0,8) < 0$

لذلك حسب م. ثم المعادلة $f(x) = 0$ تملك حلاً وحيداً α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$

لدينا الدالة f متزايدة ومتناقصة تماماً على المجال $[-1, 7]$

$f(-1,6) \approx -0,05$ و $f(-1,7) \approx 0,13$

ومن ثم $f(-1,6) \times f(-1,7) < 0$

لذلك حسب م. ثم المعادلة $f(x) = 0$ تملك حلاً وحيداً β حيث $-1,7 < \beta < -1,6$

(Ta): $y = e^a(x-a) + e^a$
 $= e^a x + e^a - ae^a$

(Tb): $y = e^{-b}(x-b) + 1 + e^{-b}$

$\begin{cases} e^{-b} = e^a \\ -be^{-b} - e^{-b} + 1 = e^a - ae^a \end{cases}$

$\begin{cases} b = -a \\ ae^a - e^a + 1 = e^a - ae^a \end{cases}$

$\begin{cases} b = -a \\ 2ae^a - 2e^a + 1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = -a \\ 2(a-1)e^a + 1 = 0 \end{cases}$

3) حسب الخ. (I) $2(a-1)e^a + 1 = 0$

حيث $f(a) = 0$ ومنه نصل إلى حلين α و β ومنه عدد الحماضات هو اثنين

(1) $y' - y = 2e^x - 1$

$u(x) = axe^x + b$

الدالة u حلاً للمعادلة (1) متناهية

من أجل $x \in \mathbb{R}$: $u'(x) - u(x) = 2e^x - 1$

من أجل $x \in \mathbb{R}$: $u'(x) - u(x) = (ax + a)e^x - axe^x - b$

$= ae^x - b$

بالمطابقة نجد $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

$u(x) = 2xe^x + 1$

(2) $y' - y = 0$

حل للمعادلة (1) هي الدوال المتفرقة على $\mathbb{R}$ ب

$x \rightarrow ce^x / c \in \mathbb{R}$

نفرض أن v حلاً للمعادلة (1)

$v'(x) - v(x) = 2e^x - 1$

$u'(x) - u(x) = 2e^x - 1$

$(v-u)'(x) - (v-u)(x) = 0$

ومن ثم $v-u$ حلاً للمعادلة (2)

نفرض v, u حلاً للمعادلة (2)

$v'(x) - u'(x) - v(x) + u(x) = 0$

$v'(x) - v(x) = u'(x) - u(x)$

$= 2e^x - 1$

لأن u حلاً للمعادلة (1)

لدينا $v-u$ حلاً للمعادلة (2)

ومن ثم $v(x) - u(x) = ce^x$ حيث c عدد حقيقي

$v(x) = ce^x + 2xe^x + 1$

$c+1 = -1$ ومن ثم $v(0) = -1$

$c = -2$

$f(x) = -2e^x + 2xe^x + 1$

$f(x) = 2(x-1)e^x + 1$



3

رياضيات

المدة: $8 \times e^{6 \ln(\sqrt[3]{30})}$ ثانية
التاريخ: 2021/11/29



ثانوية أول نوفمبر 1954
الاعواط

الرياضيات

الاختبار الأول في مادة

التوقيت ($10^{2 \log(5)}$ دقيقة)

التمرين الأول:

04
نقاط

(ملاحظة : كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

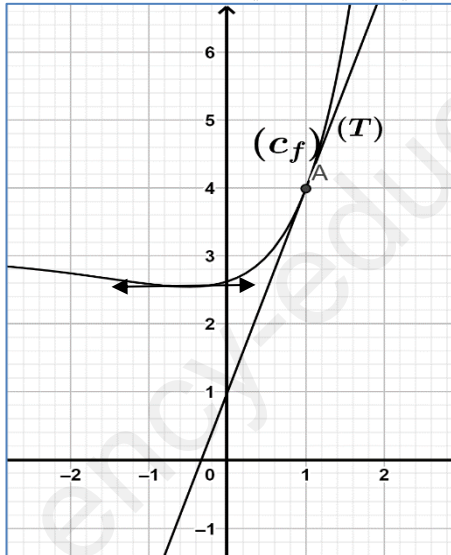
أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

