

مسائل من بكالوريا المغرب

إعداد وتصرف : خالرجاخشة

التمرين الأول: (بكالوريا 2004 الدورة العادية بتصرف)

(I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$.

ب- استنتج أن الدالة f فردية .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ يكون : $1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$.

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right]$ ، فسّر النتيجة بيانيا .

(5) أنشئ المستقيم ذو المعادلة $y = 1 - \frac{1}{2}x$ و المنحنى (C_f) .

(6) أ- بوضع $t = e^{-x}$. بين أن : $\int_{-1}^0 \frac{1}{1+e^x} dx = \ln \left(\frac{e+1}{2} \right)$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 0$ ، $x = -1$.

(II) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1} \end{cases}$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$.

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$. (إرشاد : استخدم السؤال 3 ج-)

ب- أن المتتالية (u_n) متناقصة .

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq \left(\frac{1}{2} \right)^n$. أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

التمرين الثاني: (بكالوريا 2005 الدورة العادية بتصرف)

(I) h و g الدالتان المعرفتان على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x + (x-2) \ln x$ و $g(x) = x - 1 - \ln x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) \geq 0$.

(2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $h(x) = 1 + g(x) + (x-1) \ln x$.

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $(x-1) \ln x \geq 0$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $h(x) > 0$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) .

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$.

(4) ليكن (Δ) مماس المنحنى (C_f) في النقطة $A(1;1)$.

أ- بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (Δ) .

ب- تحقق أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$.

ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(5) أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $]0; e^2]$.

(III) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = \sqrt{e}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq e$.

(2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، وأحسب نهايتها .

التمرين الثالث: (بكالوريا 2006 الدورة العادية بتصرف)

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \ln(1+x) - x$.

(1) بين أن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$.

(2) استنتج أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) \leq 0$.

(3) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $0 < \ln(1+x) < x$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]1; +\infty[\cup]-\infty; -1[$ كما يلي : $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن الدالة f فردية .

(2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف .

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من D فإن : $f'(x) = \frac{x^2-3}{x^2-1}$.
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$. (إرشاد : لاحظ أن : $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$)

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(6) أ- بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx = 5\ln 5 - 6\ln 3$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتهما : $x = 2$ ، $x = 4$ و $y = x$.

(III) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل $n \geq 2$ بـ : $u_n = f(n) - n$.

(1) تحقق أنه من أجل كل $n \geq 2$ ، $u_n = \ln\left(1 + \frac{2}{n-1}\right)$.

(2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

(3) بين أن $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$ ، من أجل كل $n \geq 2$. ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الرابع : (بكالوريا 2009 الدورة العادية بتصرف)

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ ، ثم استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$.

(2) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = x + \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$.

ب- استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$ ، $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$.

د- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$ ، $f(x) \leq x$.

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}$.

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x) = \frac{-\sqrt{e^x}[(\sqrt{e^x} - 1)^2 - 2]}{2(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)^2}$.

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثيهما.

(6) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازياً للمستقيم (Δ) . أكتب معادلة (T) .

(7) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) ناقش بيانياً ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $e^x - e^{x+m} = 2(-1 + \sqrt{e^x})$.

التمرين الخامس : (بكالوريا 2010 الدورة العادية بتصرف)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) > 0$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) . (الوحدة : 2 cm)

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

(2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

(6) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .

(7) ناقش بيانها ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $m + 1 + (2x - 1)e^{2x} = 0$.

(8) أ- بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $x = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $y = x$.

التمرين السادس : (بكالوريا 2010 الدورة الإستدراكية بتصرف)

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - x + 3 - 2 \ln x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g . (إرشاد : $(3x^2 - x - 2) = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$)

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

(2) أـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

بـ بين أن لكل x من المجال $]0; 1[$: $x - 1 + \ln x \leq 0$ وأن لكل x من $[1; +\infty[$ ، $x - 1 + \ln x \geq 0$.

جـ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(3) أـ بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

بـ شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بين $y = 3(x-1)$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

(5) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

(6) (Δ_m) المستقيم ذي المعادلة $y = m(x-1)$ ، حيث m وسيط حقيقي .

أـ بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .

بـ ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = m(x-1)$.

(7) أـ بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{e}{2}$.

بـ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتهما : $x = 1$ ، $x = e$ و $y = x + 1$.

التمرين السابع : (بكالوريا 2011 الدورة العادية بتصرف)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (1-x)e^x - 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) \leq 0$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2-x)e^x - x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$.

