

الفرض الأول للفصل الأول

في مادة الرياضيات

الأستاذ: قويسم الخليل



المستوى: ثانوية هندسية مدنية



المدة: 59 دقيقة



يوم: 29 أكتوبر 2024



[05.00 نقطة]

01

التمرين

(I) [00.50] α وسيط حقيقي، نعتبر كثير الحدود P_α المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $P_\alpha(x) = -2x^3 + \alpha x^2 + 2x - 1$

- عيّن قيمة α حتى يكون $\frac{1}{2}$ جذراً لـ P_α

(II) نأخذ فيما يلي: $\alpha = 1$

1 [01.00] اوجد عبارة $Q(x)$ بحيث يكون من أجل كل x حقيقي: $P_1(x) = (2x - 1)Q(x)$

2 [01.00] حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P_1(x) = 0$

3 [01.00] حلّ $P_1(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى

4 [00.50] استنتج إشارة $P_1(x)$

5 [01.00] استنتج حلول المعادلة: $P_1(1 - |x|)$

[05.00 نقطة]

02

التمرين

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ $f(x) = \frac{3-x}{x-2}$ ، حيث a و b أعداد حقيقية، (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 [00.50] عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل x يختلف عن 2 يكون: $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$

2 [01.00] تحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما

3 [01.00] استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

4 [00.50] بين أن النقطة $\Omega(2; -1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

5 [01.00] اشرح كيف يمكن رسم (C_f) ، ثم ارسمه

(II) نعتبر الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\varphi(x) = f(-|x|)$

1 [00.50] ادرس شفعية الدالة φ

2 [00.50] اشرح كيف يمكن رسم (Γ) منحنى الدالة φ انطلاقاً من (C_f) ، ثم ارسمه

(بدل أن تلعن الظلام... أوقد شمعة)

تصحيح مقترح للفرض

الأستاذ: قويسم الخليل



المستوى: ثانوية هندسة مدنية



4 استنتاج إشارة $P_1(x)$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$2x + 1$	-	-	0	+	+
$Q(x)$	-	0	+	+	0
$P_1(x)$	+	0	-	0	-

5 استنتاج حلول المعادلة: $P_1(1 - |x|)$

$$P_1(1 - |x|) = 0 \quad \text{لدينا:}$$

$$\begin{cases} |x| = 0 \\ \text{أو} \\ |x| = \frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ |x| = 2 \end{cases} \quad \text{ومنهن:} \quad \begin{cases} 1 - |x| = 1 \\ \text{أو} \\ 1 - |x| = \frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ 1 - |x| = -1 \end{cases} \quad \text{تكافئ:}$$

إذن:

$$S_{P_1(1-|x|)=0} = \left\{ -2; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 2 \right\}$$

02 التمرين [05.00 نقطة]

(I)

1 تعيين العددين الحقيقيين a و b :

من أجل كل x يختلف عن 2 لدينا:

$$f(x) = a + \frac{b}{x-2} = \frac{ax - 2a + b}{x-2}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ -2a + b = 3 \end{cases} \quad \text{ومنهن:} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \quad \text{ومنهن:}$$

إذن:

$$f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$$

2 التحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v :

$$f(x) = -1 + \frac{1}{x-2} = (u \circ v)(x)$$

حيث:

$$\begin{cases} u(x) = -1 + \frac{1}{x} \\ v(x) = x - 2 \end{cases}$$

3 استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$:

لدينا: v متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$

(لأنها دالة تآلفية معامل توجيهها موجب تماماً)

01 التمرين [05.00 نقطة]

(I) تعيين قيمة α حتى يكون $\frac{1}{2}$ جذراً لـ P_α :

$$\text{لدينا: } P_\alpha\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \quad \text{معناه:}$$

$$-2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \alpha\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 0 \quad \text{ومنهن:}$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\alpha = 0 \quad \text{ومنهن:}$$

$$\frac{1}{4}\alpha = \frac{1}{4} \quad \text{ومنهن:}$$

$$\alpha = 1 \quad \text{ومنهن:}$$

(II)

1 إيجاد عبارة $Q(x)$:

لدينا:

$$\begin{array}{r|l} -2x^3 + x^2 + 2x - 1 & 2x - 1 \\ -2x^3 + x^2 + 2x - 1 & -x^2 + 1 \\ \hline 2x - 1 & \\ 2x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$P_1(x) = (2x - 1)(-x^2 + 1) \quad \text{وعليه:}$$

$$Q(x) = -x^2 + 1 \quad \text{إذن:}$$

2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P_1(x) = 0$:

$$\text{لدينا: } P_1(x) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - 1 \\ \text{أو} \\ -x^2 + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{تكافئ:}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ x^2 = 1 \end{cases} \quad \text{ومنهن:}$$

