

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+3} \text{ كما يلي:}$$

و (C_f) تمثيلها البياني الموضح في الشكل المقابل

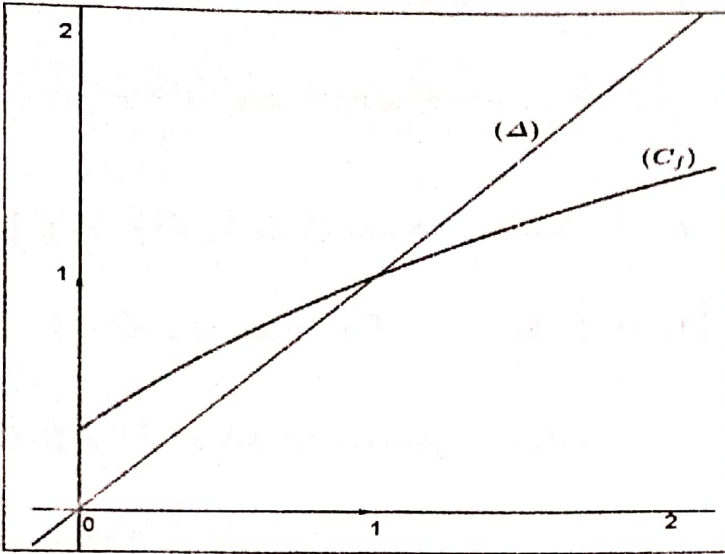
α عدد حقيقي، المتتالية العددية المعرفة

بحدها الأول u_0 حيث $u_0 = \alpha$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(I) عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة

(II) نضع $\alpha = 0$



(1) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 (بدون حساب الحدود)
ضع تخمينا حول اتجاه المتتالية وتقاربها.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(a) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تحديد حدها الأول

(ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

(ج) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ماذا تستنتج؟

(3) نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $w_n = \ln|v_n|$

(a) بين أن (w_n) متتالية حسابية أساسها $(-\ln 2)$ يطلب تحديد حدها الأول.

(ب) أكتب w_n بدلالة n .

(ج) أحسب المجموع: $S_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \dots + \ln|v_n|$ بدلالة n .

التمرين الثاني:

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 + x^2(1 - 2 \ln x)$

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ، وأحسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

أقلب الورقة

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8 < \alpha < 1,9$

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

(2) (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$: $0 \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x^2}$

(ب) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) ارسم المنحنى (C_f)

(6) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0, \infty[$ كما يلي : $h(x) = f(-2x)$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$

(ب) دون تعيين عبارة $h(x)$ عين اتجاه تغير الدالة h على المجال $]0, \infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

انتهى بالتوفيق للجميع



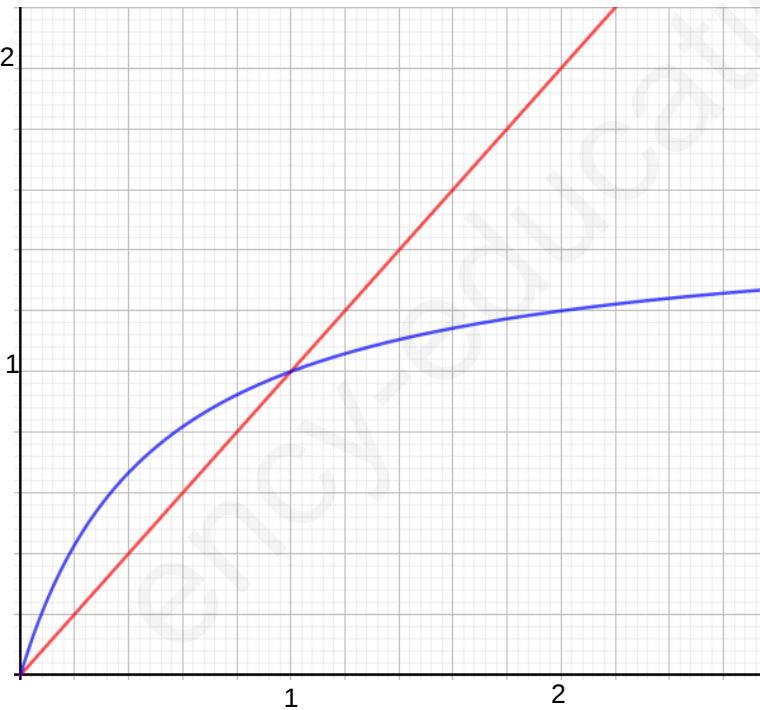
التمرين الأول: (05 نقاط)