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) بين المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 بحيث $1.5 < x_0 < 2$.

(5) بين أن النقطة $A(0; 2)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

(6) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة (T) .

(7) أنشئ كلا من : (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $me^{-x} + x - 2 = 0$.

(9) أ- بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $x = -1$ ، $x = 0$ و $y = -x$.

التمرين الثامن : (بكالوريا 2012 الدورة الإستدراكية بتصرف)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة : 2 cm)

(1) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) + f(-x) = 0$. فسر النتيجة بيانيا .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(3) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y = x + 1$ و $y = x - 1$.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ') .

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 1 + \frac{2}{(1 + e^x)^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(6) أنشئ كلاما من (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f) .

(7) ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(1 - m)x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = 0$.

(8) أ- بين أن الدالة $x \mapsto x - \ln(e^x + 1)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}$ على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج أن : $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1} dx = \ln 4 - \ln 3$.

ج- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $x = 0$ ، $x = \ln 2$ و $y = x + 1$.

التمرين التاسع : (بكالوريا 2015 الدورة العادية بتصرف)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; e[\cup]e; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$.

(I) وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة 2 cm) .
 1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ، ثم فسّر النتائج بيانياً .

2) بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(II) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$.

و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (أنظر الشكل)

1) أ- بقراءة بيانية حدد عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$ في المجال $]0; +\infty[$.

ب- يعطى جدول القيم التالي :

x	2,4	2,3	2,2	2,1
$g(x)$	0,28	0,12	-0,02	-0,14

بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً α بحيث $2.2 < \alpha < 2.3$

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين فاصلتهما 1 و α .

ج- حدد إنطلاقاً من (C_g) إشارة $g(x)$ على المجال $[1; \alpha]$ وبين أن $f(x) - x \leq 0$ لكل x من المجال $[1; \alpha]$.

3) أنشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

4) أ- بين أن : $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$ (لاحظ أن $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) .

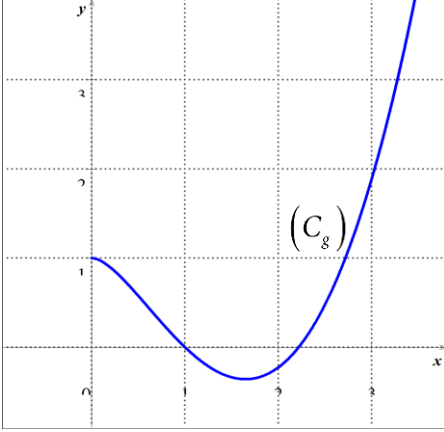
ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $y = x$ و $x = \sqrt{e}$ ، $x = 1$.

(III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq \alpha$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$. (يمكن استعمال نتيجة السؤال II 2) جـ)

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .



التمرين العاشر : (بكالوريا 2015 الدورة الإستدراكية بتصرف)

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x + x \ln x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج أنه من أجل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) \geq 0$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسر النتيجةين بيانياً .

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$.

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج- بين أن $f'(1) = 0$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً .

(3) بين المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 بحيث $0.3 < x_0 < 0.4$.

(4) أنشئ المنحنى (C_f) .

(5) أ- بين أن : $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x} dx = 1$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x = e$ ، $x = 1$.

(6) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(x^2)}{|x|}$. (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ- بين أن الدالة h زوجية .

ب- اشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) اعتماداً على (C_f) ، ثم أنشئه .

التمرين الحادي عشر : (بكالوريا 2017 الدورة العادية بتصرف)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln x$.
جدول التغيرات المقابل هو للدالة g :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

(2) أـ بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

بـ شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أـ حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$.

بـ استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما .

جـ بين أن $f(x) \leq x$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 2]$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f)

والمستقيم (Δ) على المجال $[1; 2]$.

(4) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) على المجال $]0; 5]$.

(5) أـ بين أن : $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$.

بـ بين أن الدالة $x \mapsto 2 \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{2}{x} - 1$ على المجال $]0; +\infty[$.

جـ باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$.

دـ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتهما : $x = 1$ ، $x = 2$ و $y = x$.

(III) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = \sqrt{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أـ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 2$.

بـ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

جـ استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .

التمرين الثاني عشر : (بكالوريا 2018 الدورة العادية بتصرف)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$
جدول التغيرات المقابل هو للدالة g :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)e^{-x}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$.

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .

(5) أنشئ كلا من المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$.

(6) أ- بين أن الدالة $e^{-x}(x^2 + 2x + 2)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto x^2 e^{-x}$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج أن : $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$.