(1) العبارة: $\ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2021} - \ln(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2021}$ تساوي : $4042 \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (2) من أجل $x \in]-1; 0[$ ، العبارة: $e^{\ln(-x)}$ تساوي $-x$ (3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' - (\ln 2)y = \ln 4$ مع $f(0) = 0$ هو $f(x) = 2^{x+1} - 2$ (4) إشارة العبارة: $1 - 2e^{-x}$ على $\mathcal{R}$ ملخصة في الجدول الآتي

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$1 - 2e^{-x}$	-	0	+

06
نقاطالتوقيت ($3 \times e^{\frac{\ln(30)}{\log(30)}}$ دقيقة)

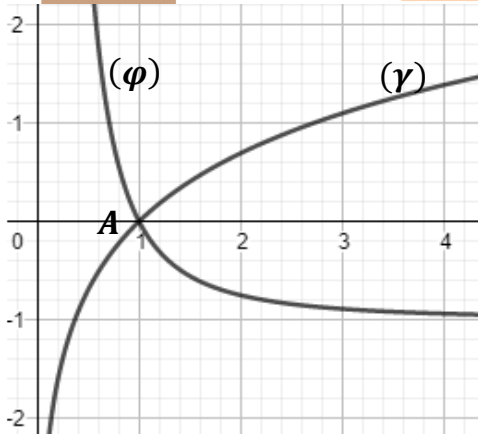
التمرين الثاني

 f دالة معرفة على $\mathcal{R}$ كما يلي $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_f) يقبل مماس (T) عند النقطة $A(1; 4)$ ويشمل النقطة $B(0; 1)$ و يقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$.I: حدد قيم $f(1)$ و $f'(-\frac{1}{2})$ و $f'(1)$ ثم أكتب معادلة (T) .(2) أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a و b و c .II: نعتبر فيما يلي الدالة f المعرفة على $\mathcal{R}$ بـ:

$$f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 3$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.(2) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ ثم فسر النتيجة بيانياً(3) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .(4) استنتج إشارة f على $\mathcal{R}$ ثم بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1; 2[$ يحقق: $f(\alpha) - 5 = 0$ ✓ أحسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x) - 4$ (5) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathcal{R}$ كما يلي: $h(x) = f(x) - 4 \ln[f(x)]$ أ- أعط عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.ب- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

إقلب الصفحة



الجزء الأول: (φ) و (γ) التمثيلان البيانيان للدالتين $x \mapsto \frac{1}{x^2} - 1$ و $x \mapsto \ln x$

على الترتيب في المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كما في الشكل المقابل :

A هي نقطة تقاطع (φ) و (γ)

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (φ) على $]0; +\infty[$

(2) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$.
❖ استنتج حسب قيم إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-x^2 + 6x + \ln x}{2x}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $\|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{2x^2}$

ب/ عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+h)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج/ تأكد أن الدالة f متزايدة على المجال $]0; 1]$ ومتناقصة على المجال $[1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) + \frac{1}{2}x \right]$ ، ماذا تستنتج؟

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

(4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) . يطلب كتابة معادلة له.

"نشير إلى أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0.2 < x_1 < 0.3$ و $6.2 < x_2 < 6.3$ "

ب/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) .

(5) m عدد حقيقي، h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$h_m(x) = (3 - m)x + \frac{1}{4}(\ln x)^2$$

أ/ أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m

ب/ باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

*** انتهى ***



هدية: نعتبر الدالتان f, g المعرفتان على $[-2; 2]$ كما يلي:

$$(C_g) \text{ و } (C_f) \begin{cases} f(x) = |x| + \sqrt{4 - x^2} \\ g(x) = |x| - \sqrt{4 - x^2} \end{cases}$$

استاذ المادة " تونسي ن " يهدي لكم $(C_g) \cup (C_f)$ ملينا بالمشاعر الصادقة والدعوات الخاصة