اختر في كل حالة الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التعليل

رقم	الجملة	(أ)	(ب)	(ج)
1	إذا كان: $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - 2x + 5] = -4$ فإن :	المستقيم $y = -4$ مقارب أفقي لـ (C_f)	المستقيم $y = 2x - 9$ مقارب مائل لـ (C_f)	المستقيم $y = 2x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f)
2	حلول المعادلة التفاضلية: $3y' - y - 6 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي الدوال من الشكل	$x \rightarrow ce^{\frac{1}{3}x} - 2$ $/c \in \mathbb{R}$	$x \rightarrow ce^{\frac{1}{3}x} - 6$ $/c \in \mathbb{R}$	$x \rightarrow ce^{\frac{1}{3}x} - \frac{2}{3}$ $/c \in \mathbb{R}$
3	للجملة: $\begin{cases} \ln x + \ln y = \ln 5 + 3 \ln 3 \\ x + y = 24 \end{cases}$ حلين هما	(15,9) (9,15)	(3,21) (21,3)	(10,14) (14,10)
4	اصغر عدد طبيعي n يحقق: $\left(\frac{2}{3}\right)^n \leq 0.02$	9	10	11

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر الدالة المعرفة f على المجال $[0, +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{3x}{2x+1}$ و (C_f) تمثلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (انظر الشكل المقابل)



1. (u_n) متتالية معرفة N كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1. أ- مثل الحدود $u_2; u_1; u_0$ على حامل محور الفواصل دون حسابها مبينا خطوط الانشاء

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2. أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n: u_n \geq 1$

ب- بين أن (u_n) متناقصة ثم استنتج انها متقاربة.

II. 1. (v_n) متتالية معرفة على N كمايلي: $v_n = \alpha - \frac{1}{u_n}$

- عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{3}$
2- نضع $\alpha = 1$

- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

3. أ- أثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0 \leq (u_{n+1} - 1) \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

ب- استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي $n: 0 \leq u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم عين نهاية (u_n) من جديد

في كل التمرين المستوي منسوب إلى المعلم المتعاود و المتجانس $(0; \bar{i}; \bar{j})$.

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية f معرفة على المجال $[0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = e^{x-3} - \frac{1}{x+4}$

- (1) أدرس تغيرات الدالة f على $[0, +\infty[$. ثم شكل جدول تغيراتها على $[0, +\infty[$.
- (2) - نقبل بأن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α . حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

- أكمل الجدول التالي، ثم استنتج حصرا للعدد α إلى 10^{-2}

x	1,320	1,325	1,330
$f(x)$			

الجزء الثاني:

لتكن الدالة العددية g معرفة على المجال $[0, +\infty[$ بحيث: $g(x) = e^{x-3} - \ln(x+4)$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني

- (1) تحقق أنه من أجل كل x من $[0, +\infty[$ فإن $g'(x) = f(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $[0, +\infty[$

- (2) بين أن $g(\alpha) = \alpha - 3 + \frac{1}{\alpha+4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $g(\alpha)$

- (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد β بحيث $3,5 \leq \beta \leq 3,8$. فسر النتيجة هندسيا.

- (4) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، شكل جدول تغيرات الدالة g ،