ب- باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$.

ج- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $y = x$ و $x = 1$ ، $x = 0$.

(III) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .

التمرين الثالث عشر : (بكالوريا 2019 الدورة العادية بتصرف)

(I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

(2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$ ،
ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(3) أ- بين أن لكل x من المجال $]0; 1]$: $(x-1) + \ln x \leq 0$ وأن لكل x من $[1; +\infty[$: $(x-1) + \ln x \geq 0$ ،
ب- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$.

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + \frac{1}{2}$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثيهما .
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(5) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

(6) أ- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f''(x) = \frac{2 - \ln x}{x^2}$.
ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ، يطلب تعيين إحداثيها .

(7) أنشئ كلا من (Δ) ، (C_f) و (T) .

(8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x - 2m$.

(9) أ- بين أن الدالة $x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $\ln x \mapsto x$ على المجال $]0; +\infty[$.
ب- باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$.

ج- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلتهما : $x = e$ ، $x = 1$ و $y = x$.

(II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq e$ ،
ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(2) أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الرابع عشر : (بكالوريا 2019 الدورة الإستدراكية بتصريف)

(I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2 + 8\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أ- تحقق أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ، فسر النتيجة هندسيا .

ب- تحقق أن : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ، فسر النتيجة هندسيا .

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3 أ- بين أنه من أجل كل x غير معدوم ، $f'(x) = \frac{8(x-2)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$.

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4 أنشئ (C_f) .

5 أ- بين أن الدالة $x \mapsto \frac{1}{x} e^{x-4}$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{x-1}{x^2} e^{x-4}$ على المجال $[2; 4]$.

ب- تحقق أن : $f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32 \frac{(x-1)}{x^2} e^{x-4}$.

ج- أحسب التكامل : $\int_2^4 e^{x-4} dx$.

د - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين التي معادلتيهما : $x = 2$ ، $x = 4$.

(II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[2; 4]$ ب : $g(x) = 8(x-2)e^{x-4} - x^2$.

1 أ- أحسب $g(4)$.

ب- تحقق أنه لكل x من المجال $[2; 4]$ ، $g(x) = -(x-4)^2 e^{x-4} + x^2(e^{x-4} - 1)$.

ج- تحقق أنه لكل x من المجال $[2; 4]$ ، $e^{x-4} - 1 \leq 0$. ثم استنتج أن لكل x من المجال $[2; 4]$: $g(x) \leq 0$.

2 أ- تحقق أنه لكل x من المجال $[2; 4]$ ، $f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x^2}\right)g(x)$.

ب- استنتج أنه لكل x من المجال $[2; 4]$: $f(x) \leq x$.

3 لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب : $u_0 = 3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 \leq u_n \leq 4$.

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

ج- أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس عشر : (بكالوريا 2020 الدورة العادية بتصريف)

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$

(1) (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة $2cm$

(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(2) أـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + \frac{5}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

بـ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{x-2} - 4 = 0$ ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(3) أـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$.

بـ شكّل جدول تغيرات الدالة.

(4) أحسب $f''(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم بين أن $w(2; 2)$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث : $2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$.

(6) عيّن إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) . أكتب معادلة (T) .

(7) أحسب $f(2 + \ln 5)$ ، وأنشئ كلاما من (Δ) و (C_f) .

(8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = -x + m$.

التمرين السادس عشر : (بكالوريا 2021 الدورة العادية بتصرف)

$$f \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ كما يلي : } \begin{cases} f(x) = 2x \ln x - 2x ; & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O; $\vec{i}, \vec{j}$) .

(1) أ- بين أن الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

(3) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أ- حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلتين : $f(x) = 0$ و $f(x) = x$.

ب- أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ : $e^{\frac{3}{2}} \approx 4.5$)

(5) أ- باستعمال التكامل بالتجزئة ، بين أن : $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1+e^2}{4}$.

ب- استنتج : $\int_1^e f(x) dx$.

(6) أ- حدد القيمة الحدية الصغرى للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- استنتج أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$.

$$(7) \text{ نعتبر الدالة } h \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي : } \begin{cases} h(x) = x^3 + 3x ; & x \leq 0 \\ h(x) = 2x \ln x - 2x ; & x > 0 \end{cases}$$

أ- أدرس إستمرارية الدالة h في 0 .

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة h على يسار 0 .

ج- هل الدالة h قابلة للاشتقاق عند 0 ؟ علل .

آخر تحديث : 02.12.2021

لا تنسونا بصالح دعائكم