متمنيا لكم التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

المدة: ساعتان

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

يوم: الأحد 28 - 11 - 2021

التمرين الأول:

- I لتكن الدالة g المعرفة على $]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2\sqrt{x^2 - 3x + 2} + (2x - 3)$.
- 1- عين إشارة الدالة g على المجال $[2; +\infty[$.
 - 2- عين إشارة العبارة $2\sqrt{x^2 - 3x + 2} - (2x - 3)$ على المجال $]-\infty; 1]$ ثم استنتج إشارة الدالة g على المجال $]-\infty; 1]$.
- II f دالة معرفة على $]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 - 3x + 2}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- أحسب نهايتي f عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم اعط معادلة (D) المستقيم المقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.
 - 2- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_1 = 1$ من اليسار، وعند $x_2 = 2$ من اليمين، وفسر النتيجة هندسياً.
 - 3- بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ ثم شكل جدول تغيرات f .
 - 4- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - \frac{1}{2}$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$.
 - 5- أنشئ (D) ، (Δ) و (C_f) .
 - 6- ناقش بياناً وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$.

التمرين الثاني:

- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 2x + \frac{1}{e^x - 1}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- أحسب نهايات f عند أطراف مجالي تعريفها.
 - 2- أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$
ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - 3- أ- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x) = -1$ ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ') المقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.
 - ج- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ') .
 - 4- أحسب من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) + f(-x)$ ، ثم اعط تفسير هندسي للنتيجة.
 - 5- أنشئ (Δ) ، (Δ') والمنحني (C_f) .
 - 6- ناقش بياناً وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$.

الموسم الدراسي : 2021 / 2022

مديرية التربية لولاية الجزائر غـرب

التاريخ : 28 نوفمبر 2021 م

ثانوية الشهيد شريف صـباحي - عين النـعـجة -

المدة : 02 سا 00 د

الشعبة : رياضيات

المستوى : نهائي

إختبار التلاميذ الأول في مادة الرياضيات

☆ التمرين الأول : (12 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = -2\sqrt{1-x|x|} & x \leq 1 \\ f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) & x > 1 \end{cases}$$

و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1)

1. بين أن f تقبل الاشتقاق عند 0 ، فسّر النتيجة المحصل عليها بيانياً .2. هل تقبل f الاشتقاق عند 1 ؟ فسّر النتيجة المحصل عليها بيانياً .

(2)

1. بين أنه من أجل كل $x \in]-\infty; 1[$ فإنّ : $f'(x) = \frac{2|x|}{\sqrt{1-x|x|}}$.2. بين أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$ فإنّ : $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.3. حدّد إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R} - \{1\}$ ثم إستنتج إتجاه تغير f على $\mathbb{R}$.4. شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3)

1. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(-\infty)$.
نسَمي (φ) التمثيل البياني للدالة $g(x)=\ln x + \ln 2$ المعرفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$.

1. بين أن (φ) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

(4)

1. بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمقارب (Δ) يطلب تعيين إحداثيات كل من نقطتي التماس .
2. أكتب معادلة المستقيمين (T_1) و (T_2) .
- (5) أرسم بدقة كل من (Δ) ، (T_1) ، (T_2) ، (φ) ، (C_f) .

★ التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f_n(x) = x^{n+1} - 2x^n + 1$$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$1 \leq \frac{2n}{n+1} < 2$$

- (2) بين أن جميع المنحنيات (C_n) الممثلة للدالة f_n تشترك في ثلاث نقط يطلب تعيينها .

- (3) أحسب حسب قيم n النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$.

- (4) أدرس تبعاً لقيم n اتجاه تغير الدالة f_n ثم شكل جدول تغيراتها .

(5)

1. بين أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $\alpha \in \left[\frac{2n}{n+1}; 2\right]$.

2. هل المعادلة $x^8 - 2x^7 + 1 = 0$ تقبل حلاً في $\mathbb{R}$ ؟ في حال الإجابة بنعم عين حصره له .

إنهى الموضوع