- (5) ارسم (C_g) في المعلم $(0; \bar{i}; \bar{j})$ يعطى: $g(0) = -1,34$

- (6) نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ ب: $k(x) = |g(x)|$

- اكتب k بدون رمز القيمة المطلقة

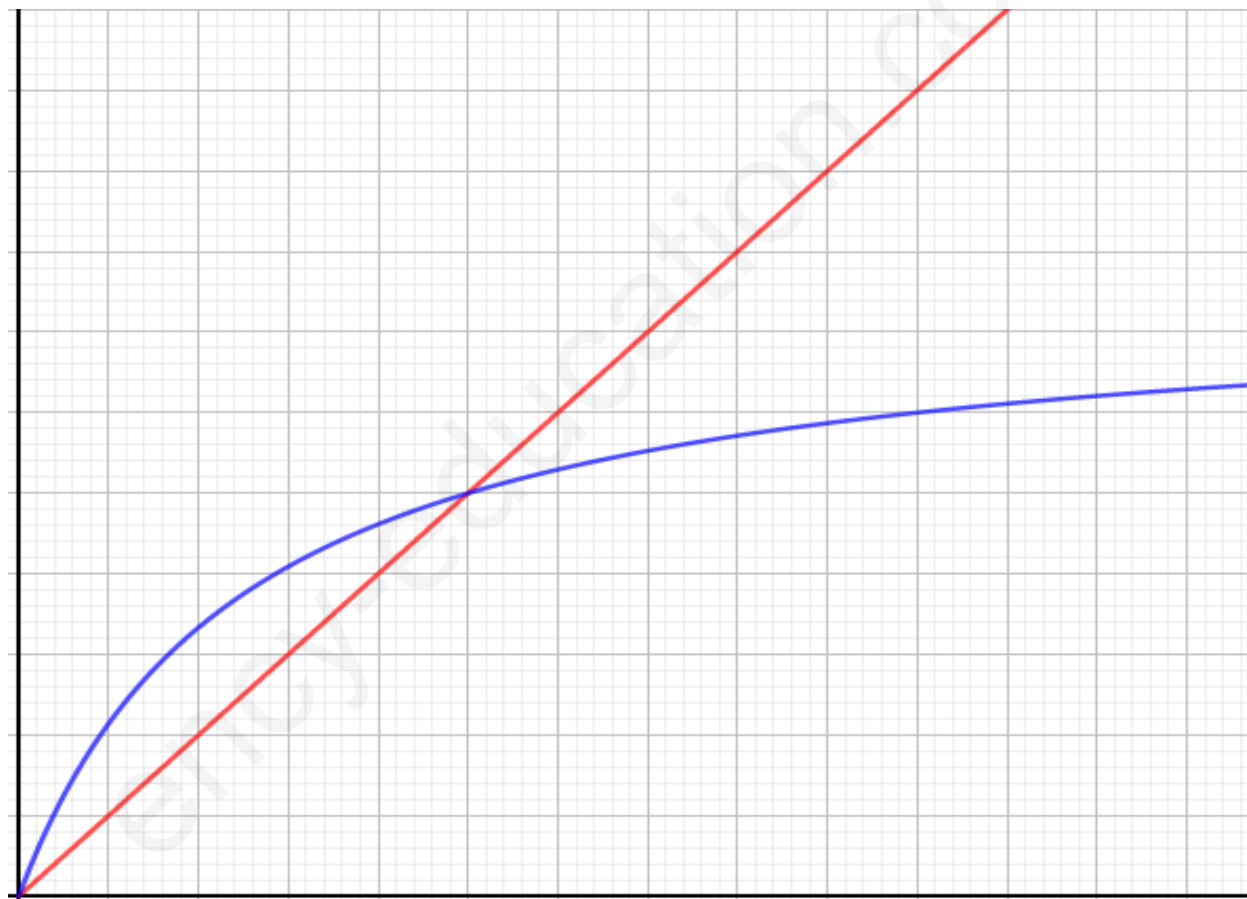
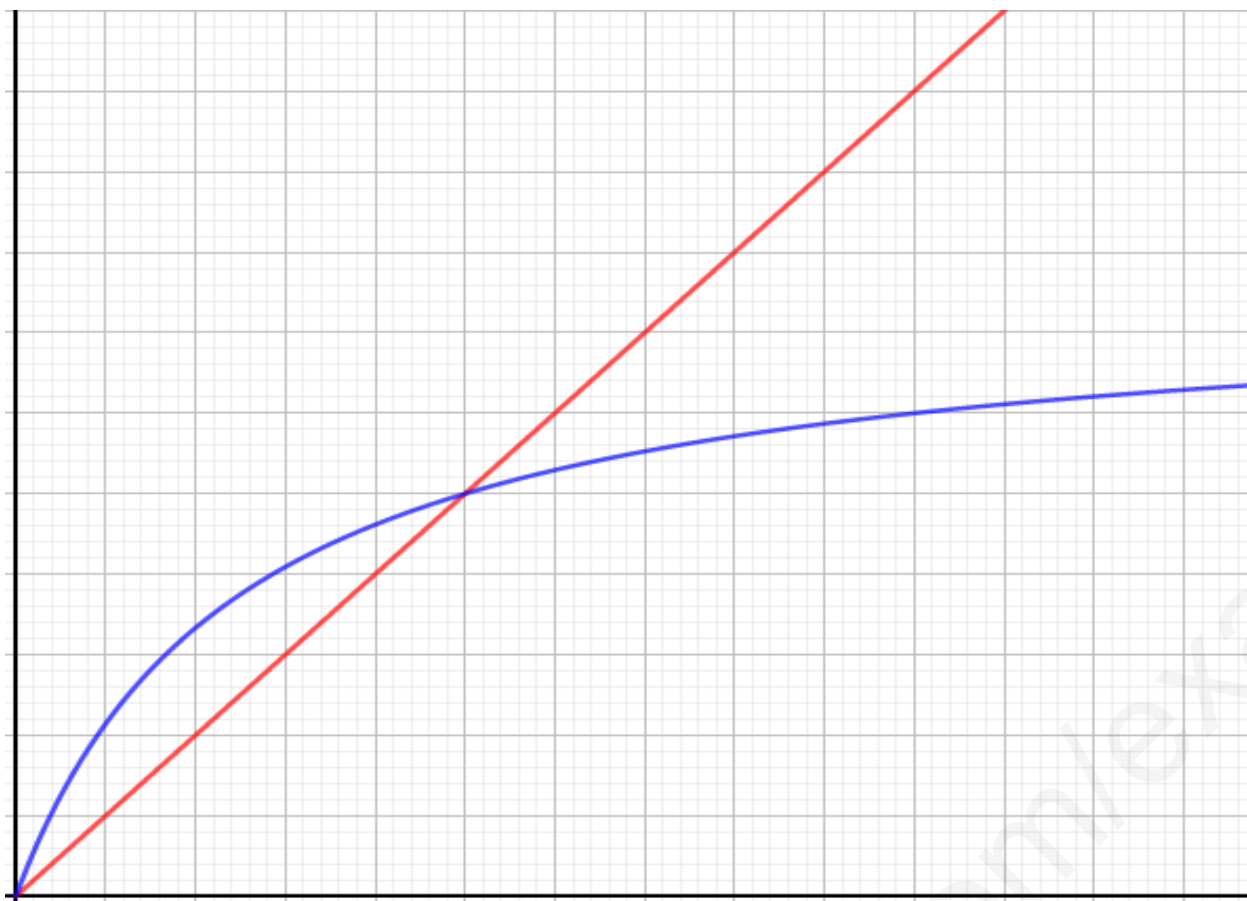
- استنتج جدول تغيرات الدالة k

- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_k) منحنى الدالة k انطلاقا من المنحنى (C_g) ثم أنشئه في نفس المعلم

- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $k(x) = |m|$.

انتهى ...





التمرين الأول: 07.5 نقطة

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = xe^{x+1} - 1$.

- أدرس تغيرات الدالة g .
- أبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,27 < \alpha < 0,29$.
(ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = (x-1)(e^{x+1} - 1)$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها.
- أبين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
(ب) بين أن $f(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. أبين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.
(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) .

- أبين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلته له.
(ب) عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
- أ أنشئ كلامن (Δ) و (T) ثم أرسم (C_f) نأخذ $f(\alpha) = -1,87$.

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -x + \ln m$.

التمرين الثاني: 07.5 نقطة

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = \frac{a+b \ln x}{x^2}$ بجدول تغيراتها المقابل.

x	0	$\frac{1}{e^2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{2e}$	0

- انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g بين أن $a = b = 1$.
- أحسب $g(e^{-1})$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ) أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها.

ب) بين أنه من أجل $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = -g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow e^{-1}} \frac{f(x) - e}{x - e^{-1}}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) بين أن النقطة $\Omega \left(e^{\frac{1}{2}}; \frac{3}{2}\sqrt{e} \right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) .

3. الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{2}{x}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_h) .

4. أ) أحسب $f(e^{-2})$ ثم أرسم (C_f) .

5. أ) أدرس تغيرات الدالة k المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ: $k(x) = f(-x)$. (عبارة الدالة k غير مطلوبة).

ب) وضح كيف يمكن رسم (C_k) المنحني الممثل للدالة k انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

التمرين الثالث: 05 نقاط

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2 \\ u_0 = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; 2]$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم.

2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً على N ثم استنتج أنها متقاربة وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

$$v_n = \ln \left(\frac{1}{2}u_n \right) \quad \text{المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