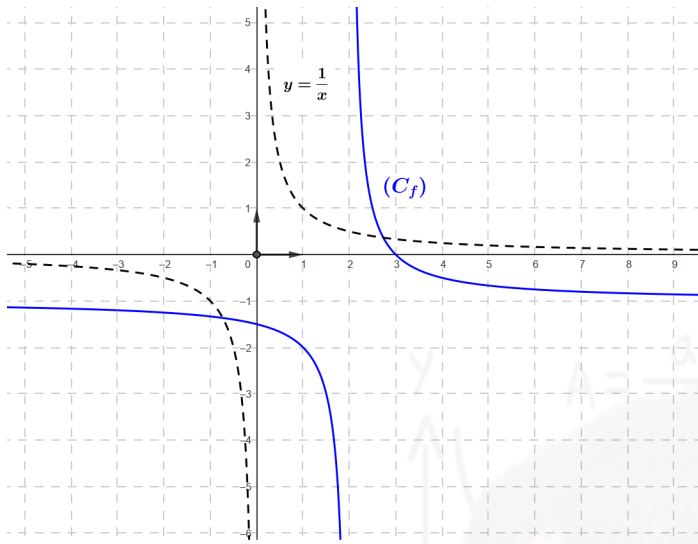
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{ومنهن:}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{ومنهن:}$$

$$S_{P_1(x)=0} = \left\{ -1; \frac{1}{2}; 1 \right\} \quad \text{إذن:}$$

3 تحليل $P_1(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى:

$$\begin{aligned} P_1(x) &= (2x - 1)(-x^2 + 1) \\ &= (2x - 1)(1 - x^2) \\ &= (2x - 1)(1 + x)(1 - x) \end{aligned}$$



(II)

① دراسة شفعية الدالة φ :

لدينا: $D_\varphi = \mathbb{R}$

ومنه: من أجل كل $x \in D_\varphi$ فإن $(-x) \in D_\varphi$

ولدينا: من أجل كل $x \in D_\varphi$ و $(-x) \in D_\varphi$:

$$\varphi(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = \varphi(x)$$

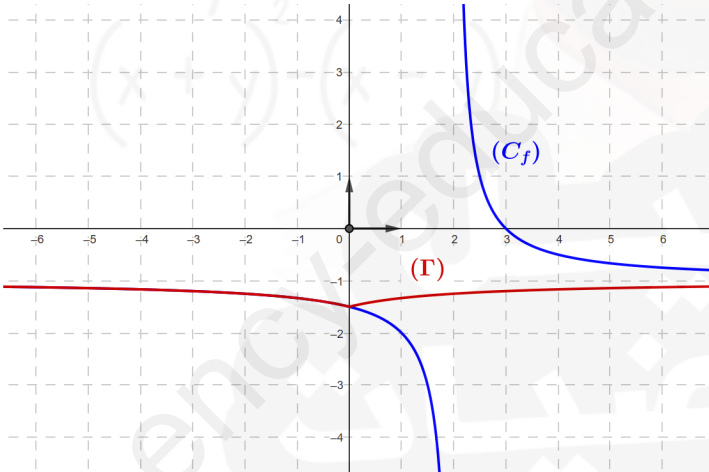
ومنه: φ زوجية

② شرح كيف يمكن رسم (Γ) انطلاقاً من (C_f) ، ورسمه:

$$\begin{aligned} \varphi(-x) &= f(-|x|) \\ &= \begin{cases} f(-x) & ; x \geq 0 \\ f(x) & ; x \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

ومنه: (Γ) على (C_f) لما: $x \leq 0$

وبما أن φ زوجية فإن (Γ) متناظر بالنسبة لحامل محور الترتيب



x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$v(x)$		$\vdots$	
		0	

لدينا: u متناقصة على $\mathbb{R}^*$

(لأنها الدالة مقلوب ناقص عدد)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$u(x)$			

بما أن: $I =]-\infty; -2]$ متزايدة على v

والدالة u متناقصة على $v(I)$

فإن: الدالة $f = u \circ v$ متناقصة على I

بما أن: $J = [-2; +\infty[$ متزايدة على v

والدالة u متناقصة على $v(J)$

فإن: الدالة $f = u \circ v$ متناقصة على J

إذن:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

④ تبين أن النقطة $\Omega(2; -1)$ مركز تناظر لـ (C_f) :

لدينا: $x \in D_f$

معناه: $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

ومنه: $x \neq 2$

ومنه: $-x \neq -2$

ومنه: $4 - x \neq 2$

ومنه: $(4 - x) \in \mathbb{R} - \{2\}$

إذن: $(4 - x) \in D_f$

ولدينا، من أجل كل $x \in D_f$ و $(4 - x) \in D_f$:

$$\begin{aligned} f(4 - x) + f(x) &= -1 + \frac{1}{4 - x - 2} - 1 + \frac{1}{x - 2} \\ &= -2 + \frac{1}{-x + 2} + \frac{1}{x - 2} \\ &= -2 - \frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x - 2} \\ &= -2 = 2(-1) \end{aligned}$$

إذن: النقطة $\Omega(2; -1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

⑤ شرح كيف يمكن رسم (C_f) :

(C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي

شعاعه $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$