# الاشتقاقية

## 1- العدد المشتق لدالة $f$ عند $x_0$

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$$

أو

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$$

## 2- مشتقات دوال مألوفة

| $f(x)=$ | $f'(x)=$ | ميدان الاشتقاق |
|---|---|---|
| $k$ عدد ثابت | $0$ | $\mathbb{R}$ |
| $x$ | $1$ | $\mathbb{R}$ |
| $x^2$ | $2x$ | $\mathbb{R}$ |
| $x^n\ (n\in\mathbb{N}^*-\{1\})$ | $nx^{n-1}$ | $\mathbb{R}$ |
| $ax+b\ (a\neq 0)$ | $a$ | $\mathbb{R}$ |
| $\sqrt{x}\quad (x\geq 0)$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $]0;+\infty[$ |
| $\frac{1}{x}\quad (x\neq 0)$ | $-\frac{1}{x^2}$ | $\mathbb{R}^*$ |
| $\cos(x)$ | $-\sin(x)$ | $\mathbb{R}$ |
| $\sin(x)$ | $\cos(x)$ | $\mathbb{R}$ |
| $\tan(x)$ | $\frac{1}{\cos^2(x)}=1+\tan^2(x)$ | $\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$ |

## 3- معادلة المماس

معادلة $(\Delta)$ المستقيم المماس للمنحنى $(\mathbf{C_f})$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0$ هي:

$$(\Delta):y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

## 4- العمليات على الدوال المشتقة

| الدالة | مشتقتها |
|---|---|
| $u+v$ | $u'+v'$ |
| $u\times v$ | $u'\times v+v'\times u$ |
| $ku$ ($k$ عدد ثابت) | $ku'$ |
| $\frac{u}{v}\quad (v\neq 0)$ | $\frac{u'\times v-v'\times u}{v^2}$ |
| $\frac{k}{v}$ ($k$ عدد ثابت) $(v\neq 0)$ | $\frac{-kv'}{v^2}$ |
| $v\circ u$ | $u'\times(v'\circ u)$ |

## 5- مشتقات دوال مركبة مألوفة

| الدالة | مشتقتها |
|---|---|
| $u(ax+b)$ | $au'(ax+b)$ |
| $u^n\quad (n\in\mathbb{N}^*-\{1\})$ | $nu'.u^{n-1}$ |
| $\sqrt{u}\quad (u\geq 0)$ | $\frac{u'}{2\sqrt{u}}\quad (u>0)$ |
| $\frac{1}{x^n}\quad (x\neq 0)\ (n\in\mathbb{N}^*)$ | $-\frac{n}{x^{n+1}}$ |
| $\frac{1}{u^n}\quad (u\neq 0)\ (n\in\mathbb{N}^*)$ | $-\frac{nu'}{u^{n+1}}$ |

## 6- التقريب التآلفي

أحسن تقريب تآلفي للدالة $f$ عند القيمة $x_0$ هو:

$$f(x)\approx f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

باعتبار $h=x-x_0$ قريب جدا من الصفر، يمكن كتابة التقريب على الشكل التالي:

$$f(x_0+h)\approx f'(x_0).h+f(x_0)$$

## 7- اتجاه تغير دالة $f$ على مجال $I$ من $\mathbb{R}$

- إذا كان $f'(x)>0$ من أجل كل $x$ من $I$ فإن: $f$ متزايدة تماما على $I$
- إذا كان $f'(x)<0$ من أجل كل $x$ من $I$ فإن: $f$ متناقصة تماما على $I$
- إذا كان $f'(x)=0$ من أجل كل $x$ من $I$ فإن: $f$ ثابتة على $I$

## 8- القيم الحدية المحلية لدالة $f$ على مجال $I$ من $\mathbb{R}$

إذا كانت $f'$ تنعدم عند قيمة $x_0$ من $I$ أي $f'(x_0)=0$ مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة $f$ على $I$ في حالتين:

أ- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية صغرى كما في هذا الجدول

| $x$ | | $x_0$ | |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | - | 0 | + |
| $f(x)$ | ↘ | $f(x_0)$ | ↗ |

ب- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية كبرى كما في هذا الجدول

| $x$ | | $x_0$ | |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | - |
| $f(x)$ | ↗ | $f(x_0)$ | ↘ |

## 9- نقطة الانعطاف

$f''$ المشتقة الثانية للدالة $f$ على مجال $I$ من $\mathbb{R}$ و $x_0$ قيمة منه.

إذا كانت $f''$ تنعدم عند $x_0$ أي $f''(x_0)=0$ مغيرة إشارتها فإن المنحنى $(\mathbf{C_f})$ يقبل نقطة انعطاف $\Omega(x_0;f(x_0))$