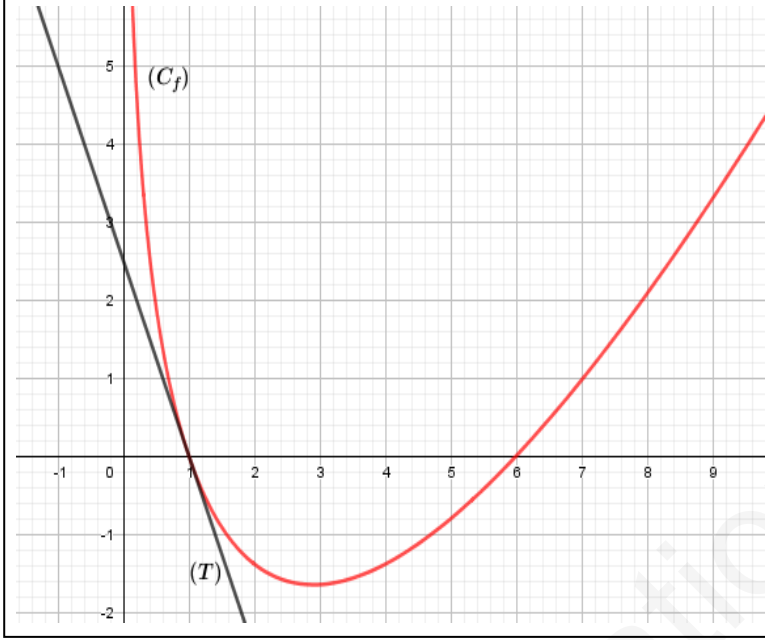
1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2$ يطلب تعيين حدها الأول.

2. أكتب كلاماً من v_n و u_n بدلالة n . ثم استنتج مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

3. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث: $S'_n = \frac{1}{4}u_0^2 \times \frac{1}{4}u_1^2 \times \dots \times \frac{1}{4}u_n^2$.

التمرين الأول: (12 نقطة)



الجزء الأول:

في الشكل المقابل (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f

المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = (ax+b)\ln x$

المستقيم (T) ذا المعادلة : $5x+2y-5=0$ مماس

للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

1) بقراءة بيانية عين كلا من : $f'(1)$ و $f(6)$

2) باستعمال ماسبق . بين أن : $\begin{cases} 6a+b=0 \\ a+b=-\frac{5}{2} \end{cases}$

، ثم استنتج أن : $f(x) = \left(\frac{1}{2}x-3\right)\ln x$

3) حل جبريا وفي المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة : $f(x) \geq 0$

4) الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند α

$$f(\alpha) = -\frac{(\alpha-6)^2}{2\alpha} \quad \text{برهن أن}$$

الجزء الثاني:

نعرف على المجال $]0; +\infty[$ الدالة g كما يلي : $g(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 3x + \left(\frac{1}{4}x^2 - 3x\right)\ln x$

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $g'(x) = f(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

3) بين أن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1 حيث : $3.2 < x_0 < 3.4$ و $8.2 < x_1 < 8.4$

4) احسب $g(10)$ ثم مثل المنحنى (C_g)

5) الدالة h معرفة على $]-\infty; 0[$ حيث : $h(x) + g(-x) = 0$

أ- اشرح كيف يتم تمثيل منحنى الدالة h إنطلاقا من المنحنى (C_g)

ب- مثل منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5} \end{cases}$$

$$1. \text{ عين العددين الحقيقيين } a \text{ و } b \text{ بحيث من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 5}$$

$$2. \text{ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n > -2$$

$$3. \text{ ادرس اتجاه تغير المتتالية } (u_n).$$

$$4. \text{ برر أن المتتالية } (u_n) \text{ متقاربة.}$$

$$5. \text{ نعرف على } \mathbb{N} \text{ المتتالية } (v_n) \text{ كمايلي : } v_n = \frac{1}{u_n + 2}$$

$$\text{أ- بين أن المتتالية } (v_n) \text{ حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول } v_0$$

$$\text{ب- عبر عن } v_n \text{ ثم } u_n \text{ بدلالة } n.$$

$$\text{ج- احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$\text{د- احسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث : } S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$$

$$6. \text{ نعرف على } \mathbb{N} \text{ المتتالية } (w_n) \text{ كمايلي : } w_n = e^{v_n}$$

$$\text{أ- بين أن المتتالية } (w_n) \text{ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول } w_0$$

$$\text{ب- احسب بدلالة } n \text{ الجداء } P_n \text{ حيث : } P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_n$$

إنتهى

بالتوفيق : أساتذة المادة

التمرين الأول (08 نقط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3x + 1 + \ln\left(\frac{1}{x-1}\right)$ و (c_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ حسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

(2) بين أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$ ، $f(x) = (x-1)\left(\frac{3x+1}{x-1} - \frac{\ln(x-1)}{x-1}\right)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب $f'(x)$ مشتقة الدالة f وادرس اتجاه تغيراتها ثم أنشئ جدول تغيراتها

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 3x + 1$ يقطع المنحني (c_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثيها ثم ادرس الوضعية النسبية لـ (c_f) و (Δ)

(5) بين أن (c_f) يقبل مماسا T مواز للمستقيم (D) ذو المعادلة: $y = x$ يطلب معادلة له

(6) أنشئ (Δ) و T و (c_f) وحدة الطول $(1cm)$

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $3x - \ln(x-1) + m = 0$

(II) نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = 3e^x + 1 - \ln(e^x - 1)$

(أ) بين أن الدالة g معرفة على المجال $]0; +\infty[$

(ب) بين أن الدالة g هي مركب دالتين يطلب عبارتيهما

(ت) اعتمادا على مشتقة الدالة المركبة أحسب $g'(x)$ مشتقة الدالة g ثم استنتج اتجاه تغيرات g وأنشئ جدول تغيراتها

التمرين الثاني (06 نقط): (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ:
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1-n}{n(n+1)} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

و نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = u_n + \frac{2}{n}$

(1) برهن أن (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(2) عبر عن u_n ثم عن v_n بدلالة n

(3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ماذا تستنتج؟

(4) احسب بدلالة n المجموع $s_1 = v_1^4 - v_2^4 - \dots - v_n^4$

(5) نضع $t_n = u_n + \frac{2}{n+1}$

(أ) بين أن $t_n = v_n - \frac{2}{n(n+1)}$

(ب) احسب بدلالة n المجموع $s_2 = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n$ لاحظ أن $\left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

التمرين الثالث (06 نقط):

كيس يحتوي على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 1,1,3,3 وعلى أربع كرات خضراء تحمل الأرقام 1,2,2,3

نسحب منه على التوالي ودون إرجاع 03 كرات

(1) أحسب احتمالات الأحداث التالية

A: الكرات الثلاثة تحمل نفس الرقم

B: الكرات الثلاثة تحمل نفس اللون

C: الكرات الثلاث تحمل أرقاما مختلفة مثني مثني

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مربع الرقم الأكبر

(أ) عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X ثم اعط قانون احتماله واحسب أمله الرياضي

(ب) احسب $p(|X| \leq 4)$

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 07 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$u_0 = \alpha \text{ و } u_{n+1} = -4 + \frac{40}{9 - u_n} \text{ حيث } \alpha \text{ عدد حقيقي}$$

و نعتبر الدالة العددية f المرفقة بالمتتالية التراجعية (u_n) و المعرفة على المجال $[1,4]$

$$1. \text{ أ) تحقق أن للدالة } f \text{ عبارة من الشكل : } f(x) = \frac{4x+4}{9-x}$$

ب) ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[1,4]$, ثم شكل جدول تغيراتها

ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1,4]$ فإن : $f(x) \in [1,4]$

2. أ) حدد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ و المنحنى (C_f) بيان الدالة f

ب) استنتج قيم α التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة

3. في كل ما يأتي نأخذ $u_0 = 2$:

أ) انشئ المنحنى (C_f) بيان الدالة f و المستقيم (Δ) , ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

* وحدة الرسم 2 cm

u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n : 1 < u_n < 4$

$$\text{ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 4)}{9 - u_n}$$

ثم ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة

$$4. \text{ نعتبر المتتالية العددية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 4}$$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n , ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n

5. ليكن المجموعين S_n و S'_n المعرفين كما يلي :

$$S_n = v_0 + 8v_1 + 8^2v_2 + \dots + 8^n v_n \text{ و } S'_n = \frac{3}{u_0 - 4} + \frac{3}{u_1 - 4} + \frac{3}{u_2 - 4} + \dots + \frac{3}{u_n - 4}$$

احسب أحد المجموعين S_n أو S'_n , ثم حدد نهايته

أقلب الورقة

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2-x)e^{-x}$

و ليكن (C) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل على ما يلي :

1. من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإن $f(x) > 2-x$

2. المستقيم ذا المعادلة $y = 0$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3. الدالة f تقبل قيمة حدية عند $x_0 = 3$

4. من أجل كل وسيط حقيقي m حيث $m \geq e^{-3}$ فإن المعادلة : $f(x) = m$ تقبل حلين مختلفين

5. الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^{-|x|}$ تقبل الاشتقاق عند 0

6. الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 5e^{-x}$

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ كما يلي : $f(x) = x + 2 - \ln(2x+1)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ثم استنتج معادلة للمستقيم العمودي المقارب لـ (C_f)

2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3. بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) ميله -3 يطلب كتابة معادلة له

4. احسب احداثي نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x$

5. بين أن (C_f) بيان الدالة f يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $-1,3 < x_0 < -1,2$

6. احسب $f(-1)$, $f(0)$ ثم انشئ المماس (T) و الممنحنى (C_f)

7. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $4x + 2 - \ln(2x+1)^2 = m$

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ كما يلي : $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x+1)^2$

1. احسب المقدار $g(-1-x) - g(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا

2. أكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة , ثم استنتج أن $f(x) = g(x)$ على مجال يطلب تحديده

3. اشرح كيف يمكن انشاء (C_g) بيان الدالة g انطلاقا من (C_f) بيان الدالة f , ثم أنشئ (C_g) في نفس

المعلم السابق بلون مختلف



الدورة : 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : هارون الرشيد بشار البشير

المدة : 03 سا

الشعبة : علوم تجريبية + تقني رياضي

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

(1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.
 أ) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; i, j)$ أنشئ على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(u_n - 4)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n . ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

(4) احسب S_n و P_n حيث :

$$P_n = (u_0 - 4) \times (u_1 - 4) \times \dots \times (u_n - 4) \quad \text{و} \quad S_n = \ln(u_0 - 4) + \ln(u_1 - 4) + \dots + \ln(u_n - 4)$$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(2) أ) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1.6 < \alpha < -1.5$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; i, j)$ ، (وحدة الطول 1cm) .

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x g(x)$.

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f . ثم شكّل جدول تغيراتها .

(2) بين أن : $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(3) ارسم المنحنى (C_f) .

(4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $me^{-x} = e^x - x - 1$ حلين متمايزين .



التمرين الثالث: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; i, j)$.

(1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$.

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]0, 45; 0, 46[$ ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر β يطلب تعيين حصر له.

(5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .



بالتوفيق



انتهى الموضوع



اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة ساعتان

المستوى : 3 ع ت ج + 3 ت ر

التمرين الأول (10 ن) :

I - g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; -1[$ بـ : $g(x) = \ln(-x - 1) - x$

1 - بين ان الدالة g متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty; -1[$

2 - بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $-1.3 < \alpha < -1.2$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]-\infty; -1[$

II - لتكن الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{(x-1)\ln(x-1)}{x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

2 - بين انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(-x)}{x^2}$

ب - بين ان الدالة f متناقصة تمامًا على المجال $]1; -\alpha[$ و متزايدة تمامًا على المجال $[-\alpha; +\infty[$ ، ثم

شكل جدول تغيراتها

3 - بين ان $f(-\alpha) = \alpha + 1$ ؛ ثم استنتج حصرًا لـ $f(-\alpha)$

4 - احسب $\lim_{x \rightarrow -\alpha} \frac{f(x) - \alpha - 1}{x + \alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيًا

5 - ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \rightarrow \ln(x - 1)$

ا - ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ)

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x - 1)]$. فسر النتيجة هندسية

6 - انطلاقًا من منحنى الدالة $\ln$ انشئ (Γ) ثم انشئ (C_f)

التمرين الثاني (10 ن) :

الدالة العددية f معرفة و متزايدة على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ

$U_0 = 5$ و من اجل كل عدد طبيعي n

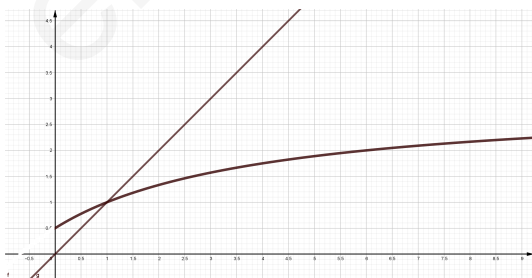
$$U_{n+1} = f(U_n)$$

1 - ا - اعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على

حامل محور الفواصل الحدود $U_0; U_1; U_2; U_3$

ب - ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

و تقاربها



2- 1 - برهن انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_n > 1$

ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج انها متقاربة

1 - بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_{n+1} - 1 = \frac{2(U_n - 1)}{U_n + 4}$

ب - بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : \frac{2}{U_n + 4} \leq \frac{2}{5}$ ثم استنتج ان : $U_{n+1} - 1 \leq \frac{2(U_n - 1)}{5}$

ج - برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : 0 < U_n - 1 \leq 4 \left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، ثم استنتج نهاية (U_n)

II- المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

1 - بين ان المتتالية (V_n) هندسية اساسها $\frac{2}{5}$ يطلب تعيين حدها الاول V_0

2- 1 - عبر عن V_n بدلالة n

3 - ب - بين ان $V_n = 1 - \frac{3}{U_n + 2}$ ثم استنتج U_n بدلالة V_n

احسب المجموع S_n بدلالة n حيث

$$S_n = \frac{1}{2(U_0 + 2)} + \frac{1}{2(U_1 + 2)} + \dots + \frac{1}{2(U_n + 2)}$$

بالتوفيق

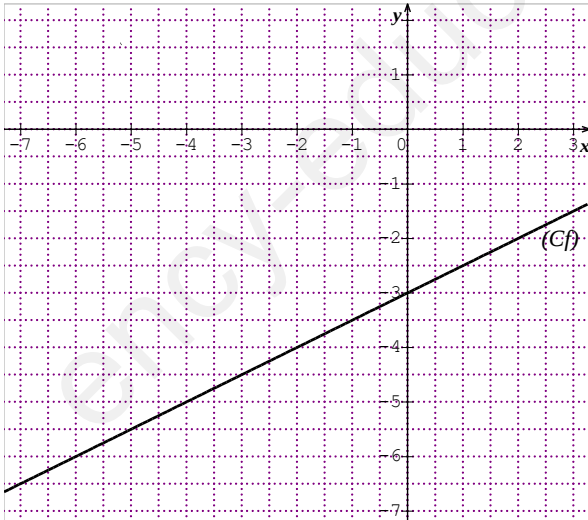


التمرين الأول: (5 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل.

(أ)	(ب)	(ج)	
$12 + \frac{1}{8}$	8	$e^{3\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$	العدد $e^{3\ln 4 + \ln \frac{1}{8}}$ يساوي:
$f(x) = \frac{3}{2}(e^{4-4x} + 1)$	$f(x) = \frac{3}{2}(e^{4+4x} + 1)$	$f(x) = \frac{2}{3}(e^{4-4x} + 1)$	الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $y' + 4y = 6$ والذي يحقق الشرط $f(1) = 3$ هو الدالة f حيث:
$s =]-9; +\infty[$	$s =]-9; 1[$	$s =]-\infty; -9[$	حلول المتراجحة $\log(1-x) > 1$ في $\mathbb{R}$ هي:
النقطة $\omega(1; -1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)	المستقيم ذو معادلة $y = -1$ هو محور تناظر لـ (C_f)	النقطة $\omega(-1; 1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)	إذا كان من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(2-x) = -2 - f(x)$ بيان الدالة f في $M(O; \vec{i}; \vec{j})$ فإن:

التمرين الثاني: (6 نقاط)



نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (انظر الشكل المقابل)

(I) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 2$

ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

(1) أ - مثل على محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (u_n) مبينا خطوط الرسم وبدون حساب.

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) تقاربها.

(2) أ - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $-6 \leq u_n \leq 2$

ب - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

- (II) 1) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + \alpha$
- أ - أحسب v_0 بدلالة α ثم بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}\alpha - 3$
- ب - بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يكفي $\alpha = 6$
- (2) نضع: $\alpha = 6$ أ - اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n
- ب - بين أن: $u_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .
- ج - عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n \leq 1$

التمرين الثالث: (9 نقاط)

- (I) g دالة معرفة على $] -\infty; 1]$ بـ: $g(x) = 1 - (x-1)e^{x-1}$
- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $] -\infty; 1]$.
- (2) شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $] -\infty; 1]$.
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $] -\infty; 1[$ بـ: $f(x) = -e^{x-1} + \ln(1-x)$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة الثانية بيانياً.
- (2) أ - بين أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{1-x}$
- ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1 < \alpha < 0$.
- ب - املاء الجدول المقابل ثم استنتج حصراً للعدد α .
- | | | | | |
|--------|------|------|------|------|
| x | -0,5 | -0,3 | -0,2 | -0,4 |
| $f(x)$ | | | | |
- (4) انشئ المنحنى (C_f) (استعمل $f(0)$).
- (5) نعتبر الدالة h المعرفة على $] -\infty; 1[$ بـ: $h(x) = |f(x)|$
- أ - اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.
- ب - اشرح كيفية انشاء المنحنى انطلاقاً من المنحنى ثم أنشئه في نفس المعلم.
- ج - عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $h(x) = m^2$ حلين جداً وهما أصغر تماماً من الصفر.